Nível Embasamento

01. Calcular a distância entre os seguintes pontos:
a) A(1,3) e B(–1,4)
b) P(–6,8) e a origem do sistema cartesiano
c) A(a–3, b+4) e B(a+2, b–8)

02. Calcular o perímetro do triângulo ABC, sendo dados A(2,1), B(–1,3) e C(4, –2).

03. Determinar x de modo que o triângulo ABC seja retângulo em B. São dados: A (4,5), B(1,1) e C (x , 4).

04. Se P(x,y) eqüidista de A(–3,7) e B(4,3), qual a relação existente entre x e y?

05. Dados A(x ,5), B (–2,3) e C (4,1), obter x de modo que A seja eqüidistante de B e C.

06. Determinar o ponto P, pertencente ao eixo das abscissas, sabendo que é eqüidistante dos pontos A(1,3) e B (–3,5).

07. Determinar o ponto P, da bissetriz dos quadrantes pares, que eqüidista de A (8, –8) e B(12, –2).

08. Dados os pontos A (8,11), B (–4,–5) e C (–6, 9), obter o circuncentro do triângulo ABC.

09. Dados os pontos B(2,3) e C(–4,1), determinar o vértice A do triângulo ABC, sabendo que é o ponto do eixo y do qual se vê BC sob um ângulo reto.

10. Dados A (– 2,4) e B (3, –1) vértices consecutivos de um quadrado, determine os outros dois vértices.

11. Dados A (8,7) e C (–2, –3), extremidades da diagonal de um quadrado, calcular as coordenadas dos vértices B e D, sabendo que $x_B > x_D$.

12. Calcular a razão $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$ sendo dados os pontos A(2,3), B(1,-2) e $C\left(\frac{4}{3},-\frac{1}{3}\right)$.

13. Dados A(4,3) e B(2,1), seja C a intersecção da reta AB com o eixo das abscissas. Calcular a razão $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$.

14. Determinar as coordenadas dos pontos que dividem o segmento AB em três partes iguais, sabendo que A = (–1,7) e B = (11,-8).

15. Determinar os pontos que dividem AB em quatro partes iguais quando A (–1,–3) e B (23,33).

16. Até que ponto o segmento de extremos A (+1,-1) e B (4,5) deve ser prolongado no sentido AB, para que seu comprimento triplique?

17. Calcular o comprimento da mediana AM do triângulo ABC cujos vértices são os pontos A (0,0), B (3,7) e C (5, –1).

18. Dados os vértices consecutivos, A (–2,1) e B (4,4), de um paralelogramo, e o ponto E(3, –1), intersecção de suas diagonais, determinar os outros dois vértices.

19. Do triângulo ABC são dados: o vértice A(2,4), o ponto M(1,2) médio do lado AB e o ponto N(–1,1) médio do lado BC. Calcular o perímetro do triângulo ABC.

20. Se M (2,1), N (3,3) e P (6,2) são os pontos médios dos lados AB, BC, CA, respectivamente, de um triângulo ABC, determinar as coordenadas de A, B e C.

21. O baricentro de um triângulo é G(1,6) e dois de seus vértices são A(2,5) e B (4,7). Determinar o terceiro baricentro.

22. Num triângulo ABC são dados:
I) A (2,0)
II) M (-1,4) ponto médio de AB
III) $d_{AC} = 10$
IV) $d_{BC} = 10\sqrt{2}$
Obter o vértice C do triângulo.

23. O quadrilátero de vértices $A\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2},2\right)$, $C\left(2,-\frac{3}{2}\right)$ e $D\left(0,-\frac{5}{2}\right)$ é um paralelogramo? Justifique.

24. Determinar y para que os pontos A(3,5), B(–3,8) e C(4,y) sejam colineares.

25. Se A (0,a), B (a, –4) e C(1,2), para que valores de a existe o triângulo ABC?

26. Dados os pontos A e B, obtenha, em cada caso:
a) o ponto de intersecção da reta AB com o eixo das abscissas. Dados: A(1,1) e B(10, – 2).
b) o ponto de intersecção da reta AB com o eixo das ordenadas. Dados: A(3,1) e B(5,5).
c) o ponto de intersecção da reta AB com a bissetriz dos quadrantes impares. Dados A(2, –3) e B(8,1).
d) o ponto de intersecção da reta AB com a bissetriz dos quadrantes pares. Dados: A(7,4) e B(–4,2).

27. Dados A(–3,4), B(2,9), C(2,7) e D(4,5) obter o ponto de intersecção das retas AB e CD.

28. Determinar $P(x_o,y_o)$ colinear simultaneamente com A(–1, –2) e B(2,1) e com C(–2,1) e D(1, –4).

29. Determinar o ponto da reta AB que está à distância 5 da origem. Dados A(0, –25) e B(–2, –11).

30. Determinar na reta AB os pontos eqüidistantes dos eixos cartesianos. Dados: A(–1,5) e B(4, –2).

31. A reta determinada por A(a,0) e B(0,b) passa por C(3,4). Qual é a relação entre a e b?

32. A reta determinada por A(p,q) e B(3, - 2) passa pela origem. Qual a relação entre p e q?

33. Dados A(-5,-5), B(1,5), C(19,0) e (r) 5x – 3y = 0, verificar se r passa pelo baricentro do triângulo ABC.

34. As retas 2x + 3y = 2 e x – 3y = 1 passam pelo ponto (a,b). Calcular a + b.

35. Determinar m de modo que as retas de equações 3x + y–m = 0, 3 –y+ 1 = 0 e 5x – y – 1=0 definam um triângulo.

36. (EPUSP-63) Dado o ponto A(1,2), determine as coordenadas de dois pontos P e Q, situados respectivamente sobre as retas y = x e y = 4x, de tal modo que o ponto A seja o ponto médio do segmento PQ.

37. Determinar o ponto B da bissetriz dos quadrantes pares de tal forma que o ponto médio do segmento AB pertença a reta r. Dados: A(3,1) e (r) x – 2y + 1 = 0.

38. Determinar o perímetro do triângulo ABC que verifica as seguintes condições:
a) o vértice A pertence ao eixo das abscissas;
b) o vértice B pertence ao eixo das ordenadas;
c) a reta BC tem equação x – y = 0;
d) a reta AC tem equação x + 2y – 3 = 0;

39. Num triângulo ABC sabe-se que:
I. A pertence ao eixo das abscissas
II. B pertence à bissetriz b_{13}
III. a equação da reta AC é x + y + 5 = 0
IV. a equação da reta BC é 2x – y – 2 = 0
Calcular o perímetro do triângulo ABC.

40. Determinar y de modo que P (3, y) seja ponto interior do triângulo definido pelas retas 2x – y = 0, x + y = 0 e 7 x + y – 36 = 0.

41. Determinar a posição relativa das seguintes retas tomadas duas a duas:
(r) 2x – y + 3 = 0
(s) x – 2y + 3 = 0
(t) 2x – y + 5 = 0
(u) 2x + 4y + 3 = 0
(v) 3x – 6y = - 3
(z) 4x – 2y = - 6

42. Discutir a posição relativa das retas:
(r) (m – 1)x + my – 1 = 0 e (s) (1 – m)x + (m + 1)y + 1 = 0.

43. Para que valores de k as retas $(k - 1)x + 6y + 1 = 0$ e $4x + (k + 1)y - 1 = 0$ são paralelas?

44. Determinar o centro do feixe de retas concorrentes cuja equação é: $a(7x - 11y + 1) + b(3x + 11y + 9) = 0$.

45. Determinar a equação da reta que pertence ao feixe de retas definido pela equação $(7x + 3y - 15) + a(3x - 3y - 5) = 0$ e que passa pela origem do sistema cartesiano.

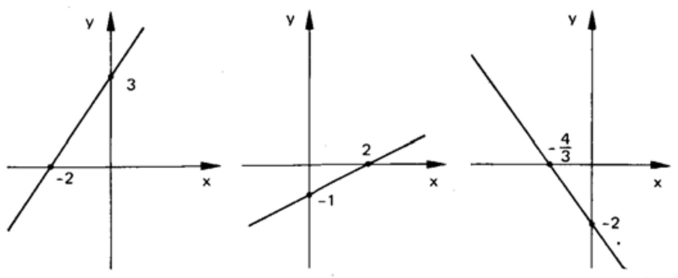
46. São dados os feixes de retas concorrentes:
$(x + y + 1) + k(x - y + 1) = 0$ e $2x + 2y + 6 + p(2x - 2y + 1 = 0$. Obter a equação da reta comum aos dois feixes.

47. Dois lados de um paralelogramo encontram-se sobre as retas (r) $2x + 3y - 7 = 0$ e (s) $x - 3y + 4 = 0$. Obter as equações das retas suportes dos outros dois lados, sabendo que um dos vértices desse paralelogramo é o ponto (3,2).

48. Determinar a equação reduzida da reta AB quando A (-1,1) e B(7,25).

49. Dados A(3 10) e B(-6, -5), determinar a equação segmentária da reta AB.

50. Determinar a equação das retas abaixo:



51. Dadas a equação paramétrica da reta (r) $\begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = 2t + 4 \end{cases}$, obtenha sua equação segmentária.

52. Achar as coordenadas do ponto de intersecção das retas (r) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$ e (s) $\begin{cases} x = 3 - u \\ y = 2 + u \end{cases}$, com $t,u \in \mathbb{R}$.

53. Qual a posição relativa das retas (r) $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ e (s) $\begin{cases} x = 8t \\ y = 1 - 16t \end{cases}$, com $t \in \mathbb{R}$?

54. Obter uma reta paralela à (r) $2x + y = 0$ e que define com os eixos coordenados um triângulo de área 16 unidades de área.

55. Determinar a equação da reta que passa por P e tem inclinação α em relação ao eixo dos x nos casos seguintes:
a) P (-1,-3) e α = 45° b) P (+2,-4) e α = 60°
c) P (-1,-4) e α = 90° d) P (-1,+3) e α = arc sen $\frac{3}{5}$
e) P (7,2) e α = 0° f) P (-1,+5) e α = arc tg 2

56. Determinar a equação da reta (s) que contém P(-5, 4) e é paralela à reta (r) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 5t \end{cases}$.

57. Determinar a equação da reta u que passa pelo ponto de intersecção das retas r e t e é paralela à reta s. Dados:
(r) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$, (s) $x = 3t$ e $y = 2 + 3t$ e (t) $3x + 4y = 0$

58. Dois lados de um paralelogramo ABCD estão contidos nas retas (r) $y = 2x$ e (s) $x = 2y$. Dado o vértice A(5,4), determinar B, C e D.

59. Determinar p de modo que as retas (r) $p^2x + py + 2 = 0$ e (s) $3x + (p + 1)y - 7 = 0$ sejam perpendiculares.

60. Se $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ e $Ax + By + C = 0$ são duas retas perpendiculares, calcule bA + aB.

61. Determinar a equação da reta (s) que contém P(3,4) e é perpendicular à reta (r) $2x + 3y = 0$.

62. Determinar a projeção ortogonal do ponto P(-7,15) sobre a reta $3x = 2y$.

63. (MAPOFEI – 75) São dados a reta r: $x - y + 1 = 0$ e o ponto P = (3,2). Determinar as coordenadas da projeção ortogonal de P sobre a reta r.

64. Determinar o ponto Q, simétrico de P (-3,2) em relação à reta (r) $x + y - 1 = 0$.

65. Em um sistema cartesiano ortogonal xOy são dados os pontos A, sobre o eixo x de abscissa 1 e B sobre o eixo y de ordenada 2. Calcular as coordenadas do ponto P simétrico à origem O e relação à reta AB.

66. Dados P(-3, -3) e (r) $4x + 5y - 14 = 0$, pede-se:
a) equação de (s) perpendicular à (r) por P;
b) o ponto M pé da perpendicular a (r) por P;
c) o ponto Q simétrico de P em relação à (r);
d) a reta (t) simétrica de (r) em relação à P.

67. Determinar as equações das alturas do triângulo ABC de vértices A(0, -3), B(-4, 0) e C(2, 1) e provar que concorrem para o mesmo ponto H.

68. Determinar o ortocentro H do triângulo ABC cujos vértices são A(1,3), B(2,1) e C(4,5).

69. Obter os vértices de um losango ABCD tal que:
a) A está no eixo dos y.
b) B está no eixo dos x.
c) a diagonal AC está contida em (r) $2x + y - 3 = 0$.
d) as diagonais se interceptam em E (x,1).

70. Obter a equação da reta perpendicular a (r) $4x + 3y = 0$ e que define com os eixos coordenados um triângulo de área 6.

71. Encontrar a equação da reta que é perpendicular a reta $x + y - 3 = 0$ e forma com os eixos coordenados um triângulo de área 8 unidades de área, de modo que este triângulo tenha intersecção não vazia com a reta $x - 2y = 1$.

72. Dados A(4,2), B(0,4), C(3,0) e P(3,4), traçam-se por P as perpendiculares aos lados do triângulo ABC. Pede-se:
a) obter os pés das perpendiculares;
b) provar que são colineares.

73. Calcular o ângulo entre as retas:
a) $x + y + 1 = 0$ e $4x - 3y + 1 = 0$;
b) $2x + y = 4$ e $x = 9 - 2y$;

74. Dados os pontos A(3,0), B(1,0) e C$\left(4 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\right)$, calcular os ângulos internos do triângulo ABC.

75. Calcular a distância da origem à reta (r) $ax + by + \sqrt{a^2 + b^2} = 0$.

76. Achar a distância da reta (r) $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -7 + 2t \end{cases}$ à origem.

77. Calcular a distância do ponto P à reta r nos seguintes casos:
1º) P (-3; -1) e (r) $3x - 4y + 8 = 0$
2º) P (+3 ; +2) e (r) $5x - 5y + 2 = 0$
3º) P (+1; -2) e (r) $\frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 0$
4º) P (-2; +3) e (r) $\begin{cases} x = 7t - 1 \\ y = 24t + 1 \end{cases}$
5º) P (-1; -2) e (r) $x \cdot \cos\frac{\pi}{3} + y \cdot \text{sen}\frac{\pi}{3} = 5$

78. Calcular o comprimento da altura AH, do triângulo de vértices A(-3,0), B(0,0) e C(6,8).

79.Calcular a altura do trapézio cujos vértices são A(0,0), B(7,1), C(6,5) e D(-8,3).

80. O ponto P(2, -5) é um vértice de um quadrado que tem um dos seus lados não adjacentes a P sobre a reta x – 2y – 7 = 0. Qual a área do quadrado?

81. Calcular a distância entre as retas (r) 3x + 4y – 13 = 0 e (s) 3x + 4y + 7 = 0.

82. Determinar os pontos da reta (r) y = 2x que estão à distância 2 da reta (s) 4x+3y = 0.

83. Determinar as equações das retas que formam 45º com o eixo dos x e estão a uma distância $\sqrt{2}$ do ponto P(3,4).

84. Obter uma reta paralela a (r) x + y + 6 = 0 e distante $\sqrt{2}$ do ponto C (1,1).

85. Determinar as equações das perpendiculares à reta (r) 7x – 24y + 1 = 0, as quais estão à distância 3 unidades do ponto P (1 ; 0).

86. Calcular a área do triângulo cujos vértices são A (a, a +3), B (a – 1, a) e C (a+1, a+1).

87. (FAUUSP – 68) Determine a área do triângulo ABC onde A, B e C são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos MN, NP e PM, sendo M (-1,-5), N (1,3) e P (7, -5).

88. Calcular a área do quadrilátero ABCD cujos vértices são: A(0,0), B(4, -2), C(6,8) e D(0,4).

89. Calcular a área do pentágono ABCDE, dados: A (0,0), B (0,-1), C (-2,-5), D (-4,0) e E(-2, +3).

90. Determinar y de tal forma que o triângulo de vértices A(1,4), B(4,1) e C(0,y) tenha área 6.

91. Dados os pontos A(1,4), B(3,-2) e C(2,y), calcular y para que a área do triângulo seja 10.

92. Num triângulo ABC, temos:
1º) AB $\subset$ r tal que (r) y = 3x
2º) AC $\subset$ s tal que (s) x = 3y
3º) BC $\subset$ t tal que t // u e (u) x + y = 0
4º) a área do triângulo ABC é 4.
Obter a equação da reta t.

93. Calcular as coordenadas do vértice C do triângulo ABC de área 6, sabendo que A(0,2), B é a intersecção da reta (r) x – y – 4 = 0 com o eixo dos x e que C está em (r).

94. Determinar a área do triângulo ABC sabendo que:
i) A(1,1) e B(-3,2);
ii) x + y + 1 = 0 é a equação da reta do lado BC;
iii) o coeficiente angular da reta AC é 1.

95. Determinar o vértice C de um triângulo ABC, de área 1,5 no qual A(2, -3), B(3, -2) e cujo baricentro está sobre a reta 3x – y – 8 = 0.

96. Num triângulo ABC, onde A (0,0), B (5,1) e C (1,5), toma-se M na reta BC, tal que as áreas dos triângulos AMC e AMB ficam na razão $\frac{1}{4}$. Calcular as coordenadas de M.

97. Os vértices de um triângulo são A(0,0), B(7,11) e C(8,1). Pede-se:
a) Obter o baricentro do triângulo ABC;
b) mostrar que os triângulos ABG, ACG e BCG tem a mesma área.

98. Obter uma reta que passe por P (-4,6) e defina com os eixos coordenados um triângulo de área 6, no primeiro quadrante.

99. Estudar a variação de sinais dos trinômios:
a) E = x + y – 2
b) E = 2x - 3y + 6
c) E = – x +2y + 4
d) E = 3x + 2y +12
e) E = 4x + 3y

100. Resolver graficamente as inequações:
a) 2x + 3y + 1 > 0
b) 3x – 4y – 6 < 0
c) 2x – y < 0
d) 2x – 4y + 4 $\geq$ 0
e) 3x + 4y $\geq$ 0
f) 5x + y – 5 $\leq$ 0

101. Determinar os pontos P (x, y) do plano cartesiano cujas coordenadas satisfazem à condição:
1º caso: x – y + 1 < 0 e x + y + 2 < 0
2º caso: x + 3y < 0 e x $\geq$ 0
3º caso: y $\geq$ 1 e x – 2 > 0
4º caso: 6x + 3y – 6 $\leq$ 0 e 3x + 6y $\geq$ – 12
5º caso: 2x – 5y < 10 e y $\geq$ 2

102. Assinalar no plano cartesiano o conjunto no qual estão contidas todas as retas de equação x + y + c = 0, com c $\leq$ – 1.

103. Obter as equações das bissetrizes dos ângulos formados por (r) 3x + 4y = 0 e (s) 8x – 6y – 1 = 0.

104. Obter as equações das bissetrizes dos ângulos formados por (r) 3x + 3y – 1 = 0 e (s) 2x – 2y + 1 = 0.

105. Qual a equação do lugar geométrico dos pontos eqüidistantes das retas (r) 4x – 3y – 10 = 0 e (s) 12x + 5y – 13 = 0.

106. Qual a equação da bissetriz interna, por A, no triângulo de vértices A(0,0), B(2,6) e C(5,1)?

Nível Aprofundamento

107. Dados os pontos M (a, 0) e N (0, a), determinar P de modo que o triângulo MNP seja eqüilátero.

108. O baricentro de um triângulo é G$\left(-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$, o ponto médio do lado BC é N$\left(-\frac{5}{2},-1\right)$ e o ponto médio do lado AB é M (0, $\frac{1}{2}$) . Determinar os vértices A, B, C.

109. Determinar os vértices B e C de um triângulo eqüilátero ABC, sabendo que o ponto médio do lado AB é M$\left(\sqrt{3},1\right)$ e A é a origem do sistema.

110. Provar que os pontos A(a; b+c), B (b; a+c) e C(c; a+b) são colineares e determinar a equação da reta que os contém.

111. Determinar a para que as retas de equações x + 2y – 2a = 0, ax – y – 3 = 0 e 2x – 2y – a =0 sejam concorrentes no mesmo ponto.

112.. Qual é a equação da reta que passa por P(3,1), intercepta (r) 3x – y = 0 em A e (s) x + 5y = 0 em B tais que P é ponto médio de AB.

113. Determinar o ponto B da reta s de tal forma que o segmento AB intercepte a reta r no ponto C que o divide na razão $\frac{1}{2}$. São dados: A$\left(-3,1\right)$, (r) x + y = 0, e (s) 2y – 3x +1 = 0.

114. Entre os triângulos OAB com vértice O na origem e os outros dois vértices A e B, respectivamente, nas retas y = 1 e y = 3 e alinhados com o ponto P(7,0), determinar aquele para o qual é mínima a soma dos quadrados dos lados.

115. Determinar a reta s, simétrica de (r) x – y + 1 = 0 em relação a (t) 2x + y + 4 = 0.

116. Determinar a reta simétrica à (r) x – 8y + 16 = 0 em relação:
a) ao eixo dos x;
b) ao eixo dos y;
c) à reta (s) 2x – 3y – 7 = 0.

117. Dados os pontos A(a,0) e B(0, b), tomemos sobre a reta AB um ponto C tal que BC = m.AB, com m$\neq$0. Pede-se a equação da reta perpendicular a AB, a qual passa pelo ponto médio de AC.

118. (MAPOFEI – 73) O ponto P = (2,4) é o centro de um feixe de retas no plano cartesiano. Pede-se determinar as equações das retas desse feixe, perpendiculares entre si, que interceptam o eixo O_x nos pontos A e B, e tais que a distância entre elas seja 10.

119. Em um plano munido de um sistema cartesiano ortogonal de referência, são dados os pontos A(2,3), B(9,4) e M(5,k). Determinar o valor de k para o qual o ângulo BAM = 45º.

120. (MACK – 70) Determine as equações das retas que contêm os lados de um triângulo, conhecendo-se:
i) o seu vértice A de coordenadas (0,1),
ii) a reta r : 3x – 4y + 41 = 0, que contém uma altura,
iii) a reta s: x + 2y – 7 = 0, que contém uma bissetriz, sendo a altura e a bissetriz relativas a dois vértices distintos.

121. Calcular a distância entre as retas cujas equações são ax + by + c = 0 e ax + by – c = 0.

122. (MAPOFEI – 69) São dados, num plano, as duas retas r_1, de equação y = 1, e r_2 com equações paramétricas $x = -2 + \lambda$ e $y = 1 + 2\lambda$ e o ponto A = (1,2).
a) Entre as retas que passam por A, determinar a reta r para a qual as distâncias de A às intersecções com r_1 e r_2 são iguais.
b) Satisfeita a condição do item anterior, determinar a área do triângulo formado pelas retas r, r_1 e r_2 .

123. Resolver graficamente a inequação $\dfrac{x-y+2}{x+y-2} \geq 0$.

124. Determinar os pontos P do plano cartesiano cujas coordenadas satisfazem as desigualdades:
a) $|x| > 1$
b) $|x+y| < 1$
c) $|x| + y > 1$
d) $|x| + |y| \leq 1$
e) $y - 2 > 0$ e $|x| \leq 1$
f) $1 < |y| < 2$ e $1 < |x| < 3$
g) (3x – y + 6)(2x + 4y – 12) < 0;
h) (4x + 2y + 4)(x – y – 1) ≥ 0;
i) $\dfrac{x+y-1}{2x-y+2} \geq 0$
j) $\dfrac{x+y-2}{x-y+1} \leq 0$ e $y \geq 0$

125. Obter o centro da circunferência inscrita ao triângulo ABC de vértices A(0,0), B(3,0) e C(0,4).

126. Dados A(0,0), B(3,4) e C(12, -5), calcular o comprimento da bissetriz interna AP do triângulo ABC.

127. Calcular o comprimento da bissetriz interna AS do triângulo de vértices A(0,0), B(12,5) e C(8,15).

128. (ITA-82) Considere o triângulo ABC do plano cartesiano, onde A = (p, q), B = (2p, 3q) e C = (3p, 2q), sendo p e q reais. Se M é o ponto de intersecção de suas medianas, então a reta que passa por M e é paralela à reta BC intercepta os eixos cartesianos nos pontos:
a) (0, p) e (4p, 0). b) (0, 4q) e (4p, 0).
c) (0, 4p) e (4q, 0). d) (0, q) e (p, 0).
e) (0, 3q) e (3p, 0).

129. (ITA-86) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais sejam A(0,a), B(a/2,0) e C(0,2a) pontos dados onde <u>a</u> é um número real, a<0. Sejam as retas: (r) passando por os pontos a e b e (s) passando por C e paralela a (r).
A área do trapézio (T) delimitada pelos eixos cartesianos e pelas retas (r) e (s) vale:
a) $3a^2$ b) $3a^2/4$ c) $3a^2/2$
d) $\sqrt{3}\,a^2$ e) $3a^2/4 + a^4$

130. (ITA-86) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais considere o triângulo ABC, sobre o qual sabemos que:
1. O lado AC está sobre a reta y = x.
2. O vértice A tem coordenadas (1, 1) e o ângulo A mede 60^o.
3. O vértice B está no eixo das ordenadas.
4. O lado BC é paralelo ao eixo das abcissas.
A área desse triângulo vale:
a) 9 b) $9/2 + 3\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}/2$
d) $9/2 + 5\sqrt{3}/2$ e) $½ + 5\sqrt{3}$

131. (ITA-88) Num triângulo ABC, retângulo em A, de vértices B:(1,1) e C:(3,-2), o cateto que contém o ponto B é paralelo a reta de equação 3x -4y +2=0.
Então a reta que contém o cateto $\overline{AC}$ é dada por:
a) 4x + 3y - 6 = 0 b) 4x + 3y - 3 = 0
c) 3x + 4y +1 = 0 d) 2x + 5y = 0e) 4x - 3y + 6 = 0

132. (ITA-88) Sejam a, b, c e d números reais positivos tais que A: (9a , 3b) , B: (-c , d) , C: (c , -d) são vértices de um triângulo equilátero.
Então a equação da reta r que é paralela ao lado $\overline{BC}$ e passa pelo incentro do triângulo ABC é dada por:
a) 3ax + by = c - d b) dx + cy = 3ad + bc
c) ax + by = 2c + 3d d) 2dx + 3ay = 4bc
e) dx - 2cy = 9a + 3b

133. (ITA 89) Determine a equação da reta suporte de um segmento que tem seu centro no ponto (5, 0) e extremidade em cada uma das retas x - 2y - 3 = 0 e x + y +1 = 0. Dê a resposta na forma Ax + By + C = 0.

134. (ITA-90) Considere a reta (r) mediatriz do segmento cujos extremos são os pontos em que a reta 2x - 3y + 7 = 0 intercepta os eixos coordenados. Então a distância do ponto ($\frac{1}{4}, \frac{1}{6}$) à reta (r) é:
a) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{4}{\sqrt{13}}$ c) $3\sqrt{13}$
d) $\dfrac{2\sqrt{3}}{7}$ e) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

135. (ITA-92) Dados os pontos A: (0, 8), B: (-4, 0) e C: (4, 0), sejam r e s as retas tais que A, B ∈ r, B, C ∈ S. Considere P_1 e P_2 os pés das retas perpendiculares traçadas de P: (5, 3) às retas r e s , respectivamente. Então a equação da reta que passa por P_1 e P_2 é:
a) y + x = 5 b) y + 2x = 5 c) 3y - x = 5
d) y + x = 2 e) n.d.a.

136. (ITA-93) Dadas as retas (r_1): x + 2y - 5 = 0, (r_2): x - y - 2 = 0 e r_3): x - 2y - 1 = 0, podemos afirmar que:
a) São 2 a 2 paralelas.
b) (r_1) e (r_3) são paralelas.
c) (r_1) é perpendicular a (r_3).
d) (r_2) é perpendicular a (r_3).
e) As três são concorrentes num mesmo ponto.

137. (ITA-93) Sendo (r) uma reta dada pela equação x - 2y + = 0, então, a equação da reta (s) simétrica à reta (r) em relação ao eixo das abcissas é descrita por:
a) x + 2y = 0 b) 3x - y + 3 = 0
c) 2x + 3y + 1 = 0 d) x + 2y + 2 = 0
e) x - 2y - 2 = 0

138. (ITA-94) Duas retas r e s são dadas, respectivamente, pelas equações 3x - 4y = 3 e 2x + y = 2. Um ponto P pertencente à reta s tem abcissa positiva e dista 22 unidades de medida da reta r. Se ax + by + c = 0 é a equação da reta que contém P, com $a,b,c \in$ □ e é paralela a r, então a + b + c é igual a :
a) –132 b) –126 c) –118
d) –114 e) -112

139. (ITA-95) Três pontos de coordenadas, respectivamente, (0, 0), (b, 2b) e (5b, 0), com b > 0, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:
a) (-b, -b) b) (-2b, -b) c) (4b, -2b)
d) (3b, -2b) e) (-2b, -2b)

140. (ITA-97) Seja A o ponto de intersecção das retas r e s dadas, respectivamente pelas equações x + y = 3 e x + y = -3. Sejam B e C pontos situados no primeiro quadrante com B ∈ r e C ∈ s. sabendo que d(A,B) = d(A,C) = $\sqrt{2}$, então a reta passando por B e C é dada pela equação:
a) 2x + 3y = 1 b) y = 1 c) y = d) x = 1 e) x = 2

141. (ITA-97) Considere os pontos A: (0, 0) e B: (2, 0) e C: (0, 3). Seja P: (x, y) o ponto da intersecção das bissetrizes internas do triângulos ABC. Então x + y é igual a:
a) $12/(5 + \sqrt{13})$ b) $8/(2 + \sqrt{11})$ c) $10/(6 + \sqrt{13})$
d) 5 e) 2

142. (ITA-98) As retas y = 0 e 4x + 3y + 7 = 0 são retas suportes das diagonais de um paralelogramo. Sabendo que estas diagonais medem 4 cm e 6 cm, então, a área deste paralelogramo, em cm^2, vale:

a) $\frac{36}{5}$ b) $\frac{27}{4}$ c) $\frac{44}{3}$ d) $\frac{48}{3}$ e) $\frac{48}{5}$

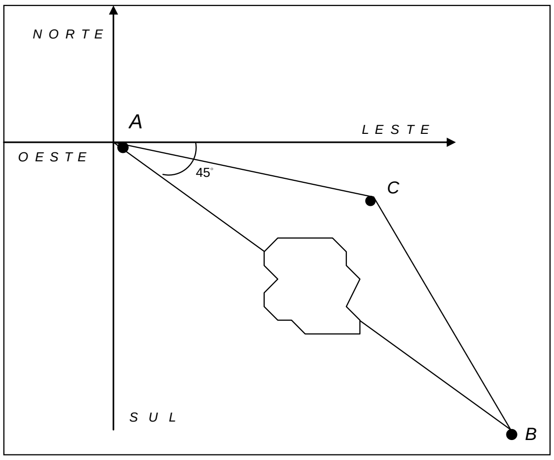
143. (ITA-98) Considere o paralelogramo ABCD onde A = (0 , 0), B = (-1 , 2) e C = (-3 , -4). Os ângulos internos distintos e o vértice D deste paralelogramo são, respectivamente:

a) $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$ e D = (-2 , -5) b) $\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$ e D = (-1 , -5)

c) $\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$ e D = (-2 , -6) d) $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$ e D = (-2 , -6)

e) $\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}$ e D = (-2 , -5)

144. (ITA-74) Deseja-se construir uma rodovia ligando o ponto A ao ponto B que está $40\sqrt{2}km$ a sudeste de A. Um lago, na planície onde estão A e B impede a construção em linha reta. Para contornar o lago, a estrada será construída em 2 trechos retos com vértice no ponto C, que $36km$ a leste e $27km$ ao sul de A. O valor de CB^2 é:



a) 182 b) 183 c) 184
d) 185 e) n.d.a.

145. (ITA-75) Seja S o conjunto das soluções do sistema de desigualdades;

$$\begin{cases} 2x+y-3>0 \\ x-2y+1<0 \\ y-3<0 \\ x+my-5<0 \end{cases}$$

onde m é real.

A representação geométrica de S, em coordenadas cartesianas ortogonais (x,y), é:
a) um quadrilátero para qualquer m>0
b) um triângulo isósceles para qualquer m<0
c) um triângulo retângulo para m<0 ou $\frac{5}{3}<m<4$
d) S é um conjunto vazio para $m>\frac{5}{3}$
e) n.d.a.

146. (ITA-00) A área de um triângulo é de 4 unidades de superfície, sendo dois de seus vértices os pontos *A:* (2, 1) e *B*: (3, -2). Sabendo que o terceiro vértice encontra-se sobre o eixo das abcissas, pode-se afirmar que suas coordenadas são:
a) (-1/2, 0) ou (5, 0) b) (-1/2, 0) ou (4, 0) c) (-1/3, 0) ou (5, 0)
d) (-1/3, 0) ou (4, 0) e) (-1/5, 0) ou (3, 0)

147. (ITA-78) Seja o triângulo de vértices $A:(1,2); B:(2,4)$ e $C:(4,1)$, no sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. A distância do ponto de encontro das alturas desse triângulo ao lado AC, é:

a) $\frac{9\sqrt{10}}{70}$ b) $\frac{9}{70}$ c) $8\sqrt{10}$
d) $3\sqrt{3}$ e) n.d.a.

148. (JOHN CASEY) Encontre a distancia entre os pontos $\left(a\cdot\cos(\alpha+\beta), b\cdot sen(\alpha+\beta)\right)$ e $\left(a\cdot\cos(\alpha-\beta), b\cdot sen(\alpha-\beta)\right)$.

149. (JOHN CASEY) Prove que os 3 pontos (a,b), $\left(a+28\sqrt{2}, b+28\sqrt{2}\right)$ e $\left(a+\frac{33}{\sqrt{2}}, b-\frac{33}{\sqrt{2}}\right)$ formam um triangulo retângulo.

150. (JOHN CASEY) Se os pontos (a,b), (a',b') e $(a-a', b-b')$ são colineares, prove que $ab'=a'b$.

151. (JOHN CASEY) Encontre os ângulos entre as retas $\frac{x\cdot\cos\beta}{a}+\frac{y\cdot \text{sen}\beta}{b}=1$ e $\frac{x\cdot\cos\gamma}{a}+\frac{y\cdot \text{sen}\gamma}{b}=1$.

152. (JOHN CASEY) Encontre o angulo entre as retas $x-y=0$ e $\frac{x}{\tan\phi'+\tan\phi''}+\frac{y}{\cot\phi'+\cot\phi''}=k$.

153. (JOHN CASEY) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos $\left(a\cdot\cos(\alpha+\beta), b\cdot \text{sen}(\alpha+\beta)\right)$ e $\left(a\cdot\cos(\alpha-\beta), b\cdot \text{sen}(\alpha-\beta)\right)$.

Nos exercícios de **154** a **156** encontre o ponto de intersecção entre as retas dadas:

154. (JOHN CASEY) $x\cdot\cos\phi+y\cdot \text{sen}\phi=r$ e $x\cdot\cos\phi'+y\cdot \text{sen}\phi'=r$.

155. (JOHN CASEY) $\frac{x}{a}\cdot\cos\phi+\frac{y}{b}\cdot \text{sen}\phi=1$ e $\frac{x}{a}\cdot\cos\phi'+\frac{y}{b}\cdot \text{sen}\phi'=1$.

156. (JOHN CASEY) $x-ty+at^2=0$ e $x-t'y+at'^2=0$.

157. (JOHN CASEY) Encontre a reta que passa por $(0,1)$, fazendo um ângulo de $30°$ com a reta $x+y=2$.

158. (JOHN CASEY) Encontre a equação da perpendicular a reta $\frac{x\cdot\cos\alpha}{a}+\frac{y\cdot \text{sen}\alpha}{b}=1$ no ponto $(a\cdot cos\alpha, b\cdot \text{sen}\alpha)$.

159. (JOHN CASEY) Encontre a equação da perpendicular a reta $x-y\cdot\tan\phi+a\cdot\tan^2\phi=0$ no ponto $\left(a\cdot\tan^2\phi, 2a\cdot\tan\phi\right)$.

160. (JOHN CASEY) Que retas são representadas pela equação $x^2-y^2=0$?

161. (JOHN CASEY) Que retas são representadas pela equação $x^2-2xy\sec\theta+y^2=0$?

162. (JOHN CASEY) Encontre as bissetrizes dos ângulos formados pelas retas $ax^2+2hxy+by^2=0$.

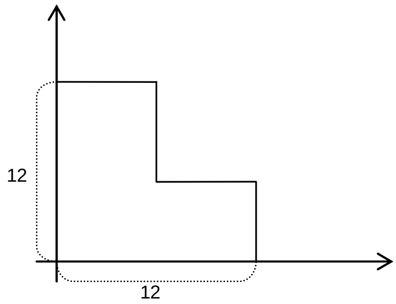
163. (JOHN CASEY) Prove que as retas $x^2+2xy\sec(2\alpha)+y^2=0$ são igualmente inclinadas da reta $x+y=0$.

164. (KLETENIK) Dados dois pontos $P(-5;2)$ e $Q(3;1)$, falar a projeção do segmento $\overline{PQ}$ sobre o eixo que forma com o eixo Ox o ângulo $\theta=\arctan\frac{4}{3}$.

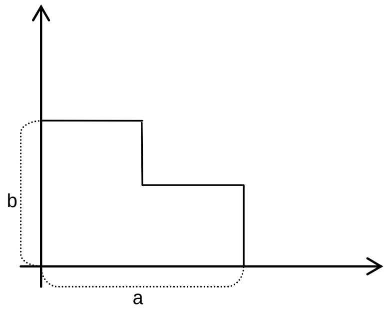
165. (KLETENIK) Os vértices de um triângulo são: $A(-1;-1)$, $B(3;5)$ e $C(-4;1)$. Falar o ponto de intersecção da bissetriz do ângulo externo do vértice A com o prolongamento do lado BC.

166. (KLETENIK) São dados os vértices de uma lamina homogênea triangular $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ e $C(x_3;y_3)$. Unindo-se os pontos médios dos lados dessa lamina, formamos outra lamina homogênea triangular. Demonstre que os centros de gravidade de ambas as laminas coincidem.

167. (KLETENIK) Em uma lamina homogênea que tem a forma de um quadrado de lado 12, foi feito um corte quadrangular; As retas do corte passam pelo centro do quadrado e os eixos coordenados contem 2 dois lados intactos do quadrado. Determine o centro de gravidade dessa figura.



168. (KLETENIK) Em uma lamina retangular homogênea, com lados a e b foi feito um corte retangular. As retas de corte passam pelo centro do retângulo e os eixos coordenados contem 2 lados intactos do retângulo. Determine o centro de gravidade dessa lamina.



169. (KLETENIK) Dados os vértices opostos de um quadrado $A(-1;3)$ e $C(6;2)$, fale as equações dos lados do quadrado.

170. (KLETENIK) Demonstrar que a equação da reta que passa pelo ponto $M_1(x_1;y_1)$ e é paralela a reta $Ax+By+C=0$ pode ser escrita da forma: $A(x-x_1)+B(y-y_1)=0$.

171. (KLETENIK) Demonstrar que a condição de perpendicularidade das retas $A_1x+B_1y+C_1=0$ e $A_2x+B_2y+C_2=0$ pode ser escrita da forma: $A_1A_2+B_1B_2=0$.

172. (KLETENIK) Demonstrar que a formula para determinar o angulo ϕ formado pelas retas $A_1x+B_1y+C_1=0$ e $A_2x+B_2y+C_2=0$ pode ser escrita da forma: $\tan\phi=\dfrac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}$.

173. (KLETENIK) Dados os vértices de um triangulo $M_1(-10;2)$ e $M_2(6;4)$, cujas alturas se cortam no ponto $N(5;2)$, determine as coordenadas do terceiro vértice M_3.

174. (KLETENIK) Falar as equações dos lados do triangulo ABC, se são dados as coordenadas do vértice $A(1;3)$ e as equações de duas medianas $x-2y+1=0$ e $y-1=0$.

175. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $B(2;-1)$ e as equações da altura $3x-4y+27=0$ e da bissetriz $x+2y-5=0$ traçadas de vértices diferentes.

176. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $C(4;-1)$ e as equações da altura $2x-3y+12=0$ e da mediana $2x+3y=0$ traçadas de um mesmo vértice.

177. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $B(2;-7)$ e as equações da altura $3x+y+11=0$ e da mediana $x+2y+7=0$ traçadas de vértices diferentes.

178. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $C(4;3)$ e as equações da bissetriz $x+2y-5=0$ e da mediana $4x+13y-10=0$ traçadas de um mesmo vértice.

179. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $A(3;-1)$ e as equações da bissetriz $x-4y+10=0$ e da mediana $6x+10y-59=0$ traçadas de um mesmo vértice.

180. (KLETENIK) Falar a equação de reta que passa pela origem, sabendo que o comprimento de seu segmento compreendido entre as retas $2x-y+5=0$ e $2x-y+10=0$ é igual a $\sqrt{10}$.

181. (KLETENIK) Falar a equação de reta que passa pelo ponto $C(-5;4)$, sabendo que o comprimento de seu segmento compreendido entre as retas $x+2y+1=0$ e $x+2y-1=0$ é igual a 5.

182. (KLETENIK) Determine para que valor de "a" a reta: $(a+2)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+5=0$
1)É paralela ao eixo das abscissas.
2)É paralela ao eixo das Coordenadas.
3)Passa pela origem do sistema de coordenadas.
Em cada caso escreva a equação da reta.

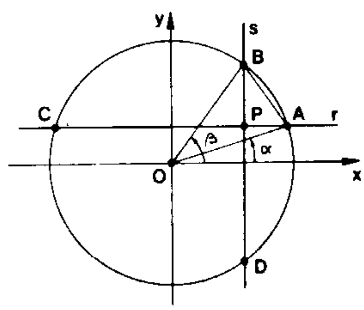
183. (KLETENIK) Determinar para que valor de "m" as duas retas: $mx+(2m+3)y+m+6=0$ e $(2m+1)x+(m-1)y+m-2=0$ se cortam num ponto situado no eixo das ordenadas.

184. (KLETENIK) Pelo ponto $M_1(x_1;y_1)$, sendo $x_1\cdot y_1>0$, foi traçada a reta $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, que intercepta os eixos coordenados formando um triangulo de área S. Determine a relação entre x_1, y_1 e S para que a e b tenham o mesmo sinal.

185. (KLETENIK) A area de um paralelogramo é 12 unidades quadradas, dois de seus vértices são $A(-1;3)$ e $B(-2;4)$, fale os outros dois vértices do paralelogramo, sabendo que o ponto de intersecção de suas diagonais esta situado no eixo das abscissas.

Nível Transcendência

186. Pelo ponto P de coordenadas cartesianas ortogonais cosβ e senα, com $0\leq\alpha<\beta\leq 90º$, passam duas retas (r) e (s) paralelas aos eixos coordenados.



a) Determinar as coordenadas das intersecções de (r) e (s) com a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$;
b) Determinar a equação da reta PM, onde M é o ponto médio do segmento AB;
c) Demonstrar analiticamente que as retas CD e PM são perpendiculares.

187. (IME-1980) Um velho manuscrito descrevia a localização de um tesouro enterrado: Há somente duas árvores, A e B, em um terreno plano, e um canteiro de tomates. A é uma mangueira, e B uma jabuticabeira. A partir do centro K do canteiro, meça a distância em linha reta até a mangueira. Vire 90° à esquerda e percorra a mesma distância até o ponto C. Volte ao canteiro. Meça a distância em linha reta até a jabuticabeira. Vire 90° direita e percorra a mesma distância até o ponto D. O tesouro está no ponto médio T do segmento CD. Um aventureiro achou o manuscrito, identificou as árvores, mas, como o canteiro desaparecera com o passar do tempo, não conseguiu localizá-lo, e desistiu da busca. O aluno Sá Bido, do IME, nas mesmas condições, diz que seria capaz de localizar o tesouro. Mostre como você resolveria o problema, isto é, dê as coordenadas de T em função das coordenadas de $A=(5,3)$ e $B=(8,2)$.

188. (IME-78) Sejam R e S duas retas quaisquer. Sejam $p_2=(x_2,y_2);p_4=(x_4,y_4);p_6=(x_6,y_6)$ três pontos distintos sobre R e $p_1=(x_1,y_1);p_3=(x_3,y_3);p_5=(x_5,y_5)$ três pontos distintos sobre S. O segmento p_2p_3 não é paralelo ao segmento p_1p_4; o segmento p_1p_6 não é paralelo ao segmento p_2p_5 e o segmento p_3p_6 não é paralelo ao segmento p_4p_5. Sejam: A, a interseção dos segmentos p_2p_3 e p_1p_4; B, interseção de p_1p_6 com p_2p_5 e C, interseção de p_3p_6 com p_4p_5. Prove que os pontos A, B e C estão em linha reta.

189. (JOHN CASEY) Sejam A, B, C e D quatro pontos colineares, prove que, sendo $\overrightarrow{AB}$ um segmento orientado, vale a relação:

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BD}=0$$

190. (JOHN CASEY) Se os lados $AB, BC, CD, etc...$ de um polígono são cada um divididos na mesma razão, mostre que o centro de massa do polígono coincide com os do polígono formado pelos pontos de divisão.

191. (JOHN CASEY) Seja A_1, A_2, A_3 *e* A_4 quatro pontos coplanares, e denotemos $\overline{A_1A_2}$ por $\overline{12}$ e identicamente aos outros pares de pontos, mostre que:

$$\begin{vmatrix} 0 & \overline{12}^2 & \overline{13}^2 & \overline{14}^2 & 1 \\ \overline{21}^2 & 0 & \overline{23}^2 & \overline{24}^2 & 1 \\ \overline{31}^2 & \overline{32}^2 & 0 & \overline{34}^2 & 1 \\ \overline{41}^2 & \overline{42}^2 & \overline{43}^2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=0$$

192. (JOHN CASEY) Se $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ representa duas retas, prove que elas são paralelas as retas $ax^2+2hxy+by^2=0$.

193. (JOHN CASEY) Encontre as coordenadas de um ponto que é eqüidistante dos 3 pontos $(a\cdot\cos\phi; b\cdot \text{sen}\phi)$, $(a\cdot\cos\phi'; b\cdot \text{sen}\phi')$ e $(a\cdot\cos\phi''; b\cdot \text{sen}\phi'')$.

194. (JOHN CASEY) Encontre as coordenadas de um ponto que é eqüidistante dos 3 pontos $(at^2; 2at)$, $(at'^2; 2at')$ e. $(at''^2; 2at'')$

195. (JOHN CASEY) Encontre a reta que divide os ângulos entre as retas $3x+4y+12=0$ e $8x+15y+16=0$ em partes que os senos estão na razão 2:3.

196. (JOHN CASEY) Prove que as duas retas $ax^2+2hxy+by^2=0$ são respectivamente perpendiculares as retas $bx^2-2hxy+ay^2=0$.

Gabarito Embasamento

1. a) $\sqrt{5}$ b) 10 c) 13 **2.** $2\sqrt{13}+5\sqrt{2}$ **3.** x = –3

4. 14x – 8y + 33 = 0 **5.** x = 2 **6.** P(-3,0) **7.** P(-5,5) **8.** P(2,3)

9. A(0,-1) ou A(0,5) **10.** C(8,4) e D(3,9) ou C(-2,-6) e D(-7,-1)

11. B(8,-3) e D(-2,7) **12**. 2 **13**. – 3 **14.** C(3,2) e D(7,-3)

15. (5,6), (11,15) e (17,24) **16.** P(10,17) **17.** 5 **18.** C(8,-3) e D(2,-6)

19. $2\left(2\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$ **20.** A(5,0), B(-1,2) e C(7,4) **21.** C(-3,6)

22. C(10,6) ou C(-6,-6) **23.** não **24**. y = 9/2 **25.** $a\in\mathbb{R} \mid a\neq -1; 4$

26. a) (4,0) b) (0,-5) c) (-13,-13) d) $\left(-\frac{30}{13},\frac{30}{13}\right)$ **27.** (1,8) **28**. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$

29. P(-3,-4) ou P(-4,3) **30**. (9,-9) ou $\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$ **31.** 3b + 4a = ab

32. 2p + 3q = 0 **33.** não **34.** 1 **35.** m≠7 e m real

36. $P\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$ *ou* $P\left(\frac{2}{3},\frac{8}{3}\right)$. **37.** (-1,1) **38.** $3+\sqrt{5}+\sqrt{2}$

39. $\sqrt{53}+4\sqrt{2}+3\sqrt{5}$ **40.** – 3<y<6

41. paralelas distintas: r e t, s e v, t e z; coincidentes: r e z; concorrentes: r e s, r e u, r e v, s e t, s e u, s e z, t e u, t e v, u e v, u e z, v e z.

42. m = 1: r e s não têm intersecção; m = - ½: r = s; m ≠1 e m ≠ -1/2: r e s concorrentes

43. k = 5 ou k = - 5 **44.** P(-1, -6/11) **45.** x = 6y

46. 5x – 3y + 5 = 0 **47.** 2x + 3y – 12 = 0 e x – 3y + 3 = 0 **48.** y = 3x + 4

49. $\frac{x}{-3}+\frac{y}{5}=1$ **50.** 3x – 2y + 6 = 0, x – 2y – 2 = 0 ou 3x + 2y + 4 = 0

51. $\frac{x}{-13}+\frac{y}{\frac{26}{5}}=1$ **52.** (3,2) **53.** paralelas e distintas

54. 2x + y + 8 = 0 ou 2x + y – 8 = 0

55. a) x – y – 2 = 0 b) $\sqrt{3}x-y-(2\sqrt{3}+4)=0$ c) x+1=0
d) 3x – 4y +15=0 e) y=2 f) 2x – y + 7=0

56. 5x + 3y + 13 = 0 **57.** x – y – 14=0 **58.** B(4,2), C(0,0) e D(1,2)

59. p= -1/4 **60.** 0 **61.** 3x – 2y – 1 = 0 **62.** $\left(\frac{62}{13},\frac{93}{13}\right)$

63. (2,3) **64.** (-1,4) **65.** $\left(\frac{8}{5},\frac{4}{5}\right)$

66. (s) 5x – 4y + 3 = 0, M(1,2), Q(5,7) e (t) 4x + 5y + 68 = 0

67. 6x + y + 3 = 0, x + 2y + 4 = 0 e 4x – 3y – 5 = 0 **68.** $H\left(\frac{1}{2},\frac{13}{4}\right)$

69. A(0,3), B(-1,0), C(2,-1) e D(3,2) **70.** 3x – 4y ± 12 = 0

71. x – y – 4 = 0

72. a) $\left(\frac{23}{5},\frac{16}{5}\right)$, $\left(\frac{27}{25},\frac{64}{25}\right)$, $\left(\frac{12}{5},\frac{14}{5}\right)$ b) demonstração

73. a)artctg7 b)arctg $\frac{3}{4}$ **74.** 135º, 30º,15º **75.** 1 **76.** $\frac{17\sqrt{13}}{13}$

77. 1) 3/5 2) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ 3)79/13 4)38/25 5) $\frac{2\sqrt{3}+11}{2}$

78. 12/5 **79.** 5/2 **80.** 4 **81.** (1,2) e (-1,-2)

82. x – y + 3 = 0 ou x – y – 1 = 0 **83.** x+y=0 ou x+y–4 =0

84. 24x+7y+51=0 ou 24x+7y – 99=0 **85.** 5/2 **86.** 8 **87.** 4

88. 17 **89.** y = 9 ou y = 1 **90.** y = 11 ou y = – 9

91. x+y±4=0 **92.** (6,2) ou (2,-2) **93.** 7/4 **94.** (1,-1) ou (-2,-10)

95. $\left(\frac{9}{5},\frac{21}{5}\right)$*ou*$\left(-\frac{1}{3},\frac{19}{3}\right)$ **96.** G(5,4) **97.** 3x+4y–12=0 **98.** Gráficos

99. Gráficos **100.** Gráficos **101.** Gráficos **102.** Gráficos

103. 14x + 2y – 1 = 0 ou 2x – 14y – 1 = 0

104. 12x + 1 = 0 ou 12y – 5 = 0

105. 112x – 14y – 195 = 0 ou 8x + 64y + 65 = 0

106. $\left(3\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)x-\left(\sqrt{13}+5\sqrt{5}\right)y=0$

Gabarito Aprofundamento

107. $P\left(\frac{a \pm a\sqrt{3}}{2}, \frac{a \pm a\sqrt{3}}{2}\right)$

108. A(1,6), B(-1,-5) e C(-4,3)

109. $B\left(2\sqrt{3},2\right)$ e $C\left(0,4\right)$ ou $C\left(2\sqrt{3},-2\right)$

110. x + y – (a+b+c) = 0

111. a=2 ou $a = -\frac{3}{2}$

112. x + y = 4

113. $P\left(\frac{9}{5},\frac{11}{5}\right)$

114. A(5,1) e B(1,3)

115. x – 7y – 3 =0

116. a) x + 8y + 16 = 0 b) x + 8y – 16 = 0 c) 7x – 4y – 44 = 0

117. $2ax - 2by + [b^2(1 + m) - a^2(1 - m)]=0$

118. (r) 2x – y = 0 e (s) x + 2y – 10 =0 ou (r) x – 2y – 6 =0 e (s) 2x + y – 8 = 0

119. k = 7 ou k = ¾

120. 4x + 3y – 3 = 0, y – 5 =0, 3x + 7y – 7=0

121. $\left|\frac{2c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

122. a) x+2y – 5 =0 b) 5

123. Gráficos **124.** Gráficos

125. (1,1)

126. $\frac{\sqrt{130}}{2}$

127. $\frac{14\sqrt{221}}{15}$

128. B **129.** B **130.** D **131.** A

132. B **133.** $4x - 5y - 20 = 0$ **134.** B **135.** A **136.** E

137. D **138.** D **139.** C **140.** D **141.** A **142.** E

143. D **144.** D **145.** C **146.** C **147.** A

148. $\delta = 2\mathrm{sen}\beta\sqrt{a^2\mathrm{sen}^2\alpha + b^2\cos^2\alpha}$. **149.** Demonstração.

150. Demonstração.

151. $\mathrm{sen}\phi = \frac{a \cdot b \cdot \mathrm{sen}(\beta - \gamma)}{\sqrt{a^2\mathrm{sen}^2\beta + b^2\cos^2\beta}\sqrt{a^2\mathrm{sen}^2\gamma + b^2\cos^2\gamma}}$.

152. $\phi = \arctan\left(\frac{1+\tan\phi' \cdot \tan\phi''}{1-\tan\phi' \cdot \tan\phi''}\right)$. **153.** $\frac{\cos\alpha}{a} \cdot x + \frac{\mathrm{sen}\alpha}{b} \cdot y = \cos\beta$.

154. $\left(\frac{r\cos\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)}; \frac{r\mathrm{sen}\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)}\right)$. **155.** $\left(\frac{a\cos\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)}; \frac{b\mathrm{sen}\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)}\right)$.

156. $\left(att'; a\left(t+t'\right)\right)$. **157.** $x + \left(2 \pm \sqrt{3}\right) \cdot y = \left(2 \pm \sqrt{3}\right)$

158. $b\cos\alpha \cdot y - a\mathrm{sen}\alpha \cdot x = \left(b^2 - a^2\right) \cdot \mathrm{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$

159. $y \cdot \cot\phi + x = 2a + a\tan^2\phi$. **160.** $y = x$ e $y = -x$.

161. $y = x \cdot \left(\sec\theta \pm |\tan\theta|\right)$

162. São as retas da equação $h\left(x^2 - y^2\right) - \left(a-b\right)xy = 0$

163. Demonstração **164.** 4 **165.** $\left(-11; -3\right)$ **166.** Demonstração.

167. $\left(5; 5\right)$ **168.** $\left(\frac{5}{12}a; \frac{5}{12}b\right)$ **169.** $3x - 4y + 15 = 0$ **170.** Demonstração

171. Demonstração **172.** Demonstração **173.** $M_3 = \left(6; -6\right)$

174. $x + 2y - 7 = 0$; $x - 4y - 1 = 0$ e $x - y + 2 = 0$.

175. $4x + 7y - 1 = 0$; $y - 3 = 0$; $4x + 3y - 5 = 0$

176. $3x + 7y - 5 = 0$; $3x + 2y - 10 = 0$; $9x + 11y + 5 = 0$

177. $x - 3y - 23 = 0$; $7x + 9y + 19 = 0$; $4x + 3y + 13 = 0$

178. $x + y - 7 = 0$; $x + 7y + 5 = 0$; $x - 8y + 20 = 0$

179. $2x + 9y - 65 = 0$; $6x - 7y - 25 = 0$; $18x + 13y - 41 = 0$

180. $3x + y = 0$; $x - 3y = 0$ **181.** $3x + 4y - 1 = 0$; $7x + 24y - 61 = 0$

182. 1) $a = -2; 5y - 33 = 0$. 2) $a_1 = -3; x - 56 = 0$; $a_2 = 3; 5x + 8 = 0$.

3) $a_1 = 1; 3x - 8y = 0$; $a_2 = \frac{5}{8}; 33x - 56y = 0$. **183.** $m_1 = 0$ e $m_2 = 6$.

184. $S \geq 2 \cdot x_1 \cdot y_1$

185. $\begin{cases} C_1(-7; -3) \\ D_1(-6; -4) \end{cases}$ e $\begin{cases} C_2(17; -3) \\ D_2(18; -4) \end{cases}$.

Gabarito Transcendência

186.

a) $A\left(\cos\alpha, \mathrm{sen}\alpha\right), B\left(\cos\beta, \mathrm{sen}\beta\right)$, $C\left(-\cos\alpha, \mathrm{sen}\alpha\right), D\left(\cos\beta, -\mathrm{sen}\beta\right)$

b) $\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)x - \mathrm{sen}\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)y - \cos\left(\frac{\beta-\alpha}{2}\right)\cos\left(\alpha+\beta\right) = 0$

187. $\left(6; 1\right)$ **188.** Demonstração. **189.** Demonstração

190. Demonstração **191.** Demonstração **192.** Demonstração

193. $\left(c; d\right)$ **,** onde $\begin{cases} c = \frac{a^2 - b^2}{a} \cdot \cos\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\phi'+\phi''}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\phi+\phi''}{2}\right) \\ d = \frac{b^2 - a^2}{b} \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\phi+\phi'}{2}\right) \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\phi'+\phi''}{2}\right) \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{\phi+\phi''}{2}\right) \end{cases}$

194. $\left(\frac{a\left(t^2 + t'^2 + t''^2 + tt' + t't'' + t''t + 4\right)}{2}; -\frac{a\left(t+t'\right)\left(t'+t''\right)\left(t''+t\right)}{4}\right)$

195. $51\left(3x + 4y + 12\right) \pm 10\left(8x + 15y + 16\right) = 0$ **196.** Demonstração