



Aprovou!

**ELITE
Resolve**

UNIFESP

2019

**conhecimentos
específicos**

www.elitecampinas.com.br

OS MELHORES GABARITOS DA INTERNET

BIOLOGIA**QUESTÃO 01**

Dengue pode ser transmitida por meio de relações sexuais, aponta estudo

Pesquisa feita na Itália mostrou que o vírus da dengue aparece no sêmen mesmo um mês após um homem contaminado ter apresentado os primeiros sintomas; até então, sabia-se que apenas o vírus da zika poderia ser sexualmente transmissível.

(<http://ultimosegundo.ig.com.br>, 05.05.2018.)

a) Na forma de transmissão da dengue citada no texto, o elemento que falta é o hospedeiro, o vetor ou o agente etiológico da doença? No caso da zika, além da transmissão sexual, de que outra forma a doença pode ser transmitida entre humanos?

b) O texto informa que o vírus aparece no sêmen, fluido formado por espermatozoides e secreções de glândulas do sistema genital masculino. Cite uma dessas glândulas e a função de sua secreção no sêmen.

Resolução

a) A dengue faz parte do conjunto de enfermidades conhecido como doenças tropicais negligenciadas, sendo causada por um vírus de RNA fita simples da família Flaviviridae (gênero *Flavivirus*). Essa família também inclui outros vírus importantes do ponto de vista da saúde pública, responsáveis por doenças prevalentes em regiões tropicais, como a febre amarela, a febre zika e a febre chikungunya. Os vírus da dengue em geral são transmitidos aos seres humanos por insetos vetores, especificamente pela picada de fêmeas de mosquitos das espécies *Aedes aegypti* e *A. albopictus*, as quais se adaptaram muito bem ao ambiente urbano. Assim, na forma de transmissão da dengue por meio de relações sexuais, mencionada no texto, o elemento ausente é o vetor, já que, neste caso, os vírus são transmitidos diretamente entre pessoas.

Independentemente do modo de transmissão, uma vez no corpo do hospedeiro humano, os vírus infectam células dendríticas, um tipo de célula de defesa (leucócito) encontrada na pele, que tem a função de apresentação de antígenos. Essas células, após terem sido infectadas, migram para os linfonodos, onde os novos vírus, liberados após o ciclo replicativo nas células dendríticas, podem infectar macrófagos e outros glóbulos brancos. Os sintomas da dengue, quando se manifestam, iniciam-se de três a quatorze dias após a infecção, sendo os mais comuns: febre alta, dor de cabeça, vômito, dor nas articulações e nos músculos e erupções cutâneas.

A febre zika apresenta sintomas muito semelhantes aos da dengue e seu modo de transmissão também é similar. Assim, o vírus zika é mais comumente transmitido aos seres humanos pela picada de fêmeas de mosquitos da espécie *A. aegypti*, que possui hábitos diurnos, alimentando-se preferencialmente nas primeiras horas do dia ou no final da tarde. Além da transmissão por meio de vetores e por meio de relações sexuais, mencionada no texto, a febre zika também pode ser transmitida por transfusões sanguíneas e da mãe para o feto, durante a gestação (transmissão vertical).

b) As glândulas que constituem o sistema reprodutor masculino, além dos testículos, são as glândulas seminais, a próstata e as glândulas bulbouretrais. Todas elas contribuem com secreções para a formação do sêmen, fluido que contém também os espermatozoides (gametas masculinos) produzidos nos túbulos seminíferos.

As glândulas seminais são tubulares e se localizam na região pélvica. Elas são responsáveis pela produção de uma secreção alcalina, que neutraliza a acidez da vagina, prolongando a vida dos espermatozoides. Essa secreção também é rica em frutose, monossacarídeo que funciona como fonte de energia para o batimento flagelar dos gametas masculinos. Outras substâncias encontradas no fluido seminal incluem ácido ascórbico, muco, prostaglandinas e uma enzima responsável pela coagulação.

A próstata é uma glândula túbulo-alveolar que se localiza logo abaixo da bexiga urinária. Ela é responsável pela produção de uma secreção levemente alcalina e rica em citrato, açúcar simples que também funciona como nutriente para os espermatozoides.

As glândulas bulbouretrais são túbulo-alveolares e se localizam abaixo da próstata, na base do pênis. Elas são responsáveis pela produção de uma secreção rica em mucoproteínas, que neutralizam a acidez da urina remanescente na uretra.

QUESTÃO 02

Quem tem alergia ao ovo pode tomar a vacina da gripe? Se fizerem parte dos grupos de risco, os alérgicos podem (e devem) tomar a vacina

Por anos, os médicos contraindicaram o imunizante para quem está proibido de ingerir esse alimento. Mas as recomendações mudaram no ano passado.



Alex Silva / A2 Estúdio

“Nos últimos anos, tivemos avanços na produção da vacina que permitiram reduzir substancialmente os traços de ovo na produção das doses”, esclarece a coordenadora do Departamento Científico de Imunização da Associação Brasileira de Alergia e Imunologia. Com essa evolução, a probabilidade de um evento adverso alérgico ficou muito pequena, quase nula.

(<https://saude.abril.com.br>, 31.05.2018. Adaptado.)

a) Explique por que, no processo de produção da vacina, são utilizados ovos embrionados nos quais os vírus são inoculados.

b) Excluídos os casos dos alérgicos ao ovo, muitas pessoas ainda relutam em se vacinar contra a gripe, alegando, erroneamente, que o vírus presente na vacina pode causar a doença no vacinado. Explique por que essa alegação é incorreta e explique por que a vacina protege o vacinado contra a gripe.

Resolução

a) Os vírus possuem organização acelular, ou seja, não são formados por células. São formados por um capsídeo proteico e material genético, podendo existir enzimas em seu interior e também um envelope lipoproteico externo ao capsídeo. Não possuem metabolismo próprio e, por isso, precisam de uma célula hospedeira para se multiplicarem, como por exemplo um ovo embrionado. Quando infectam uma célula passam a controlar seu metabolismo, utilizando as organelas e o maquinário enzimático dela para multiplicar o material genético viral e produzir as proteínas virais. As vacinas são constituídas de fragmentos do agente infeccioso ou o próprio agente enfraquecido. Para atender à demanda criada em uma campanha de vacinação em massa é necessária uma grande quantidade de vírus e, como eles são incapazes de se auto multiplicarem, torna-se importante o desenvolvimento de métodos de multiplicação viral, como o mencionado na questão. O método consiste em inocular o vírus em células vivas de ovos embrionados, aguardar que o vírus se multiplique e em seguida separar os vírus do material biológico restante. Os vírus separados podem ser então inativados, com utilização de raios UV, altas temperaturas, metais pesados, álcool e outras técnicas laboratoriais. Essas vacinas são conhecidas como inativas, pois o agente infeccioso é incapaz de se multiplicar no organismo que as recebe. Também existem as vacinas atenuadas, nas quais os vírus são cultivados em culturas de células sucessivas, por meses e até mesmo por anos; em seguida as cepas com vírus mais lentos e menos eficientes na multiplicação viral são selecionadas para criação das vacinas. Quando o vírus é então inoculado este é ainda capaz de se multiplicar, porém, com uma velocidade tão baixa que o organismo receptor consegue combatê-lo com facilidade.

b) A vacina é um método de imunização ativa e tem finalidade preventiva. Quando é inoculada no organismo receptor este é sensibilizado, nesse processo o sistema imunológico produz anticorpos específicos contra o agente, bem como as células de memória. Essas células permitem uma resposta mais rápida e intensa em futuras infecções com o mesmo agente, evitando que organismo desenvolva os sintomas da doença. Dessa forma, podemos considerar que o indivíduo que possui células de memória contra um determinado agente infeccioso está imune à doença causada por ele.

A alegação de que os vírus causam a doença é errônea, porque os agentes infecciosos inoculados estão inativos ou atenuados e, nesse último caso, o organismo receptor será capaz de evitar os sintomas da doença, mesmo que os vírus ainda sejam capazes de se multiplicar, conforme mencionado anteriormente.

QUESTÃO 03

Leia o trecho da letra da canção "Flor do Cerrado", de Caetano Veloso.

Todo fim de mundo é fim de nada é madrugada e ninguém
tem mesmo nada a perder
Eu quero ver
Olho pra você
Tudo vai nascer
Mas da próxima vez que eu for a Brasília eu trago uma flor
do Cerrado pra você

(www.vagalume.com.br)

a) A que grupo vegetal pertence a planta da qual pretende-se colher a flor referida na música? Além da flor, que outro órgão é exclusivo desse grupo vegetal?

b) Supondo que essa flor tenha sido colhida de uma árvore típica do Cerrado, cite uma característica morfológica adaptativa dessa planta e justifique por que essa característica é importante para a sobrevivência da planta nas condições ambientais do Cerrado.

Resolução

a) O único grupo de plantas que apresenta estruturas reprodutivas conhecidas como flores é o das **angiospermas** (filó Anthophyta). As angiospermas representam o clado mais recente das Embryophyta e também o mais diverso, dominando a maior parte dos ecossistemas do mundo atual. **Outra importante sinapomorfia desse grupo de plantas terrestres, além da presença de flores, é a presença de frutos, estruturas que protegem as sementes e favorecem sua dispersão no meio.** O fruto surge a partir do desenvolvimento do ovário, região do carpelo que contém os óvulos (os quais dão origem às sementes caso ocorra a fecundação). O pericarpo dos frutos pode ser tanto carnoso (ou seja, rico em açúcares e outros nutrientes, sendo comestível) como observado na laranja, no pêssego, no abacate, na goiaba etc., quanto seco (ou seja, desprovido de nutrientes orgânicos), como observado no trigo, no milho, no feijão, no dente-de-leão etc.

As angiospermas apresentam também outras características exclusivas, como a presença de dupla fecundação (fusão da oosfera com um dos núcleos espermáticos e fusão dos núcleos polares com o outro núcleo espermático) e a presença de elementos de vaso, células especializadas na condução de seiva bruta, encontradas somente no xilema das plantas com flores.

b) O Cerrado é o segundo maior bioma brasileiro, sendo considerado um *hotspot* e ocupando cerca de 22% do território nacional. Na área abrangida pelo Cerrado, encontramos as nascentes de rios que formam três importantes bacias hidrográficas: a do rio Tocantins, a do rio São Francisco e a do rio da Prata. O clima desse bioma é tropical, caracterizado pela existência de duas estações bem marcadas ao longo do ano: um verão chuvoso (de outubro a abril) e um inverno seco (de maio a setembro). O solo em geral é profundo, de pH ácido, pobre em nutrientes e apresenta grande concentração de alumínio, que é tóxico para as plantas. Embora não existam extensos reservatórios na superfície, há um grande estoque de água nos lençóis freáticos, que se localizam nas camadas mais profundas do solo. No inverno, que é muito seco, é comum a ocorrência de queimadas, um fenômeno natural e que acontece de forma regular no Cerrado, sendo um importante fator condicionante da vida nesse bioma. Devido a suas condições climáticas, edáficas e também do regime de fogo, as plantas do Cerrado apresentam adaptações específicas, entre as quais podemos citar: **presença de raízes que atingem grandes profundidades, as quais permitem aos vegetais o acesso à água presente nos lençóis freáticos; presença, em muitas espécies, de caules subterrâneos que armazenam reservas nutritivas e que ficam protegidos do fogo, sendo capazes de regenerar ramos e folhas após uma queimada ou um longo período de estiagem; presença, em muitas espécies, de caules aéreos dotados de uma periderme espessa, que apresenta grande quantidade de súber, cuja função é isolar termicamente a planta durante uma queimada, protegendo os tecidos subjacentes; e presença de folhas que possuem estômatos abaxiais (localizados na epiderme inferior), que possuem uma cutícula espessa e que possuem muitos tricomas, características essas que reduzem a perda de água pela transpiração.** Adicionalmente, algumas espécies de plantas são capazes de armazenar alumínio em suas folhas, reduzindo sua concentração nos demais tecidos e os efeitos deletérios de sua toxicidade.

QUESTÃO 04

Amamentação de bebê por mulher transgênero é registrada pela primeira vez em jornal científico

Técnica foi a mesma utilizada em mães que tiveram filho gestado por barriga de aluguel

Cientistas dos Estados Unidos conseguiram fazer com que uma mulher transgênero produzisse leite e amamentasse o filho, que foi gestado no útero de outra mulher. A mulher transgênero, que nasceu com corpo de homem, mas se identifica como mulher, não fez qualquer cirurgia para remoção de órgãos ou troca de sexo, mas passou por um tratamento hormonal que lhe permitiu a lactação.

A equipe médica disse que a mulher amamentou incessantemente durante seis semanas e que o bebê estava com níveis normais de desenvolvimento.

O caso é o primeiro a ser registrado em um jornal científico.

(<https://emails.estadao.com.br>, 15.02.2018. Adaptado.)

a) Cite um dos hormônios que promove o desenvolvimento das glândulas mamárias e responda, com justificativa, se a mulher transgênero teria a glândula que, no corpo feminino, normalmente o produz.

b) Cite o hormônio que estimula a produção e a secreção de leite e responda, com justificativa, se a mulher transgênero teria a glândula que, no corpo feminino, normalmente o produz.

Resolução

a) Na puberdade de uma mulher não transgênero inicia-se a produção de hormônios gonadotróficos e ovarianos. Os hormônios ovarianos são produzidos sob o comando dos hormônios gonadotróficos, o FSH (hormônio folículo estimulante) e LH (hormônio luteinizante). O FSH estimula o desenvolvimento dos folículos primordiais existentes no ovário que, após proliferação, **produzem o estrógeno, hormônio ovariano que tem um efeito feminilizante no corpo da mulher, como o alargamento dos quadris, desenvolvimento dos seios, desenvolvimento das glândulas mamárias**, crescimento de pelos pubianos e outros. Um outro hormônio responsável pelo desenvolvimento das glândulas mamárias é a progesterona, produzido pelo corpo lúteo e posteriormente pela placenta durante a gravidez. **Uma mulher transgênero não produz naturalmente estrógeno, pois esta não possui a glândula responsável pela sua produção, o ovário.** Embora esta produza também o FSH, as células-alvo são outras, os espermátocitos existentes nos testículos. A ausência do ovário em uma mulher transgênero se deve às diferenças no desenvolvimento de embriões XY e embriões XX. Nos dois embriões são formados uma gônada indiferenciada, entretanto, no curso do desenvolvimento, os cordões gonadais dos embriões XX originam os tecidos ovarianos e nos XY os tecidos testiculares.

b) No período de lactação a porção anterior glândula hipófise da mãe não transgênero produz o **hormônio prolactina**, que estimula as glândulas mamárias a produzirem leite. Já a porção posterior da glândula produz o **hormônio ocitocina**, responsável pela ejeção do leite durante a lactação. Esses hormônios hipofisários continuarão sendo produzidos enquanto houver estímulo de sucção por parte do bebê. **A mulher transgênero também possui a glândula hipófise**, responsável pela produção de diversos hormônios importantes no organismo, como o hormônio de crescimento e outros que controlam glândulas como a tireoide e o córtex da adrenal.

QUESTÃO 05

Um agricultor adquiriu um saco de sementes de milho comercializadas por uma indústria agropecuária. O rótulo desse saco informava que as sementes vinham do cruzamento de linhagens diferentes e geneticamente puras, ou seja, para as características fenotípicas de interesse, as linhagens eram homocigotas, mas cada uma delas homocigota para alelos diferentes.

O agricultor plantou essas sementes em uma mesma área e obteve uma safra de ótima produção, com espigas uniformes e repletas de grãos.

Após a colheita, o agricultor, considerando a qualidade dessas espigas, resolveu guardar algumas delas para plantar a safra seguinte. Contudo, ainda que as condições ambientais tenham se mantido, essa nova safra foi pouco produtiva, gerando espigas não uniformes e sem a mesma qualidade da safra anterior.

- a) As "linhagens diferentes", citadas no rótulo do saco de milho, são da mesma espécie ou de espécies diferentes? Justifique sua resposta.
b) Explique por que as plantas obtidas pela germinação das sementes adquiridas produziram espigas uniformes e explique o porquê das diferenças fenotípicas e de produtividade da segunda safra em relação à primeira.

Resolução

a) As linhagens puras mencionadas no exercício são homocigotas e diferentes entre si, com alelos diferentes. O saco de sementes adquirido pelo agricultor contém sementes heterocigotas, resultado do cruzamento entre as linhagens puras. Essa linhagem de sementes heterocigotas foi mais produtiva porque reúne em um mesmo indivíduo características vantajosas existentes de maneira isolada nas linhagens parentais. Esse fenômeno é conhecido como heterose ou vigor do híbrido. **As linhagens diferentes mencionadas no enunciado são da mesma espécie**, pois a linhagem heterocigota produzida pelo cruzamento entre as parentais apresentou fertilidade normal, sendo capaz de se reproduzir e originar a próxima geração de sementes.

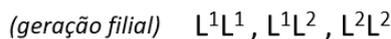
b) As sementes compradas eram heterocigotas e possuíam o mesmo genótipo, já que foram geradas pelo cruzamento entre linhagens puras ou homocigotas. Assim sendo, ao serem plantadas ao mesmo tempo, no mesmo ambiente e em iguais condições, desenvolveram-se de maneira equivalente, apresentando fenótipos equivalentes.

Já a segunda geração de plantas foi resultante do cruzamento de plantas da primeira safra, ou seja, resultado do cruzamento entre plantas heterocigotas. No cruzamento de plantas heterocigotas, a geração filial será composta tanto de sementes heterocigotas como de sementes homocigotas. Para exemplificar, vamos supor os diferentes alelos L^1 e L^2 . Os heterocigotos têm o genótipo L^1L^2 e o resultado do cruzamento entre eles produz três classes genotípicas distintas, conforme o esquema abaixo:



Diagrama de Punnett

	L^1	L^2
L^1	L^1L^1	L^1L^2
L^2	L^1L^2	L^2L^2



Assim sendo, as diferenças fenotípicas observadas na segunda safra podem ser explicadas por diferenças nos genótipos das plantas. As linhagens puras não foram tão produtivas quanto à linhagem heterocigota e a safra não foi uniforme, consequência da variabilidade genética.

QUÍMICA

QUESTÃO 06

Análise a tabela, que fornece informações sobre a cal hidratada e o carbonato de cálcio.

Composto	Fórmula	Massa molar (g/mol)	Cor	Comportamento sob aquecimento a 1000 °C
Cal hidratada	$Ca(OH)_2$	74	branca	produz CaO (s) e H_2O (g)
Carbonato de cálcio	$CaCO_3$	100	branca	produz CaO (s) e CO_2 (g)

- a) Classifique esses dois compostos de cálcio de acordo com as funções inorgânicas às quais pertencem.
b) Um estudante recebeu uma amostra de 5,0 g de um desses dois compostos para ser aquecida. Após aquecimento prolongado a 1000 °C, ele notou que a massa da amostra sofreu uma redução de 2,2 g em relação à inicial. Justifique por que a amostra recebida pelo estudante foi de $CaCO_3$.

Resolução

a) O composto $Ca(OH)_2$ é uma base, pois segundo a teoria de dissociação iônica de Arrhenius, uma base é capaz de se dissociar em água e liberar ânions OH^- .

O composto $CaCO_3$ é um sal, pois, também pela teoria de Arrhenius, ele se dissocia em água formando um cátion diferente de H^+ e um ânion diferente de OH^- .

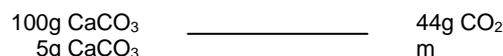
b) A reação de decomposição térmica do $CaCO_3$ a 1000 °C é dada por:



Com o aquecimento, a massa da amostra tem uma redução devido à formação do dióxido de carbono (CO_2) que será liberado para o meio por ser um gás. Assim, podemos determinar a massa de CO_2 formado a partir da decomposição do $CaCO_3$ por cálculo estequiométrico:

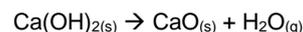
$$M(CaCO_3) = 100 \text{ g/mol}$$

$$M(CO_2) = 12 + 2 \times 16 = 44 \text{ g/mol}$$



$$m = (5 \times 44) \div 100 = 2,2 \text{ g de } CO_2$$

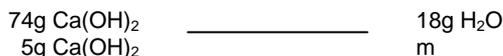
Já a reação de decomposição térmica do $Ca(OH)_2$ a 1000 °C é dada por:



Com o aquecimento, a massa da amostra tem uma redução devido à formação de água (H_2O) que será liberada para o meio por ser um gás. Assim, podemos determinar a massa de H_2O formada a partir da decomposição do $Ca(OH)_2$ por cálculo estequiométrico:

$$M[Ca(OH)_2] = 74 \text{ g/mol}$$

$$M(H_2O) = 2 \times 1 + 16 = 18 \text{ g/mol}$$



$$m = (5 \times 18) \div 74 = 1,22 \text{ g de } H_2O$$

Assim, a partir dos cálculos acima, a amostra recebida pelo estudante foi o $CaCO_3$, pois pelo cálculo estequiométrico, a redução da massa da amostra é igual a massa de CO_2 calculada.

QUESTÃO 07

Considere os modelos atômicos de Dalton, Thomson e Rutherford-Bohr e os fenômenos:

- I. Conservação de massa nas transformações químicas.
- II. Emissão de luz verde quando sais de cobre são aquecidos por uma chama.

a) Quais desses modelos possuem partículas dotadas de carga elétrica?

b) Identifique os modelos atômicos que permitem interpretar cada um dos fenômenos.

Resolução

a) O modelo atômico de Dalton considera que o átomo é uma partícula esférica, indivisível, maciça e neutra. Portanto, não apresenta cargas elétricas.

O modelo atômico de Thomson, conhecido como modelo do pudim de passas, considera que o átomo é formado por uma massa positiva na qual elétrons estão incrustados em seu interior tornando-a neutra, e estes elétrons podem sair do átomo quando submetido, por exemplo, a uma diferença de potencial suficiente.

O modelo atômico de Rutherford-Bohr considera o átomo sendo formado por um núcleo denso de tamanho ínfimo com cargas positivas, o qual atrai os elétrons a sua volta em órbitas específicas que compõem o que é denominada por eletrosfera.

Sendo assim, os modelos atômicos de Thomson e Rutherford-Bohr possuem partículas dotadas com carga elétrica.

b) I – A conservação de massa foi explicada primeiramente pelo modelo atômico de Dalton, o qual postulava que uma transformação química consiste no rearranjo dos átomos existentes nos reagentes.

Como a partir do rearranjo a quantidade de átomos no início e no final da reação são as mesmas, a massa se conserva.

Observação:

Como os modelos atômicos de Thomson e de Rutherford-Bohr são evoluções do modelo atômico de Dalton, estes também consideram o mesmo aspecto do rearranjo de átomos durante uma reação, logo, também explicam a conservação de massa nas transformações químicas.

II – A luz é uma radiação eletromagnética que, dependendo da frequência, pode apresentar coloração visível, de modo que cada frequência equivale a uma determinada energia. Átomos podem absorver energia e emitir fótons (luz) de diferentes energias. Portanto, o modelo atômico que pode explicar a coloração verde do sal de cobre exposto a chama deve considerar a presença dos elétrons em diferentes níveis de energia, sendo condizente com o modelo atômico de Rutherford-Bohr, no qual os elétrons estão distribuídos em níveis e subníveis quantizados, de modo que ao receber energia um elétron passa do seu nível de origem para outro de maior energia e, ao retornar para o estado fundamental, emite a energia absorvida na forma de luz.

QUESTÃO 08

Do rótulo de uma garrafa de xarope artificial sabor groselha foram obtidas as informações:

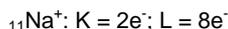
- 1 litro de xarope rende 9 litros de refresco.
- Ingredientes: açúcar, água, acidulante ácido cítrico, corantes alimentícios e aroma artificial de groselha.
- Informação nutricional (quantidade por porção de 20 mL): carboidratos 18 g e sódio 5 mg.

a) O elemento sódio está presente nesse xarope sob a forma de cátion ou de ânion? Faça a distribuição eletrônica em camadas do íon sódio, justificando a configuração com base na teoria do octeto.

b) Sabendo que o carboidrato presente nesse xarope é o açúcar sacarose ($C_{12}H_{22}O_{11}$), calcule a concentração, em g/L, desse açúcar no xarope. Calcule a concentração, em mol/L, de sacarose no refresco preparado pela diluição do xarope com água, conforme informação do rótulo.

Resolução

a) O elemento sódio está presente no xarope na forma de um cátion, já que ele é um metal alcalino e, no estado fundamental, o átomo neutro do sódio apresenta um elétron na camada de valência. Pela teoria do octeto, metais alcalinos tendem a perder o elétron da camada de valência para formar cátions monovalentes e adquirir configuração eletrônica semelhante ao gás nobre de número atômico anterior. Assim a distribuição eletrônica por camadas do íon sódio é dada por:



b) Calculando a concentração, em g/L, de sacarose no xarope:

$$C = \frac{m}{V} = \frac{18g}{0,02L} = \frac{900g}{L}$$

Na diluição do xarope para obtenção do refresco, temos que 900g de sacarose agora estarão diluídas em 9 litros. Assim:

$$C = \frac{m}{V} = \frac{900g}{9L} = \frac{100g}{L}$$

Convertendo para mol/L, temos:

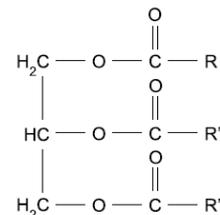
$$M(C_{12}H_{22}O_{11}) = 12 \times 12 + 22 \times 1 + 11 \times 16 = 342g/mol$$

$$\mu = \frac{C}{M} = \frac{100g/L}{342g/mol} = \frac{0,29mol}{L}$$

Logo, a concentração de sacarose no xarope é de **900g/L** e no refresco é de **0,29 mol/L**.

QUESTÃO 09

Considere a fórmula a seguir, na qual R, R' e R'' representam cadeias carbônicas distintas.



a) Que classe de nutrientes apresenta moléculas com essa fórmula? Indique qual é a principal função nutricional dessas moléculas no organismo humano.

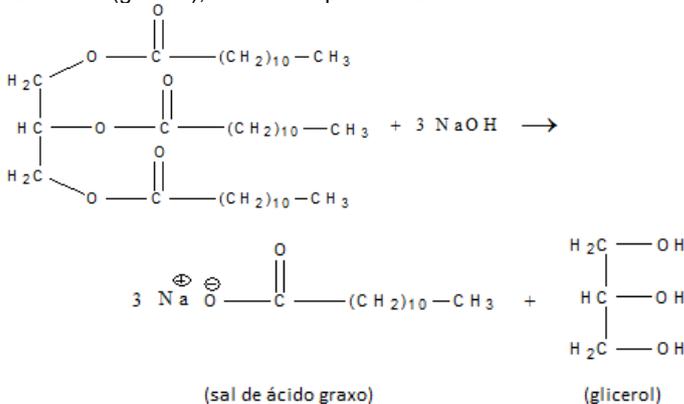
b) Considere que, em uma substância, R, R' e R'' correspondam a $\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_{10} -$. Escreva as fórmulas estruturais dos produtos formados pela reação química dessa substância com hidróxido de sódio.

Resolução

a) A molécula apresentada é um triéster do glicerol (1,2,3-propanotriol). Esta substância é formada por uma série de etapas de esterificação catalisada por uma enzima (glicerolfosfatotransferase) no organismo. Os grupos acilas (-COR) no geral são constituídos por longas cadeias carbônicas derivadas de ácidos graxos, de modo que o composto formado é um triacilglicerol, também conhecido como triglicerídeo, **sendo, portanto, da classe dos lipídios**.

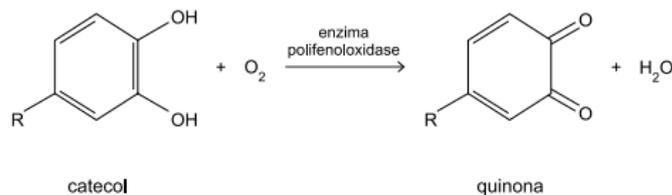
A principal função nutricional é estocar energia na forma de gordura (tecido adiposo). Quando o organismo recebe um sinal hormonal de que precisa de energia, os triglicerídeos são liberados e convertidos a ácidos graxos, os quais por sua vez são oxidados para produção de energia.

b) A reação de um triglicerídeo com uma base é denominada saponificação. O íon hidróxido ataca a carbonila levando à quebra da ligação éster gerando como produto um sal de ácido graxo (sabão) e um álcool (glicerol), conforme apresentado abaixo.



QUESTÃO 10

Algumas frutas, como maçãs e bananas, apresentam escurecimento da polpa quando cortadas e expostas ao ar. A etapa inicial desse escurecimento está representada a seguir.



a) Justifique por que a polpa de uma fruta que possui essa característica escurece com maior rapidez quando esmagada com um garfo do que sob a forma de fatias. Qual é o papel da enzima polifenoloxidase nesse escurecimento?

b) Identifique a função orgânica oxigenada presente no catecol. Com base na variação do número de oxidação do oxigênio, justifique por que o O_2 atua como espécie oxidante nessa reação.

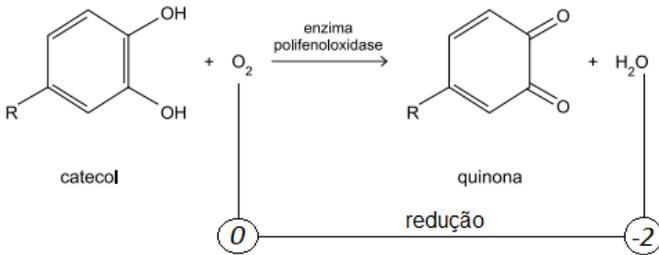
Resolução

a) Quando esmagada com um garfo, a polpa da fruta fica com uma superfície de contato com o gás oxigênio do ar maior em relação à superfície na forma de fatias. Apresentando maior superfície de contato, de acordo com a teoria das colisões, mais moléculas reagirão em menos tempo, o que faz com que a velocidade da oxidação aumente, o que pode ser evidenciado pelo escurecimento mais rápido da polpa da fruta.

A enzima polifenoloxidase tem a função de catalisar a reação, ou seja, diminuir a energia de ativação do meio reacional para que a reação ocorra com maior velocidade.

b) No catecol há a função fenol (hidroxilas ligadas a carbonos aromáticos).

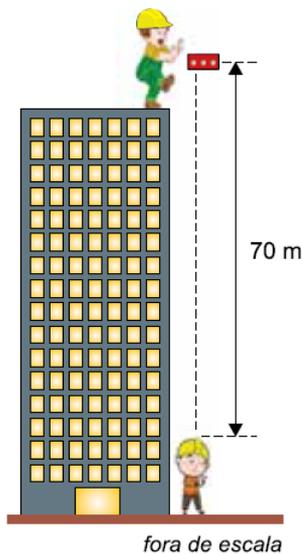
O O_2 atua como agente oxidante porque ele sofre redução (ganha elétrons) do catecol, e o número de oxidação do elemento oxigênio passa de zero no O_2 , pois toda substância simples tem número de oxidação igual a zero, para -2 na água (H_2O), pois o elemento químico oxigênio em óxidos tem número de oxidação igual a -2 .



FÍSICA

QUESTÃO 11

Do alto de um edifício em construção, um operário deixa um tijolo cair acidentalmente, a partir do repouso, em uma trajetória vertical que passa pela posição em que outro operário se encontra parado, no solo. Um segundo depois do início da queda do tijolo, o operário no alto grita um alerta para o operário no solo.



Considerando o dado da figura, a resistência do ar desprezível, $g = 10 \text{ m/s}^2$, a velocidade do som no ar igual a 350 m/s e $\sqrt{1400} = 37$, calcule:

- a) a distância percorrida pelo tijolo entre os instantes $t = 1 \text{ s}$ e $t = 3 \text{ s}$ após o início de sua queda.
- b) o intervalo de tempo, em segundos, que o operário no solo terá para reagir e se movimentar, depois de ter ouvido o grito de alerta emitido pelo operário no alto, e não ser atingido pelo tijolo.

Resolução

a) O tijolo executa movimento uniformemente variado sob ação da aceleração da gravidade $a = 10 \text{ m/s}^2$ partindo com velocidade inicial $v_0 = 0$. Assumindo o referencial da altura orientado para baixo com a

origem sobre o operário no alto do prédio, a posição do tijolo é dada por

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow s(t) = 5t^2.$$

Logo,

$$s(1) = 5 \cdot 1^2 = 5 \text{ m},$$

$$s(3) = 5 \cdot 3^2 = 45 \text{ m};$$

E portanto,

$$\Delta s = s(3) - s(1) = 45 - 5 = 40 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta s = 40 \text{ m}}.$$

b) O intervalo de tempo necessário para a reação do operário no solo ($\Delta t_{\text{reação}}$) é igual ao tempo que o tijolo leva para cair (Δt_{queda}), descontado do tempo que leva para o operário de cima emitir o aviso ($\Delta t_{\text{aviso}} = 1 \text{ s}$) e do tempo que o som leva para percorrer os 70 metros que separam ambos (Δt_{som}).

O instante de tempo em que o tijolo atinge o operário de baixo é solução de $s(t) = 70 \text{ m}$:

$$5t^2 = 70 \Rightarrow t = \sqrt{14} = \frac{\sqrt{1400}}{\sqrt{100}} = \frac{37}{10} = 3,7 \text{ s} \Rightarrow \Delta t_{\text{queda}} = 3,7 \text{ s}.$$

O tempo necessário para o som percorrer os 70 metros é dado por:

$$\Delta t_{\text{som}} = \frac{\Delta s_{\text{som}}}{v_{\text{som}}} = \frac{70 \text{ m}}{350 \text{ m/s}} = 0,2 \text{ s}.$$

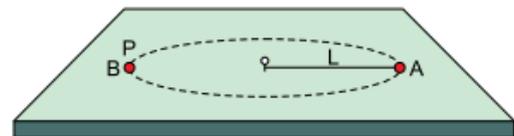
Logo,

$$\Delta t_{\text{reação}} = \Delta t_{\text{queda}} - \Delta t_{\text{aviso}} - \Delta t_{\text{som}} = 3,7 - 1,0 - 0,2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta t_{\text{reação}} = 2,5 \text{ s}}.$$

QUESTÃO 12

Uma esfera A desliza em movimento circular sobre uma mesa horizontal, sem atrito, presa a um pino fixo no centro da mesa por um fio ideal de comprimento $L = 1 \text{ m}$. A energia cinética dessa esfera é constante e tem intensidade igual a 4 J . Em um ponto P é colocada, em repouso, uma segunda esfera B, idêntica à primeira, de modo que ocorra uma colisão perfeitamente inelástica entre elas, conforme indica a figura.



- a) Calcule a intensidade da tração, em N, no fio antes da colisão entre as esferas
- b) Determine a energia cinética, em J, do sistema formado pelas duas esferas juntas, imediatamente após a colisão entre elas.

Resolução

a) Como a energia cinética, e, portanto, a velocidade, é constante, a aceleração tangencial é nula, de modo que a resultante das forças que agem na esfera A é centrípeta, ou seja:

$$F_R = \frac{m \cdot v^2}{R}. \quad (1)$$

Não é conhecida a massa da partícula, tampouco sua velocidade, conhece-se a energia cinética ($E_{\text{cin Iní}} = 4 \text{ J}$). Logo,

$$E_{\text{cin Iní}} = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \Rightarrow m \cdot v_0^2 = 2E_{\text{cin Iní}} \Rightarrow$$

$$m \cdot v_0^2 = 8. \quad (2)$$

Substituindo o resultado (2) em (1), temos

$$F_R = \frac{8}{1} \Rightarrow \boxed{F_R = 8 \text{ N}}.$$

b) Da relação (2), o valor da velocidade da esfera A antes da colisão com a esfera B é

$$v_0 = \sqrt{\frac{8}{m}} = 2\sqrt{\frac{2}{m}} \quad (3)$$

Sabendo a velocidade da esfera A antes da colisão, pode-se determinar a velocidade das esferas após a colisão, uma vez que suas massas são iguais e a colisão é perfeitamente inelástica – isto é, após a colisão a velocidade relativa entre as esferas será nula, portanto elas saem grudadas.

A quantidade de movimento durante uma colisão permanece constante e usando a figura abaixo para ilustrar o ocorrido, pode-se calcular a velocidade v' do conjunto formado pelas duas esferas após a colisão:

$$\begin{aligned} Q_{\text{antes}} &= Q_{\text{após}} \Rightarrow \\ m \cdot v_0 &= 2m \cdot v' \Rightarrow \\ v' &= \frac{v_0}{2} \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2}{m}} \end{aligned} \quad (4)$$

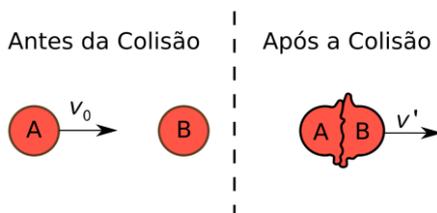


Figura representando a colisão das duas esferas momentos antes e momentos depois da interação.

A energia cinética final ($E_{\text{cin Fin}}$) do sistema será:

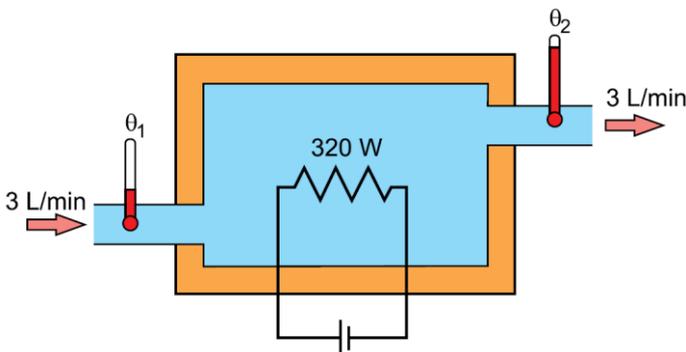
$$E_{\text{cin Fin}} = \frac{2m \cdot v'^2}{2} = m \cdot v'^2,$$

em que substituindo o resultado (4) nos fornece:

$$\begin{aligned} E_{\text{cin Fin}} &= m \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ E_{\text{cin Fin}} &= 2 \text{ J} \end{aligned}$$

QUESTÃO 13

A figura representa um calorímetro de fluxo, cuja função é medir o calor específico de determinado líquido de densidade 800 kg/m^3 . Esse líquido flui pelo aparelho com uma vazão constante de 3 L/min , entra à temperatura $\theta_1 = 25^\circ\text{C}$ e sai à temperatura $\theta_2 = 30^\circ\text{C}$, depois de ter sido aquecido por um aquecedor de potência constante de 320 W .



Considere que todo calor fornecido pelo aquecedor seja absorvido pelo líquido.

a) Calcule a energia térmica, em J, dissipada pelo aquecedor, necessária para aquecer 6 L do líquido.

b) Determine o calor específico do líquido, em $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

Resolução

a) Como a vazão é $Z = 3 \text{ L/min}$, para que escoe o volume $\Delta V = 6 \text{ L}$ é necessário um intervalo de tempo

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{Z} = \frac{6 \text{ L}}{3 \text{ L/min}} = 2 \text{ min} \Rightarrow \Delta t = 120 \text{ s}.$$

A potência térmica é $P = 320 \text{ W}$, logo a quantidade Q de calor (energia térmica) dissipada pelo aquecedor é

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = P \cdot \Delta t = (320 \text{ W}) \cdot (120 \text{ s}) \Rightarrow \boxed{Q = 38.400 \text{ J}}.$$

b) A massa m de líquido presente nos 6 litros , $V = 6 \text{ L} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, que passam pelo aquecedor é de

$$m = d \cdot V = (800 \text{ kg/m}^3) \cdot (6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 4,8 \text{ kg}.$$

Assim, para a variação de temperatura

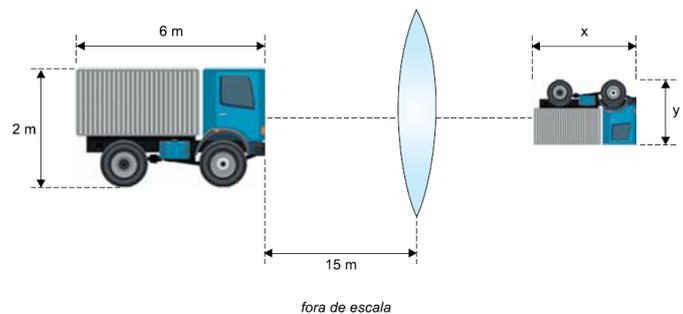
$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 30 - 25 = 5^\circ\text{C},$$

temos que

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow c = \frac{Q}{m \cdot \Delta\theta} \Rightarrow \\ c &= \frac{38.400 \text{ J}}{(4,8 \text{ kg}) \cdot (5^\circ\text{C})} \Rightarrow \\ c &= 1,6 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

QUESTÃO 14

Um caminhão de 2 m de altura e 6 m de comprimento está parado a 15 m de uma lente esférica delgada de distância focal igual a 3 m . Na figura, fora de escala, estão representados o caminhão, a lente e a imagem do caminhão conjugada pela lente.



fora de escala

Considerando válidas as condições de nitidez de Gauss, calcule, em m:

- a) a altura (y) da imagem da frente do caminhão.
- b) o comprimento (x) da imagem do caminhão.

Resolução

a) Lembrando da relação:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p},$$

sabendo que $o = 2 \text{ m}$, $f = 3 \text{ m}$ e $p = 15 \text{ m}$ são, respectivamente, o tamanho do objeto (caminhão), a abscissa do foco (distância focal) e a posição da frente do caminhão (objeto), então:

$$\begin{aligned} \frac{i}{o} &= \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{i}{2} = \frac{3}{3-15} \Rightarrow \\ i &= -0,5 \text{ m} \end{aligned}$$

O resultado negativo se deve ao fato da imagem ser invertida. Como se pede o tamanho transversal da imagem, temos:

$$\boxed{y = 0,5 \text{ m}}.$$

b) Para determinarmos o comprimento longitudinal x da imagem do caminhão, devemos calcular a posição da imagem da frente do caminhão (p'_{frente}) e da imagem da parte de trás do caminhão ($p'_{trás}$) e determinar a diferença entre ambos:

$$x = p'_{frente} - p'_{trás}.$$

Para tanto, utilizamos a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{p-f}{f \cdot p} \Rightarrow p' = \frac{f \cdot p}{p-f}.$$

Obtemos p'_{frente} substituindo $p_{frente} = 15 \text{ m}$:

$$p'_{frente} = \frac{3 \cdot 15}{15 - 3} = 3,75 \text{ m}.$$

Obtemos $p'_{trás}$ substituindo $p_{trás} = 21 \text{ m}$:

$$p'_{trás} = \frac{3 \cdot 21}{21 - 3} = 3,5 \text{ m}.$$

Portanto:

$$x = p'_{frente} - p'_{trás} = 3,75 - 3,5 \Rightarrow \boxed{x = 0,25 \text{ m}}.$$

QUESTÃO 15

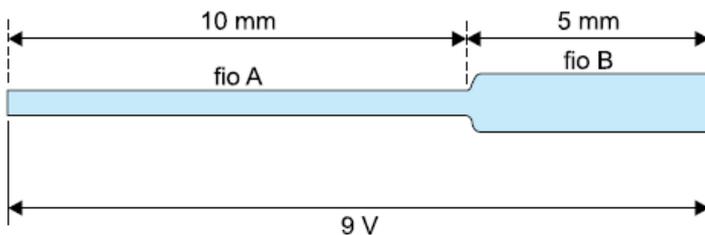
Algumas espécies de aranha tecem teias com fios de seda seca revestidos com uma solução que os deixa higroscópicos, ou seja, capazes de absorver a umidade do ar, tornando-os bons condutores elétricos. Para estudar as propriedades elétricas desses fios, um pesquisador tinha disponíveis dois deles (fio A e fio B), idênticos, e ambos originalmente com 5 mm de comprimento. Um desses fios (fio A) foi lentamente esticado até que dobrasse de comprimento, tendo sua espessura diminuída. A resistência elétrica desses dois fios, em função de seu comprimento, está registrada na tabela.

Resistência dos fios ($10^9 \Omega$)	9	19	41	63
Comprimento dos fios (mm)	5	7	9	10

a) Considerando que a condutividade desses fios se deva apenas ao revestimento aquoso de espessura uniforme ao longo de seus comprimentos e que a resistividade desses revestimentos seja constante, qual o valor da relação $\frac{S_1}{S_2}$, sendo S_1 e S_2 as áreas das

seções transversais desse revestimento quando o fio A mede 5 mm e 10 mm, respectivamente?

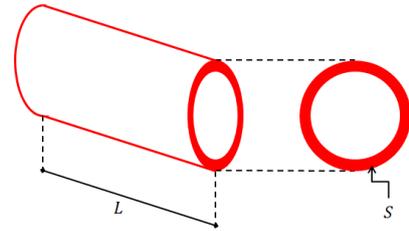
b) Em seguida, o fio A esticado e com 10 mm de comprimento foi associado em série com o fio B, com seu comprimento original de 5 mm. Essa associação foi submetida a uma diferença de potencial constante de 9 V, conforme a figura.



Calcule a potência dissipada, em watts, por essa associação.

Resolução

a) A figura abaixo mostra, à esquerda, o revestimento de umidade condutor (camada em vermelho), de comprimento L , e, à direita, sua seção transversal de área S .



A resistência elétrica R desta camada é dada por

$$R = \rho \frac{L}{S},$$

em que ρ é sua resistividade. Assim, a razão entre as resistências do fio A com comprimento $L_1 = 5 \text{ mm}$ e do fio A com comprimento $L_2 = 10 \text{ mm}$ é igual a

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \frac{L_2}{S_2}}{\rho \frac{L_1}{S_1}} = \frac{S_1 \cdot 10}{S_2 \cdot 5} = 2 \frac{S_1}{S_2}.$$

Da tabela apresentada no enunciado, vemos que $R_1 = 9 \cdot 10^9 \Omega$ e $R_2 = 63 \cdot 10^9 \Omega$, de modo que

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{63 \cdot 10^9}{9 \cdot 10^9} = 7 \Rightarrow 7 = 2 \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \boxed{\frac{S_1}{S_2} = \frac{7}{2}}.$$

b) Para a associação em série dos fios A, de comprimento 10 milímetros e $R_A = 63 \cdot 10^9 \Omega$, e B, de comprimento 5 milímetros e $R_B = 9 \cdot 10^9 \Omega$, a resistência equivalente é

$$R_{eq} = R_A + R_B = 63 \cdot 10^9 + 9 \cdot 10^9 = 72 \cdot 10^9 \Omega.$$

Quando submetida a uma diferença de potencial $U = 9 \text{ V}$, a potência dissipada nesta associação é dada por

$$P = \frac{U^2}{R_{eq}} = \frac{9^2}{72 \cdot 10^9} = \frac{81}{72 \cdot 10^9} \Rightarrow \boxed{P = \frac{9}{8} \cdot 10^{-9} \text{ W}}.$$

MATEMÁTICA

QUESTÃO 16

Em investigações forenses é possível calcular o número (n) do calçado de uma pessoa a partir do comprimento (c) da sua pegada, em centímetros, encontrada na cena de investigação. A fórmula utilizada pelos peritos é $n = \frac{5c + 28}{4}$. A imagem indica uma pegada, de comprimento 272 mm, encontrada na cena de um crime.



a) Calcule o número do calçado correspondente à pegada identificada na imagem.

b) Em outra cena criminal, peritos identificaram uma pegada correspondendo aos números de calçados de 38 a 40. Testemunhas disseram que a altura (h) da pessoa que deixou a pegada era de 1,60 m a 1,70 m.

Represente, no gráfico do campo de Resolução e Resposta, todos os pares ordenados (c,h) dos possíveis suspeitos desse crime. Considere c, n e h como variáveis reais contínuas na representação gráfica de (c,h).

FOLHA DE RESPOSTAS:



Resolução

a) A pegada identificada na imagem tem 272 mm de comprimento, ou seja, 27,2 cm.

Substituindo na fórmula indicada no enunciado, temos que:

$$n = \frac{5 \cdot 27,2 + 28}{4} \Leftrightarrow n = \frac{136 + 28}{4} \Leftrightarrow \boxed{n = 41}$$

Portanto o número do calçado dessa pegada é 41.

b) Os peritos identificaram uma pegada correspondendo aos números de calçados de 38 a 40, ou seja, $38 \leq n \leq 40$.

Substituindo $n = \frac{5c + 28}{4}$ nessa dupla desigualdade, encontramos:

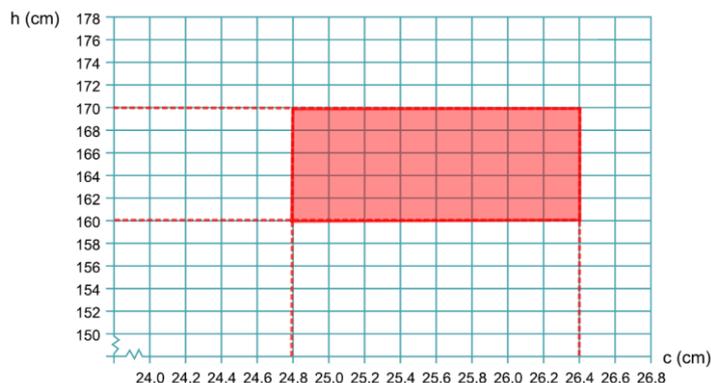
$$38 \leq \frac{5c + 28}{4} \leq 40 \Leftrightarrow 152 \leq 5c + 28 \leq 160 \Leftrightarrow 124 \leq 5c \leq 132 \Leftrightarrow$$

$$24,8 \leq c \leq 26,4$$

Portanto no eixo das abscissas do gráfico destacamos a região contínua de 24,8 cm a 26,4 cm.

Segundo o enunciado, a altura da pessoa que deixou a pegada era de 1,60 m a 1,70 m, ou seja, de 160 cm a 170 cm, então, no eixo das ordenadas do gráfico destacamos a região contínua de 160 cm a 170 cm.

Fazendo o produto cartesiano entre o intervalo encontrado para o eixo das abscissas e o intervalo encontrado para o eixo das ordenadas, obtemos um retângulo com a representação gráfica de todos os pares ordenados (c,h) possíveis, como na figura a seguir.



QUESTÃO 17

Em um jogo disputado em várias rodadas consecutivas, um jogador ganhou metade do dinheiro que tinha a cada rodada ímpar e perdeu metade do dinheiro que tinha a cada rodada par.

a) Sabendo que o jogador saiu do jogo ao término da 4ª rodada com R\$ 202,50, calcule com quanto dinheiro ele entrou na 1ª rodada do jogo.

b) Suponha que o jogador tenha entrado na 1ª rodada do jogo com R\$ 1.000,00, terminando, portanto, essa rodada com R\$ 1.500,00, e que tenha saído do jogo ao término da 20ª rodada. Utilizando $\log 2 = 0,301$, $\log 3 = 0,477$ e os dados da tabela, calcule com quanto dinheiro, aproximadamente, ele saiu do jogo.

x	Valor aproximado de 10^x
1,5	32
1,55	35
1,6	40
1,65	45
1,7	50
1,75	56
1,8	63
1,85	71

Resolução

a) Seja C a quantidade de dinheiro com que o jogador iniciou o jogo. Sabendo que a cada rodada ímpar ele aumenta em 50% o valor que tem no início da rodada, e a cada rodada par ele diminui em 50% o valor que ele tinha no início da rodada, então, após 4 rodadas (duas rodadas ímpares e duas rodadas pares), temos a situação a seguir:

$$C \cdot (1,5)^2 \cdot (0,5)^2 = 202,50 \Leftrightarrow C \cdot (1,5 \cdot 0,5)^2 = 202,50 \Leftrightarrow$$

$$C \cdot (0,75)^2 = 202,50 \Leftrightarrow C \cdot \left(\frac{9}{16}\right) = 202,50 \Leftrightarrow C = \frac{16 \cdot 202,50}{9} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{C = \text{R\$ } 360,00}$$

b) Sabendo que a quantia inicial foi de R\$ 1.000,00 e que ele saiu após a 20ª rodada, então, sabemos que ele participou de 10 rodadas ímpares e 10 rodadas pares. Logo, sendo M o montante final de dinheiro com que o jogador ficou, temos:

$$M = 1000 \cdot (1,5)^{10} \cdot (0,5)^{10} \Leftrightarrow M = 1000 \cdot (0,75)^{10} \Leftrightarrow$$

$$M = 1000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} \Leftrightarrow M = 1000 \cdot \frac{3^{10}}{2^{20}}$$

Note que, pelos dados do enunciado:

$$\log 2 = 0,301 \Rightarrow 2 = 10^{0,301}$$

$$\log 3 = 0,477 \Rightarrow 3 = 10^{0,477}$$

Substituindo na equação do montante, obtemos:

$$M = 1000 \cdot \frac{3^{10}}{2^{20}} \Leftrightarrow M = 1000 \cdot \frac{(10^{0,477})^{10}}{(10^{0,301})^{20}} \Leftrightarrow M = 10^3 \cdot \frac{10^{4,77}}{10^{6,02}} \Leftrightarrow$$

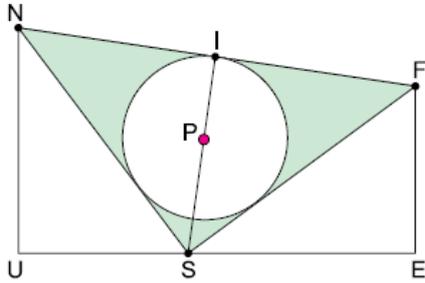
$$M = 10^{3+4,77-6,02} \Leftrightarrow M = 10^{1,75}$$

Por fim, utilizando a tabela fornecida no enunciado:

$$M = 10^{1,75} \Leftrightarrow \boxed{M = \text{R\$ } 56,00}$$

QUESTÃO 18

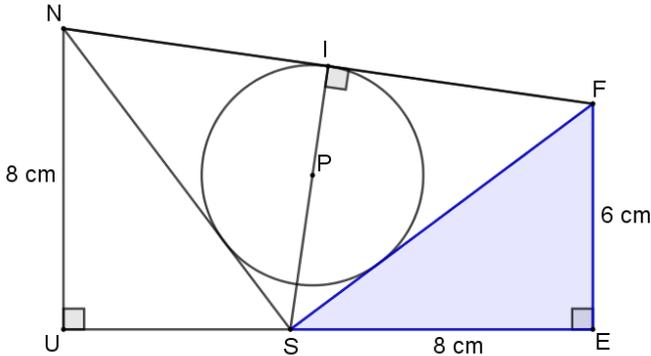
A figura representa um trapézio retângulo $UNFE$ de altura \overline{UE} e uma circunferência de centro P inscrita no triângulo SNF , com S pertencente à \overline{UE} . Sabe-se que \overline{SI} é perpendicular a \overline{NF} , que I é o ponto médio de \overline{NF} e que $UN = 8 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$ e $ES = 8 \text{ cm}$.



- a) Calcule NS e a área do trapézio $UNFE$.
b) Calcule a área da região destacada em verde na figura.

Resolução

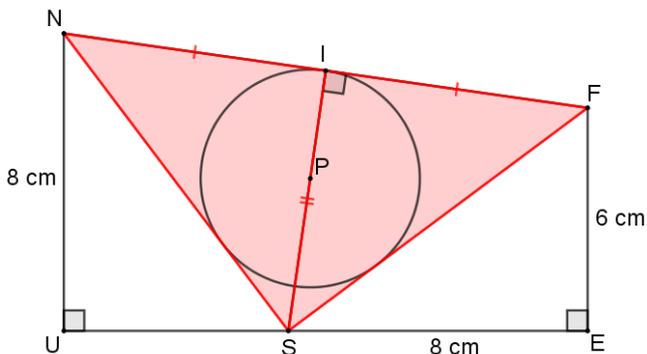
- a) Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo FES ,



$$(FS)^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow FS = 10 \text{ cm}$$

Como I é ponto médio de \overline{FN} , temos que $\overline{FI} \equiv \overline{IS}$. Analisando os triângulos FIS e NIS , obtemos:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{FI} \equiv \overline{IN} \\ m(\widehat{FIS}) = m(\widehat{NIS}) \\ \overline{SI} \text{ lado comum} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Caso LAL} \\ \Rightarrow \Delta FIS \equiv \Delta NIS \end{array}$$



Portanto, pela congruência, encontramos que $\boxed{NS = FS = 10 \text{ cm}}$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo UNS , concluímos que

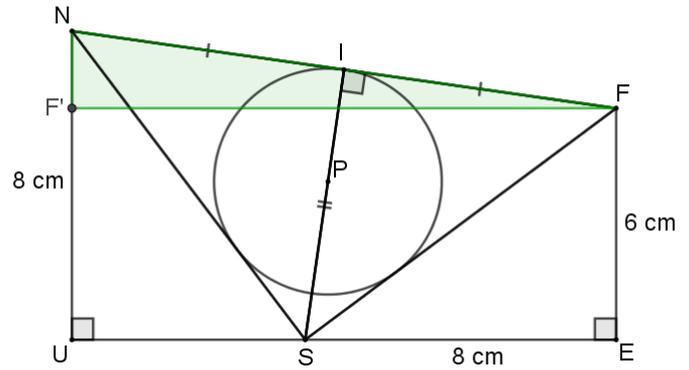
$$(US)^2 = 10^2 - 8^2 \Rightarrow US = 6 \text{ cm}$$

Assim, a altura \overline{UE} mede $6 + 8 = 14 \text{ cm}$.

Portanto, a área do trapézio $UNFE$ é

$$\frac{(8+6) \cdot 14}{2} = 14 \cdot 7 = \boxed{98 \text{ cm}^2}.$$

- b) Seja F' a projeção ortogonal do ponto F sobre o lado \overline{NU} .



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo NFF' , obtemos:

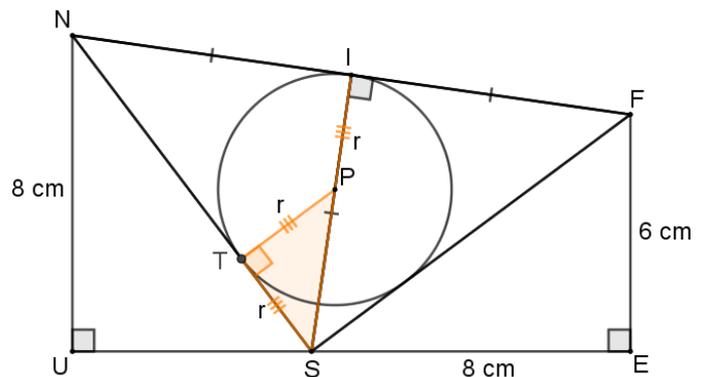
$$(NF)^2 = 14^2 + 2^2 \Leftrightarrow (NF)^2 = 200.$$

Como $NF > 0$, então $NF = 10\sqrt{2} \text{ cm}$, ou seja, $NI = FI = 5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Aplicando novamente o teorema de Pitágoras, agora no triângulo NIS , concluímos que \overline{SI} também mede $5\sqrt{2} \text{ cm}$, ou seja, os triângulos NIS e FIS são retângulos e isósceles.

Seja T o ponto de tangência entre a circunferência e \overline{NS} . Observe que o triângulo PTS deve ser semelhante ao triângulo NIS , então é retângulo e isósceles cujos catetos medem r , tal que r é o raio da circunferência.

Como $SI = 5\sqrt{2} \text{ cm}$, então $PS = 5\sqrt{2} - r$.



Pelo teorema de Pitágoras no triângulo PTS , obtemos:

$$(5\sqrt{2} - r)^2 = r^2 + r^2 \Leftrightarrow (5\sqrt{2} - r)^2 = 2r^2.$$

Ou seja,

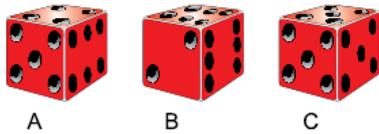
$$5\sqrt{2} - r = r\sqrt{2} \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \Leftrightarrow r = 10 - 5\sqrt{2} \Leftrightarrow r = 5(2 - \sqrt{2}) \text{ cm}.$$

A área destacada na figura é a diferença entre as áreas do triângulo NSF e do círculo, portanto:

$$A_{\text{destacada}} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2}}{2} - \pi \cdot (5(2 - \sqrt{2}))^2 = \boxed{50 - 25\pi(2 - \sqrt{2})^2 \text{ cm}^2}$$

QUESTÃO 19

A imagem ilustra três dados, A, B e C. O dado A é convencional, o dado B tem duas faces numeradas com 2 e quatro faces numeradas com 6, e o dado C possui as seis faces numeradas com 5. As faces de cada dado são equiprováveis.



- a) Calcule a probabilidade de que a soma dos números obtidos em um lançamento dos três dados seja múltiplo de 3.
b) Considere que dois dos três dados sejam sorteados ao acaso e que, em seguida, os dados sorteados sejam lançados ao acaso. Qual a probabilidade de que a soma dos números obtidos no lançamento seja um múltiplo de três?

Resolução

a) Como o dado C só tem faces com o número 5, vamos analisar as opções para os outros dois dados, para que o resultado da soma seja múltiplo de 3:

- sai o número 2 no dado B: no dado A podem sair o 2 ou o 5;
- sai o número 6 no dado B: no dado A podem sair o 1 ou o 4.

Assim, as possíveis triplas ordenadas cuja soma é múltiplo de 3, com suas respectivas probabilidades individuais, são:

A	B	C	Probabilidade
2	2	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{18}$
5	2	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{18}$
1	6	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{9}$
4	6	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{9}$

Assim, a probabilidade p pedida é dada por:

$$p = 2 \cdot \frac{1}{18} + 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1+2}{9} = \frac{3}{9} \Leftrightarrow p = \frac{1}{3}$$

b) Vamos analisar separadamente cada par de dados:

(I) par de dados A e B:

A	B	Probabilidade
2	2	$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{18}$
4	2	$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{18}$
3	6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{9}$
6	6	$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{9}$

(II) par de dados A e C:

A	C	Probabilidade
1	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{6}$
4	5	$\frac{1}{6} \cdot \frac{6}{6} = \frac{1}{6}$

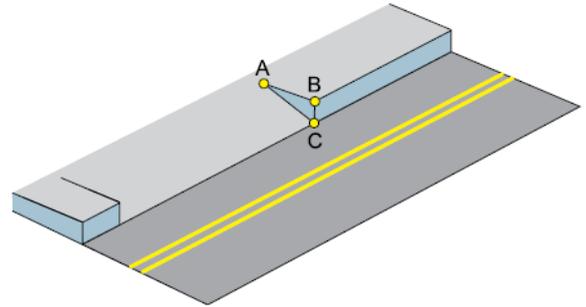
(III) par de dados B e C: aqui nenhuma das duas opções (2+5 ou 6+5) dá resultado múltiplo de 3.

Portanto, sendo de $\frac{1}{3}$ a probabilidade para cada par de dados (A e B, A e C, B e C), temos que a probabilidade p pedida é dada por:

$$p = \frac{1}{3} \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{18} + 2 \cdot \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + 0 \Leftrightarrow p = \frac{2}{9}$$

QUESTÃO 20

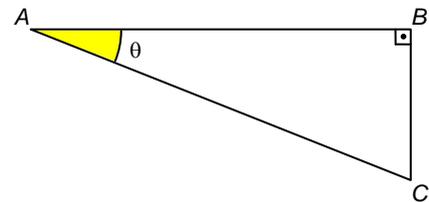
De acordo com a norma brasileira de regulamentação de acessibilidade, o rebaixamento de calçadas para travessia de pedestres deve ter inclinação constante e não superior a 8,33% (1:12) em relação à horizontal. Observe o seguinte projeto de rebaixamento de uma calçada cuja guia tem altura $BC = 10$ cm.



- a) Calcule a medida de \overline{AB} na situação limite da regulamentação.
b) Calcule o comprimento de \overline{AC} na situação em que a inclinação da rampa é de 5%. Deixe a resposta final com raiz quadrada.

Resolução

Considerando $\overline{BC} \perp \overline{AB}$, seja θ a medida do ângulo BAC :



A inclinação mencionada no enunciado corresponde à tangente do ângulo BAC . Assim, temos que:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{BC}{AB} \Leftrightarrow AB = \frac{BC}{\operatorname{tg} \theta}$$

a) Sendo $BC = 10$ cm, para a situação limite da regulamentação ($\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{12}$) temos que:

$$AB = \frac{BC}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{10}{\frac{1}{12}} \Leftrightarrow \boxed{AB = 120 \text{ cm}}$$

b) Sendo $BC = 10$ cm, para a inclinação de 5% ($\operatorname{tg} \theta = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$) temos que:

$$AB = \frac{BC}{\operatorname{tg} \theta} = \frac{10}{\frac{1}{20}} \Leftrightarrow AB = 200 \text{ cm}$$

Como o triângulo ABC é retângulo em B , pelo teorema de Pitágoras segue que:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{200^2 + 10^2} = \sqrt{40000 + 100} = \sqrt{40100} \Leftrightarrow \boxed{AC = 10\sqrt{401} \text{ cm}}$$

Equipe desta resolução

Biologia

Marcelo Fernando Nogueira de Castro

Victor Toni Lourenço

Física

Danilo José de Lima

Matheus Veronez

Matemática

Felipe Eboli Sotorilli

Gabriela Vicentini de Oliveira

Fabiano Gonçalves Lopes

Química

Anderson Alexandre dos Santos

Renan Pimentel de Souza

Digitação e Diagramação

Eduardo Hideki Kobaiacy

Rodrigo Dutra

Revisão e Publicação

Daniel Simões Santos Cecílio

Danilo José de Lima

Fabiano Gonçalves Lopes

Felipe Eboli Sotorilli