

FEZ

**ELITE**  
**PRÉ-VESTIBULAR**  
**c a m p i n a s**

**Aprovou!**

*Elite Resolve*

**UNESP 2011**

**2ª fase**

**Ciências Humanas**  
**Ciências da Natureza**  
**e Matemática**

**[www.elitecampinas.com.br](http://www.elitecampinas.com.br)**

os melhores **gabaritos** da internet

## CIÊNCIAS HUMANAS

### QUESTÃO 01

Um autor do século VI assim descreveu o rei Átila, que, comandando os hunos, chegou às portas de Roma:

*Homem vindo ao mundo em um entrechoque de raças, terror de todos os países, não sei como ele semeava tanto pavor, a não ser pela ligação que se fazia de sua pessoa com um sentimento de terror. Tinha um porte altivo e um olhar singularmente móvel, se bem que cada um de seus movimentos traduzisse o orgulho de seu poder. (...) sua pequena-estatura, seu peito largo, sua cabeça grande, seus olhos minúsculos, sua barba rala, sua cabeleira eriçada, seu nariz muito curto, sua tez escura, eram sinais de suas origens.*

(Jordanes. *Getica* XXXV (c. 551), citado por Jaime Pinsky (org.). *O modo de produção feudal*, 1982.)

Ao representar Átila, que imagem dos bárbaros o autor transmite?

### Resolução

Na antiguidade era comum o uso do termo bárbaro para se referir a estrangeiros. No caso romano, portanto, bárbaro era qualquer povo que habitava territórios além das fronteiras romanas. Os hunos (povo originalmente asiático, mas que nesse momento já estendia seus domínios até o norte da Europa), em paralelo aos povos germânicos (também chamados de bárbaros pelos romanos), invadiram áreas do Império Romano do Ocidente, que já se encontrava em crise naquele momento. A imagem divulgada pelos romanos sobre esses povos era extremamente degenerativa, sendo eles caracterizados como povos de pouco saber e cultura inferior, violentos como animais ferozes, e sempre associados ao “terror”. É por esse motivo que o autor romano do texto se surpreende ao se deparar com o líder huno Átila, que, ao seu ver, era “altivo”, de boa postura, inclusive demonstrando certo orgulho do seu poder através dela.

Átila foi o mais famoso líder dos hunos. Sob sua liderança e também graças às suas habilidades de comando, os hunos obtiveram relevantes conquistas, inclusive sobre o Império Romano do Ocidente. Sua morte ocorreu exatamente no momento em que se preparava para atacar também a parte Oriental do Império.

### QUESTÃO 02



(Claude Monet. *Impression, soleil levant* (1873). Musée Marmottan, Paris. Extraído de <http://www.ibiblio.org/wm/paint/glo/impressionism>)

O Impressionismo foi um dos movimentos artísticos mais significativos do século XIX. Indique uma característica da pintura impressionista, presente na tela, e o motivo pelo qual se afirma que ela rompeu com a pintura realista.

### Resolução

O Impressionismo foi um movimento artístico que floresceu na França na segunda metade do século XIX. O período é marcado pelo advento da fotografia, que, capaz de representar de forma exata um instante da realidade, causou um grande impacto principalmente em relação à função social da arte pictórica, ou “realista”, ameaçada em sua importância. Já não havia mais sentido, por exemplo, em posar para um pintor para possuir um retrato de si mesmo. É neste contexto que o Impressionismo se preocupará menos em se utilizar de técnicas para criar uma representação fiel da realidade, e mais em buscar recriar com precisão a sensação e a experiência visual de um momento, ou seja, uma impressão. Assim, o pintor impressionista não mistura cores de tinta, ele compõe a cor que deseja através de pequenas pinceladas

de cores puras diferentes, uma ao lado da outra. Quem faz a mistura é próprio olho do observador quando observa o quadro, como acontece na natureza. Não há uso de linha, pois a linha é uma abstração inventada para representar: o impressionista se concentrará na composição de cor e na incidência da luz, e muitas vezes explorará o mesmo tema em diversos momentos de luz diferentes. Estas características estão presentes de forma marcante na obra de Claude Monet, *Impression, soleil levant*, considerada inclusive o marco inicial do Impressionismo francês.

### QUESTÃO 03

*Em 1922, Ele marcha sobre Roma. Ele é a Itália em movimento. A Revolução prossegue. Depois de meio século de letargia, a nação cria seu próprio regime. Surge o Estado dos italianos. Seu poder manifesta-se. Suas virtudes vêm à tona. Seu império está em formação. Esse grande renascimento (...) terá o nome Dele. Em todo o mundo se inaugura um século italiano: o século de Mussolini.*

(Augusto Turati (1928), citado por Donald Sassoon. *Mussolini e a ascensão do fascismo*, 2009.)

O perfil de Benito Mussolini foi escrito em 1928 e mostra algumas características do fascismo italiano. Identifique, a partir do documento, como esse perfil de Mussolini, traçado pelo autor do texto, caracteriza a ideologia fascista e se opõe aos princípios políticos democráticos.

### Resolução

O fascismo, ideologia totalitária importantíssima no panorama político geral do século XX, inicia-se na Itália, nos anos 1920. As características principais da ideologia fascista presentes no texto são:

1) **o nacionalismo exacerbado**, ou seja, a valorização extrema da nação, identificada com a existência de um povo, no caso os “italianos” do texto;

2) **o expansionismo**, nítido em trechos como “*seu [dos italianos] império está em formação*” e “*em todo o mundo se inaugura um século italiano*”. O expansionismo se sustenta em torno da ideia da necessidade de conquista territorial por parte do Estado fascista, sempre dentro da lógica de que esse Estado deve fazê-lo por ser merecedor desse poder, uma vez que seu povo é mais capaz e melhor que os outros.

3) Por fim, e essencial no documento citado, há a importância nevrálgica da união do povo em torno de uma liderança carismática, que se associa de tal maneira ao Estado que se torna o próprio (**personalismo**). Assim, o Estado fascista italiano é Mussolini, e Mussolini ascende a um patamar sobre-humano: referências a ele são grafadas em letras maiúsculas, ele é “a Itália em movimento” e “o século italiano” é “o século de Mussolini”.

A contraposição do fascismo aos princípios democráticos é nítida. No fascismo, a política só existe dentro do Estado, que é monopolizado pelo líder e seu partido, partindo-se também do pressuposto de que deve existir união total do povo em torno desse líder e desse partido. São princípios democráticos básicos a necessidade do espaço de debate, a co-existência de indivíduos com pontos de vista diferentes e a participação destes nos espaços políticos em geral. No fascismo, várias formas de liberdades individuais são anuladas, como: a liberdade de expressão, a liberdade de manifestação, a liberdade partidária e a sindical (já que os sindicatos eram também controlados pelo Estado, caracterizando o corporativismo).

### QUESTÃO 04

A década de 1930 no Brasil é normalmente associada ao varguismo. Além da liderança de Getúlio Vargas, o período também apresentou forte radicalização política. Como podemos associar tal fenômeno ao panorama internacional de então? Cite dois exemplos de agrupamentos políticos radicais atuantes no Brasil dos anos 30 e algumas de suas principais propostas.

### Resolução

Vargas assume o poder através de um golpe de Estado, conhecido como “Revolução de 30”, estabelecendo um governo provisório até que fosse promulgada uma nova Constituição e fosse realizada uma eleição de acordo com as novas regras estabelecidas por ela. Tanto a promulgação da Constituição como as eleições presidenciais ocorreram somente em 1934, e o próprio Vargas se candidatou e foi eleito, começando assim seu período de governo constitucional (que durou até 1937).

Nesse momento, ocorreu um rearranjo partidário no Brasil, seguindo a tendência de polarização que assolava a Europa naquele momento.

Apresentando características do fascismo italiano, surge no Brasil a AIB (Ação Integralista Brasileira). Tal agrupamento político teve suas

origens no Movimento Verde-Amarelista, vertente do modernismo, que defendeu o extremo nacionalismo nas artes e na sociedade. Tendo como líder o escritor Plínio Salgado, seguia o lema “Deus, pátria e família”, demonstrando suas características nacionalistas, moralistas e conservadoras. Rejeitavam os conceitos Marxistas, como o de “luta de classes”, pregando a união de todos (trabalhadores e patrões) em prol do progresso da nação dentro do modelo capitalista.

No campo da esquerda, formou-se a ALN (Aliança Nacional Libertadora) que reunia setores anti-fascistas, como liberais, mas principalmente o Partido Comunista, que nesse momento contava com a liderança de Luís Carlos Prestes. Os comunistas abominavam a desigualdade social que, para eles, é consequência da propriedade privada dos meios de produção. Assim, pretendiam uma revolução inspirada no movimento que aconteceu na Rússia.

Por sua afinidade com o regime russo, a ANL foi considerada ilegal e caçada já em 1935. Já os integralistas atuaram até 1938, quando, após tentarem dar um golpe contra o governo Vargas, foram também perseguidos.

**QUESTÃO 05**

**Mortalidade infantil**

(Dados de 2002 que computam a morte no primeiro ano de vida)



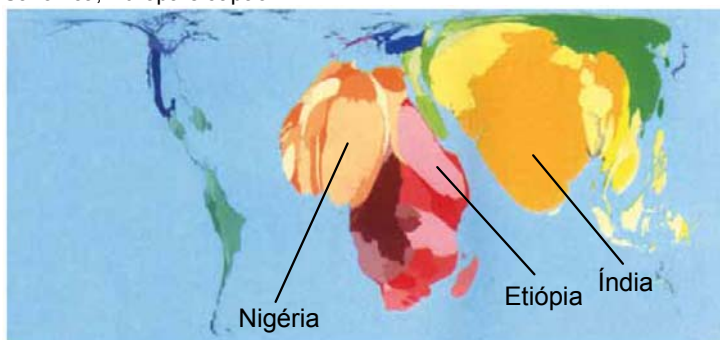
(www.worldmapper.org)

Explique essa representação cartográfica e mencione dois exemplos de regiões geográficas mundiais com maiores e dois com menores taxas de mortalidade infantil.

**Resolução**

Esta representação cartográfica é uma anamorfose (do grego: transformação), ganha este nome por representar temas geográficos, alterando as formas e tamanhos dos países de acordo com o tema escolhido, que no caso em questão é o índice de Mortalidade Infantil.

Podemos notar no mapa que as duas regiões com maiores índices de mortalidade infantil são a África Subsaariana e o sul – sudeste da Ásia, uma vez que estas regiões estão aumentadas no mapa. Em destaque podemos observar os grandes índices de Nigéria, Etiópia e Índia. O mapa traz ainda áreas com baixíssimos índices de mortalidade infantil, por exemplo, podemos citar a América Anglo-Saxônica, Europa e Japão.



Evidentemente estas diferenças nos índices são explicadas pelo nível de desenvolvimento humano e econômico das diferentes regiões, que podem ser vistos através dos investimentos sociais, da qualidade da infra-estrutura sanitária, urbanística e médico-hospitalar destas nações.

**QUESTÃO 06**

Observe a figura composta a partir de diversas imagens de satélite, que mostram o mundo à noite.



(Al Gore. *Uma verdade inconveniente*, 2006. Adaptado.)

**Legenda**

- Incêndios
- Labaredas de gás nos campos petrolíferos
- Frotas de navios pesqueiros
- Luzes das cidades

A partir da figura, identifique quatro ações humanas no espaço terrestre, indicando as regiões afetadas.

**Resolução**

Vamos listar as quatro ações antrópicas pedidas:

1. Incêndios em regiões de savanas e florestas tropicais, vistos no mapa em destaque sobre as regiões centrais de Brasil e África. São normalmente associadas ao desmatamento voltado para a expansão da fronteira agrícola e pecuária. Tal fato causa grandes problemas ambientais atmosféricos, como a liberação de gases estufa, contribuindo para a intensificação do efeito estufa global.
2. Exploração de petróleo destacados no mapa a partir da região do Oriente Médio e Rússia. Na extração e no refino do petróleo, a queima do gás libera gases estufa que afetam a atmosfera global agravando o problema do aquecimento global.
3. Pesca marítima, com destaque no mapa para China e Japão, os dois maiores países pesqueiros do planeta, causam impacto por consequência da pesca predatória sobre o bioma marinho global, colocando em risco de extinção algumas espécies, além de poluírem os oceanos com o despejo de diesel combustível nas águas oceânicas.
4. Intensificação dos processo de urbanização nos países ricos como os Estados Unidos, Japão e Países Europeus. Este processo, ampliado a partir do século XIX, causou diversos impactos sobre o espaço, como exemplo podemos citar o desmatamento, impermeabilização do solo, contaminação de mananciais, entre outros.

**QUESTÃO 07**

O mapa espacializa a área do Golfo do México.



(Maria E. M. Simielli. *Geoatlas*, 2009. Adaptado.)

Cite o evento que ocorreu em abril de 2010 e trouxe problemas ambientais sem precedentes na região do Golfo do México. Apresente três consequências resultantes deste fato.

**Resolução**

O acidente ocorrido em Abril de 2010 refere-se à explosão e afundamento da plataforma "Deepwater Horizon" operada pela empresa British Petroleum (BP), o qual foi considerado o maior acidente ambiental na extração de petróleo dos Estados Unidos, trazendo como consequências a poluição do ambiente marinho, a perda de inúmeras espécies, a contaminação das praias, além de causar enormes prejuízos econômicos e instabilidade no preço do barril de petróleo.

**QUESTÃO 08**

No mapa está representada, em verde, uma formação vegetal.



(Maria E. M. Simielli. *Geoatlas*, 2009. Adaptado.)

Identifique-a e mencione três características da mesma.

**Resolução**

As áreas em destaque no mapa equivalem aos espaços ocupados pela Vegetação Mediterrânea. Esta possui as seguintes características:

- Vegetação que apresenta três substratos – arbóreo, arbustivo e herbáceo.
- Adaptação a invernos úmidos e verões quentes e secos, desenvolvendo troncos largos e poucas folhas.
- Formada por Maquis (vegetação presente em solos siliciosos e arenosos) e Garrigues (vegetação formada em solos calcários).
- Apresenta alguns tipos de cactáceas durante o verão.

**QUESTÃO 09**

*E a verdade, o que será? A filosofia busca a verdade, mas não possui o significado e substância da verdade única. Para nós, a verdade não é estática e definitiva, mas movimento incessante, que penetra no infinito. No mundo, a verdade está em conflito perpétuo. A filosofia leva esse conflito ao extremo, porém o despe de violência. Em suas relações com tudo quanto existe, o filósofo vê a verdade revelar-se a seus olhos, graças ao intercâmbio com outros pensadores e ao processo que o torna transparente a si mesmo. Eis porque a filosofia não se transforma em credo. Está em contínuo combate consigo mesma.*

(Karl Jaspers, 1971.)

Com base no texto, responda se a verdade filosófica pretende ser absoluta, justificando sua resposta com uma passagem do texto citado. Ainda de acordo com o fragmento, explique como podemos compreender os conflitos entre filosofia e religião e cite o principal movimento filosófico ocidental do período moderno que se caracterizou pelos conflitos com a religião.

**Resolução**

A Filosofia, sendo uma ciência, tem como objetivo a busca pela verdade, mas não possui a pretensão de atingir a verdade única e absoluta. Além disso, Jaspers deixa claro que a Filosofia aceita contribuições e interpretações de outras áreas do conhecimento. No texto, o autor defende essa tese em diversos momentos: “A filosofia busca a verdade, mas não possui o significado e substância da verdade única.”; “a verdade não é estática e definitiva, mas movimento incessante.”; “a verdade está em conflito perpétuo.”; “o filósofo vê a verdade revelar-se a seus olhos, graças ao intercâmbio com outros pensadores.”; “[a filosofia] Está em contínuo combate consigo mesma.”.

O pensamento religioso, por sua vez, é marcado pela existência, ainda que em último termo, de verdades não passíveis de questionamento, mudanças e discussão. Essa diferença entre o pensamento religioso e o filosófico (definido por Jaspers) explica, em grande parte, os conflitos entre ambos.

No mundo grego da antiguidade (local de origem da Filosofia ocidental), tentativas de explicações científicas conviviam paralelamente com as explicações míticas divulgadas pelas crenças politeístas do período. Já na Idade Média europeia, marcada pela intensa religiosidade católica, a Filosofia será fortemente marcada por essa instituição. Prova disso, é que os principais nomes do período estão ligados à Igreja: Santo Agostinho e São Tomás de Aquino.

O Renascimento resgata e tenta dar continuidade aos padrões clássicos, pois apesar de religiosos católicos, seus representantes buscavam explicações calcadas na racionalidade para fenômenos naturais e sociais. Após a reação da Igreja Católica (Contra-reforma), que limitou a atuação dos renascentistas, outro movimento, já no século XVIII, resgatou o racionalismo, e isso aconteceu de forma até mais intensa: o **Iluminismo**. Esse movimento rejeitou qualquer convívio entre ciência e religião, enfatizando a prática científica livre de qualquer preceito, crença, dogma ou influência da Igreja. Essa tendência ainda predomina em nossa sociedade e teve seu apogeu no filósofo Nietzsche, conhecido como “o homem que matou Deus”.

**QUESTÃO 10**

*Em troca dos artigos que enriquecem sua vida, os indivíduos vendem não só seu trabalho, mas também seu tempo livre. As pessoas residem em concentrações habitacionais e possuem automóveis particulares com os quais já não podem escapar para um mundo diferente. Têm gigantescas geladeiras repletas de alimentos congelados. Têm dúzias de jornais e revistas que esposam os mesmos ideais. Dispõem de inúmeras opções e inúmeros inventos que são todos da mesma espécie, que as mantêm ocupadas e distraem sua atenção do verdadeiro problema, que é a consciência de que poderiam trabalhar menos e determinar suas próprias necessidades e satisfações.*

(Herbert Marcuse, filósofo alemão, 1955.)

Caracterize a noção de liberdade presente no texto de Marcuse, considerando a relação estabelecida pelo autor entre liberdade, progresso técnico e sociedade de consumo.

**Resolução**

A noção de liberdade que o texto aborda vai de encontro com a ideia de inconsciência e alienação gerada pelo atual sistema econômico, o capitalismo. O texto traz o conceito de que a liberdade somente seria obtida a partir do momento em que os seres humanos mudassem sua forma de ver o mundo material, e passassem então a criar por si mesmos seus parâmetros de necessidades e satisfações.

Para Marcuse, o desenvolvimento descontrolado da tecnologia, o progresso técnico-científico e a sociedade do consumo são os grandes alçozes da liberdade humana, pois as pessoas vendem seu trabalho e seu tempo livre em troca da obtenção de bens materiais, cuja necessidade não é determinada por cada indivíduo livremente, mas estabelecida por certo padrão de consumo alheio à vontade do indivíduo.

**QUESTÃO 11**

*O Iluminismo é a saída do homem de um estado de menoridade que deve ser imputado a ele próprio. Menoridade é a incapacidade de servir-se do próprio intelecto sem a guia de outro. Imputável a si próprios é esta menoridade se a causa dela não depende de um defeito da inteligência, mas da falta de decisão e da coragem de servir-se do próprio intelecto sem ser guiado por outro. Sapere aude! Tem a coragem de servires de tua própria inteligência!*

(Immanuel Kant, 1784.)

Esse texto do filósofo Kant é considerado uma das mais sintéticas e adequadas definições acerca do Iluminismo. Justifique essa importância comentando o significado do termo “menoridade”, bem como os fatores sociais que produzem essa condição, no campo da religião e da política.

**Resolução**

Kant define a menoridade como a “incapacidade de servir-se do próprio intelecto sem a guia de outro”, ou seja, incapacidade de pensar a partir de sua própria compreensão e de seus questionamentos sem ser influenciado ou guiado por quem lhe diga o que deve ser feito, e afirma que ela é um estado que o homem mesmo criou e do qual ele saiu no Iluminismo. Ele se refere à libertação do pensamento humano das amarras impostas pelo pensamento religioso, calcado em dogmas e verdades inquestionáveis. Este projeto de libertação foi levado à cabo radicalmente pelo Iluminismo, que surge em contraposição à ideologia do Antigo Regime, caracterizado pelo controle político total do Estado (centrado na figura do rei), pela rígida hierarquização social e pela grande importância da Igreja, todos justificados através do pensamento religioso. O Iluminismo defenderá as liberdades individuais (como a de expressão e manifestação) e as formas participativas de poder como importantes ferramentas para o embate contra a condição de menoridade definida por Kant.

**QUESTÃO 12**

Três maneiras há de preservar a posse de Estados acostumados a serem governados por leis próprias; primeiro, devastá-los; segundo, morar neles; terceiro, permitir que vivam com suas leis, arrancando um tributo e formando um governo de poucas pessoas, que permaneçam amigas. Sucede que, na verdade, a garantia mais segura da posse é a ruína. Os que se tornam senhores de cidades livres por tradição, e não as destroem, serão destruídos por elas. Essas cidades costumam ter por bandeira, em suas rebeliões, tanto a liberdade quanto suas antigas leis, jamais esquecidas, nem com o passar do tempo, nem por influência dos favores que receberam.

Por mais que se faça, e sejam quais forem os cuidados, sem promover desavença e desagregação entre os habitantes, continuarão eles a reordar aqueles princípios e a estes irão recorrer em quaisquer oportunidades e situações.

(Nicolau Maquiavel. Publicado originalmente em 1513. Adaptado.)

Partindo de uma definição de moralidade como conjunto de regras de conduta humana que se pretendem válidas em termos absolutos, responda se o pensamento de Maquiavel é compatível com a moralidade cristã. Justifique sua resposta, comentando o teor prático ou pragmático do pensamento desse filósofo.

**Resolução**

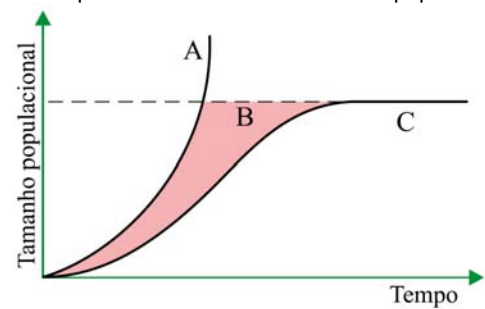
Tendo como referência tal definição de moralidade, podemos observar que a sociedade ocidental é fortemente influenciada pela moral cristã que prega valores como: a compaixão, a solidariedade e o altruísmo. Diante disso, concluímos que os preceitos maquiavélicos fogem a essa moralidade, já que, conforme exemplifica o texto do enunciado, incentiva a destruição, ruína e devastação como formas de se garantir o domínio de um povo sobre outro.

A obra "O Príncipe" de Maquiavel constitui um manual prático de política moderna, ou seja, é um conjunto de observações do autor sobre como um governante deve atingir e manter seu poder.

Segundo ele, todos os meios (morais ou não) são válidos para a tomada e manutenção do poder político, daí a máxima maquiavélica: "os fins justificam os meios" (frase nunca registrada pelo autor em alguma obra, mas atribuída a ele). Assim, Maquiavel, que viveu no contexto renascentista, estabelece uma oposição entre moralidade cristã e prática política, apontando que a política tem sua ética própria, na qual ações religiosas nem sempre trazem bons resultados e, portanto, devem ser flexibilizadas e racionalizadas.

Vale notar, que o uso prático dos conselhos de Maquiavel dizem respeito a Política de Estado e não sobre qualquer relação social do dia-a-dia, entretanto seus conselhos hoje são adotados em vários estudos sobre liderança e marketing.

Curva de potencial biótico e crescimento populacional



Cada um dos textos I e II relaciona-se a uma das letras do gráfico, A, B ou C. Indique a que letras correspondem os textos I e II e justifique essa correlação. Para fazer jus à conclusão do texto III, uma das linhas do gráfico deveria ser modificada. Faça na figura reproduzida no espaço para a resposta, a modificação sugerida pelo texto III e justifique o porquê dessa modificação.

**Resolução**

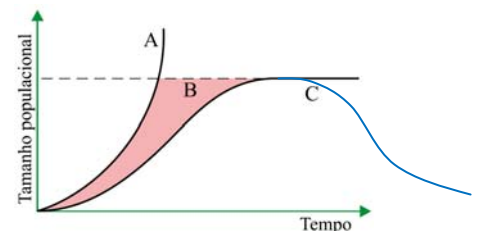
O texto I se refere aos limites impostos pelo ambiente ao crescimento da população humana. Ele enfatiza a finitude dos recursos necessários à sobrevivência da nossa espécie e mostra que a atividade econômica contribui para a depleção progressiva desses recursos.

O texto II se refere à crença de que os avanços científicos e tecnológicos poderiam expandir os limites de crescimento da população humana, diminuindo as restrições de recursos para uma população progressivamente maior. Com isso, o excerto sugere que o crescimento populacional, aliado aos avanços tecnológicos, pode ser ilimitado.

Ao observarmos o gráfico proposto, notamos uma curva (A) que implica num crescimento exponencial potencial e ilimitado para qualquer espécie. Outra curva (C) caracteriza o crescimento real, limitado pelo ambiente. A região (B) entre as curvas demonstra a diferença entre o tamanho populacional teórico (correspondente à curva A) e o crescimento real (correspondente à curva C). Logo, essa região é uma representação da chamada resistência do meio, conjunto de fatores que limita o crescimento populacional em qualquer tempo.

O candidato deve, portanto, associar o texto I com a região B da figura. O texto II deve ser associado à curva A.

Para satisfazer a conclusão do texto III, o gráfico deve ser modificado como se segue:



O texto se refere à suposta reação do planeta à presença do homem como espécie agressora, elencando uma série de calamidades que, segundo o texto, levariam à diminuição da população a partir do momento em que o tamanho da população alcança a capacidade de suporte do ambiente, caracterizada pela linha tracejada. Deve-se notar que o texto menciona a sobrevivência de alguns indivíduos com a capacidade de se reproduzir e, com isso, dar continuidade à existência de humanos no planeta. Por isso, a curva deve ser **descendente**, mas **não alcançar o eixo das abscissas** (que corresponderia a um tamanho zero para a população).

**QUESTÃO 14**

Nova esperança contra a anemia falciforme

A anemia falciforme é uma doença genética na qual a hemoglobina A, que é produzida pelo organismo após o nascimento, tem sua estrutura alterada, comprometendo sua função no transporte de oxigênio.

A cura só é possível por meio do transplante de medula óssea, um procedimento pouco realizado devido à dificuldade de encontrar doadores compatíveis.

A esperança vem da Faculdade de Ciências Farmacêuticas da UNESP de Araraquara, onde um grupo de pesquisadores está desenvolvendo um novo medicamento que aumenta a taxa de hemoglobina fetal na corrente sanguínea. A hemoglobina fetal não tem

**CIÊNCIAS DA NATUREZA E MATEMÁTICA**

**QUESTÃO 13**

Leia atentamente os três textos e analise o gráfico.

I. Pela primeira vez na história, os empresários deparam-se com limites reais de crescimento econômico e de consumo, impostos por questões relacionadas à natureza. Todo produto que chega ao consumidor, seja um carro, um tênis ou uma xícara de café, tem origem na extração ou colheita de bens da natureza. Esses bens, a água, as terras cultiváveis, as florestas, são finitos.

(Veja, 09.06.2010. Adaptado.)

II. A população mundial era de cerca de 250 milhões de habitantes no ano 1 da era cristã. Em 1999, chegou a 6 bilhões, e poderá alcançar 9 bilhões em 2050. Alguns autores consideram que a racionalidade humana e os avanços tecnológicos são capazes de resolver os problemas ambientais em uma situação de crescimento populacional. Afirmando que as taxas de mortalidade vão continuar caindo, o bem-estar vai continuar aumentando e que o crescimento populacional contribuiu para o desenvolvimento humano a longo prazo.

(opensadorselvagem.org. Adaptado.)

III. Alguns autores consideram que a espécie humana expandiu-se a tal ponto que ameaça a existência dos outros seres. Tornou-se uma praga que destrói e ameaça o equilíbrio do planeta. E a Terra reagiu. O processo de eliminação da humanidade já está em curso e vai se dar pela combinação do agravamento do efeito estufa com desastres climáticos e a escassez de recursos. "Bilhões de nós morrerão e os poucos casais férteis de pessoas que sobreviverão estarão no Ártico, onde o clima continuará tolerável", afirmam.

(opensadorselvagem.org. Adaptado.)

sua estrutura alterada, e poderia suprir as necessidades do paciente no transporte de oxigênio, contudo só é produzida em abundância pelo organismo na idade fetal. O novo medicamento induz sua produção pelo organismo, sem os efeitos colaterais de outros medicamentos já existentes.

(Jornal da UNESP, abril de 2010. Adaptado.)

A reportagem foi lida em sala de aula, e dois alunos, Marcos e Paulo, deram suas interpretações.

Segundo Marcos, o novo medicamento, além de promover a cura do paciente, permitirá que as pessoas portadoras de anemia falciforme tenham filhos normais, ou seja, a doença, até então transmitida hereditariamente, deixará de sê-lo.

Paulo discordou de Marcos e afirmou que a única possibilidade de cura continua sendo o transplante de medula óssea, situação na qual o indivíduo que recebeu o transplante, além de se apresentar curado, não corre o risco de ter filhos portadores da anemia.

Qual interpretação está errada, a de Marcos, a de Paulo, ambas, ou ambas as interpretações estão corretas? Justifique sua resposta.

**Resolução**

Ambas as interpretações estão erradas.

Marcos está equivocado ao afirmar que o medicamento curaria os pacientes de anemia falciforme. O medicamento estimula a síntese de hemoglobina fetal, o que compensaria a deficiência de transporte de oxigênio por hemácias contendo hemoglobina adulta. Dessa forma, o paciente ainda apresenta, mesmo sob a ação do medicamento, anemia falciforme. Não está, portanto, curado. Além disso, Marcos incorre em erro ao afirmar que a transmissão hereditária da anemia falciforme deixa de ocorrer, uma vez que o medicamento não altera o genótipo das células da linhagem germinativa dos pacientes, os genes mutados, que levam à produção de hemoglobina com cadeias protéicas alteradas, ainda podem ser transmitidos aos seus descendentes.

Paulo está correto ao afirmar que o transplante de medula óssea é a única possibilidade de cura. Isso porque o transplante substituirá totalmente o tecido hematopoiético do paciente e, com isso, a produção de hemoglobina ocorrerá a partir de genes que não apresentam a mutação deletéria. No entanto, Paulo incorre em erro ao desconsiderar que, mesmo após o transplante, a mutação continua presente nas células da linhagem germinativa, nas gônadas do paciente. Portanto, essa mutação poderá estar nos gametas produzidos por ele. Logo, o risco de ter filhos portadores de anemia ainda existe, mesmo para pacientes que se submetem a transplantes de medula óssea.

**QUESTÃO 15**

Em comemoração aos cinco séculos do descobrimento do País, em 21 de setembro de 2000 foi inaugurado no Horto Florestal da cidade de São Paulo o *Arboreto 500 anos*. No local foram plantadas 500 mudas de 24 espécies de árvores nativas do Brasil.

Em 2008, aos 8 anos, a área possuía exemplares com altura de até 26 metros, como o mutambo e o ingá. Nesse ano, os organizadores do *Arboreto 500 anos* resolveram calcular o sequestro de CO<sub>2</sub> pelas árvores plantadas. Para isso, calcularam o volume dos troncos, ramos, raízes e densidade da madeira das árvores do local.

Estimaram que, em oito anos, o Arboreto absorveu 60 toneladas de CO<sub>2</sub>.

Contudo, os pesquisadores acreditam que este número esteja subestimado, pois, ao longo dos oito anos de crescimento das árvores, o total de carbono sequestrado teria sido maior que aquele presente quando do cálculo do volume dos troncos, ramos e raízes. Outro importante fator deveria ter sido considerado.



Arboreto 500 anos, Parque Estadual Alberto Löfgren (Horto Florestal), São Paulo. ([www.abjica.org.br](http://www.abjica.org.br))

Que processo fisiológico permitiu às árvores o acúmulo de 60 toneladas de carbono e que fator deveria ter sido considerado no cômputo do total de carbono sequestrado pelas árvores do Arboreto ao longo dos oito anos? Justifique suas respostas.

**Resolução**

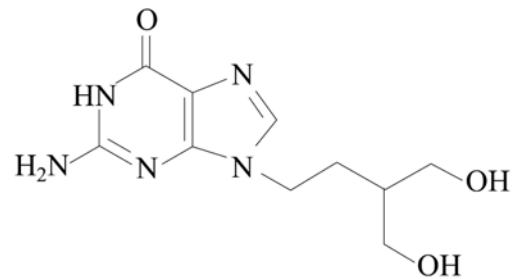
O processo responsável pela captação do carbono a partir da atmosfera é a **fotosíntese**, que, durante a chamada etapa química ou fase de escuro, reduz os carbonos captados na forma de CO<sub>2</sub>, com os hidrogênios derivados da água, em moléculas de glicose.

Parte dessa glicose é utilizada para a produção de energia através da respiração celular aeróbica, na qual a glicose é desmontada e o CO<sub>2</sub> resultante é devolvido à atmosfera. Outra parte é convertida em outras moléculas orgânicas (e.g. celulose, lignina, amido) que se tornam parte da estrutura do vegetal.

Dessa forma, a estimativa apresentada no texto, de absorção de 60 toneladas de CO<sub>2</sub>, **está subestimada pois desconsidera a fração de carbono que, embora tenha sido absorvida durante a fotosíntese, foi devolvida à atmosfera como resultado da respiração celular** para produção de energia e, portanto, não constitui o volume mensurado pelos organizadores do Arboreto 500 anos. Há, ainda, um problema na metodologia utilizada para a estimativa efetuada. Uma medida mais acurada da quantidade de carbono armazenada no vegetal deve, necessariamente, considerar, além de raízes, troncos e ramos, outros órgãos vegetais como folhas, flores, frutos e sementes.

**QUESTÃO 16**

Um paciente infectado com vírus de um tipo de herpes toma, a cada 12 horas, 1 comprimido de um medicamento que contém 125 mg do componente ativo penciclovir.



Penciclovir

Dados: Massa molar (g.mol<sup>-1</sup>): H = 1; C = 12; N = 14; O = 16.  
Constante de Avogadro: N = 6,02 × 10<sup>23</sup> mol<sup>-1</sup>.

Dê a fórmula molecular e a massa molar do penciclovir e calcule o número de moléculas desse componente que o paciente ingere por dia.

**Resolução**

A fórmula molecular do composto é **C<sub>10</sub>H<sub>15</sub>O<sub>3</sub>N<sub>5</sub>**.

A massa molar pode ser determinada usando as massas molares dos elementos, fornecidas no enunciado:

$$M = 10 \cdot 12 + 15 \cdot 1 + 3 \cdot 16 + 5 \cdot 14 \Rightarrow M = 253 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Como o paciente toma 1 comprimido a cada 12 horas, em um dia ele tomará **2 comprimidos**, o que corresponde a 250 mg. Assim, o número de moléculas que o paciente ingere por dia:

$$\begin{array}{rcl} 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas} & \frac{250 \text{ mg}}{253 \text{ g}} & \\ \times & \frac{2}{1} & \\ \hline \Rightarrow & x \approx 5,95 \cdot 10^{20} \text{ moléculas} & \end{array}$$

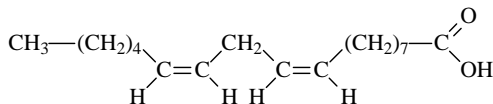
**QUESTÃO 17**

O folheto de um óleo para o corpo informa que o produto é preparado com óleo vegetal de cultivo orgânico e óleos essenciais naturais. O estudo da composição química do óleo vegetal utilizado na fabricação desse produto permitiu identificar um éster do ácido *cis,cis*-9,12-octadecadienoico como um de seus principais componentes.

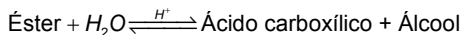
Escreva a fórmula estrutural completa do ácido *cis,cis*-9,12-octadecadienoico e indique como essa substância pode ser obtida a partir do óleo vegetal.

**Resolução**

A fórmula estrutural do ácido *cis,cis*-9,12-octadecadienoico é:

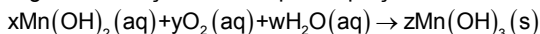


O óleo vegetal, segundo o enunciado, é um éster do ácido *cis,cis*-9,12-octadecadienoico. Assim, para a produção do ácido a partir do éster é necessária uma **hidrólise ácida**, processo inverso ao da esterificação:



**QUESTÃO 18**

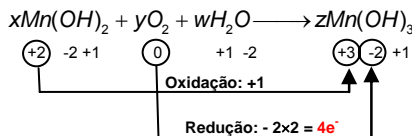
A quantidade de oxigênio dissolvido em um reservatório com 10 000 L de água foi determinada pela dosagem do hidróxido de manganês III, formado segundo a reação descrita pela equação:



Conhecidas as massas molares ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ) do  $\text{Mn}(\text{OH})_3 = 106$  e do  $\text{O}_2 = 32$ , e sabendo que o tratamento de 1 L dessa água com excesso de  $\text{Mn}(\text{OH})_2(\text{aq})$  produziu 0,103 g de  $\text{Mn}(\text{OH})_3$ , determine os coeficientes da equação e calcule a massa total, em gramas, de  $\text{O}_2$  dissolvido no reservatório de água.

**Resolução**

A determinação dos coeficientes estequiométricos poderia ser feita por oxirredução:



Como a oxidação do manganês é +1 e a redução do O é -2, ocorrendo para os 2 átomos da molécula de  $\text{O}_2$ , podemos substituir x por 4 e y por 1:



Adicionalmente, devemos observar que  $z = x = 4$ , devido ao balanço de átomos Mn e, assim, determinamos w, pelo balanço de átomos de hidrogênio e/ou oxigênio:

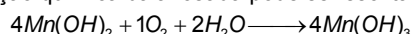
Balanço dos átomos de hidrogênio:

$$2x + 2w = 3z \Rightarrow 2 \cdot 4 + 2w = 3 \cdot 4 \Rightarrow w = 2$$

Balanço dos átomos de oxigênio:

$$2x + 2y + w = 3z \Rightarrow 2 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + w = 3 \cdot 4 \Rightarrow w = 2$$

Assim, a equação química balanceada pode ser escrita como:



E os coeficientes são:

$$x = 4; \quad y = 1; \quad w = 2; \quad z = 4$$

Também estaria correto o estudante adotar a metade destes valores, isto é:

$$x = 2; \quad y = \frac{1}{2}; \quad w = 1; \quad z = 2$$

Para cada 1L de água, temos a produção de 0,103 g de  $\text{Mn}(\text{OH})_3$ . Pode-se então calcular a massa de  $\text{O}_2$  consumida nesse processo, através da equação:

1 mol $\text{O}_2$	_____	4 mol de $\text{Mn}(\text{OH})_3$
32 g de $\text{O}_2$	_____	$4 \times 106$ g de $\text{Mn}(\text{OH})_3$
x (g de $\text{O}_2$ )	_____	0,103 g de $\text{Mn}(\text{OH})_3$

$$x = \frac{0,103 \times 32}{4 \times 106} \Rightarrow x = 7,77 \cdot 10^{-3} \text{ g de } \text{O}_2 \text{ em 1 L de água}$$

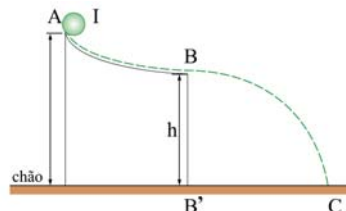
A massa de  $\text{O}_2$  presente em todo reservatório de água, ou seja, num volume de 10000L é:

$7,77 \cdot 10^{-3}$ g de $\text{O}_2$	_____	1 L
m (g de $\text{O}_2$ )	_____	10000L
$m = 10^4 \cdot 7,77 \cdot 10^{-3} \Rightarrow m = 77,7 \text{ g de } \text{O}_2 \text{ no reservatório}$		

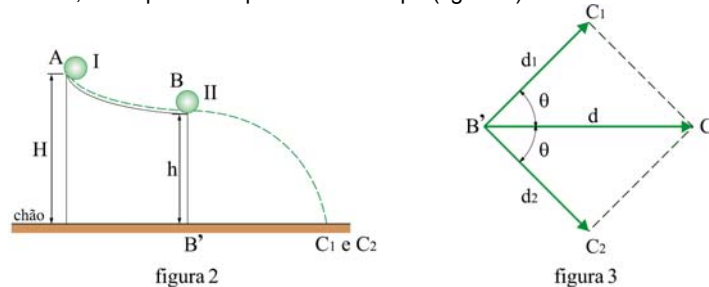
**QUESTÃO 19**

A montagem de um experimento utiliza uma pequena rampa AB para estudar colisões entre corpos. Na primeira etapa da experiência, a bolinha I é solta do ponto A, descrevendo a trajetória AB, escorregando sem sofrer atrito e com velocidade vertical nula no ponto B (figura 1).

Com o auxílio de uma folha carbono, é possível marcar o ponto exato C onde a bolinha I tocou o chão e com isto, conhecer a distância horizontal por ela percorrida (do ponto B' até o ponto C de queda no chão), finalizando a trajetória ABC.



Na segunda etapa da experiência, a bolinha I é solta da mesma forma que na primeira etapa e colide com a bolinha II, idêntica e de mesma massa, em repouso no ponto B da rampa (figura 2).



Admita que as bolinhas I e II chegam ao solo nos pontos  $C_1$  e  $C_2$ , percorrendo distâncias horizontais de mesmo valor ( $d_1 = d_2$ ), conforme a figura 3.

Sabendo que  $H = 1$  m;  $h = 0,6$  m e  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , determine as velocidades horizontais da bolinha I ao chegar ao chão na primeira e na segunda etapa da experiência.

**Resolução**

(I) Na primeira situação, a energia cinética da bolinha no ponto B pode ser calculada pela conservação da energia mecânica:

$$E_{\text{mec A}} = E_{\text{mec B}}$$

Adotando o ponto B com energia potencial nula, temos:

$$E_{\text{pot A}} + E_{\text{cin A}} = E_{\text{pot B}} + E_{\text{cin B}} \Rightarrow m \cdot g \cdot (H - h) = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,4} \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

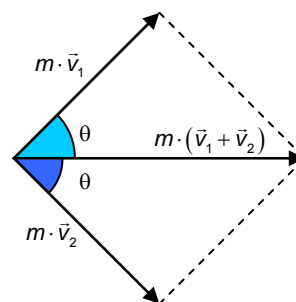
(II) Na segunda situação, numa colisão oblíqua entre as duas bolinhas, podemos ver que a velocidade das duas bolinhas após a colisão serão iguais (veja figura) de módulo  $v_1$ , uma vez que ambas as esferas saem formando um ângulo  $\theta$  com relação à direção inicial do movimento.

Por conservação da quantidade de movimento em x:

$$Q_{x \text{ antes}} = Q_{x \text{ depois}} \Rightarrow m \cdot v = 2 \cdot m \cdot v_1 \cdot \cos \theta \Rightarrow v_1 = \frac{v}{2 \cdot \cos \theta}$$

Substituindo v:

$$v_1 = \frac{2\sqrt{2}}{2 \cdot \cos \theta} \Rightarrow v_1 = \frac{\sqrt{2}}{\cos \theta}$$

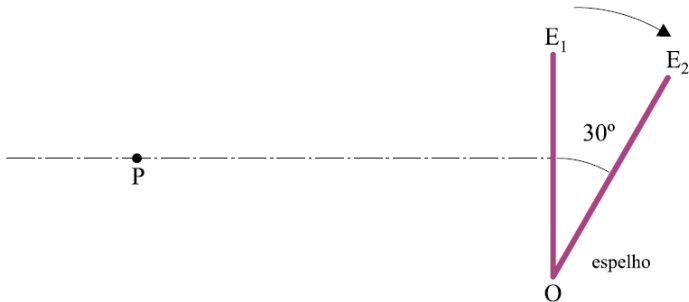


**Observação:** se a colisão for perfeitamente elástica, o que não foi mencionado no texto em momento algum, a energia cinética total do sistema será conservada durante a colisão, assim:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = 2 \cdot \frac{m \cdot v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{v_1 = 2 \text{ m/s}}$$

**QUESTÃO 20**

Considere um objeto luminoso pontual, fixo no ponto P, inicialmente alinhado com o centro de um espelho plano E. O espelho gira, da posição E<sub>1</sub> para a posição E<sub>2</sub>, em torno da aresta cujo eixo passa pelo ponto O, perpendicularmente ao plano da figura, com um deslocamento angular de 30°, como indicado



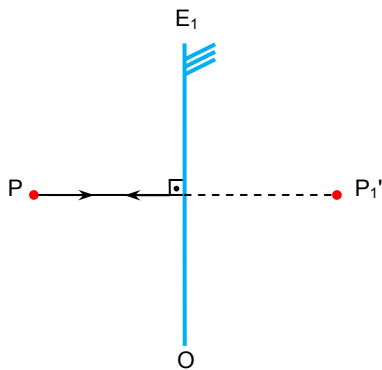
Copie no espaço específico para Resolução e Resposta, o ponto P, o espelho em E<sub>1</sub> e em E<sub>2</sub> e desenhe a imagem do ponto P quando o espelho está em E<sub>1</sub> (P<sub>1</sub>') e quando o espelho está em E<sub>2</sub> (P<sub>2</sub>'). Considerando um raio de luz perpendicular a E<sub>1</sub>, emitido pelo objeto luminoso em P, determine os ângulos de reflexão desse raio quando o espelho está em E<sub>1</sub> (α<sub>1</sub>') e quando o espelho está em E<sub>2</sub> (α<sub>2</sub>').

**Resolução**

A formação do ponto imagem conjugado pelo espelho em cada caso está representada nas figuras abaixo, separadas para maior clareza no trajeto dos raios luminosos que sofrem reflexão no espelho.

Lembramos ainda que os ângulos de incidência são sempre medidos em relação à direção normal ao espelho no ponto de incidência, e que os ângulos de incidência e de reflexão têm sempre mesma medida.

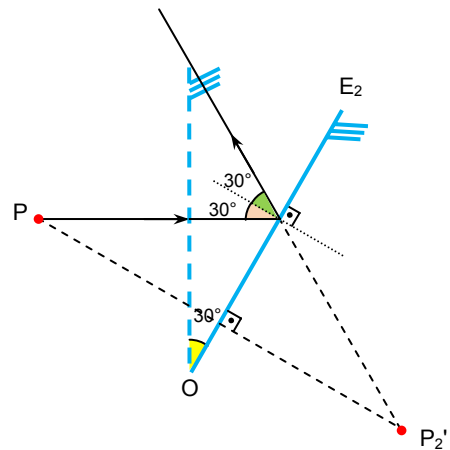
**(I) Posição E<sub>1</sub>:** Nesse caso, como o raio incidente é perpendicular ao espelho, o ângulo de incidência é 0° e, portanto, também α<sub>1</sub>' = 0°. A imagem P<sub>1</sub>' se encontra à mesma distância (perpendicular) do espelho que P se encontra, como ilustrado abaixo:



**(II) Posição E<sub>2</sub>:** Nesse caso, sabendo que o espelho girou de 30° em relação à posição anterior, observe que a direção normal ao espelho também sofre uma rotação de 30°. Assim, o raio que antes incidia perpendicularmente ao espelho agora incide com um ângulo de 30°.

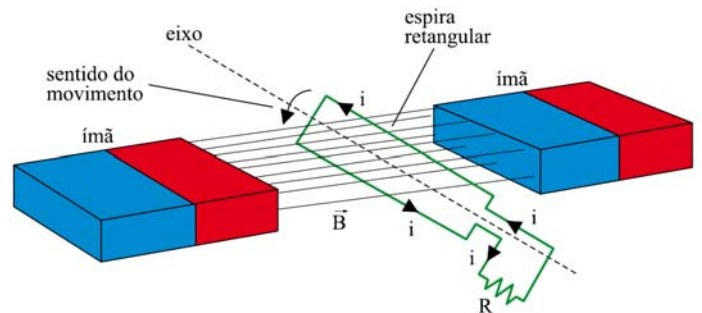
Poderíamos argumentar de outro modo, a partir do fato de que quando um espelho plano sofre uma rotação de um ângulo α, o raio refletido sofre uma rotação de 2α. Como os ângulos de incidência e reflexão são de mesma medida, cada um deles fica com medida α, que seria 30° no caso da posição E<sub>2</sub>. Em particular, α<sub>2</sub>' = 30°.

Da mesma forma do caso anterior, P<sub>2</sub>' se encontra à mesma distância perpendicular do espelho que P se encontra.



**QUESTÃO 21**

Um gerador eletromagnético é constituído por uma espira com seção reta e área S, que gira com velocidade angular ω no interior de um campo magnético uniforme de intensidade B. À medida que a espira gira, o fluxo magnético Φ que a atravessa varia segundo a expressão Φ(t) = B · S · cos ωt onde t é o tempo, produzindo uma força eletromotriz nos terminais do gerador eletromagnético, cujo sentido inverte-se em função do giro da espira. Assim, a corrente no resistor R, cujo sentido inverte a cada meia volta, é denominada corrente alternada.



Considere a espira com seção reta de 10 cm<sup>2</sup>, girando à razão de 20 voltas por segundo, no interior de um campo magnético de intensidade igual a 2 × 10<sup>-5</sup> T.

Trace o gráfico do fluxo magnético Φ(t) que atravessa a espira em função do tempo, durante um período (T) indicando os valores do fluxo magnético nos instantes  $\frac{T}{4}$ ,  $\frac{T}{2}$ ,  $\frac{3T}{4}$  e T.

**Resolução**

Substituindo os dados do enunciado na equação que descreve o fluxo magnético da espira e lembrando que a área, no sistema internacional, é 10 cm<sup>2</sup> = 10 · (10<sup>-2</sup> m)<sup>2</sup> = 10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>, assim temos:

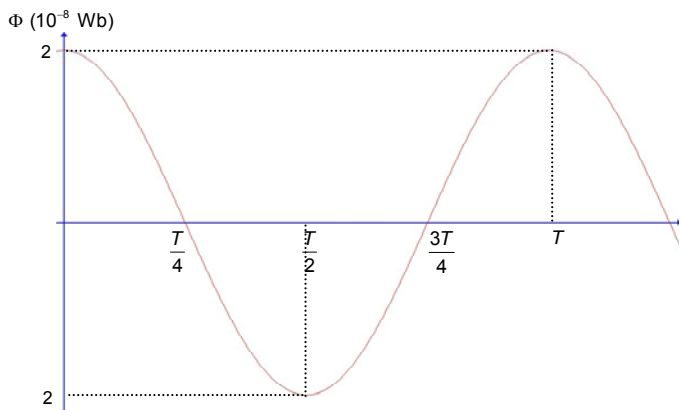
$$\Phi(t) = B \cdot S \cdot \cos \omega t = (2 \cdot 10^{-5}) \cdot (1 \cdot 10^{-3}) \cdot \cos(\omega t) = 2 \cdot 10^{-8} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Na tabela a seguir, apresentamos os valores das grandezas adimensionais  $\frac{2\pi}{T} t$  e  $\cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$  e do valor do fluxo Φ no sistema internacional:

Instante	$\frac{2\pi}{T} t$	$\cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$	Φ (Wb)
$\frac{T}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0
$\frac{T}{2}$	π	-1	-2 · 10 <sup>-8</sup>
$\frac{3T}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	0	0
T	2π	1	2 · 10 <sup>-8</sup>

O gráfico está representado a seguir:



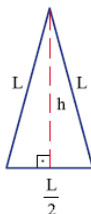


**QUESTÃO 22**

Considere um triângulo isósceles de lados medindo  $L$ ,  $\frac{L}{2}$  e  $L$

centímetros. Seja  $h$  a medida da altura relativa ao lado de medida  $\frac{L}{2}$ .

Se  $L$ ,  $h$  e a área desse triângulo formam, nessa ordem, uma progressão geométrica, determine a medida do lado  $L$  do triângulo.



**Resolução**

Calculando a área do triângulo, temos que:

$$A = \frac{\left(\frac{L}{2} \cdot h\right)}{2} = \frac{L \cdot h}{4}$$

Então,  $(L, h, \frac{L \cdot h}{4})$  formam uma progressão geométrica. Usando a

propriedade de P.G. que  $a_1 \cdot a_3 = a_2^2$ :

$$L \cdot \left(\frac{L \cdot h}{4}\right) = h^2 \Rightarrow h = \frac{L^2}{4} \quad (1)$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo na figura do enunciado, temos que:

$$h^2 + \left(\frac{L}{4}\right)^2 = L^2 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), temos que:

$$\frac{L^4}{16} + \frac{L^2}{16} = L^2$$

Simplificando, obtemos:

$$L^2 \cdot (L^2 - 15) = 0$$

Essa equação possui várias soluções, mas analisando cada uma delas, segue que:

$$\begin{cases} L = 0 \Rightarrow \text{Não convém} \\ L = -\sqrt{15} \Rightarrow \text{Não convém} \\ L = +\sqrt{15} \end{cases}$$

Portanto,  $L = \sqrt{15} \text{ cm}$ .

**QUESTÃO 23**

A média aritmética dos elementos de um conjunto formado por  $n$  valores numéricos diminui quatro unidades quando o número 58 é retirado. Quando o número 57 é adicionado ao conjunto original, a média aritmética dos elementos desse novo conjunto aumenta três unidades em relação à média inicial. Qual o valor da soma dos elementos originais do conjunto?

**Resolução**

Seja  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  o conjunto em questão. Denotando por  $M$  a média aritmética desse conjunto, temos:

$$M = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = M \cdot n \quad (1)$$

Sabemos que se o elemento 58 é retirado então a média diminui de 4 unidades. Assim:

$$M - 4 = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 58}{n - 1} \Leftrightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 58 = (M - 4) \cdot (n - 1)$$

Substituindo (1) nessa nova relação, encontramos:

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 58 = (M - 4) \cdot (n - 1) \Leftrightarrow M \cdot n - 58 = M \cdot n - M - 4n + 4$$

$$\Leftrightarrow M + 4n = 62 \quad (2)$$

Se o número 57 é adicionado ao conjunto original então a média aritmética deve subir 3 unidades, ou seja:

$$M + 3 = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 57}{n + 1} \Leftrightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 57 = (M + 3) \cdot (n + 1)$$

Substituindo (1) novamente:

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 57 = (M + 3) \cdot (n + 1) \Leftrightarrow M \cdot n + 57 = M \cdot n + M + 3n + 3$$

$$\Leftrightarrow M + 3n = 54 \quad (3)$$

Fazendo (2) - (3):

$$(M + 4n) - (M + 3n) = 62 - 54 \Leftrightarrow n = 8$$

Substituindo  $n = 8$  em (3):

$$M + 3n = 54 \Leftrightarrow M + 24 = 54 \Leftrightarrow M = 30$$

Voltando à equação (1), temos:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = M \cdot n \Leftrightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 30 \cdot 8 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = 240$$

Assim, a soma dos elementos do conjunto original é igual a 240.

**QUESTÃO 24**

Em todos os 25 finais de semana do primeiro semestre de certo ano, Maira irá convidar duas de suas amigas para ir à sua casa de praia, sendo que nunca o mesmo par de amigas se repetirá durante esse período. Respeitadas essas condições, determine o menor número possível de amigas que ela poderá convidar.

Dado:  $\sqrt{201} \approx 14,2$ .

**Resolução**

Seja  $n$  o total de amigas que Maira poderá convidar durante os 25 finais de semana do primeiro semestre. Como o mesmo par de amigas nunca se repetirá durante esse período, temos que o total de combinações entre esses  $n$  elementos, tomados dois a dois, deve ser no mínimo igual a 25, ou seja:

$$C_{n,2} \geq 25 \Leftrightarrow \binom{n}{2} \geq 25 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} \geq 25$$

Expandindo  $n!$  como  $n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!$  temos:

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} \geq 25 \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{2!(n-2)!} \geq 25 \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n-1)}{2} \geq 25$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 50 \geq 0$$

Calculando o discriminante da inequação, temos:

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50) \Leftrightarrow \Delta = 201$$

Desse modo, as raízes são dadas por  $\frac{1 \pm \sqrt{201}}{2}$ . Como  $\sqrt{201} \approx 14,2$ ,

segue que as raízes são  $n_1 = -6,6$  e  $n_2 = 7,6$ . Assim, temos

$n^2 - n - 50 \geq 0 \Leftrightarrow n \leq -6,6$  ou  $n \geq 7,6$ . O número  $n$  (número de amigas) deve ser inteiro e positivo, desse modo, temos  $n \geq 7,6 \Leftrightarrow n = 8$ .

Assim, o menor número de amigas que Maira poderá convidar é igual a 8.

## **Equipe desta resolução**

### **Biologia**

Luís Felipe Tuon  
Marcelo Monetti Pavani

### **Física**

Danilo José de Lima

### **Geografia/Filosofia**

José Luís Dias Lobato  
Rodrigo Sigoli Ferro

### **História/Filosofia**

Guilherme Maglio  
Juliana Ferrari Guide

### **Matemática**

Paulo Alexandre Yuji Okuda  
Rafael da Gama Cavallari

### **Química**

Tathiana Guizellini

### **Revisão**

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

### **Digitação, Diagramação e Publicação**

Carolina Marcondes Garcia Ferreira