

*FEZ*

**ELITE**  
PRÉ-VESTIBULAR  
c a m p i n a s

**Aprovou!**

**ELITE**  
**Resolve**



**2015**

**FÍSICA**

**[www.elitecampinas.com.br](http://www.elitecampinas.com.br)**

**OS MELHORES GABARITOS DA INTERNET**

**FÍSICA**

Se precisar, utilize os valores das constantes aqui relacionadas.

Constante dos gases:  $R = 8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ .

Pressão atmosférica ao nível do mar:  $P_0 = 100 \text{ kPa}$ .

Massa molecular do  $\text{CO}_2 = 44 \text{ u}$ .

Calor latente do gelo:  $80 \text{ cal/g}$ .

Calor específico do gelo:  $0,5 \text{ cal}/(\text{g} \cdot \text{K})$ .

$1 \text{ cal} = 4 \times 10^7 \text{ erg}$ .

Aceleração da gravidade:  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .

**QUESTÃO 01**

Um fio de comprimento  $L$  e massa específica linear  $\mu$  é mantido esticado por uma força  $F$  em suas extremidades. Assinale a opção com a expressão do tempo que um pulso demora para percorrê-lo.

a)  $\frac{2LF}{\mu}$                       b)  $\frac{F}{2\pi L\mu}$                       c)  $L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

d)  $\frac{L}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$                       e)  $\frac{L}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{F}}$

**Resolução**

**Alternativa C**

A velocidade com que um pulso se propaga numa corda de densidade linear  $\mu$ , submetida a uma tração  $F$ , é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Sendo  $L$  o comprimento do fio, e  $\Delta t$  o tempo que o pulso demora para percorrê-lo, temos que:

$$\frac{L}{\Delta t} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Leftrightarrow \Delta t = L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

**QUESTÃO 02**

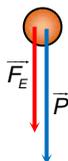
Uma pequena esfera metálica, de massa  $m$  e carga positiva  $q$ , é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial  $v_0$  em uma região onde há um campo elétrico de módulo  $E$ , apontado para baixo, e um gravitacional de módulo  $g$ , ambos uniformes. A máxima altura que a esfera alcança é

- a)  $\frac{v^2}{2g}$ .
- b)  $\frac{qe}{mv_0}$ .
- c)  $\frac{v_0}{qmE}$ .
- d)  $\frac{mv_0^2}{2(qE + mg)}$ .
- e)  $\sqrt{\frac{3mEqv_0}{8g}}$ .

**Resolução**

**Alternativa D**

Durante todo o movimento, o corpo fica submetido a duas forças verticais e constantes para baixo: a força elétrica  $\vec{F}_E$  e o peso  $\vec{P}$ .



Durante a subida, essas duas forças atuam em sentido contrário ao deslocamento. Sendo o trabalho da força resultante igual à variação da energia cinética, segue que:

$$\tau_{RES} = \Delta E_C \Leftrightarrow \tau_E + \tau_P = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_0^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$|\vec{F}_E| \cdot H \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} + |\vec{P}| \cdot H \cdot \underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} = 0 - \frac{m \cdot v_0^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$(q \cdot E + m \cdot g) \cdot H = \frac{m \cdot v_0^2}{2} \Leftrightarrow H = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot (q \cdot E + m \cdot g)}$$

**QUESTÃO 03**

Uma massa puntiforme é abandonada com impulso inicial desprezível do topo de um hemisfério maciço em repouso sobre uma superfície horizontal. Ao descolar-se da superfície do hemisfério, a massa terá percorrido um ângulo  $\theta$  em relação à vertical. Este experimento é realizado nas três condições seguintes, I, II, e III, quando são medidos os respectivos ângulos  $\theta_I$ ,  $\theta_{II}$  e  $\theta_{III}$ :

- I. o hemisfério é mantido preso à superfície horizontal e não há atrito entre a massa e o hemisfério.
- II. o hemisfério é mantido preso à superfície horizontal, mas há atrito entre a massa e o hemisfério.
- III. o hemisfério e a massa podem deslizar livremente pelas respectivas superfícies.

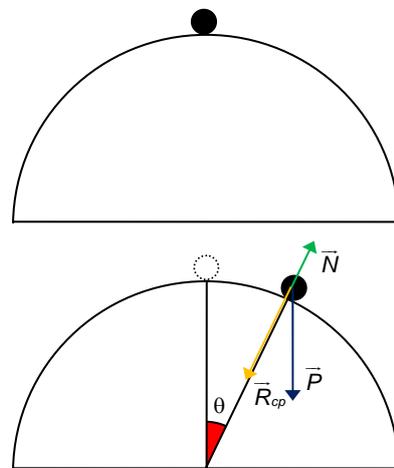
Nestas condições, pode-se afirmar que

- a)  $\theta_{II} < \theta_I$  e  $\theta_{III} < \theta_I$                       b)  $\theta_{II} < \theta_I$  e  $\theta_{III} > \theta_I$
- c)  $\theta_{II} > \theta_I$  e  $\theta_{III} < \theta_I$                       d)  $\theta_{II} > \theta_I$  e  $\theta_{III} > \theta_I$
- e)  $\theta_I = \theta_{III}$

**Resolução**

**Alternativa C**

O problema descrito pode ser representado pelo esquema abaixo.



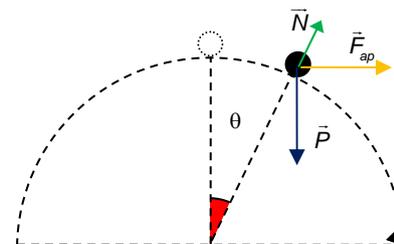
O ângulo para o qual o corpo perderá o contato com o hemisfério é tal que a normal será nula. Assim, apenas a componente do peso ( $P \cos \theta$ ) é que será a resultante centrípeta:

$$P \cos \theta = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Desse modo, a comparação entre os dois primeiros casos é imediata, pois, na situação com atrito (situação II), para um mesmo  $\theta$ , a velocidade será menor devido ao trabalho da força de atrito. Assim é necessário um maior  $\theta$  para a segunda situação:

$$\theta_{II} > \theta_I$$

Na terceira situação, quando comparada com a primeira, tanto o hemisfério como a massa adquirem velocidades crescentes e em sentidos opostos. Com isso, para resolver o problema, podemos adotar como referencial não inercial o hemisfério:



Assim, de acordo com o esquema acima, a resultante que age sobre a massa na situação III será maior que a resultante na situação I. Dessa forma, no referencial do hemisfério, a componente tangencial da resultante será maior em III do que em I, fazendo a massa perder contato para um ângulo menor:

$$\theta_{III} < \theta_I$$

**QUESTÃO 04**

Considere um tubo horizontal cilíndrico de comprimento  $\ell$ , no interior do qual encontram-se respectivamente fixadas em cada extremidade de sua geratriz inferior as cargas  $q_1$  e  $q_2$ , positivamente carregadas. Nessa mesma geratriz, numa posição entre as cargas, encontra-se uma pequena esfera em condição de equilíbrio, também positivamente carregada. Assinale a opção com as respostas corretas na ordem das seguintes perguntas:

- I. Essa posição de equilíbrio é estável?
- II. Essa posição de equilíbrio seria estável se não houvesse o tubo?
- III. Se a esfera fosse negativamente carregada e não houvesse o tubo, ela estaria em equilíbrio estável?

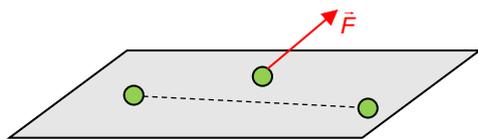
- a) Não. Sim. Não.
- b) Não. Sim. Sim.
- c) Sim. Não. Não.
- d) Sim. Não. Sim.
- e) Sim. Sim. Não.

**Resolução**

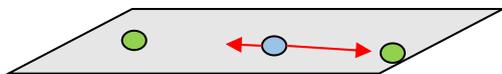
**Sem resposta**

I – **Não.** Se restringirmos o movimento da carga apenas sobre a geratriz, então teríamos uma situação de equilíbrio estável, no entanto se movermos a carga numa direção perpendicular a geratriz, esta não estará em equilíbrio estável. Note que mesmo que consideremos o peso não podemos garantir que o equilíbrio seja estável na posição inicial.

II – **Não.** Caso a carga sofra uma perturbação numa direção perpendicular à reta que une as três cargas, então ela seria repelida indefinidamente.



III – **Não.** Pois caso fosse aproximada de uma das cargas positivas ela seria atraída até a colisão.



**QUESTÃO 05**

Considere as seguintes proposições sobre campos magnéticos:

- I. Em um ponto  $P$  no espaço, a intensidade do campo magnético produzido por uma carga puntiforme  $q$  que se movimenta com velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre  $P$  e a reta.
- II. ao se aproximar um ímã de uma porção de limalha de ferro, esta se movimenta porque o campo magnético do ímã realiza trabalho sobre ela.
- III. dois fios paralelos por onde passam correntes uniformes num mesmo sentido se atraem.

- a) apenas I é correta.
- b) apenas II é correta.
- c) apenas III é correta.
- d) todas são corretas.
- e) todas são erradas.

**Resolução**

**Sem resposta**

I. **Incorreta.** Como não temos uma corrente percorrendo um fio infinito, não podemos dizer que o campo magnético produzido por um único portador de carga se movendo com “velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre  $P$  e a reta”. Basta verificarmos um contra exemplo: imagine uma carga se movendo ao longo de uma reta que passa próximo ao ponto  $P$ , mas muito distante de  $P$ . É natural supormos que este campo não será perceptível à  $P$  assim como não percebemos o movimento de cargas distante de nós. À rigor, deveríamos fazer o uso de ferramentas teóricas e de uma matemática que fogem dos recursos usados no ensino médio, por isso consideramos um resultado que pode ser conseguido intuitivamente, sem o uso desses recursos.

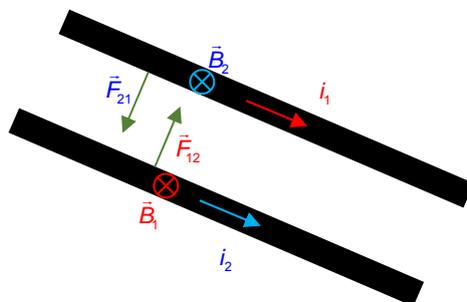
II. **Correta.** Embora caiba discutir aqui se quem realiza o trabalho é a força magnética, e não o campo, vamos considerar que ao afirmar que “o campo magnético do ímã realiza trabalho sobre ela” o texto se refira à força magnética e não ao campo.

Quando um dipolo, por exemplo, um ímã (dipolo magnético) está sob influência de um campo magnético uniforme, este não sofrerá a ação de uma força magnética resultante. Entretanto, se o campo magnético

não for uniforme, como é o caso de campos produzidos por ímãs reais, então haverá uma resultante da força magnética sobre o dipolo e portanto o campo (força magnética) poderá realizar trabalho.

Para o experimento proposto, mesmo se o ímã estiver parado em relação às limalhas, estas irão se aproximar do ímã devido a este campo variável.

III. **Correta.** Sobre dois fios percorridos por uma corrente, ambas na mesma direção, atuará uma força atrativa. Veja esquema abaixo onde estão representados o campo produzido pela corrente  $i_1$  sobre o fio 2 e o produzido por  $i_2$  sobre o fio 1.



Nos fios estão representadas as forças devido ao campo produzido por um fio sobre o outro. Como se pode ver, a força é atrativa.

Nota: não há alternativa que aponte apenas as afirmativas II e III como corretas. Entretanto se considerarmos que o campo não realiza trabalho, e sim a força, poderíamos entender o item II como falso, obtendo assim a alternativa C.

Uma nota publicada pela Revista Brasileira de Ensino de Física discute sobre trabalho realizado por campo magnético ([http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v26\\_85.pdf](http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/v26_85.pdf)).

**QUESTÃO 06**

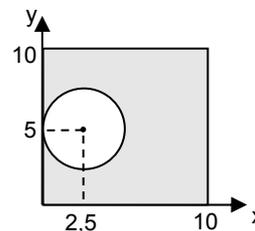
Uma chapa metálica homogênea quadrada de  $10 \text{ cm}^2$  de área, situada no plano  $xy$  de um sistema de referência, com um dos lados no eixo  $x$ , tem o vértice inferior esquerdo na origem. Dela, retira-se uma porção circular de  $5,00 \text{ cm}$  de diâmetro com o centro posicionada em  $x = 2,50 \text{ cm}$  e  $y = 5,00 \text{ cm}$ . Determine as coordenadas do centro de massa da chapa restante.

- a)  $(x_c, y_c) = (6,51; 5,00) \text{ cm}$
- b)  $(x_c, y_c) = (5,61; 5,00) \text{ cm}$
- c)  $(x_c, y_c) = (5,00; 5,61) \text{ cm}$
- d)  $(x_c, y_c) = (5,00; 6,51) \text{ cm}$
- e)  $(x_c, y_c) = (5,00; 5,00) \text{ cm}$

**Resolução**

**Alternativa B**

Segue a ilustração da situação proposta no enunciado.



Vamos definir  $x_{cm}$  como a coordenada  $x$  do centro de massa da figura pedida,  $x_{placa}$  como a coordenada  $x$  do centro de massa da placa antes de ser retirada a porção circular e  $x_{circ}$  como a coordenada  $x$  do centro de massa do pedaço circular retirado da placa. Além disso, tomando  $A_1$  como a área do círculo retirado e  $A_2$  a área da placa após a retirada do círculo, temos:

$$\frac{\sigma \cdot A_1 \cdot x_{circ} + \sigma \cdot A_2 \cdot x_{cm}}{M_{total}} = x_{placa}$$

Onde  $\sigma$  é a densidade superficial de massa da placa.

Da simetria, temos  $x_{placa} = 5 \text{ cm}$

Isolando  $x_{cm}$  obtemos a seguinte expressão:

$$x_{cm} = \frac{M_{total} \cdot x_{placa} - \sigma \cdot A_1 \cdot x_{circ}}{\sigma \cdot A_2} \Leftrightarrow x_{cm} = \frac{5 \cdot M_{total} - \sigma \cdot A_1 \cdot x_{circ}}{\sigma \cdot A_2} \Leftrightarrow$$

$$x_{cm} = \frac{5 \cdot \sigma \cdot A_{total} - \sigma \cdot A_1 \cdot x_{circ}}{\sigma \cdot A_2} \Leftrightarrow x_{cm} = \frac{5 \cdot A_{total} - A_1 \cdot x_{circ}}{A_2}$$

Sabendo que  $A_2 = A_{total} - A_1$  temos:

$$x_{cm} = \frac{5 \cdot A_{total} - A_1 \cdot x_{circ}}{A_{total} - A_1}$$

Substituindo valores:

$$x_{cm} = \frac{5 \cdot 100 - \pi \cdot 2,5^2 \cdot 2,5}{100 - \pi \cdot 2,5^2} = 5,61 \text{ cm}$$

Já a coordenada  $y$  não deve se alterar, pois a figura formada continua simétrica em relação à reta  $y = 5 \text{ cm}$ .

$$(x_0, y_0) = (5,61; 5,00) \text{ cm}$$

**QUESTÃO 07**

No espaço sideral, luz incide perpendicular e uniformemente numa placa de gelo inicialmente a  $-10^\circ\text{C}$  e em repouso, sendo 99% refletida e 1% absorvida. O gelo então derrete pelo aquecimento, permanecendo a água aderida à placa. Determine a velocidade desta após a fusão de 10% do gelo.

- a) 3 mm/s
- b) 3 cm/s
- c) 3 dm/s
- d) 3 m/s
- e) 3 dam/s

**Resolução**

**Alternativa B**

Seja  $E'$  a energia do feixe após a interação e  $E$  a energia antes. Para a conservação da energia mecânica, temos:

$$E = E' + mc\Delta\theta + \frac{m}{10}L + \frac{mv^2}{2}$$

Já para a conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\frac{E}{c} = -\frac{E'}{c} + mv$$

Podemos resolver o sistema formado pelas duas equações acima, o que irá nos fornecer uma equação do segundo grau. Podemos entretanto simplificar a primeira equação se notarmos que a energia cinética é muito menor que a energia térmica absorvida. Veja que para a cinética ser igual à energia térmica absorvida:

$$\frac{mv^2}{2} = mc\Delta\theta + \frac{m}{10}L \Rightarrow \frac{v^2}{2} = 20 \cdot 10^3 + 32 \cdot 10^3 \Rightarrow$$

$$v^2 = 10400 \approx 64 \cdot 1600 \Rightarrow v \approx 320 \text{ m/s}$$

Este é um valor maior que qualquer alternativa, então podemos desprezar a energia cinética absorvida. Vamos então resolver o sistema:

$$\begin{cases} E \approx E' + mc\Delta\theta + \frac{m}{10}L \\ \frac{E}{c} = -\frac{E'}{c} + mv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E \approx 0,99 \cdot E + m \cdot 52 \cdot 10^3 \\ \frac{E}{c} = -\frac{0,99 \cdot E}{c} + mv \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0,01 \cdot E \approx m \cdot 52 \cdot 10^3 \\ \frac{1,99 \cdot E}{c} = mv \end{cases} \Rightarrow \frac{1,99 \cdot E}{c} \approx \frac{0,01 \cdot E}{52 \cdot 10^3} v \Rightarrow$$

$$v \approx \frac{10,35 \cdot 10^6}{c} \Rightarrow v \approx \frac{10,35 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow$$

$$v \approx 3,4 \text{ cm/s}$$

Considerando apenas um algarismo significativo, teríamos  $v \approx 3 \text{ cm/s}$ .

**QUESTÃO 08**

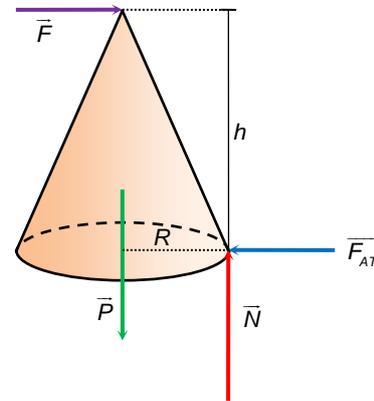
Um bloco cônico de massa  $M$  apoiado pela base numa superfície horizontal tem altura  $h$  e raio da base  $R$ . Havendo atrito suficiente na superfície de apoio, o cone pode ser tombado por uma força horizontal aplicada no vértice. O valor mínimo  $F$  dessa força pode ser obtido pela razão  $h/R$  dada pela opção

- a)  $\frac{Mg}{F}$
- b)  $\frac{F}{Mg}$
- c)  $\frac{Mg + F}{Mg}$
- d)  $\frac{Mg + F}{F}$
- e)  $\frac{Mg + F}{2Mg}$

**Resolução**

**Alternativa A**

Na iminência do cone ser tombado, a reação normal da superfície horizontal estará na borda da base, como ilustra o diagrama de forças a seguir:



Em relação a esse ponto onde está a força de contato (decomposta em normal  $\vec{N}$  e atrito  $\vec{F}_{AT}$ ), temos:

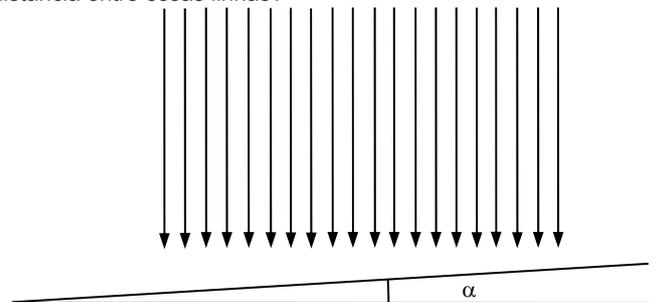
- $\vec{F}$  produz torque no sentido horário;
- $\vec{P}$  produz torque no sentido anti-horário;
- $\vec{N}$  e  $\vec{F}_{AT}$  não produzem torque.

Impondo o equilíbrio dos torques em relação a esse ponto de contato:

$$|\vec{P}| \cdot R = |\vec{F}| \cdot h \Leftrightarrow \frac{h}{R} = \frac{M \cdot |g|}{|\vec{F}|}$$

**QUESTÃO 09**

Luz, que pode ser decomposta em componentes de comprimento de onda com 480nm e 600nm, incide verticalmente em uma cunha de vidro com ângulo de abertura  $\alpha = 3,00^\circ$  e índice de refração de 1,50, conforme a figura, formando linhas de interferência destrutivas. Qual é a distância entre essas linhas?

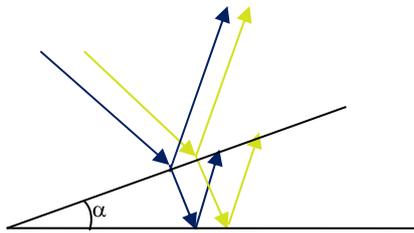


- a) 11,5  $\mu\text{m}$
- b) 12,8  $\mu\text{m}$
- c) 16,0  $\mu\text{m}$
- d) 22,9  $\mu\text{m}$
- e) 32,0  $\mu\text{m}$

**Resolução**

Sem resposta

As duas frequências que estão incidindo sobre a cunha são 480 nm e 600 nm que estão na faixa do azul e amarelo respectivamente. Como queremos a distância entre dois pontos consecutivos de interferência destrutiva então devemos encontrar pontos onde ambas as frequências sofrem interferência destrutiva.

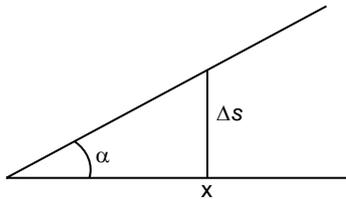


O mínimo múltiplo comum entre os comprimentos de onda é 2400 nm. A partir desse valor podemos encontrar os pontos de interferência comuns ao azul e ao amarelo.

Nesse caso, teremos:

$$2 \cdot \Delta s = m \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right) \quad (1)$$

Onde  $n$  é o índice de refração do vidro e  $\Delta s$  a diferença de caminhos, veja figura abaixo:



Daí segue que:  $\text{tg} \alpha = \frac{\Delta s}{x} \cong \alpha$ . Onde  $\alpha = \frac{\pi}{60}$  rad. Então:

$$\Delta s \cong \frac{\pi}{60} \cdot x \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) obtemos:

$$2 \cdot \frac{\pi}{60} \cdot x = m \cdot \left(\frac{\lambda}{n}\right) \Rightarrow x = \frac{m \cdot \lambda \cdot 60}{4 \cdot n \cdot \pi}$$

Qualquer que seja o índice de refração do meio externo (maior ou menor do que 1,50) um dos raios refletidos (na face superior – inclinada – ou na face inferior) sofrerá inversão de fase. Sendo assim, para interferência destrutiva  $m$  deve ser um inteiro par.

Assim, procuramos:

$$x_2 - x_0 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot 60}{4 \cdot n \cdot \pi} - \frac{0 \cdot \lambda \cdot 60}{4 \cdot n \cdot \pi}$$

$$x_2 - x_0 = \frac{2 \cdot \lambda \cdot 60}{4 \cdot n \cdot \pi}$$

Substituindo os valores dados e lembrando que o comprimento de onda usado será  $\lambda = 2400$  nm

$$x_2 - x_0 = \frac{2 \cdot 2400 \cdot 60}{4 \cdot 1,5 \cdot \pi} (\text{nm}) = \frac{48}{\pi} \mu\text{m}$$

Assumindo-se  $\pi \cong 3,14$ , obtém-se:

$$x_2 - x_0 = 15,3 \mu\text{m}$$

Dessa forma, não encontraríamos alternativa correta.

Embora nem o enunciado da questão nem os dados do início da prova tenham fornecido o valor que se deveria assumir para a constante  $\pi$ , se assumíssemos  $\pi \cong 3$ , teríamos a alternativa C como correta, entretanto, considerando-se o nível de exigência da prova do ITA, consideramos essa hipótese excessivamente simplificadora e inadequada, uma vez que os dados da questão e as alternativas apresentam 3 algarismos significativos. Além disso, para maior rigor, se fosse isso o esperado pela banca examinadora, seria necessário que se perguntasse a **menor** distância entre as linhas, uma vez que a alternativa E fornece uma das distâncias possíveis entre linhas de interferência destrutiva.

**QUESTÃO 10**

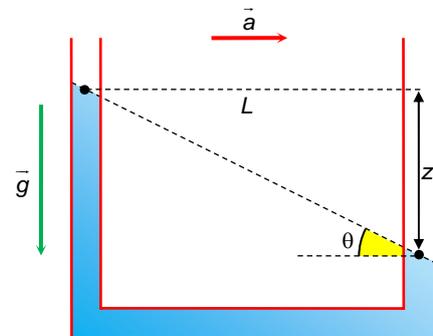
Um tubo em forma de U de seção transversal uniforme, parcialmente cheio até uma altura  $h$  com um determinado líquido, é posto num veículo que viaja com aceleração horizontal, o que resulta numa diferença de altura  $z$  do líquido entre os braços do tubo interdistantes de um comprimento  $L$ . Sendo desprezível o diâmetro do tubo em relação a  $L$ , a aceleração do veículo é dada por

- a)  $\frac{2zg}{L}$     b)  $\frac{(h-z)g}{L}$     c)  $\frac{(h+z)g}{L}$     d)  $\frac{2gh}{L}$     e)  $\frac{zg}{L}$

**Resolução**

Alternativa E

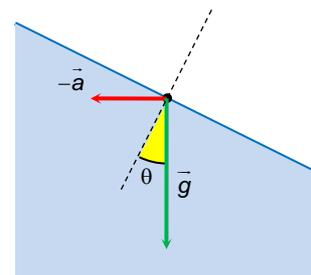
Ilustrando a situação:



Disso concluímos que:

$$\text{tg} \theta = \frac{z}{L}$$

Considerando um ponto na superfície (agora inclinada) do líquido, no referencial acelerado do tubo, temos:



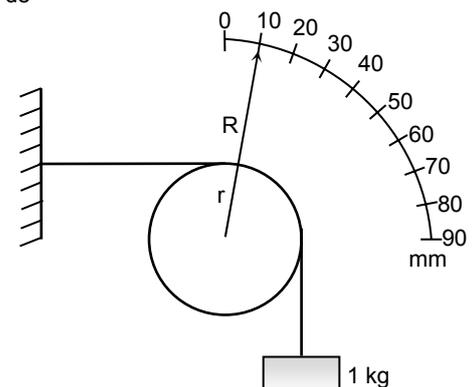
Portanto:

$$\text{tg} \theta = \frac{|\vec{-a}|}{|\vec{g}|} \Leftrightarrow \frac{z}{L} = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{g}|} \Leftrightarrow |\vec{a}| = \frac{z \cdot |\vec{g}|}{L}$$

**QUESTÃO 11**

A figura mostra um dispositivo para medir o modo de elasticidade (módulo de Young) de um fio metálico. Ele é definido como a razão entre a força por unidade área da seção transversal do fio necessária para esticá-lo e o resultante alongamento deste por unidade de seu comprimento. Nesse particular experimento, um fio homogêneo de 1,0 m de comprimento e 0,2 mm de diâmetro, fixado numa extremidade, é disposto horizontalmente e preso pela outra ponta ao topo de uma polia de raio  $r$ . Um outro fio preso neste mesmo ponto, envolvendo parte da polia, sustenta uma massa de 1 kg. Solidário ao eixo da polia, um ponteiro de raio  $R = 10r$  acusa uma leitura de 0 mm na escala semicircular iniciada em zero. Nestas condições, o módulo de elasticidade do fio é de

- a)  $\frac{10^{12}}{\pi} \text{ N/m}^2$   
b)  $\frac{10^{12}}{2\pi} \text{ N/m}^2$   
c)  $\frac{10^{12}}{3\pi} \text{ N/m}^2$   
d)  $\frac{10^{12}}{4\pi} \text{ N/m}^2$   
e)  $\frac{10^{12}}{8\pi} \text{ N/m}^2$



**Resolução**

O enunciado define o módulo de Young como

$$G = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\ell - \ell_0}{\ell_0}}$$

A força aplicada ao fio é  $F = m \cdot g \Rightarrow F = 10 \text{ N}$

Sendo  $d$  o diâmetro do fio, a área de sua seção transversal é dada por:

$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow A = \pi \cdot (0,1 \cdot 10^{-3})^2 \Rightarrow A = \pi \cdot 1 \cdot 10^{-8}$$

Sabendo que  $R = 10r$  então se o deslocamento na escala foi de 10 mm então a deformação no fio foi de 1 mm:

$$\frac{10}{\ell - \ell_0} = \frac{R}{r} \Rightarrow \ell - \ell_0 = \frac{10 \cdot r}{R} = 1 \text{ mm}$$

Substituindo valores obtemos:

$$G = \frac{\frac{10}{\pi \cdot 10^{-8}}}{\frac{10^{-3}}{1}} \Rightarrow G = \frac{10^{12}}{\pi} \text{ N/m}^2$$

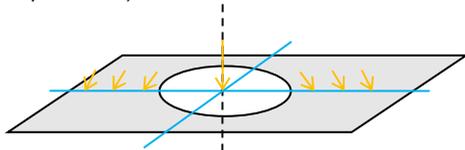
**QUESTÃO 12**

Assinale a alternativa **incorreta** dentre as seguintes proposições a respeito de campos gravitacionais de corpos homogêneos de diferentes formatos geométricos.

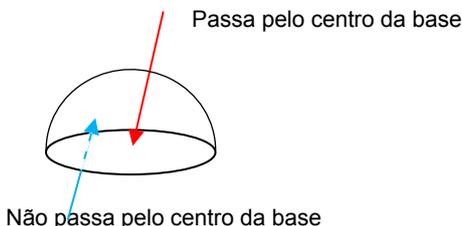
- a) Num cubo, a linha de ação do campo gravitacional num dos vértices tem a direção da diagonal principal que parte desse vértice.
- b) Numa chapa quadrada de lado  $\ell$  e vazada no centro por um orifício circular de raio  $\alpha < \ell/2$ , em qualquer ponto dos seus eixos de simetria a linha de ação do campo gravitacional é normal ao plano da chapa.
- c) Num corpo hemisférico, há pontos em que as linhas de ação do campo gravitacional passam pelo centro da sua base circular e outros pontos em que isto não acontece.
- d) Num toro, há pontos em que o campo gravitacional é não nulo e normal à sua superfície.
- e) Num tetraedro regular, a linha de ação do campo gravitacional em qualquer vértice é normal à face oposta ao mesmo.

**Resolução**

- a) **Correta.** Os vértices são pontos de simetria em um cubo, portanto, o campo gravitacional deve ser tal que sua direção passe pelo centro de massa do cubo. O segmento de reta que liga um vértice ao centro de massa de um cubo homogêneo está contido na diagonal principal.
- b) **Incorreta.** O único eixo de simetria no qual a linha de ação do campo gravitacional é perpendicular ao plano da chapa é o eixo perpendicular à chapa, que passa pelo seu centro (tracejado, na figura abaixo). Os eixos contidos no plano da chapa, possuem linhas de força não perpendiculares ao plano da chapa, devido à maior intensidade de atração gravitacional das porções de massa da chapa mais próximas de um objeto que se aproxime da chapa. Veja exemplos de linhas de força (observe que há outros eixos de simetria, além dos exemplificados):

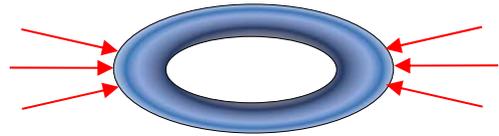


- c) **Correta.** Uma esfera seria a união de dois hemisférios. Neste caso, o campo sempre passaria pelo centro da base de cada hemisfério (centro da esfera). Retirando um hemisfério, o vetor campo é redirecionado, e deixa de passar no centro da base para uma certa região

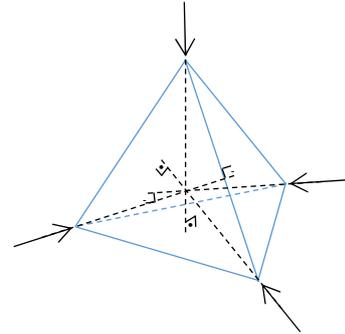


**Alternativa A**

- d) **Correta.** Em pontos contidos no plano de simetria do toro podemos encontrar campos não nulos e que são perpendiculares à sua superfície. Veja na figura abaixo um ponto para exemplificar.

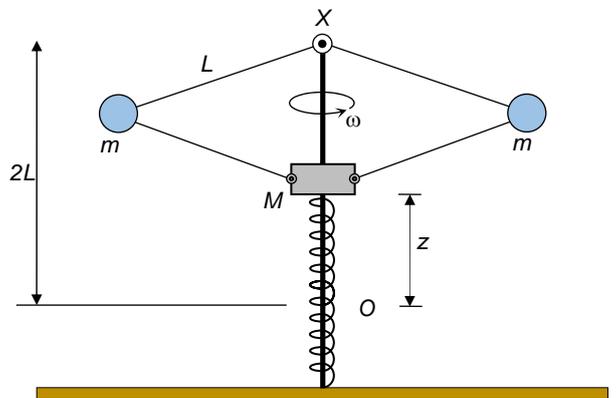


- e) **Correta.** Devido à simetria do tetraedro, o campo gravitacional no vértice estará contido na reta suporte do segmento que liga o vértice ao centro de massa do tetraedro. Como o centro de massa corresponde ao baricentro, temos:



**QUESTÃO 13**

Na figura, o eixo vertical giratório imprime uma velocidade angular  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  ao sistema composto por quatro barras iguais, de comprimento  $L = 1 \text{ m}$  e massa desprezível, graças a uma dupla articulação na posição fixa X. Por sua vez, as barras de baixo são articuladas na massa  $M$  de 2 kg que, através de um furo central, pode deslizar sem atrito ao longo do eixo e esticar uma mola de constante elástica  $k = 100 \text{ N/m}$ , a partir da posição O da extremidade superior da mola em repouso, a dois metros abaixo de X. O sistema completa-se com duas massas iguais de  $m = 1 \text{ kg}$  cada uma, articuladas às barras.

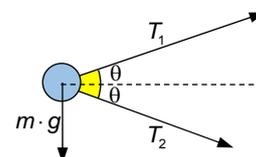


Sendo desprezíveis as dimensões das massas, então, a mola distender-se-á de uma altura  $z$  acima de O dada por

- a) 0,2 m
- b) 0,5 m
- c) 0,6 m
- d) 0,7 m
- e) 0,9 m

**Resolução**

**Alternativa B**  
As forças que atuam em uma das duas massas iguais podem ser representadas conforme o diagrama a seguir. Vale notar que os ângulos  $\theta$  entre as forças  $T_1$  e  $T_2$  realizadas pelas barras sobre a esfera e a horizontal são iguais, pois ambas as barras possuem mesmo comprimento  $L$ .



Das componentes verticais das forças temos:

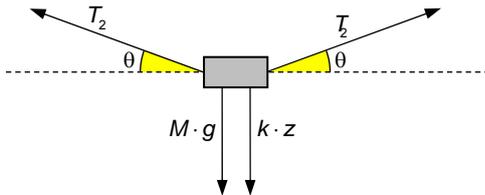
$$T_1 \cdot \sin(\theta) - T_2 \cdot \sin(\theta) - m \cdot g = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 + \frac{m \cdot g}{\sin(\theta)} \quad (1)$$

Das componentes horizontais, cuja resultante é centrípeta:

$$T_1 \cdot \cos(\theta) + T_2 \cdot \cos(\theta) = m \cdot \omega^2 \cdot R \Rightarrow T_1 + T_2 = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R}{\cos(\theta)} \quad (2)$$

Onde  $R$  é a distância da esfera ao eixo ao redor do qual ela gira.

Agora, para a massa central, as forças verticais se equilibram de forma que:



$$2 \cdot T_2 \cdot \sin(\theta) - M \cdot g - k \cdot z = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{M \cdot g + k \cdot z}{2 \cdot \sin(\theta)} \quad (3)$$

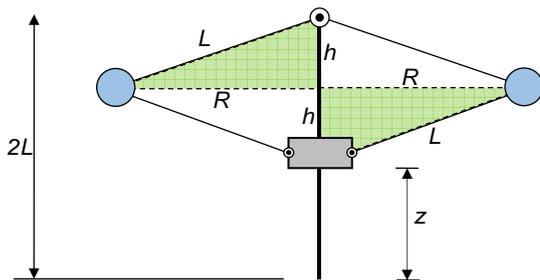
Trabalhando as equações (1) e (3):

$$T_1 = \frac{M \cdot g + k \cdot z}{2 \cdot \sin(\theta)} + \frac{m \cdot g}{\sin(\theta)} \quad (4)$$

Substituindo (3) e (4) em (2):

$$\begin{aligned} \frac{M \cdot g + k \cdot z}{2 \cdot \sin(\theta)} + \frac{m \cdot g}{\sin(\theta)} + \frac{M \cdot g + k \cdot z}{2 \cdot \sin(\theta)} &= \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R}{\cos(\theta)} \Rightarrow \\ \frac{M \cdot g + k \cdot z + 2 \cdot m \cdot g + M \cdot g + k \cdot z}{2 \cdot m \cdot \omega^2} &= \sin(\theta) \cdot \frac{R}{\cos(\theta)} \Rightarrow \\ \frac{M \cdot g + m \cdot g + k \cdot z}{m \cdot \omega^2} &= \tan(\theta) \cdot R \quad (5) \end{aligned}$$

Agora se faz necessário recorrer à geometria do problema:



Podemos notar as seguintes relações úteis:

$$2 \cdot L = 2 \cdot h + z \Rightarrow h = L - \frac{z}{2}$$

e

$$\tan(\theta) = \frac{h}{R}$$

Retomando a equação (5):

$$\frac{M \cdot g + m \cdot g + k \cdot z}{m \cdot \omega^2} = \frac{h}{R} \cdot R \Rightarrow \frac{M \cdot g + m \cdot g + k \cdot z}{m \cdot \omega^2} = L - \frac{z}{2}$$

Onde se torna mais rápido substituir os valores dados no enunciado:

$$\frac{2 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 100 \cdot z}{1 \cdot 10^2} = 1 - \frac{z}{2} \Rightarrow 0,3 + z = 1 - 0,5 \cdot z \Rightarrow 1,5 \cdot z = 0,7 \Rightarrow z \approx 0,46 \text{ m}$$

Como  $z$  depende de dados que nos foram fornecidos com apenas um algoritmo significativo então devemos dizer que  $z = 0,5 \text{ m}$ .

### QUESTÃO 14

Considere as quatro posições seguintes:

I. Os isótopos  $^{16}\text{O}$  e  $^{18}\text{O}$  do oxigênio diferenciam-se por dois nêutrons.

II. Sendo 24000 anos a meia-vida do  $^{239}\text{Pu}$ , sua massa de 600 g reduzir-se-á a 200 g após 72000 anos.

III. Um núcleo de  $^{27}\text{Mg}$  se transmuta em  $^{28}\text{Al}$  pela emissão de uma partícula  $\beta$ .

IV. Um fóton de luz vermelha incide sobre uma placa metálica causando a emissão de um elétron. Se esse fóton fosse de luz azul, provavelmente ocorreria a emissão de dois ou mais elétrons.

Então,

- apenas uma das proposições é correta.
- apenas duas das proposições são corretas.
- apenas três das proposições são corretas.
- todas elas são corretas.
- nenhuma delas é correta.

### Resolução

Alternativa A

I. **Correta:**  $z = p + n \Rightarrow p = z - n$ . Considerando que se trata do mesmo elemento químico, temos:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow 16 - n_1 = 18 - n_2 \Rightarrow n_2 - n_1 = 18 - 16 = 2$$

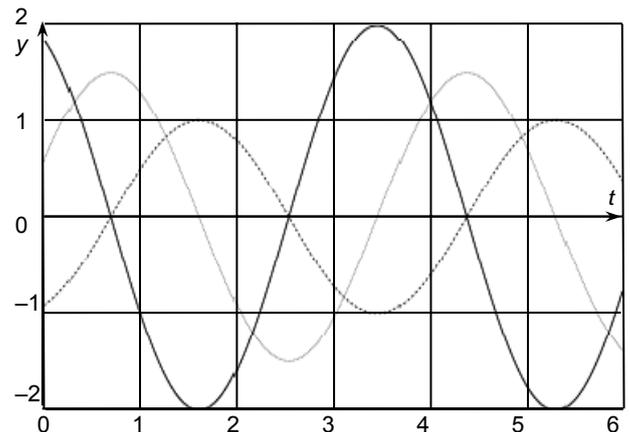
II. **Incorreta:** 72000 anos correspondem a três tempos de meia vida, portanto, após 72000 anos a massa seria  $m = \frac{m_0}{2^n} = \frac{600}{2^3} = 75 \text{ g}$

III. **Incorreta:** A partícula  $\beta$  possui número de massa zero, portanto a emissão de partículas  $\beta$  não altera o número de massa do átomo.

IV. **Incorreta:** Um fóton é capaz de causar a emissão de apenas um elétron, portanto fótons mais energéticos podem causar a emissão de elétrons mais energéticos, mas não em maior quantidade.

### QUESTÃO 15

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples.



Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

- As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.
- As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.
- A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.

- Apenas I é correta.
- Apenas II é correta.
- Apenas III é correta.
- Todas são incorretas.
- Não há informações suficientes para análise.

**Resolução**

**Alternativa D**

Podemos relacionar os módulos da posição  $y(t)$ , da velocidade  $v(t)$  e da aceleração  $a(t)$ , por:

$$v(t) = \frac{dy}{dt}(t)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt}(t)$$

Analisando as equações acima, podemos concluir que:

- Quando a posição,  $y(t)$ , for crescente, a velocidade deve ser positiva;
- Quando a posição,  $y(t)$ , for decrescente, a velocidade deve ser negativa.

Analogamente:

- Quando a velocidade,  $v(t)$ , for crescente, a aceleração deve ser positiva;
- Quando a velocidade,  $v(t)$ , for decrescente, a aceleração deve ser negativa.

Observando os gráficos, temos que:

- Quando a linha pontilhada é crescente, a linha tracejada é positiva;
- Quando a linha pontilhada é decrescente, a linha tracejada é negativa.

Analogamente:

- Quando a linha tracejada é crescente, a linha cheia é positiva;
- Quando a linha tracejada é decrescente, a linha cheia é negativa.

Adicionalmente, deve-se observar que os únicos pares que respeitam sempre as relações acima são os pares:

- Pontilhada (crescente/decrescente) com tracejada (positiva/negativa); e
- tracejada (crescente/decrescente) com cheia (positiva/negativa).

Qualquer outra combinação não irá respeitar sempre as relações acima. Sendo assim:

- a linha pontilhada representa a posição,  $y(t)$ ;
- a linha tracejada representa a velocidade,  $v(t)$ ;
- a linha cheia representa a aceleração,  $a(t)$ .

Logo, todas as afirmações são incorretas.

**QUESTÃO 16**

Numa expansão muito lenta, o trabalho efetuado por um gás num processo adiabático é

$$W_{12} = \frac{P_1 V_1^\gamma}{1-\gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

em que  $P$ ,  $V$ ,  $T$  são, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura do gás, e  $\gamma$  uma constante, sendo os subscritos 1 e 2 representativos, respectivamente, do estado inicial e final do sistema. Lembrando que  $PV^\gamma$  é constante no processo adiabático, esta fórmula pode ser reescrita deste modo:

- a)  $\frac{P_1 [V_1 - V_2 (T_2 / T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}]}{\gamma (T_2 / T_1) / \gamma (V_1 / V_2)}$
- b)  $\frac{P_2 [V_1 - V_2 (T_2 / T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}]}{\gamma (T_2 / T_1) / \gamma (V_2 / V_1)}$
- c)  $\frac{P_2 [V_1 - V_2 (T_2 / T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}]}{\gamma (T_2 / T_1) / \gamma (V_1 / V_2)}$
- d)  $\frac{P_1 [V_1 - V_2 (T_2 / T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}]}{\gamma (T_2 / T_1) / \gamma (V_2 / V_1)}$
- e)  $\frac{P_2 [V_1 - V_2 (T_2 / T_1)^{\gamma/(\gamma-1)}]}{\gamma (T_1 / T_2) / \gamma (V_2 / V_1)}$

**Resolução**

**Alternativa A**

Inicialmente, reescrevemos o trabalho  $W_{12}$  como:

$$W_{12} = \frac{P_1 \cdot V_1^\gamma}{1-\gamma} \cdot (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \frac{P_1 \cdot V_1^\gamma}{\gamma-1} \cdot \left( V_1^{1-\gamma} - \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{P_1}{\gamma-1} \cdot \left[ V_1 - V_2 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \right]$$

Na expansão adiabática, temos que:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

Da equação de Clapeyron, substituindo a pressão  $P$ , vem que:

$$\frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \cdot V_1^\gamma = \frac{n \cdot R \cdot T_2}{V_2} \cdot V_2^\gamma \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

Utilizamos essa igualdade para fazer duas substituições, observando que se trata de uma igualdade entre números reais positivos:

(I) Elevando os dois membros da igualdade a  $\frac{1}{\gamma-1}$ , temos que:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

(II) Aplicando o logaritmo neperiano em ambos os membros da igualdade, vem que:

$$\gamma \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \gamma \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Leftrightarrow \gamma \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = (\gamma-1) \cdot \gamma \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) \Leftrightarrow \gamma-1 = \frac{\ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)}{\ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)}$$

Assim, substituindo na expressão do trabalho  $W_{12}$ , temos:

$$W_{12} = \frac{P_1}{\gamma-1} \cdot \left[ V_1 - V_2 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \right] = \frac{P_1}{\gamma \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)} \cdot \left[ V_1 - V_2 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right] \Leftrightarrow$$

$$W_{12} = \frac{P_1 \cdot \left[ V_1 - V_2 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right]}{\gamma \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) / \gamma \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)}$$

**QUESTÃO 17**

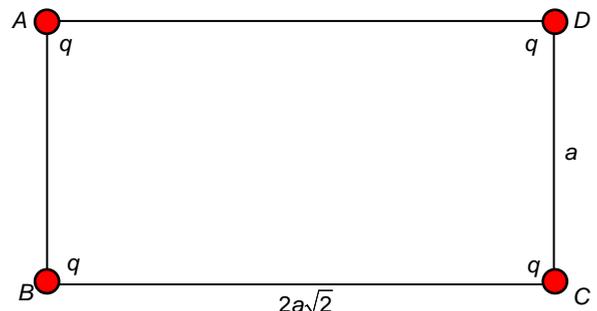
Assinale a alternativa que expressa o trabalho necessário para colocar cada uma de quatro cargas elétricas iguais,  $q$ , nos vértices de um retângulo de altura  $a$  e base  $2a\sqrt{2}$ , sendo  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , em que  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo.

- a)  $\frac{k(4 + \sqrt{2})q^2}{2a}$       b)  $\frac{k(8 + 2\sqrt{2})q^2}{2a}$       c)  $\frac{k(16 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$
- d)  $\frac{k(20 + 3\sqrt{2})q^2}{6a}$       e)  $\frac{k(12 + 3\sqrt{2})q^2}{2a}$

**Resolução**

**Alternativa C**

Segue abaixo a ilustração da situação descrita no enunciado.



O trabalho total será igual à soma de todas as energias potenciais tomadas as cargas duas a duas. Deste modo, calculando a distância entre A e C, temos,

$$d_{AC} = \sqrt{a^2 + (2a\sqrt{2})^2} \Rightarrow d_{AC} = 3a$$

Logo,

$$\begin{cases} E_{AB} = \frac{k \cdot q \cdot q}{a} = \frac{k \cdot q^2}{a} \\ E_{AD} = \frac{k \cdot q \cdot q}{2a\sqrt{2}} = \frac{k \cdot q^2}{2a\sqrt{2}} \\ E_{AC} = \frac{k \cdot q \cdot q}{3a} = \frac{k \cdot q^2}{3a} \\ E_{BC} = \frac{k \cdot q \cdot q}{2a\sqrt{2}} = \frac{k \cdot q^2}{2a\sqrt{2}} \\ E_{BD} = \frac{k \cdot q \cdot q}{3a} = \frac{k \cdot q^2}{3a} \\ E_{CD} = \frac{k \cdot q \cdot q}{a} = \frac{k \cdot q^2}{a} \end{cases}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \tau &= E_{AB} + E_{AD} + E_{AC} + E_{BC} + E_{BD} + E_{CD} \Leftrightarrow \\ \tau &= \frac{k \cdot q^2}{a} + \frac{k \cdot q^2}{2a\sqrt{2}} + \frac{k \cdot q^2}{3a} + \frac{k \cdot q^2}{2a\sqrt{2}} + \frac{k \cdot q^2}{3a} + \frac{k \cdot q^2}{a} \Leftrightarrow \\ \tau &= \frac{2 \cdot k \cdot q^2}{a} \cdot \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{2 \cdot k \cdot q^2}{a} \cdot \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{4}{3} \right) \Leftrightarrow \\ \tau &= \frac{k \cdot q^2}{a} \cdot \left( \frac{16 + 3\sqrt{2}}{6} \right) \end{aligned}$$

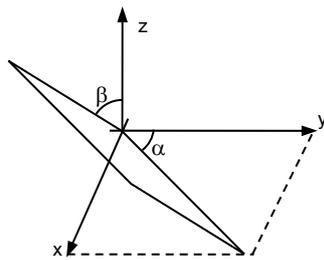
**QUESTÃO 18**

Uma espira quadrada, feita de um material metálico homogêneo e rígido tem resistência elétrica R e é solta em uma região onde atuam o campo gravitacional  $g = -g_z$  e um campo magnético

$$B = \frac{B_0}{L}(-xe + ze_2).$$

Inicialmente a espira encontra-se suspensa, conforme a figura, com sua aresta inferior no plano xy num ângulo  $\alpha$  com o eixo y, e o seu plano formando um ângulo  $\beta$  com z. Ao ser solta, a espira tende a.

- a) Girar para  $\alpha > 0^\circ$  se  $\alpha = 0$  e  $\beta = 0^\circ$ .
- b) Girar para  $\alpha < 45^\circ$  se  $\alpha = 45^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$ .
- c) Girar para  $\beta < 90^\circ$  se  $\alpha = 0^\circ$  e  $\beta = 90^\circ$ .
- d) Girar para  $\alpha > 0^\circ$  se  $\alpha = 0$  e  $\beta = 45^\circ$ .
- e) não girar se  $\alpha = 45^\circ$  e  $\beta = 90^\circ$



**Resolução**

**Alternativa C**

O torque da força magnética numa espira é dado por

$$\tau = i \cdot A \cdot \hat{n} \times \vec{B}$$

onde i é a corrente que circula a espira, A a área da espira e  $\hat{n}$  o vetor unitário normal ao plano que contém a espira e  $\vec{B}$  o campo magnético.

Inicialmente a espira deve cair com uma aceleração  $\vec{g} = (0, 0, -g)$  dada no enunciado. Sendo assim, julgando as alternativas, temos:

- a) **Incorreta.** A variação do fluxo magnético é nula, portanto a corrente que circula a espira será nula e, sendo assim, o torque será nulo também. Logo, concluímos que a espira não tende a girar para lado nenhum.
- b) **Incorreta.** Explicação análoga à alternativa a.
- c) **Correta.** Na situação dada  $\hat{n} = (0, 0, 1)$  daí, pelo produto vetorial temos que a direção do torque será a mesma do vetor:

$$\hat{\tau} = (0, 0, 1) \times (-x, 0, z) = (0, -x, 0).$$

Ou seja, o torque aponta na direção do eixo y. Como x é positivo, então o sentido do torque é  $-\hat{y}$  e, sendo assim, a espira tende a girar para  $\beta < 90^\circ$

d) **Incorreta.** Na situação dada  $\hat{n} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ , análogo ao item anterior:

$$\hat{\tau} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times (-x, 0, z) = \left(0, -\frac{\sqrt{2}}{2}x, 0\right)$$

torque na mesma direção e sentido da alternativa C. ( $\alpha$  não varia)

e) **Incorreta.**  $\hat{n} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ , fazendo o produto vetorial:

$$\hat{\tau} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right) \times (-x, 0, z) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}z, -\frac{\sqrt{2}}{2}z, \frac{\sqrt{2}}{2}x\right)$$

como o torque é diferente de zero então a espira tende a girar.

**QUESTÃO 19**

Um moun de meia-vida de  $1,5 \mu\text{s}$  é criado a uma altura de 1 km da superfície da Terra devido à colisão de um raio cósmico com um núcleo e se desloca diretamente para o chão. Qual deve ser a magnitude mínima da velocidade do moun para que ele tenha 50% de probabilidade de chegar ao chão?.

- a)  $6,7 \times 10^7 \text{ m/s}$
- b)  $1,2 \times 10^8 \text{ m/s}$
- c)  $1,8 \times 10^8 \text{ m/s}$
- d)  $2,0 \times 10^8 \text{ m/s}$
- e)  $2,7 \times 10^8 \text{ m/s}$

**Resolução**

**Alternativa E**

Como queremos a velocidade do múon na condição de que ele tenha 50% de chance de percorrer 1000 m no referencial parado em relação à Terra e seu tempo de meia vida (tempo próprio do múon) é  $t = 1,5 \mu\text{s}$ , então, no referencial da partícula, ela percorrerá uma

distância  $d = \frac{1000}{\gamma}$ . Sendo assim, a velocidade do múon será dada

por

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1000}{\gamma \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}}$$

onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz

$$v = \frac{1000 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1,5 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow 1,5 \cdot 10^{-6} v = 1000 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Eliminando a raiz temos

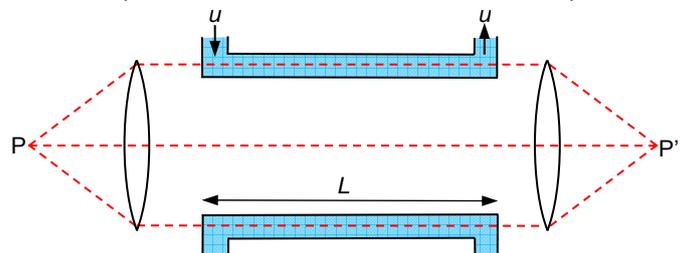
$$2,25 \cdot 10^{-18} v^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

Assumindo  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , segue,

$$2,25 \cdot 10^{-18} v^2 = 1 - \frac{v^2}{9 \cdot 10^{16}} \Rightarrow 0,2025 \cdot v^2 = 9 \cdot 10^{16} - v^2 \Rightarrow v = 2,7 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

**QUESTÃO 20**

Luz de uma fonte de frequência f gerada no ponto P é conduzida através do sistema mostrado na figura. Se o tubo superior transporta um líquido com índice de refração n movendo-se com velocidade u, e o tubo inferior contém o mesmo líquido em repouso, qual o valor mínimo de u para causar uma interferência destrutiva no ponto P'?



- a)  $\frac{c^2}{2nLf}$   
 b)  $\frac{c^2}{2Lfn^2 - cn}$   
 c)  $\frac{c^2}{2Lfn^2 + cn}$   
 d)  $\frac{c^2}{2Lf(n^2 - 1) - cn}$   
 e)  $\frac{c^2}{2Lf(n^2 - 1) + cn}$

**Resolução**

**Alternativa D**

Para haver interferência destrutiva deve haver diferença entre os tempos que os feixes superior e inferior levam para ir de P a P'. A mínima diferença entre os tempos para que haja interferência destrutiva é de metade do período da onda.

Como os caminhos superior e inferior são idênticos, exceto pelo trecho no interior do líquido, a diferença entre os tempos de propagação se dará quando a luz passa pelos dutos.

Podemos escrever que

$$\Delta t_{\text{baixo}} - \Delta t_{\text{cima}} = \frac{1}{2f}, \quad (1)$$

onde  $1/f$  é o período da onda.

Os tempos de propagação no interior dos tubos:

Para o tubo de baixo:

$$v_{\text{baixo}} = \frac{c}{n}$$

E ainda

$$v_{\text{baixo}} = \frac{L}{\Delta t_{\text{baixo}}} \Rightarrow$$

$$\Delta t_{\text{baixo}} = \frac{L \cdot n}{c} \quad (2)$$

Para o tubo de cima:

$$v_{\text{cima}} = \frac{c/n + u}{1 + \frac{(c/n) \cdot u}{c^2}}$$

E ainda

$$v_{\text{cima}} = \frac{L}{\Delta t_{\text{cima}}} \Rightarrow \Delta t_{\text{cima}} = \frac{L \left( 1 + \frac{u}{n \cdot c} \right)}{c/n + u} \Rightarrow$$

$$\Delta t_{\text{cima}} = \frac{L \left( n + \frac{u}{c} \right)}{c + n \cdot u} \quad (3)$$

Note que, para a propagação da luz no tubo superior, onde o líquido flui com velocidade  $u$  não basta utilizar a transformação de referenciais de Galileu ( $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$ ), sendo necessário utilizar as transformações de Lorentz

$\left( \vec{v}' = \frac{\vec{v} - \vec{u}}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c^2}} \right)$ . São elas que garantem que a velocidade da luz no meio material não será maior que a velocidade da luz no vácuo.

Assim, substituindo (2) e (3) em (1):

$$\Delta t_{\text{baixo}} - \Delta t_{\text{cima}} = \frac{1}{2f} \Rightarrow \frac{L \cdot n}{c} - \frac{L \left( n + \frac{u}{c} \right)}{c + n \cdot u} = \frac{1}{2 \cdot f} \Rightarrow$$

$$\frac{L \cdot n \cdot c + L \cdot n^2 \cdot u - L \cdot n \cdot c - L \cdot u}{c \cdot (c + n \cdot u)} = \frac{1}{2 \cdot f} \Rightarrow$$

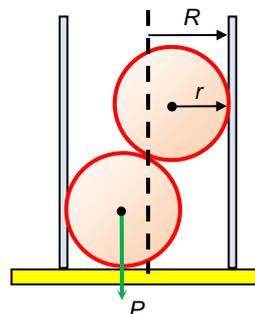
$$2 \cdot f \cdot (L \cdot n^2 \cdot u - L \cdot u) = c^2 + c \cdot n \cdot u \Rightarrow$$

$$u \cdot (2 \cdot f \cdot L \cdot n^2 - 2 \cdot f \cdot L - c \cdot n) = c^2 \Rightarrow$$

$$u = \frac{c^2}{2 \cdot f \cdot L \cdot (n^2 - 1) - c \cdot n}$$

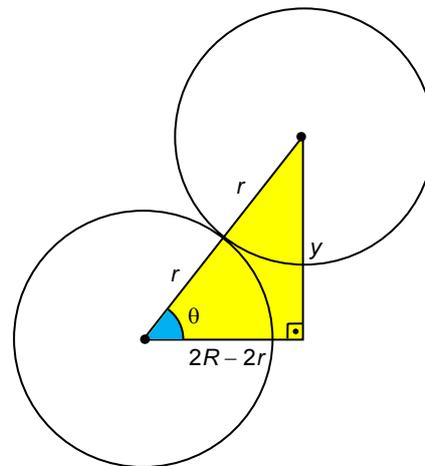
**QUESTÃO 21**

A figura mostra um tubo cilíndrico de raio  $R$  apoiado numa superfície horizontal, em cujo interior encontram-se em repouso duas bolas idênticas, de raio  $r = 3R/4$  e peso  $P$  cada uma. Determine o peso mínimo  $P_C$  do cilindro para que o sistema permaneça em equilíbrio.



**Resolução**

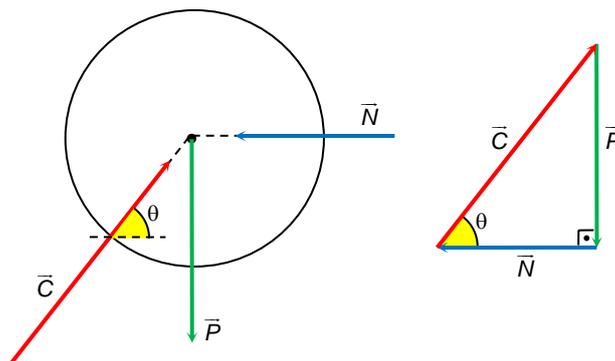
Inicialmente, observe o triângulo retângulo destacado a seguir.



Temos que:

$$\text{tg} \theta = \frac{y}{2R - 2r} = \frac{y}{2R - 2 \cdot \frac{3R}{4}} = \frac{2y}{R}$$

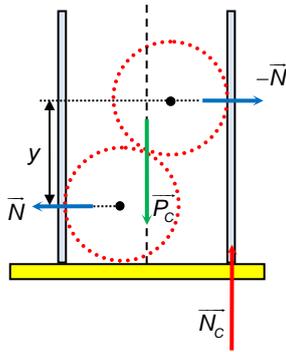
Isolando a bola que está no topo, temos as forças  $\vec{P}$  (peso),  $\vec{C}$  (força de contato entre as duas bolas) e  $\vec{N}$  (normal com a parede):



Assim:

$$\text{tg} \theta = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{N}|} \Leftrightarrow \frac{2y}{R} = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{N}|} \Leftrightarrow |\vec{N}| = |\vec{P}| \cdot \frac{R}{2y}$$

Já as forças que agem sobre o cilindro, considerando a situação da iminência do tombamento, são ilustradas a seguir:



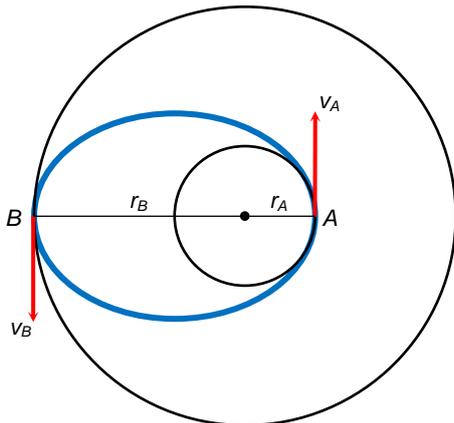
Observe que a reação normal  $\bar{N}_C$  com o chão, na iminência do cilindro tombar, estará sobre a borda mais à direita do cilindro, pois a normal entre a parede do cilindro e a bola do topo exerce um torque maior, em relação a um ponto na base do cilindro, do que a normal entre a parede do cilindro e a bola mais para baixo.

Em relação a esse ponto na borda mais à direita na base do cilindro, as forças  $\bar{N}$  e  $\bar{P}_C$  exercem torque no sentido anti-horário, enquanto  $-\bar{N}$  exerce torque no sentido horário e  $\bar{N}_C$  não exerce torque. Assim, impondo o equilíbrio dos torques em relação a esse ponto, temos:

$$\begin{aligned} |\bar{N}| \cdot r + |\bar{P}_C| \cdot R &= |-\bar{N}| \cdot (r+y) \Leftrightarrow \\ |\bar{P}_C| &= |\bar{N}| \cdot \frac{y}{R} = \left( |\bar{P}| \cdot \frac{R}{2y} \right) \cdot \frac{y}{R} \Leftrightarrow |\bar{P}_C| = \frac{|\bar{P}|}{2} \end{aligned}$$

**QUESTÃO 22**

Uma nave espacial segue inicialmente uma trajetória circular de raio  $r_A$  em torno da Terra. Para que a nave percorra uma nova órbita também circular, de raio  $r_B > r_A$ , é necessário por razões de economia fazer com que ela percorra antes uma trajetória semi-elíptica denominada órbita de transferência de Hohmann, mostrada na figura. Para tanto, são fornecidos à nave dois impulsos, a saber: no ponto A, ao iniciar sua órbita de transferência, e no ponto B, ao iniciar sua outra órbita circular. Sendo  $M$  a massa da Terra;  $G$ , a constante de gravitação universal;  $m$  e  $v$ , respectivamente, a massa e a velocidade da nave; e constante a grandeza  $mv$  na órbita elíptica, pede-se a energia necessária para a transferência de órbita da nave no ponto B.



**Resolução**

Sejam  $v_A$  e  $v_B$  os módulos das velocidades da nave nos pontos A e B, enquanto ela está na **órbita elíptica**. Da conservação do momento angular entre esses dois pontos, vem que:

$$m \cdot r_A \cdot v_A = m \cdot r_B \cdot v_B \Leftrightarrow v_A = \frac{r_B \cdot v_B}{r_A}$$

Já da conservação da energia mecânica (potencial gravitacional + cinética) entre esses mesmos dois pontos, ainda na órbita elíptica, temos:

$$-\frac{G \cdot M \cdot m}{r_A} + \frac{m \cdot v_A^2}{2} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r_B} + \frac{m \cdot v_B^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot v_A^2}{2} - \frac{m \cdot v_B^2}{2} &= \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r_B} \Leftrightarrow \\ \frac{m}{2} \cdot \left( \frac{r_B \cdot v_B}{r_A} \right)^2 - \frac{m \cdot v_B^2}{2} &= \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A \cdot r_B} \cdot (r_B - r_A) \Leftrightarrow \\ \frac{m \cdot v_B^2}{2} \cdot \left( \frac{r_B^2 - r_A^2}{r_A^2} \right) &= \frac{G \cdot M \cdot m}{r_A \cdot r_B} \cdot (r_B - r_A) \Leftrightarrow \\ \frac{m \cdot v_B^2}{2} \cdot \frac{(r_B + r_A) \cdot (r_B - r_A)}{r_A} &= \frac{G \cdot M \cdot m}{r_B} \cdot (r_B - r_A) \Leftrightarrow \\ \frac{m \cdot v_B^2}{2} &= \frac{G \cdot M \cdot m \cdot r_A}{r_B \cdot (r_B + r_A)} \end{aligned}$$

Essa é a energia cinética da nave no ponto B enquanto ela está na órbita elíptica. Vamos denominar essa energia cinética de  $E_1$ :

$$E_1 = \frac{G \cdot M \cdot m \cdot r_A}{r_B \cdot (r_B + r_A)}$$

Ao mudar para a nova órbita circular, temos uma nova velocidade ( $v_B'$ ) no ponto B. Como a força gravitacional atua como resultante centrípeta da órbita circular nesse ponto, segue que:

$$\bar{F}_G = \bar{F}_{cp} \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{r_B^2} = \frac{m \cdot (v_B')^2}{r_B} \Leftrightarrow m \cdot (v_B')^2 = \frac{G \cdot M \cdot m}{r_B}$$

Consequentemente, a nova energia cinética ( $E_2$ ) no ponto B é dada por:

$$E_2 = \frac{m \cdot (v_B')^2}{2} = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r_B}$$

Finalmente, considerando que, na transferência da órbita elíptica para a nova órbita circular no ponto B, a energia potencial gravitacional não se altera (pois não se alterou a distância entre a nave e a Terra), a energia  $\Delta E$  que deve ser transmitida à nave no ponto B para mudar sua órbita é dada por:

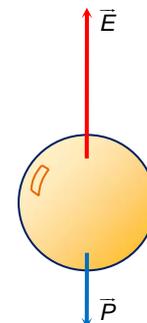
$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r_B} - \frac{G \cdot M \cdot m \cdot r_A}{r_B \cdot (r_B + r_A)} \Leftrightarrow \Delta E = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r_B} \cdot \left( \frac{r_B - r_A}{r_B + r_A} \right)$$

**QUESTÃO 23**

Num copo de guaraná, observa-se a formação de bolhas de  $\text{CO}_2$  que sobem à superfície. Desenvolva um modelo físico simples para descrever este movimento e, com base em grandezas intervenientes, estime numericamente o valor da aceleração inicial de uma bolha formada no fundo do copo.

**Resolução**

A bolha fica submetida a duas forças: empuxo  $\bar{E}$  (vertical para cima) e peso  $\bar{P}$  (vertical para baixo), como ilustrado a seguir:



Sendo  $m$  a massa da bolha,  $\rho_G$  a densidade do guaraná e  $V$  o volume de líquido deslocado (que nesse caso corresponde ao próprio volume da bolha, pois ela se encontra totalmente imersa no líquido), da segunda lei de Newton segue que:

$$|\bar{E}| - |\bar{P}| = m \cdot |\bar{a}| \Leftrightarrow \rho_G \cdot |\bar{g}| \cdot V - m \cdot |\bar{g}| = m \cdot |\bar{a}| \Leftrightarrow |\bar{a}| = \left( \rho_G \cdot \frac{V}{m} - 1 \right) \cdot |\bar{g}|$$

Assumindo um comportamento de gás ideal para o gás carbônico (massa molar  $M$ ), da equação de Clapeyron vem que:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Leftrightarrow \frac{V}{m} = \frac{R \cdot T}{p \cdot M}$$

Substituindo na igualdade anterior:

$$|\vec{a}| = \left( \rho_G \cdot \frac{R \cdot T}{p \cdot M} - 1 \right) \cdot |\vec{g}|$$

Sendo a pressão dada pelo princípio de Stevin ( $p = p_0 + \rho_G \cdot |\vec{g}| \cdot h$ ), temos que:

$$|\vec{a}| = \left( \rho_G \cdot \frac{R \cdot T}{(p_0 + \rho_G \cdot |\vec{g}| \cdot h) \cdot M} - 1 \right) \cdot |\vec{g}|$$

Agora, em relação aos valores numéricos, temos:

- $|\vec{g}| = 10,0 \text{ m/s}^2$  ;
- $R = 8 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$  ;
- $p_0 = 100 \text{ kPa} = 1,00 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  ;
- $M = 44 \text{ g/mol} = 44 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$  ;
- estimando  $\rho_G \approx 1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  (considerando que o guaraná é, em sua maior parte, composto por água);
- estimando  $T \approx 7 \text{ }^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$  (considerando um guaraná que tenha sido tirado de uma geladeira a essa temperatura, e também considerando que é um número que arredonda um pouco as contas);
- estimando  $h \approx 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$  (a altura do líquido num copo cheio de guaraná)

Substituindo esses valores na expressão determinada para o módulo da aceleração, temos:

$$|\vec{a}| = \left( 1 \cdot 10^3 \cdot \frac{8 \cdot 280}{(1,00 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10,0 \cdot 0,15) \cdot 44 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) \cdot 10,0 \Rightarrow$$

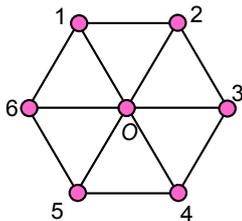
$$\boxed{|\vec{a}| \approx 5 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2}$$

**QUESTÃO 24**

Uma carga  $q$  ocupa o centro de um hexágono regular de lado  $d$  tendo em cada vértice uma carga idêntica  $q$ . Estando todas as sete cargas interligadas por fios inextensíveis, determine as tensões em cada um deles.

**Resolução**

Abaixo segue a ilustração da situação que possivelmente o enunciado pretendia descrever:

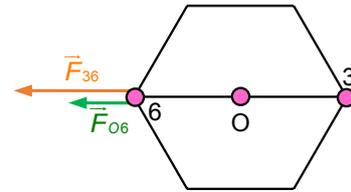


Não fica claro se haveria outras ligações diretas por fios, como entre as cargas 1 e 3, ou mesmo entre 1 e 4 sem passar pela carga do centro O, por exemplo. Tais casos com outras ligações além das consideradas conduziriam a sistemas indeterminados de forças, isto é, não seria possível determinar seus valores unicamente.

Assim, assumindo a configuração acima, e utilizando a carga do ponto 6 como base para nossos cálculos, temos que as cargas nos pontos O, 1, 2, 3, 4 e 5 estão às seguintes distâncias de 6.

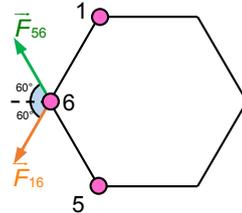
$$\begin{cases} r_{O6} = r_{16} = r_{56} = d \\ r_{36} = 2d \\ r_{26} = r_{46} = \sqrt{d^2 + d^2 - 2d \cdot d \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = d\sqrt{3} \end{cases}$$

Tomando apenas as cargas em O e 3, em relação a 6, temos:



$$|\vec{R}_{1x}| = |\vec{F}_{36}| + |\vec{F}_{O6}| = \frac{k \cdot q \cdot q}{d^2} + \frac{k \cdot q \cdot q}{(2d)^2} = \frac{k \cdot q^2}{d^2} + \frac{k \cdot q^2}{4d^2} = \frac{5k \cdot q^2}{4d^2}$$

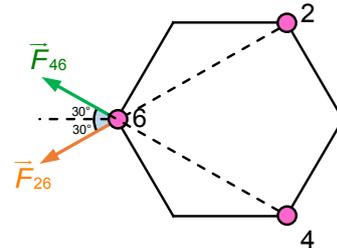
Tomando agora apenas as cargas em 1 e 5, em relação a 6, temos:



$$\begin{cases} |\vec{R}_{2x}| = |\vec{F}_{56}| \cdot \cos(60^\circ) + |\vec{F}_{16}| \cdot \cos(60^\circ) \\ |\vec{R}_{2y}| = |\vec{F}_{56}| \cdot \sin(60^\circ) - |\vec{F}_{16}| \cdot \sin(60^\circ) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} |\vec{R}_{2x}| = \frac{k \cdot q \cdot q}{d^2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{k \cdot q \cdot q}{d^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{k \cdot q^2}{d^2} \\ |\vec{R}_{2y}| = \frac{k \cdot q \cdot q}{d^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{k \cdot q \cdot q}{d^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \end{cases}$$

Agora, tomando apenas as cargas 2 e 4 em relação a 6, temos:



$$\begin{cases} |\vec{R}_{3x}| = |\vec{F}_{26}| \cdot \cos(30^\circ) + |\vec{F}_{46}| \cdot \cos(30^\circ) \\ |\vec{R}_{3y}| = |\vec{F}_{26}| \cdot \sin(30^\circ) - |\vec{F}_{46}| \cdot \sin(30^\circ) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} |\vec{R}_{3x}| = \frac{k \cdot q \cdot q}{(d\sqrt{3})^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{k \cdot q \cdot q}{(d\sqrt{3})^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{k \cdot q^2 \cdot \sqrt{3}}{3d^2} \\ |\vec{R}_{3y}| = \frac{k \cdot q \cdot q}{(d\sqrt{3})^2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{k \cdot q \cdot q}{(d\sqrt{3})^2} \cdot \frac{1}{2} = 0 \end{cases}$$

Somando os módulos de todas essas resultantes intermediárias, temos o módulo da resultante que age sobre a carga 6:

$$|\vec{R}_6| = |\vec{R}_{1x}| + |\vec{R}_{2x}| + |\vec{R}_{3x}| = \frac{5k \cdot q^2}{4d^2} + \frac{k \cdot q^2}{d^2} + \frac{k \cdot q^2 \cdot \sqrt{3}}{3d^2} \Leftrightarrow$$

$$|\vec{R}_6| = \left( \frac{27 + 4\sqrt{3}}{12} \right) \cdot \frac{k \cdot q^2}{d^2}$$

A direção dessa força é radial para fora do centro, isto é, do centro O para o vértice da carga 6.

A partir disso, observe que como não há solicitação de força sobre essa carga fora do eixo que a une até o centro, não há tensão agindo sobre os dois fios que a ligam às cargas 1 e 5. Já a tensão sobre o fio que a liga até o centro terá módulo dado por:

$$\boxed{T = \left( \frac{27 + 4\sqrt{3}}{12} \right) \cdot \frac{k \cdot q^2}{d^2}}$$

Raciocinando analogamente para os outros fios, concluímos que esse será o módulo da tensão sobre os fios que partem do centro, ao passo que os fios que coincidem com lados do hexágono têm tensão nula.

**QUESTÃO 25**

Nêutrons podem atravessar uma fina camada de chumbo, mas têm sua energia cinética absorvida com alta eficiência na água ou em materiais com elevada concentração de hidrogênio. Explique este efeito considerando um nêutron de massa  $m$  e velocidade  $v_0$  que efetua uma colisão elástica e central com um átomo qualquer de massa  $M$  inicialmente em repouso.

**Resolução**

Considerando o nêutron com velocidade  $v$  após a colisão e o átomo de massa  $M$  recua com velocidade  $u$ . Sendo estas velocidades medidas ao longo do eixo que liga o centro de ambas as massas e considerando as colisões perfeitamente elásticas (coeficiente de restituição  $e = 1$ ), temos:

$$e = \frac{u - v}{v_0} \Rightarrow u = v + v_0 \quad \text{Eq. (I)}$$

Pela conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\vec{Q}_i = \vec{Q}_f \Rightarrow mv_0 = mv + Mu \Rightarrow u = \frac{m}{M}(v_0 - v) \quad \text{Eq. (II)}$$

Substituindo a Eq. (I) em (II), temos:

$$v + v_0 = \frac{m}{M}(v_0 - v) \Rightarrow$$

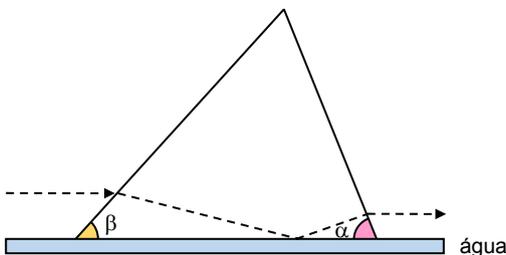
$$v \cdot \left(1 + \frac{m}{M}\right) = v_0 \cdot \left(\frac{m}{M} - 1\right) \Rightarrow$$

$$v = \left(\frac{m - M}{m + M}\right) \cdot v_0$$

Observe que conforme a massa  $M$  se aproxima da massa do nêutron,  $m$ , sua velocidade após a colisão  $v$  se aproxima de zero. Como a massa do átomo de hidrogênio é próxima à massa do próton ( $M \approx m$ ), quando comparada à massa dos demais átomos, a perda de energia cinética será maior quando o nêutron interagir com hidrogênio. Assim, em meios com elevada concentração de hidrogênio, a taxa de colisão com estes átomos será maior e, portanto, a energia cinética será absorvida com maior eficiência.

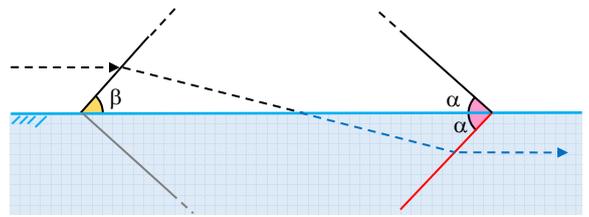
**QUESTÃO 26**

A base horizontal de um prisma de vidro encontra-se em contato com a superfície da água de um recipiente. A figura mostra a seção reta triangular deste prisma, com dois de seus ângulos,  $\alpha$  e  $\beta$ . Um raio de luz propaga-se no ar paralelamente à superfície da água e perpendicular ao eixo do prisma, nele incidindo do lado do ângulo  $\beta$ , cujo valor é tal que o raio sofre reflexão total na interface da superfície vidro-água. Determine o ângulo  $\alpha$  tal que o raio emergja horizontalmente do prisma. O índice de refração da água é  $4/3$  e, o do vidro,  $\sqrt{19}/3$ .

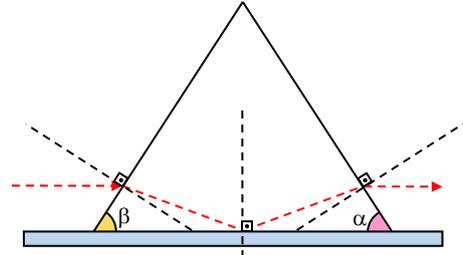


**Resolução**

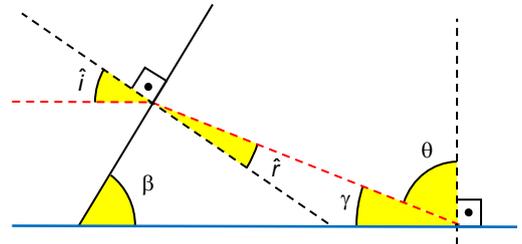
Se há reflexão do raio luminoso na interface entre o prisma e a água, então podemos considerar tal superfície como um espelho plano. Na figura abaixo a área pintada de azul representa o "lado virtual" do espelho plano. Para que o raio emergja em uma direção paralela ao plano do espelho e, portanto, paralela à do raio incidente, é necessário que as faces do prisma adjacente ao ângulo  $\beta$  e adjacente ao ângulo  $\alpha$  virtual sejam paralelas. Concluímos, portanto, que  $\beta$  e  $\alpha$  devem ser iguais (sendo alternos internos entre retas paralelas).



A partir disso, fazemos um desenho mais adequado com a simetria correta, como na figura abaixo.



Aproximamos em detalhe a parte mais importante da figura, tendo em mente que  $\beta = \alpha$ , como mostrado acima:



É possível, baseado na figura acima, obter as seguintes equações:

$$\begin{cases} \beta + 90^\circ + \hat{r} + \gamma = 180^\circ \Rightarrow \hat{r} = \theta - \beta \\ \gamma + \theta = 90^\circ \\ \beta + \hat{i} = 90^\circ \Rightarrow \text{sen}(\hat{i}) = \text{cos}(\beta) \end{cases}$$

Pela lei de Snell-Descartes, teremos:

$$\frac{\sqrt{19}}{3} \cdot \text{sen}(\hat{r}) = 1 \cdot \text{cos}(\beta) \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{3} \cdot \text{sen}(\theta - \beta) = \text{cos}(\beta) \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{19}}{3} \cdot (\text{sen}(\theta) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\theta)) = \text{cos}(\beta) \Rightarrow$$

$$(\text{sen}(\theta) - \text{tg}(\beta) \cdot \text{cos}(\theta)) = \frac{3}{\sqrt{19}} \Rightarrow \text{tg}(\beta) = \text{tg}(\theta) - \frac{3}{\sqrt{19} \cdot \text{cos}(\theta)}$$

Como  $\beta = \alpha$ , então

$$\alpha = \text{arc tg} \left( \text{tg}(\theta) - \frac{3}{\sqrt{19} \cdot \text{cos}(\theta)} \right)$$

Podemos prosseguir e afirmar que se há reflexão interna, então  $\theta > \hat{L}$ , onde  $\hat{L}$  é o ângulo limite, tal que

$$\text{sen}(\hat{L}) = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{4/3}{\sqrt{19}/3} = \frac{4}{\sqrt{19}}$$

Segue que:

$$90^\circ > \theta > \text{arcsen} \left( \frac{4}{\sqrt{19}} \right)$$

Temos, portanto, um intervalo de valores para  $\theta$ , o que nos permite afirmar que há mais de um valor para  $\alpha$  (há um valor de  $\alpha$  para cada  $\theta$  nesse intervalo).

Se considerarmos o caso em que  $\theta = \hat{L}$ , e devemos deixar claro que não há nada no enunciado que nos induza a considerar isso, teremos:

$$\alpha = \text{arc tg} \left( \text{tg}(\hat{L}) - \frac{3}{\sqrt{19} \cdot \text{cos}(\hat{L})} \right) = \text{arc tg} \left( \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{19} \cdot \sqrt{3/19}} \right) \Rightarrow$$

$$\alpha = \text{arc tg} \left( \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) = \text{arc tg} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**QUESTÃO 27**

Morando em quartos separados e visando economizar energia, dois estudantes combinam de interligar em série cada uma de suas lâmpadas de 100 W. Porém, verificando a redução da claridade em cada quarto, um estudante troca sua lâmpada de 100 W para uma de 200 W, enquanto o outro também troca a sua de 100 W para uma de 50 W. Em termos de claridade, houve vantagem para algum deles? Por quê? Justifique quantitativamente.

**Resolução**

Para saber qual a lâmpada de maior claridade temos que descobrir a que possui maior potência. Chamando de  $R_{100}$ ,  $R_{200}$  e  $R_{50}$  as resistências das lâmpadas de 100 W, 200 W e 50 W respectivamente, podemos escrever:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U^2 = P_{100} R_{100} = P_{200} R_{200} = P_{50} R_{50}$$

Sendo  $U$  a tensão nominal à qual deve ser aplicada nas lâmpadas para que funcionem normalmente. Com isso, obtemos as relações:

$$R_{200} = \frac{R_{100}}{2} \quad \text{e} \quad R_{50} = 2 \cdot R_{100}$$

Quando ambas as lâmpadas estão ligadas em série, a corrente que passa por cada uma será a mesma, logo temos que:

$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow P = \text{cte} \cdot R$$

Com isso, a lâmpada com maior resistência terá a maior potência. Portanto, haverá vantagem para o estudante que utilizar uma lâmpada de 50 W.

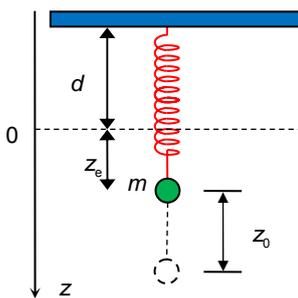
Quantitativamente, temos o seguinte:

$$P = R \cdot i^2 \Rightarrow i^2 = \frac{P'_{200}}{R_{200}} = \frac{P'_{50}}{R_{50}} \Rightarrow$$

$$\frac{P'_{200}}{R_{100}/2} = \frac{P'_{50}}{2 \cdot R_{100}} \Rightarrow \boxed{P'_{200} = 4 \cdot P'_{50}}$$

**QUESTÃO 28**

Uma massa  $m$  suspensa por uma mola elástica hipotética de constante de mola  $k$  e comprimento  $d$ , descreve um movimento oscilatório de frequência angular  $\omega = \sqrt{k/m}$  quando ela é deslocada para uma posição  $z_0 = 2z_e$ , abaixo de sua posição de equilíbrio em  $z = z_e$ , e solta em seguida. Considerando nula a força da mola para  $z < 0$ , determine o período de oscilação da massa e os valores de  $z$  entre os quais a mesma oscila.



**Resolução**

Sejam  $z_{\text{máx}}$  e  $z_{\text{mín}}$  as coordenadas dos extremos inferior e superior, respectivamente, entre os quais a massa oscila. O valor da coordenada  $z_{\text{máx}}$  é imediata:

$$z_{\text{máx}} = z_e + z_0 \Rightarrow \boxed{z_{\text{máx}} = 3z_e}$$

Para encontrar  $z_{\text{mín}}$  podemos utilizar-nos da conservação da energia entre os pontos de coordenadas  $z_{\text{máx}}$  e  $z_{\text{mín}}$ , sendo esta última acima da coordenada  $z = 0$ , ou seja,  $z_{\text{mín}} < 0$ . Temos portanto que:

$$E_{z_{\text{máx}}} = E_{z_{\text{mín}}}$$

Sendo  $E_{z_{\text{máx}}}$  e  $E_{z_{\text{mín}}}$  a energia mecânica do sistema no ponto mais baixo e no ponto mais alto da oscilação, respectivamente.

$$\frac{k \cdot z_{\text{máx}}^2}{2} = mg(z_e + z_0 - z_{\text{mín}})$$

Como a força elástica  $k \cdot z_e$  e a força peso  $m \cdot g$  são iguais, visto que  $z = z_e$  é a posição de equilíbrio para a massa  $m$ , observe também que

$$\frac{k \cdot (3 \cdot z_e)^2}{2} = k \cdot z_e (z_e + 2z_e - z_{\text{mín}}) \Rightarrow \frac{9z_e}{2} = 3z_e - z_{\text{mín}} \Rightarrow$$

$$9z_e = 6z_e - 2z_{\text{mín}} \Rightarrow \boxed{z_{\text{mín}} = -1,5z_e}$$

Observe que devemos assumir que  $d > 1,5z_e$ .

Por fim, a equação que descreve o movimento do corpo desde o momento em que ele é solto até passar pela posição  $z = 0$  é uma função trigonométrica (que descreve um MHS) acrescida de  $z_e$ . Ou seja:

$$z(t) = z_e + z_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$$

Seja  $t_1$  o tempo que o corpo leva para ir da posição  $z = 3z_e$  até  $z = 0$  e  $t = 0$  o instante que o corpo é solto. Temos:

$$z(t_1) = z_e + 2z_e \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t_1\right) \Rightarrow 0 = z_e + 2z_e \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t_1\right) \Rightarrow$$

$$\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t_1\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Chamando de  $t_2$  o tempo que o corpo leva para ir de  $z = 0$  até  $z = z_{\text{mín}}$ , podemos obtê-lo lembrando que o tempo de queda e de subida são iguais para uma mesma altura. Assim, durante a queda:

$$S = S_0 + v_0 t + a \frac{t^2}{2} \Rightarrow 0 = z_{\text{mín}} + 0 + g \frac{t_2^2}{2}$$

Como  $mg = kz_e \Rightarrow g = kz_e/m$ , então:

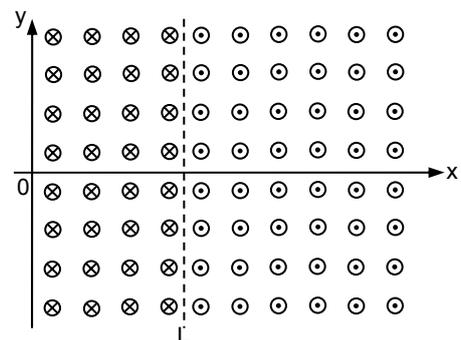
$$0 = -1,5z_e + 0 + \frac{kz_e}{m} \frac{t_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{3m}{k}}$$

O período de uma oscilação completa será:

$$T = 2(t_1 + t_2) \Rightarrow \boxed{T = 2\sqrt{\frac{m}{k}} \left( \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \right)}$$

**QUESTÃO 29**

Um próton com uma velocidade  $v = 0,80 \times 10^7 \text{ e}_x$  m/s move-se ao longo do eixo  $x$  de um referencial, entrando numa região em que atuam campos de indução magnéticos. Para  $x$  de  $0$  a  $L$  em que  $L = 0,85$  m, atua um campo de intensidade  $B = 50$  mT na direção negativa do eixo  $z$ . Para  $x > L$ , um outro campo de mesma intensidade atua na direção positiva do eixo  $z$ . Sendo a massa do próton de  $1,7 \times 10^{-27}$  kg e sua carga elétrica de  $1,6 \times 10^{-19}$  C, descreva a trajetória do próton e determine os pontos onde ele cruza a reta  $x = 0,85$  m e a reta  $y = 0$  m.



**Resolução**

A força que atua no próton é a força magnética, que, por ser perpendicular ao movimento do próton, corresponderá à resultante centrípeta:

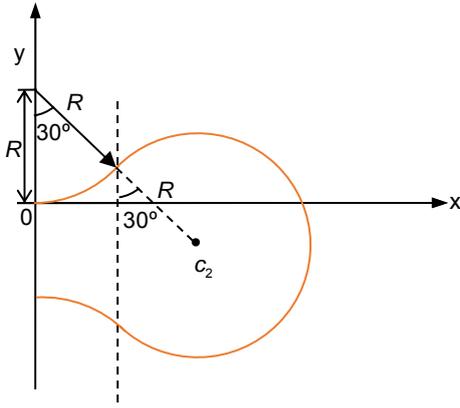
$$F_{mag} = qvB = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Assim, o próton descreverá trajetórias circulares de raio dado pela expressão:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Substituindo valores obtemos

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 0,80 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 1,7 \text{ m}$$



Como a linha que divide os campos está em  $x = 0,85 \text{ m}$  (metade do valor do raio). Então podemos dizer que a coordenada  $y$  onde o próton cruza a reta  $x = 0,85 \text{ m}$  é

$$y_1 = R - R \cdot \cos 30^\circ = R \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow y_1 = 1,7 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow y_1 \approx 0,23 \text{ m}$$

Para calcular o centro  $c_2$  da segunda circunferência (à direita de  $x = 0,85$ ) fazemos:

$$c_2 = (0,85 + R \cdot \sin 30^\circ; y_1 - R \cos 30^\circ)$$

$$c_2 = \left(0,85 + 1,7 \cdot \frac{1}{2}; 0,23 - 1,7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$c_2 = (1,7; -1,24)$$

Sendo assim a equação da segunda circunferência é dada por

$$(x - 1,7)^2 + (y + 1,24)^2 = 2,89$$

Para  $y = 0$

$$(x - 1,7)^2 + 1,54 = 2,89 \Rightarrow x = 2,86$$

Para encontrar todos os valores de  $y$  para  $x = 0,85$

$$(0,85 - 1,7)^2 + (y + 1,24)^2 = 2,89$$

Resolvendo obtemos

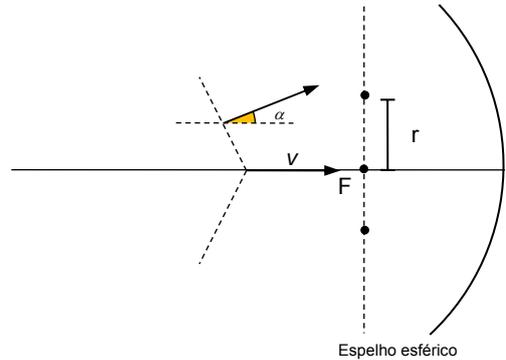
$$y_1 = 0,23 \text{ m}$$

$$y_2 = -2,71 \text{ m}$$

Note que  $y_1$  já foi encontrado anteriormente.

**QUESTÃO 30**

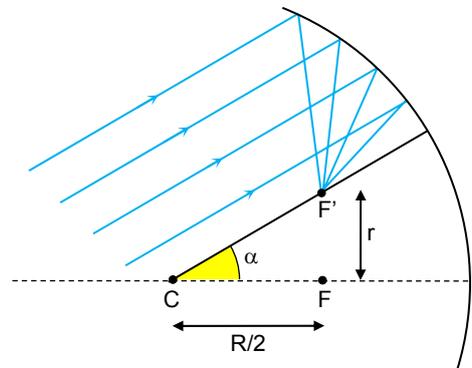
Uma partícula eletricamente carregada move-se num meio de índice de refração  $n$  com uma velocidade  $v = \beta c$ , em que  $\beta > 1$  e  $c$  é a velocidade da luz. A cada instante, a posição da partícula se constitui no vértice de uma frente de onda cônica de luz por ela produzida que se propaga numa direção  $\alpha$  em relação à trajetória da partícula, incidindo em um espelho esférico de raio  $R$ , como mostra a figura. Após se refletirem no espelho, as ondas convergem para um mesmo anel no plano focal do espelho em  $F$ . Calcule o ângulo  $\alpha$  e a velocidade  $v$  da partícula em função de  $c, r, R$  e  $n$



**Resolução**

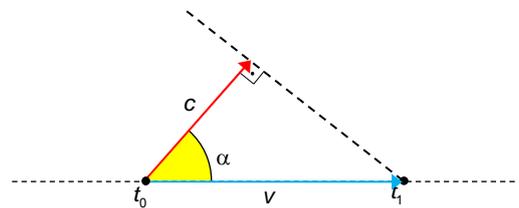
Desenharemos apenas a metade superior do espelho para avançarmos na resolução.

Se a frente de onda cônica avança em direção ao espelho com um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo principal, podemos definir um eixo secundário que compartilhará com o eixo principal o mesmo centro de curvatura e plano focal. Será então formado, para cada feixe plano e paralelo de luz, um foco secundário  $F'$ .



Podemos afirmar que  $\tan(\alpha) = \frac{r}{R/2}$ , então  $\alpha = \arctan\left(\frac{2 \cdot r}{R}\right)$ .

O problema trata ainda de uma situação onde ocorreria o Efeito Cherenkov, porém a forma como o enunciado é escrito pode confundir os vestibulandos. É usual a notação  $c$  para a velocidade da luz no vácuo, mas o exercício em questão traz apenas a informação de que  $c$  é a velocidade da luz. Ele diz ainda que uma partícula se move com velocidade  $v = \beta \cdot c$ , onde  $\beta > 1$ , logo, se  $c$  for a velocidade da luz no vácuo teríamos uma partícula se movendo com velocidade maior que a velocidade da luz no vácuo, o que é impossível. Contudo, é possível abordar o problema contornando esses dados. Temos então um tratamento como o do cone de Mach.



Podemos tomar  $\cos(\alpha) = \frac{c}{v}$ . Daí tiramos que  $v = \frac{c}{\cos(\alpha)}$ . Então, da primeira figura da resolução:

$$\cos(\alpha) = \frac{R/2}{\sqrt{(R/2)^2 + r^2}} \Rightarrow \cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot r}{R}\right)^2}}$$

Daí concluímos que  $v = c \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot r}{R}\right)^2}$ .

**Nota:** É necessário assumir, embora o enunciado não deixe claro, que  $r$  do desenho é o raio do anel para o qual converge a luz emitida pela partícula.

## **Equipe desta resolução**

### **Física**

Danilo José de Lima  
Luiz Salles de Carvalho  
Michel Benite Rossi

### **Digitação e Diagramação**

Ana Flávia Pasquotte Vieira  
Gerson Oliva  
Lucas Rubi Rosa

### **Revisão e Publicação**

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Felipe Eboli Sotorilli