

FEZ

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Aprovou!

Elite Resolve

ITA 2013

Física

www.elitecampinas.com.br

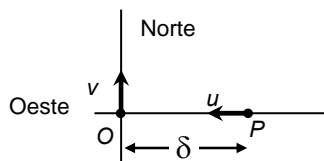
AS melhores **resoluções** de vestibulares da internet

FÍSICA

Se precisar, use os seguintes valores para as constantes:
carga do próton $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$; massa do próton $= 1,7 \cdot 10^{-27} \text{kg}$;
aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$; $1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg}$;
velocidade da luz no vácuo $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

QUESTÃO 01

Ao passar pelo ponto O , um helicóptero segue na direção norte com velocidade v constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto P , a uma distância δ de O , e voa para o oeste, em direção a O , com velocidade constante, conforme mostra a figura. Considerando t o instante em que a distância d entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.



- a) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto O é $\delta u / v$.
- b) A distância de helicóptero ao ponto O no instante t é igual a $\delta v / \sqrt{v^2 + u^2}$.
- c) A distância do avião ao ponto O no instante t é igual a $\delta v^2 / (v^2 + u^2)$.
- d) O instante t é igual a $\delta v / (v^2 + u^2)$.
- e) A distância d é igual a $\delta u / \sqrt{v^2 + u^2}$.

Resolução **Alternativa C**

A função horária do movimento do helicóptero, $\vec{H}(t)$, e do avião, $\vec{A}(t)$, são dadas por

$$\vec{H}(t) = (vt)\hat{y}$$

$$\vec{A}(t) = (\delta - ut)\hat{x}$$

O módulo da distância $D(t)$ entre eles é dada por

$$D(t) = |\vec{H}(t) - \vec{A}(t)| = \sqrt{(vt)^2 + (\delta - ut)^2} \Rightarrow$$

$$D(t) = \sqrt{(u^2 + v^2)t^2 - 2\delta ut + \delta^2}$$

A distância será mínima quando $\frac{d}{dt}D(t) = 0$. Assim

$$\frac{d}{dt}D = -\frac{1}{2D} \cdot 2t[(u^2 + v^2) - \delta u] = 0,$$

o que resulta em

$$t = \frac{\delta u}{u^2 + v^2}$$

Para este instante de tempo,

$$A(t) = \delta - u \frac{\delta u}{u^2 + v^2} = \delta \frac{u^2 + v^2 - u^2}{u^2 + v^2} \Rightarrow A(t) = \delta \left(\frac{v^2}{u^2 + v^2} \right)$$

Observe que podemos analisar as alternativas do problema em dois casos especiais, permitindo chegar na alternativa correta:

- a) quando $v = 0$;
 - b) quando $u = 0$.
- a)
Quando $v = 0$, a menor distância entre o helicóptero e o avião é a própria distância $d = 0$, que ocorre em $t = \delta / u$, pois o helicóptero está parado e o avião voa em direção a ele.
Observe que se colocamos $v = 0$ na alternativa **A**, o helicóptero percorre uma distância infinita:

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{\delta u}{v} = \infty,$$

possuindo velocidade nula. Isto é um absurdo!
Logo a **alternativa A está errada**.
Além disso, se $v = 0$, a alternativa **D** garante que $t = 0$, o que está errado, pois, como vimos, $t = \delta / u$.
Assim, a **alternativa D está errada**.

b)
Quando $u = 0$, a menor distância entre o helicóptero e o avião é a própria distância inicial $d = \delta$, que ocorre em $t = 0$, pois o avião está parado e o helicóptero se afasta dele. Neste caso, no instante de tempo t , a distância entre o helicóptero e o ponto O é zero, pois ele está naquele ponto.
Porém, observe que a alternativa **B** afirma que quando $u = 0$, esta distância é δ , o que não é verdade.

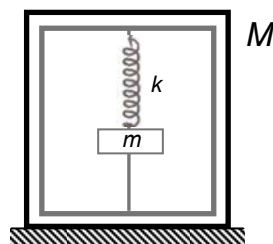
Assim, a **alternativa B está errada**.
Também, segundo a alternativa **E**, $d = 0$ quando $u = 0$, o que está errado, pois $d = \delta$.

Deste modo, a **alternativa E está incorreta**.

Por eliminação, a alternativa correta é a alternativa **C**.

QUESTÃO 02

No interior de uma caixa de massa M , apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica k presa a um corpo de massa m , em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação b da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se

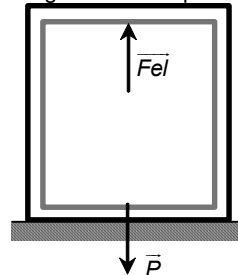


- a) $b > (M + m)g / k$.
- b) $b > (M + 2m)g / k$.
- c) $b > (M - m)g / k$.
- d) $b > (2M - m)g / k$.
- e) $b > (M - 2m)g / k$.

Resolução **Alternativa B**

Após o rompimento do fio, o bloco m se deslocará para cima. Para que a caixa perca o contato com o chão, devemos ter o bloco m comprimindo a mola e, assim, empurrando a caixa para cima.

Diagrama de Corpo Livre (Caixa):



$|\vec{F}_{el}| > |\vec{P}|$; seja x a compressão da mola.

$$kx > Mg$$

$$x > \frac{Mg}{k} \quad (I)$$

Como não há forças dissipativas, a energia mecânica do sistema se conserva:

$$E_{mec\ final} = E_{mec\ inicial}$$

$$\frac{1}{2}kx^2 + mgh = \frac{1}{2}kb^2; \text{ onde}$$

$h = b + x = \text{deslocamento vertical total do bloco.}$

$$\frac{1}{2}kb^2 = \frac{1}{2}kx^2 + mg(b+x)$$

$$\frac{1}{2}kb^2 - \frac{1}{2}kx^2 = mg(b+x) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k(b^2 - x^2) = mg(b+x) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k(b-x) = mg \Rightarrow$$

$$b = \frac{2mg}{k} + x$$

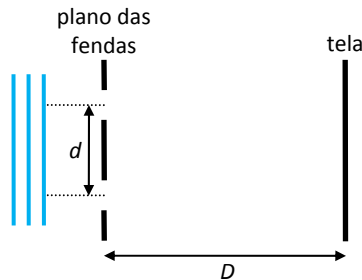
Como $x > \frac{Mg}{k}$, temos:

$$b > \frac{2mg}{k} + \frac{Mg}{k} \Rightarrow \boxed{b > (M+2m) \cdot \frac{g}{k}}$$

QUESTÃO 03

Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda λ_1 e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é λ_2 . As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n , assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.

- a) $|D(M\lambda_2 - m\lambda_1) / (nd)|$
- b) $|D(M\lambda_2 - m\lambda_1) / (nd)|$
- c) $|D(M\lambda_2 - mn\lambda_1) / d|$
- d) $|Dn(M\lambda_2 - m\lambda_1) / d|$
- e) $|D(Mn\lambda_2 - m\lambda_1) / d|$



Resolução

Alternativa A

No experimento de Young, os máximos de intensidade de ordem k ocorrem para os ângulos θ_k segundo a condição:

$$d \cdot \sin \theta_k = k \cdot \lambda \Leftrightarrow \sin \theta_k = \frac{k \cdot \lambda}{d}, \text{ com } k \in \mathbb{Z}.$$

A ordenada y_k correspondente é dada por:

$$y_k = D \cdot \text{tg} \theta_k$$

Sendo tipicamente ângulos pequenos envolvidos nesse experimento, podemos aproximar $\text{tg} \theta_k \approx \sin \theta_k$, de modo que:

$$y_k = D \cdot \frac{k \cdot \lambda}{d}$$

Para a situação em que o experimento é feito na água, a única mudança é que devemos usar o comprimento de onda da luz na água. Como a frequência da onda não muda ao refratar do ar para a água, temos que:

$$f_{AR} = f_{ÁGUA} \Leftrightarrow \frac{v_{AR}}{\lambda_2} = \frac{v_{ÁGUA}}{\lambda_{ÁGUA}} \Leftrightarrow \frac{c}{n_{AR} \lambda_2} = \frac{c}{n_{ÁGUA} \lambda_{ÁGUA}} \Leftrightarrow \lambda_{ÁGUA} = \frac{\lambda_2}{n}$$

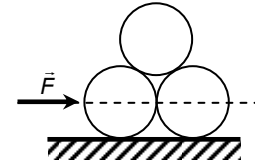
Assim, a separação Δy entre as franjas de ordem m na primeira situação (ar) e as franjas de ordem M na segunda situação (água) é dada por:

$$\Delta y = |y_M - y_m| = \left| D \cdot \frac{M \cdot \lambda_{ÁGUA}}{d} - D \cdot \frac{m \cdot \lambda_1}{d} \right| = \left| D \cdot \frac{M \cdot \lambda_2}{d \cdot n} - D \cdot \frac{m \cdot \lambda_1}{d} \right| \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\Delta y = \left| \frac{D}{d \cdot n} \cdot (M \cdot \lambda_2 - n \cdot m \cdot \lambda_1) \right|}$$

QUESTÃO 04

Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal F , constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que

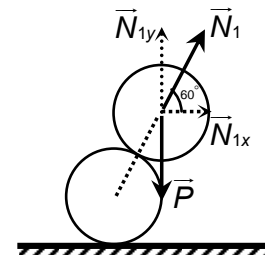


- a) $g / (3\sqrt{3}) \leq a \leq g / \sqrt{3}$.
- b) $2g / (3\sqrt{2}) \leq a \leq 4g / \sqrt{2}$.
- c) $g / (2\sqrt{3}) \leq a \leq 4g / (3\sqrt{3})$.
- d) $2g / (3\sqrt{2}) \leq a \leq 3g / (4\sqrt{2})$.
- e) $g / (2\sqrt{3}) \leq a \leq 3g / (4\sqrt{3})$.

Resolução

Alternativa A

A aceleração máxima ocorre exatamente quando o cilindro de cima perde o contato com o cilindro da frente, sendo sustentado apenas pelo cilindro de trás.



Nessa situação, as forças atuando sobre o cilindro de cima são a força peso e a normal devido ao cilindro de trás. As componentes na direção vertical dessas duas forças devem se equilibrar,

$$N_{1y} = P \Rightarrow N_1 \sin 60^\circ = mg \Rightarrow N_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg, \quad (1)$$

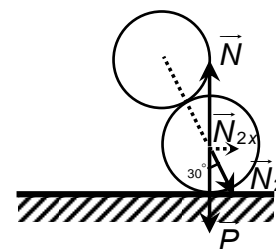
Pela segunda lei de Newton, a componente horizontal deve igualar ma_{\max} :

$$N_{1x} = F_R \Rightarrow N_1 \cos 60^\circ = ma_{\max} \Rightarrow N_1 = 2ma_{\max}. \quad (2)$$

Igualando as expressões (1) e (2) obtemos

$$2ma_{\max} = \frac{2}{\sqrt{3}} mg \Rightarrow \boxed{a_{\max} = \frac{g}{\sqrt{3}}}$$

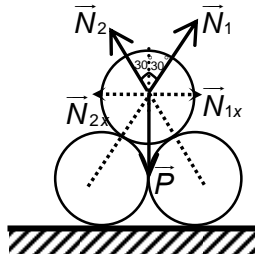
Por outro lado, a aceleração mínima ocorre quando o cilindro da frente perde o contato com o cilindro de trás.



Nessa situação temos que a resultante será apenas a componente horizontal N_{2x} :

$$N_{2x} = F_R \Rightarrow N_2 \sin 30^\circ = ma_{\min} \Rightarrow N_2 = 2ma_{\min}. \quad (3)$$

Calculando a resultante sobre o cilindro de cima podemos encontrar N_2 :



$$N_{1y} + N_{2y} = P \Rightarrow N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ = mg$$

$$\Rightarrow N_1 + N_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg \quad (4)$$

$$N_{1x} - N_{2x} = F_R \Rightarrow N_1 \sin 30^\circ - N_2 \sin 30^\circ = ma_{\min}$$

$$\Rightarrow N_1 - N_2 = 2ma_{\min} \quad (5)$$

Substituindo (3) em (5), temos: $N_1 = 4ma_{\min}$. Substituindo este resultado em (4) e usando novamente (3), vem:

$$N_1 + N_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg \Rightarrow 6ma_{\min} = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$$

$$a_{\min} = \frac{g}{3\sqrt{3}}$$

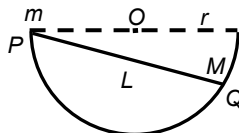
Assim a resposta é

$$a_{\min} \leq a \leq a_{\max}$$

$$\frac{g}{3\sqrt{3}} \leq a \leq \frac{g}{\sqrt{3}}$$

QUESTÃO 05

Duas partículas, de massas m e M , estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r , de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M , num ponto Q , conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão m/M entre as massas é igual a

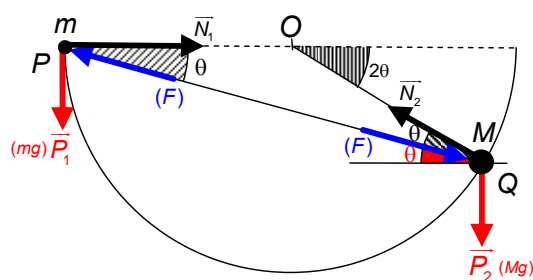


- a) $(L^2 - 2r^2) / (2r^2)$.
- b) $(2L^2 - 3r^2) / (2r^2)$.
- c) $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$.
- d) $(2L^2 - 3r^2) / (r^2 - L^2)$.
- e) $(3L^2 - 2r^2) / (L^2 - 2r^2)$.

Resolução

Alternativa A

Diagramas de Corpos Livres para m e M :



Equilíbrio Estático do corpo m :

$$\text{Dir. } x : N_1 = F \cos \theta \quad (I)$$

$$\text{Dir. } y : mg = F \sin \theta \quad (II)$$

Equilíbrio Estático do corpo M :

$$\text{Dir. } x : N_2 \cos 2\theta = F \cos \theta \quad (III)$$

$$\text{Dir. } y : N_2 \sin 2\theta = F \sin \theta + Mg \quad (IV)$$

Fazendo $\frac{(II)}{(I)}$, temos:

$$\frac{mg}{N_1} = \tan \theta \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{\tan \theta} \quad (V)$$

Fazendo $\frac{(IV)}{(III)}$, temos:

$$\tan(2\theta) = \frac{F \sin \theta}{F \cos \theta} + \frac{Mg}{F \cos \theta} \quad (VI)$$

Comparando, (I) e (V) temos:

$$F \cos \theta = \frac{mg}{\tan \theta} \quad (VII)$$

Substituindo (VII) em (VI)

$$\tan(2\theta) = \tan \theta + \frac{Mg}{\left(\frac{mg}{\tan \theta}\right)}$$

$$\tan(2\theta) = \tan \theta + \frac{M}{m} \tan \theta$$

$$\tan(2\theta) = \tan \theta \left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

$$\frac{2 \tan \theta}{(1 - \tan^2 \theta)} = \tan \theta \cdot \left(1 + \frac{M}{m}\right)$$

Dividindo ambos os membros por $\tan \theta$ ($\tan \theta \neq 0$), temos:

$$\frac{2}{1 - \tan^2 \theta} = 1 + \frac{M}{m}$$

$$\frac{2}{1 - \tan^2 \theta} - 1 = \frac{M}{m}$$

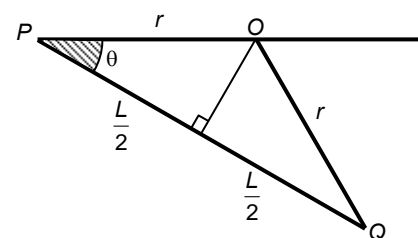
$$\frac{2 - 1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{M}{m}$$

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{M}{m}$$

$$\therefore \frac{m}{M} = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$$

$$\frac{m}{M} = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

Da geometria do problema, temos:



$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)}{r} = \frac{L}{2r}$$

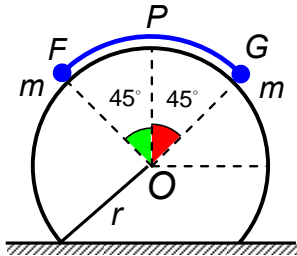
Portanto:

$$\frac{m}{M} = 2 \left(\frac{L}{2r}\right)^2 - 1 = 2 \frac{L^2}{4r^2} - 1$$

$$\boxed{\frac{m}{M} = \frac{L^2 - 2r^2}{2r^2}}$$

QUESTÃO 06

Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades, F e G , uma partícula de massa m . Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio r , abrangendo um ângulo de 90° e simetricamente disposto em relação ao ápice P do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo $\theta \equiv \widehat{FOP}$ em que a partícula na extremidade F perde contato com a superfície é tal que

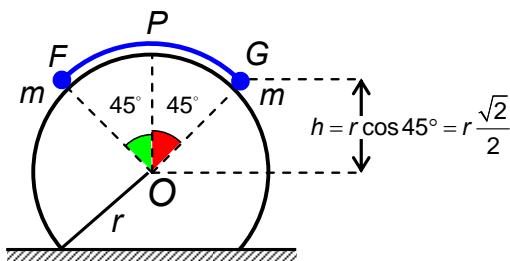


- a) $2 \cos \theta = 1$.
- b) $2 \cos \theta - \sin \theta = \sqrt{2}$.
- c) $2 \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$.
- d) $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$.
- e) $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2} / 2$.

Resolução

Alternativa D

Condição Inicial (em repouso):

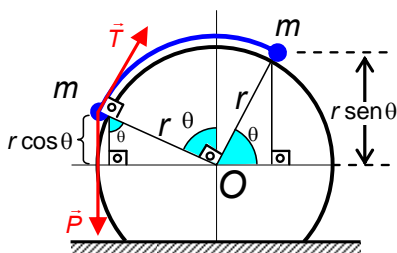


$$E_{MEC}(\text{sistema}) = E_{POT.G.(1)} + E_{POT.G.(2)} \Rightarrow$$

$$E_{MEC}(\text{sistema}) = mg \cdot r \frac{\sqrt{2}}{2} + mg \cdot r \frac{\sqrt{2}}{2} = mgr\sqrt{2} \quad \text{eq. (I)}$$

(Energia Potencial Gravitacional relativa ao centro da superfície cilíndrica)

Condição final (perda de contato de (1); $\vec{N}_1 = \vec{0}$)



Os módulos das velocidades das partículas são iguais, pois estão ligadas por um fio. Seja v o módulo dessas velocidades:

$$E'_{MEC}(\text{sistema}) = E_{POT.G.(1)} + E_{POT.G.(2)} + E_{CIN(1)} + E_{CIN(2)} \Rightarrow$$

$$E'_{MEC}(\text{sistema}) = m \cdot g \cdot r \cos \theta + m \cdot g \cdot r \sin \theta + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$$

$$E'_{MEC}(\text{sistema}) = m \cdot g \cdot r \cos \theta + m \cdot g \cdot r \sin \theta + m \cdot v^2 \quad \text{(II)}$$

A componente centrípeta da resultante é dada por:

$$R_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{r} = P \cos \theta \Leftrightarrow v^2 = r \cdot g \cos \theta \quad \text{(III)}$$

Como nesse sistema não há forças dissipativas, de (I) e (II), pela conservação da Energia Mecânica, temos:

$$E'_{MEC} = E_{MEC} \Rightarrow m \cdot g \cdot r \cdot \cos \theta + m \cdot g \cdot r \cdot \sin \theta + m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot r \sqrt{2};$$

Da equação (III): $v^2 = r \cdot g \cos \theta \Rightarrow$

$$m \cdot g \cdot r \cos \theta + m \cdot g \cdot r \sin \theta + m \cdot (r \cdot g \cos \theta) = m \cdot g \cdot r \sqrt{2}$$

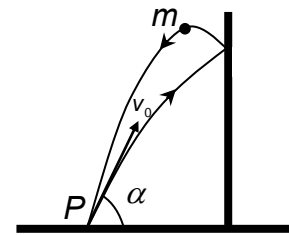
Dividindo por $(m \cdot g \cdot r)$, temos:

$$\cos \theta + \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$$

Logo, $2 \cos \theta + \sin \theta = \sqrt{2}$.

QUESTÃO 07

Uma pequena bola de massa m é lançada de um ponto P contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade v_0 , numa direção de ângulo α em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância d da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser

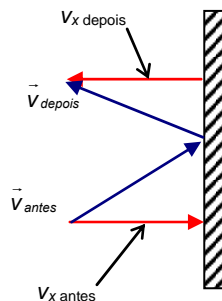


- a) $e = gd / (v_0^2 \sin 2\alpha - gd)$.
- b) $e = 2gd / (v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$.
- c) $e = 3gd / (2v_0^2 \sin 2\alpha - 2gd)$.
- d) $e = 4gd / (v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$.
- e) $e = 2gd / (v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$.

Resolução

Alternativa A

O coeficiente de restituição é dado por:



$$e = \frac{V_{x \text{ depois}}}{V_{x \text{ antes}}} = \frac{\left(\frac{d}{\Delta t_2}\right)}{\left(\frac{d}{\Delta t_1}\right)} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \quad \text{(I)}$$

$$v_{x \text{ antes}} = v_0 \cos \alpha = \frac{d}{\Delta t_1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{d}{v_0 \cos \alpha} \quad \text{(II)}$$

Note que $\Delta t_{voo} = \Delta t_1 + \Delta t_2$ (tempo total de voo).

Como a parede é vertical e lisa, a velocidade na direção vertical não é afetada pela colisão. Logo, o Δt_{voo} é o mesmo de um lançamento oblíquo sem a parede:

$$v_y = v_{oy} - gt$$

Aplicando-se a equação acima para o ponto de altura máxima da trajetória:

$$0 = v_0 \sin \alpha - g \left(\frac{\Delta t_{voo}}{2}\right)$$

$$\Delta t_{voo} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad \text{(III)}$$

$$\Delta t_2 = \Delta t_{voo} - \Delta t_1$$

$$\Delta t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{d}{v_0 \cos \alpha} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha - gd}{v_0 g \cos \alpha}$$

$$\Delta t_2 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha - gd}{v_0 g \cos \alpha} \quad (IV)$$

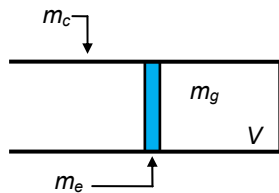
Substituindo (IV) e (II) em (I), obtemos:

$$e = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{\left(\frac{d}{v_0 \cos \alpha}\right)}{\left(\frac{v_0^2 \sin 2\alpha - gd}{v_0 g \cos \alpha}\right)} \Rightarrow e = \frac{gd}{(v_0^2 \sin 2\alpha - gd)}$$

QUESTÃO 08

A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume V com um gás ideal a pressão P , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas m_c , do cilindro, e m_e , do êmbolo, muito maiores que a massa m_g do gás, e sendo γ o expoente de Poisson, a variação da energia interna ΔU do gás quando a velocidade do cilindro for v_c é dada aproximadamente por

- a) $3PV^\gamma / 2$.
- b) $3PV / (2(\gamma - 1))$.
- c) $-m_c(m_e + m_c)v_c^2 / (2m_e)$.
- d) $-(m_c + m_e)v_c^2 / 2$.
- e) $-m_e(m_e + m_c)v_c^2 / (2m_c)$.



Resolução

Alternativa C

Sendo uma expansão adiabática (calor absorvido pelo gás $Q = 0$), segue da Primeira Lei da Termodinâmica que:

$$\begin{cases} Q = W + \Delta U \\ Q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \Delta U = -W,$$

onde W é o trabalho realizado pelo gás, transferido integralmente na forma de energia cinética ao sistema cilindro + êmbolo.



O enunciado nos diz que o sistema estudado encontra-se livre de quaisquer forças externas. Dessa forma, podemos afirmar que a quantidade de movimento P do sistema se conserva entre a primeira situação (repouso) e a segunda situação (instante em que o cilindro está com velocidade v_c):

$$P_{INICIAL} = P_{FINAL} \Leftrightarrow 0 = m_c \cdot v_c - m_e \cdot v_e \Leftrightarrow v_e = \frac{m_c \cdot v_c}{m_e}$$

Note que, devido à massa m_g do gás ser muito menor que as outras massas consideradas, ela não precisa ser levada em conta para os efeitos estudados.

A partir disso, o cálculo do trabalho W é feito utilizando o teorema do trabalho-energia cinética:

$$W = \Delta E_c = \left(\frac{m_c \cdot v_c^2}{2} + \frac{m_e \cdot v_e^2}{2}\right) - 0 \Leftrightarrow$$

$$W = \frac{m_c \cdot v_c^2}{2} + \frac{m_e \cdot m_c^2 \cdot v_c^2}{2 \cdot m_e^2} \Leftrightarrow W = \frac{m_c \cdot v_c^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{m_c}{m_e}\right)$$

Então:

$$\Delta U = -W = -\frac{m_c \cdot v_c^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{m_c}{m_e}\right) \Leftrightarrow \Delta U = -m_c \cdot (m_e + m_c) \cdot \frac{v_c^2}{2 \cdot m_e}$$

QUESTÃO 09

Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\tan \theta = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

- a) 1 m/s.
- b) 3 m/s.
- c) 5 m/s.
- d) 2 m/s.
- e) 4 m/s.

Resolução

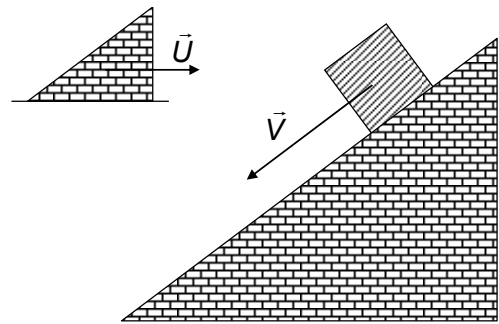
Alternativa C

Para resolver este problema empregaremos as seguintes quantidades:

$\vec{U} = U\hat{x}$: velocidade horizontal da rampa em relação a um observador parado no solo;

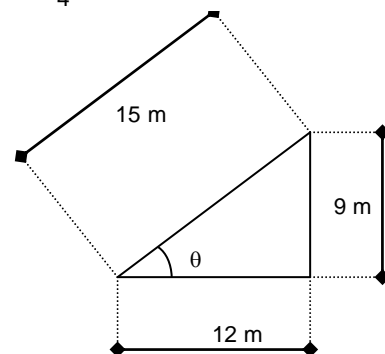
$\vec{v} = v_x\hat{x} + v_y\hat{y}$: velocidade do corpo em relação à rampa;

$\vec{V} = \vec{v} - \vec{U} = (v_x - U)\hat{x} + v_y\hat{y}$: velocidade do corpo em relação a um observador parado no solo.



Como o corpo percorre um trajeto de 15 m ao longo da rampa, temos que a altura e o comprimento desta rampa são, respectivamente, 9 m e 12 m, uma vez que o ângulo da rampa é

dado por $\tan \theta = \frac{3}{4}$:



Para a descida, duas quantidades irão se conservar:

- i) a energia mecânica do sistema, uma vez que os atritos são desprezíveis;
- ii) a quantidade de movimento na direção horizontal, uma vez que não há forças externas nesta direção.

Além disso, temos a relação

$$\text{iii) } \tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

Designaremos por $m = 80$ kg a massa do corpo, e por $M = 120$ kg a massa da rampa. Temos para a conservação da quantidade de movimento na direção horizontal, no referencial do solo:

$$m(v_x - U) = MU \Rightarrow$$

$$v_x = \frac{U}{m}(M + m) \quad (2)$$

Como a altura inicial do corpo antes da queda é $h=9\text{ m}$, a conservação de energia nos garante:

$$mgh = \frac{M}{2}|\vec{U}|^2 + \frac{m}{2}|\vec{V}|^2 = \frac{M}{2}U^2 + \frac{m}{2}[(v_x - U)^2 + v_y^2].$$

Substituindo (1) e (2) na equação acima:

$$mgh = \frac{M}{2}U^2 + \frac{m}{2}\left[\frac{U}{m}(M+m) - U\right]^2 + \frac{9}{16}\left[\frac{U}{m}(M+m)\right]^2 \Rightarrow$$

$$mgh = \frac{M}{2}U^2 + \frac{1}{2m}U^2\left[M^2 + \frac{9}{16}(M+m)^2\right] \Rightarrow$$

$$U^2 = \frac{mgh}{\frac{M}{2} + \frac{1}{2m}\left[M^2 + \frac{9}{16}(M+m)^2\right]} \Rightarrow$$

$$U^2 = \frac{32gh}{\left(\frac{M}{m} + 1\right)\left[25\frac{M}{m} + 9\right]}$$

Agora, substituindo os valores, e notando que a razão $\frac{M}{m}$ é dada

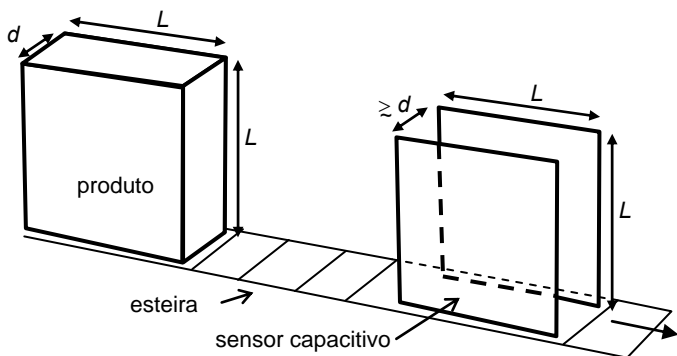
por: $\frac{M}{m} = \frac{120}{80} = \frac{3}{2}$, temos

$$U^2 = \frac{32 \cdot 10 \cdot 9}{\left(\frac{3}{2} + 1\right)\left[25 \cdot \frac{3}{2} + 9\right]} = \frac{11520}{465} \approx 24,77 \Rightarrow$$

$$\boxed{U \approx 5 \text{ m/s}}$$

QUESTÃO 10

Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões $L \times L \times d$, sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado L , afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que d , conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância C_0 . Considere, contudo, tenha havido ante um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja $C = 3/4 C_0$. Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo, $\kappa = 2$; e do ar, $\kappa_{ar} = 1$, e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a porcentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.



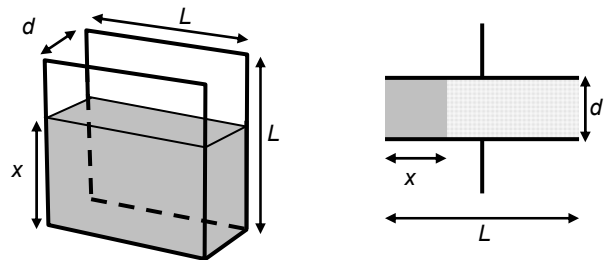
- a) 5%.
- b) 50%.
- c) 100%.
- d) 10%.
- e) 75%.

Resolução

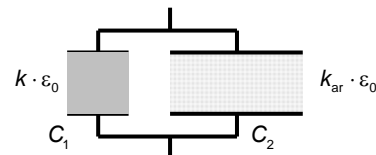
Alternativa B

Quando a embalagem que sofreu derramamento passa por entre as placas do sensor, teremos na verdade uma associação em paralelo de capacitores.

Observe os esquemas abaixo. O esquema à esquerda representa o sensor capacitivo e o óleo; o esquema da direita é uma vista lateral do mesmo sensor.



Perceba que a figura à direita é equivalente a uma associação em paralelo de capacitores (conforme esquematizado abaixo) cuja capacitância equivalente $C_{eq} = C_1 + C_2$.



Como a capacitância de um capacitor plano é dada por $C = \frac{\kappa \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d}$, podemos calcular a capacitância equivalente deste conjunto de capacitores da seguinte forma:

$$C_{eq} = \frac{\kappa \cdot \epsilon_0 \cdot A_1}{d} + \frac{\kappa_{ar} \cdot \epsilon_0 \cdot A_2}{d} = \frac{2 \cdot \epsilon_0 \cdot L \cdot x + 1 \cdot \epsilon_0 \cdot L \cdot (L - x)}{d}$$

$$C_{eq} = \frac{\epsilon_0 \cdot L}{d} (2 \cdot x + L - x) \Rightarrow C_{eq} = \frac{\epsilon_0 \cdot L}{d} (x + L)$$

Como foi dito que $C_{eq} = C = 3/4 C_0$ sendo

$$C_0 = \frac{\kappa \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d} \Rightarrow C_0 = \frac{2 \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}{d}$$

Assim:

$$C_{eq} = \frac{3C_0}{4} \Rightarrow \frac{\epsilon_0 \cdot L}{d} (x + L) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2 \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}{d} \Rightarrow x + L = \frac{3}{2} L \Rightarrow$$

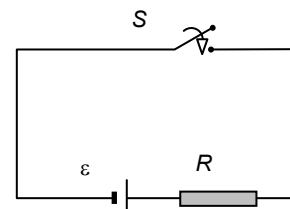
$$\boxed{x = \frac{L}{2}}$$

Dessa forma, como o óleo preenche metade do recipiente, o volume ocupado é a metade:

$$\frac{V_{total}}{V_{oleo}} = \frac{L^2 \cdot d}{L \cdot x \cdot d} = \frac{L}{x} \Rightarrow \boxed{V_{oleo} = 0,5 \cdot V_{total}}$$

QUESTÃO 11

O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. ϵ e um resistor de resistência R . Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:



- I – Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.
 - II – Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.
 - III – A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.
- Assinale a alternativa verdadeira.
- a) Apenas a I é correta.
 - b) Apenas a II é correta.
 - c) Apenas a III é correta.
 - d) Apenas a II e a III são corretas.
 - e) Todas são corretas.

Resolução

Alternativa E

O circuito representado na figura do enunciado delimita uma área fechada que denominaremos S . Ao passar uma corrente no circuito, digamos que ela circule no sentido anti-horário, um campo magnético perpendicular à página e saindo dela passa a atravessar esta área S , gerando um fluxo magnético Φ_B .

O conceito por trás da autoindução é que variações deste fluxo magnético induzem uma força eletromotriz no circuito, ou seja, ao mudarmos a corrente que o atravessa, esta variação produz um potencial.

Analisemos as afirmativas:

I. Verdadeira

Quando fechamos a chave, variamos a corrente, e como explicado anteriormente, haverá f.e.m. induzida no circuito.

II. Verdadeira

Quando fechamos a chave, a corrente varia rapidamente e com o passar do tempo seu valor tende a se estabilizar em $i = \varepsilon / R$. Quando a corrente é constante, o fluxo magnético Φ_B também é constante, e não há f.e.m. induzida.

III. Verdadeira

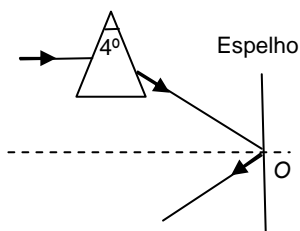
Sempre que variamos a corrente, o fluxo Φ_B também varia, e produz f.e.m., ocorrendo autoindução.

Devido ao exposto acima, a alternativa correta é a **E**, pois todas as afirmativas estão corretas.

Nota: Se consideramos um circuito rígido, somente variações na corrente podem variar o fluxo magnético que atravessa o circuito. Se permitirmos variações na forma do circuito, por exemplo, mudando sua área, também é possível produzir uma f.e.m. induzida sem variar a corrente. Sob esta hipótese de não rigidez do circuito, as afirmativas II e III estariam *incorretas*.

QUESTÃO 12

Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4° e índice de refração $n = 1,5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O , de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.



- a) 4° , sentido horário.
- b) 2° , sentido horário.
- c) 2° , sentido antihorário.
- d) 1° , sentido horário.
- e) 1° , sentido antihorário.

Resolução

Alternativa D

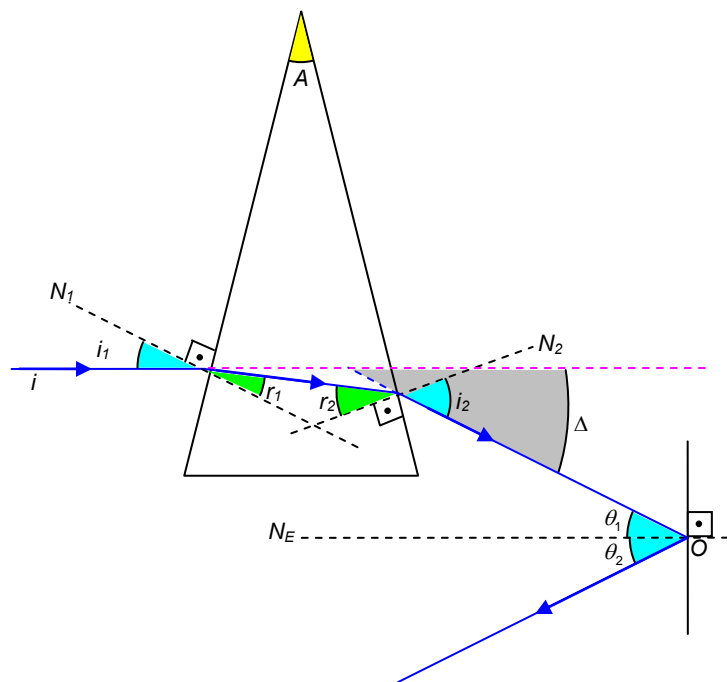
O enunciado desta questão é falho ao:

- não deixar claro se o raio é horizontal antes ou após incidir no prisma. Poderíamos ainda supor que a vista do enunciado da questão é superior, de modo que o plano do papel seria horizontal, assim todos os raios seriam horizontais, entretanto, um dado importante para a resolução da questão é o paralelismo entre o raio incidente no prisma e o eixo perpendicular ao espelho, o que não é dado na questão;
- não fornecer informações suficientes para afirmar que o ângulo de incidência no prisma é pequeno. O esquema mostra um prisma com bissetriz do ângulo de abertura aparentemente perpendicular ao ângulo de incidência,

porém, claramente a figura não está em escala, como se pode notar ao observar o ângulo de 4° , cujo desenho é muito maior que a medida indicada.

Apesar dos comentários acima, resolveremos a questão assumindo que o ângulo de incidência no prisma é pequeno e que, além de a vista ser lateral, o raio é horizontal **antes** de incidir no prisma. Assim, o raio incidente i no prisma e a reta N_E , normal ao espelho, são paralelos.

Na figura abaixo, observe que o desvio Δ do raio de luz ao atravessar o prisma é igual ao ângulo θ_1 (alternos internos), que é igual ao ângulo θ_2 (segunda lei da reflexão).



Ao aplicar a lei de Snell, assumindo que os ângulos são muito pequenos, vale a aproximação $\text{sen } \theta \approx \theta$:

$$1 \cdot \text{sen } i_1 = n \cdot \text{sen } r_1, \text{ logo:}$$

$$i_1 = n \cdot r_1 \quad (1)$$

Analogamente:

$$i_2 = n \cdot r_2 \quad (2)$$

E ainda:

$$r_1 + r_2 = A \quad (3)$$

De (1), (2) e (3):

$$i_1 + i_2 = n \cdot (r_1 + r_2) \Rightarrow i_1 + i_2 = n \cdot A \quad (4)$$

Sabemos que o desvio é dado por:

$$\Delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2 = i_1 + i_2 - A \quad (5)$$

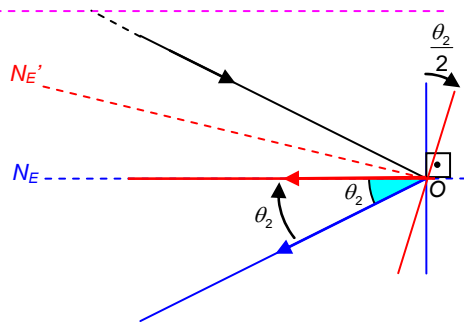
Substituindo (4) em (5) e lembrando que $n = 1,5$ e $A = 4^\circ$, temos:

$$\Delta = i_1 + i_2 - A = n \cdot A - A = A \cdot (n - 1)$$

$$\Delta = 4^\circ \cdot 0,5$$

$$\Delta = 2^\circ$$

Agora, para que o raio emergente do espelho volte paralelo ao raio incidente no prisma, é necessário que o raio gire θ_2 e, portanto, o espelho gire $\frac{\theta_2}{2}$, como pode ser visto na figura abaixo:



Como $\theta_2 = \Delta = 2^\circ$, precisamos girar o espelho de 1° no sentido horário.

QUESTÃO 13

Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de $2,5 \times 10^9$ Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

- a) 1,0 cm. b) 2,0 cm. c) 3,0 cm.
d) 4,0 cm. e) 5,0 cm.

Resolução

Alternativa B

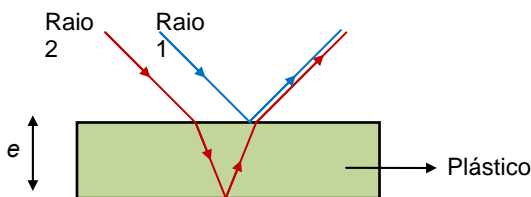
Como as micro-ondas são ondas eletromagnéticas, seu comprimento de onda no plástico pode ser calculado através da definição do índice de refração absoluto:

$$n_p = \frac{c}{v_p} = \frac{c}{\lambda_p \cdot f_p} \Leftrightarrow \lambda_p = \frac{c}{n_p \cdot f_p}$$

Como a frequência da onda não muda ao passar de um meio para outro, segue que:

$$\lambda_p = \frac{c}{n_p \cdot f_p} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 2,5 \cdot 10^9} = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$$

Considere agora a representação a seguir de dois raios de onda que incidem sobre o prato plástico. Embora a incidência seja perpendicular à superfície, fizemos o desenho considerando os raios oblíquos para maior clareza.



Um dos raios representados (raio 1) é aquele que reflete diretamente sobre a superfície superior do plástico, e nesse caso a reflexão se dá COM inversão de fase, dado que o plástico é um meio mais refringente que o ar.

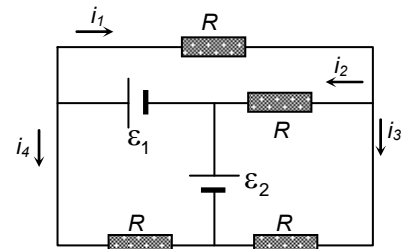
O outro raio representado (raio 2) é aquele que refrata para dentro do plástico, sofre reflexão SEM inversão de fase na superfície inferior do plástico (pois o ar é menos refringente que o plástico) e refrata de volta para o ar na superfície superior.

Para que a reflexão das micro-ondas seja favorecida, esses dois raios que emergem da superfície superior do plástico devem sofrer interferência construtiva. Considerando que já houve uma defasagem de meio comprimento de onda entre esses raios, devida à inversão da fase na reflexão do raio 1, a menor espessura para a qual eles interferem construtivamente é aquela que acrescenta mais meio comprimento de onda de defasagem em razão da diferença de caminhos entre os raios. Temos que:

$$2e = \frac{\lambda_p}{2} \Leftrightarrow e = \frac{\lambda_p}{4} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow \boxed{e = 2 \text{ cm}}$$

QUESTÃO 14

Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência, $R = 10 \Omega$, e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são $\varepsilon_1 = 30 \text{ V}$ e $\varepsilon_2 = 10 \text{ V}$. Pode-se afirmar que as correntes i_1 , i_2 , i_3 e i_4 nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de



- a) 2, 2/3, 5/3 e 4.
b) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.
c) 4, 4/3, 2/3 e 2.
d) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.
e) 2, 2/3, 4/3 e 4.

Resolução

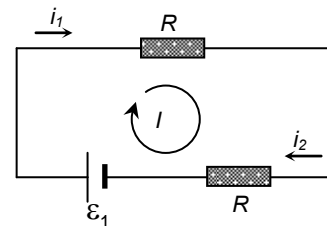
Alternativa B

Podemos aplicar as Leis de Kirchhoff para resolver este problema: Pela primeira Lei de Kirchhoff, obtemos que:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad \text{eq. (1)}$$

Aplicando a segunda Lei de Kirchhoff nas malhas que compõem o circuito dados, obteremos mais três equações.

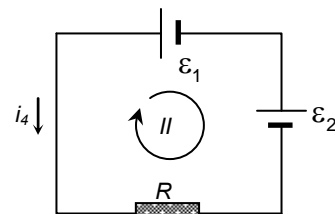
Para a malha superior, obtemos:



$$+\varepsilon_1 - R \cdot i_1 - R \cdot i_2 = 0 \Rightarrow +30 - 10 \cdot i_1 - 10 \cdot i_2 = 0$$

$$i_1 + i_2 = 3 \quad \text{eq. (2)}$$

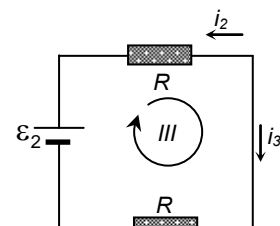
Para a malha inferior esquerda, temos:



$$-\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + R \cdot i_4 = 0 \Rightarrow -30 - 10 + 10 \cdot i_4 = 0$$

$$i_4 = 4 \quad \text{eq. (3)}$$

Para a malha inferior direita, encontramos:



$$+\varepsilon_2 + R \cdot i_2 - R \cdot i_3 = 0 \Rightarrow +10 + 10 \cdot i_2 - 10 \cdot i_3 = 0$$

$$i_3 - i_2 = 1 \text{ eq. (4)}$$

As quatro equações acima nos fornecem um sistema de quatro variáveis:

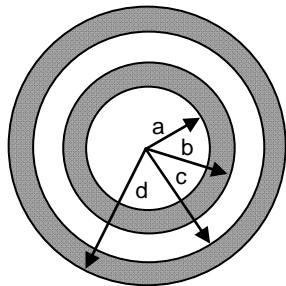
$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3 \\ i_1 + i_2 = 3 \\ i_4 = 4 \\ i_3 - i_2 = 1 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema obtemos:

$$i_1 = 7/3 \text{ A}, i_2 = 2/3 \text{ A}, i_3 = 5/3 \text{ A} \text{ e } i_4 = 4 \text{ A}.$$

QUESTÃO 15

A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que a e c são, respectivamente, seus raios internos, e b e d seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio d , podemos afirmar, respectivamente, que



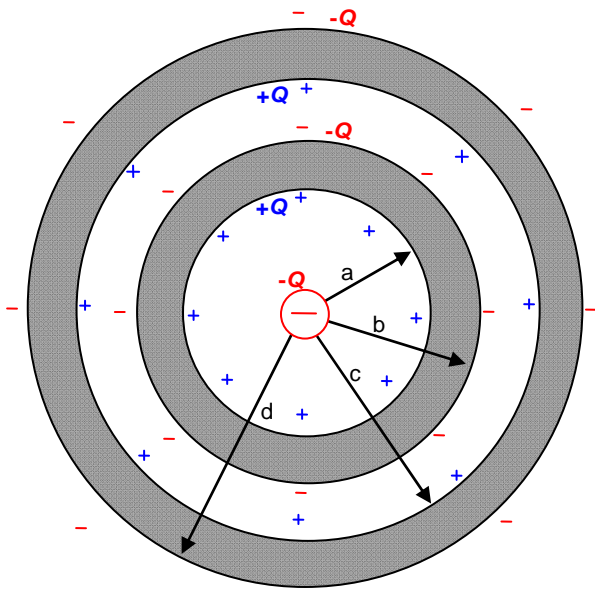
- a) $V(b) > V(d)$ e a carga é positiva.
- b) $V(b) < V(d)$ e a carga é positiva.
- c) $V(b) = V(d)$ e a carga é negativa.
- d) $V(b) > V(d)$ e a carga é negativa.
- e) $V(b) < V(d)$ e a carga é negativa.

Resolução

Alternativa E

Ao posicionar uma carga negativa $-Q$ no centro das esferas, temos as seguintes cargas induzidas:

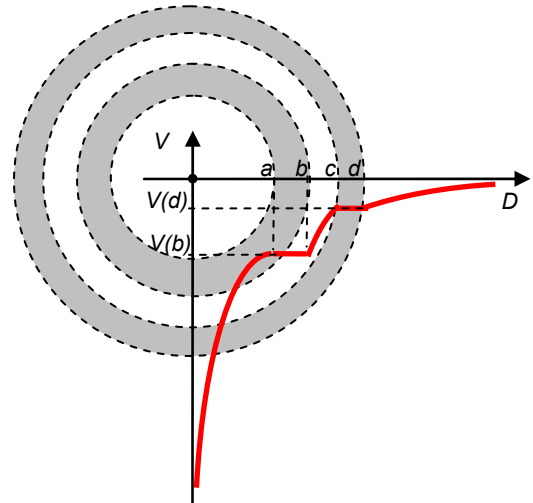
- A carga induzida na interface de raio a é $+Q$.
- A carga induzida na interface de raio b é $-Q$.
- A carga induzida na interface de raio c é $+Q$.
- A carga induzida na interface de raio d é $-Q$.



A primeira conclusão é que a carga na superfície de raio d é **negativa**. Próximo à carga central negativa, o potencial é **negativo** e seu módulo é muito grande. No interior (região oca) da casca esférica menor, o campo elétrico é de aproximação, apontando para o centro, o que indica que cada ponto que está a uma distância $D \leq a$ tem seu potencial aumentando, conforme se afasta do centro.

Na parte metálica $a \leq D \leq b$ o potencial é constante. Na próxima região ($b \leq D \leq c$), o potencial volta a aumentar, pois a carga interna é negativa e o campo elétrico volta a ser de aproximação para o centro. Na última parte metálica, o potencial volta a ser constante com o aumento da distância. Fora da esfera, a carga interna é negativa e o potencial volta a aumentar, tendendo a zero para D muito grande.

Assim, temos qualitativamente:

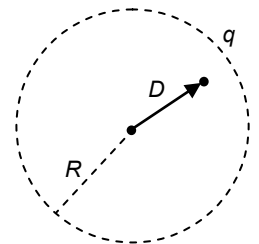


Conclui-se, então, que $V(b) < V(d)$

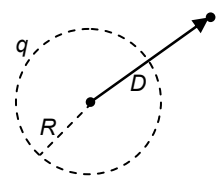
Solução algébrica alternativa para o cálculo dos potenciais:

Cada conjunto de cargas (totalizando q) em formato de casca esférica de raio R provoca um potencial em um ponto que está a uma distância D do centro igual a:

$$V_i = \frac{K \cdot q}{R} \text{ se o ponto é interior à casca esférica ou está sobre ela } (D \leq R):$$



$$V_e = \frac{K \cdot q}{D} \text{ se o ponto é exterior à casca esférica } (D > R):$$



Assim, podemos calcular os potenciais $V(b)$ e $V(d)$:

$$\begin{aligned} V(b) &= \frac{K \cdot (-Q)}{b} + \frac{K \cdot (+Q)}{b} + \frac{K \cdot (-Q)}{b} + \frac{K \cdot (+Q)}{c} + \frac{K \cdot (-Q)}{d} \\ V(b) &= \frac{K \cdot (-Q)}{b} + \frac{K \cdot (+Q)}{c} + \frac{K \cdot (-Q)}{d} \\ V(d) &= \frac{K \cdot (-Q)}{d} + \frac{K \cdot (+Q)}{d} + \frac{K \cdot (-Q)}{d} + \frac{K \cdot (+Q)}{d} + \frac{K \cdot (-Q)}{d} \\ V(d) &= \frac{K \cdot (-Q)}{d} \end{aligned}$$

Observe que a diferença entre $V(b)$ e $V(d)$ é:

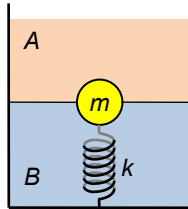
$$\begin{aligned} V(b) - V(d) &= \left(\frac{K \cdot (-Q)}{b} + \frac{K \cdot (+Q)}{c} + \frac{K \cdot (-Q)}{d} \right) - \left(\frac{K \cdot (-Q)}{d} \right) \\ V(b) - V(d) &= K \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right) \end{aligned}$$

Como $c > b$, então $\frac{1}{c} < \frac{1}{b} \Rightarrow \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right) < 0$. Daí:

$$V(b) - V(d) < 0 \Rightarrow V(b) < V(d)$$

QUESTÃO 16

Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B . Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5$ kg, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800$ N/m, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



- a) 0 m.
- b) 9/16 m.
- c) 3/8 m.
- d) 1/4 m.
- e) 1/8 m.

Resolução

Alternativa D

As forças que atuam sobre a esfera sólida são:

- \vec{P} : o peso da esfera, vertical para baixo;
- \vec{E}_A : o empuxo exercido pelo líquido A, vertical para cima;
- \vec{E}_B : o empuxo exercido pelo líquido B, vertical para cima;
- \vec{F}_{EL} : a força exercida pela mola.

Num primeiro momento, não podemos afirmar se a força elástica tem sentido vertical para cima ou para baixo. Para decidir, é necessário comparar o módulo da força peso com o módulo do empuxo aplicado sobre a esfera pelos líquidos.

A força peso tem intensidade dada por:

$$|\vec{P}| = m \cdot |\vec{g}| = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N}$$

Sejam V o volume da esfera, e V_A e V_B os volumes deslocados dos líquidos A e B, respectivamente. De acordo com o enunciado, temos que:

$$V_A = V_B = \frac{V}{2}$$

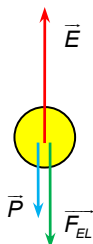
Assim, os empuxos aplicados por cada líquido sobre a esfera têm intensidades dadas por:

$$\begin{cases} |\vec{E}_A| = \rho_A \cdot |\vec{g}| \cdot V_A = 4\rho \cdot |\vec{g}| \cdot \frac{V}{2} = 2 \cdot (\rho \cdot V) \cdot |\vec{g}| = 2 \cdot m \cdot |\vec{g}| = 2 \cdot 5 \cdot 10 = 100 \text{ N} \\ |\vec{E}_B| = \rho_B \cdot |\vec{g}| \cdot V_B = 6\rho \cdot |\vec{g}| \cdot \frac{V}{2} = 3 \cdot (\rho \cdot V) \cdot |\vec{g}| = 3 \cdot m \cdot |\vec{g}| = 3 \cdot 5 \cdot 10 = 150 \text{ N} \end{cases}$$

O empuxo total sobre a esfera tem intensidade igual a:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_A| + |\vec{E}_B| = 100 + 150 = 250 \text{ N}$$

Como $|\vec{E}| > |\vec{P}|$, para manter o sistema em equilíbrio, a força elástica deve ter sentido para baixo, e agora podemos montar o diagrama de forças agindo sobre a esfera:



Assim, a mola deve estar distendida de um comprimento x tal que:

$$|\vec{F}_{EL}| + |\vec{P}| = |\vec{E}| \Leftrightarrow k \cdot x = |\vec{E}| - |\vec{P}| \Leftrightarrow 800 \cdot x = 250 - 50$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ m}$$

QUESTÃO 17

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

- a) a segunda lei de Newton.
- b) a lei de conservação da energia.
- c) a segunda lei da termodinâmica.
- d) a lei zero da termodinâmica.
- e) a lei de conservação da quantidade de movimento.

Resolução

Alternativa C

a) Incorreta. A segunda lei de Newton relaciona uma força resultante aplicada a um corpo com sua mudança de estado de movimento (quantidade de movimento) ao longo do tempo, tendo relação de direcionalidade com o tempo, pois, se soubermos a direção e o sentido da força, podemos observar dois estados de movimento e dizer qual dos dois ocorreu antes e qual ocorreu depois. Esse processo, no entanto, não é o que melhor traduz o tema do texto, pois não está relacionado a temperaturas e isolamento térmico.

b) Incorreta. A conservação de energia diz que a energia de um sistema isolado antes de um processo físico é igual à energia após o processo. Sendo os dois estados idênticos (mesma energia), não podemos distinguir qual ocorreu antes e qual ocorreu depois. Não há, portanto, relação de direcionalidade com o tempo.

c) Correta. A segunda lei da termodinâmica se refere justamente ao aumento de entropia de um sistema isolado. No caso do corpo aquecido apenas a uma parte e isolado, seu estado é menos entrópico do que aquele cuja temperatura é uniforme, então a referida lei diz que nunca será observado, com o passar do tempo, um acúmulo de energia térmica em apenas um ponto do corpo. Dessa forma, distribuir uniformemente a temperatura de um sistema isolado é um processo irreversível, pois ocorre espontaneamente, ao contrário do acúmulo de energia, que precisa ser um processo forçado (requer uma fonte externa de energia para ocorrer).

d) Incorreta. A lei zero da termodinâmica diz que se um corpo A está em equilíbrio térmico (tem mesma temperatura) que um corpo B e o corpo B está em equilíbrio térmico com um corpo C, então A e C estão em equilíbrio térmico entre si. Essa lei não tem nenhuma relação com a passagem do tempo, pois está aplicada a estados (instantâneos).

e) Incorreta. A lei de conservação da quantidade de movimento, analogamente à da conservação de energia, não possui relação de direcionalidade com o tempo.

QUESTÃO 18

Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado n para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado n é dada por $E_n = E_1/n^2$. Considere as seguintes afirmações:

- I - A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é $E_c = E_1/n^2 - E_1/2$.
- II - A função trabalho do metal é $\phi = -E_1/2$.
- III - A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

- a) Apenas a I e III são corretas.
- b) Apenas a II e III são corretas.
- c) Apenas a I e II são corretas.
- d) Apenas a III é correta.
- e) Todas são corretas.

Resolução

Alternativa E

Para resolver este exercício devemos nos lembrar que a energia E_f do fóton emitido pelo átomo de hidrogênio quando vai de um estado excitado n para o estado fundamental é:

$$E_f = E_n - E_1 \Rightarrow E_f = \frac{E_1}{n^2} - E_1$$

Para que o átomo seja ionizado devemos lembrar que é necessária uma energia E_i suficiente para retirar o seu elétron do estado fundamental e levá-lo para um estado onde $n \rightarrow \infty$:

$$E_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{E_1}{n^2} - E_1 \right) = 0 - E_1 \Rightarrow E_i = -E_1$$

O enunciado nos diz que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização. Dessa forma:

$$\phi = \frac{E_i}{2} \Rightarrow \phi = -\frac{E_1}{2}$$

A energia cinética máxima E_c de um elétron ejetado no efeito fotoelétrico é dada pela energia do fóton incidente menos a energia necessária para vencer a função trabalho ϕ do metal:

$$E_c = E_f - \phi \Rightarrow E_c = \frac{E_1}{n^2} - E_1 - \left(-\frac{E_1}{2} \right) \Rightarrow E_c = \frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}$$

Podemos notar que, como a função trabalho do metal é constante, qualquer acréscimo na energia do fóton incidente provoca acréscimo na energia cinética máxima do elétron emitido.

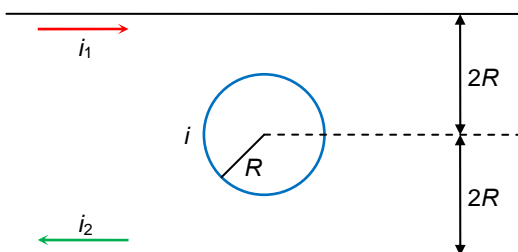
A energia de um fóton é dada na forma:

$$E_f = h \cdot f$$

Onde h é a constante de Planck e f é a frequência do fóton. Percebemos então que a energia do fóton cresce quando cresce sua frequência. Se E_c cresce com E_f e E_f cresce com f , então E_c cresce com f . Isso torna as três afirmações verdadeiras.

QUESTÃO 19

Uma espira circular de raio R é percorrida por uma corrente elétrica i criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância $2R$ do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes i_1 e i_2 não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de i e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente



- a) $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.
- b) $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.
- c) $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.
- d) $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.
- e) $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.

Resolução

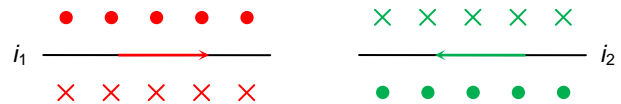
Alternativa D

Inicialmente, temos um vetor indução magnética \vec{B} no centro da espira de intensidade dada por:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$$

Quando os fios retilíneos passam a ser percorridos pelas correntes i_1 e i_2 , elas geram no plano da figura vetores indução magnética

\vec{B}_1 e \vec{B}_2 perpendiculares a esse plano, com os sentidos indicados a seguir:

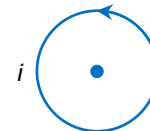


Assim, no centro da espira circular, ambas as correntes geram vetores indução magnética entrando no plano da figura, de intensidade dada por:

$$|\vec{B}_1| + |\vec{B}_2| = \frac{\mu \cdot i_1}{2 \cdot \pi \cdot 2R} + \frac{\mu \cdot i_2}{2 \cdot \pi \cdot 2R} = \frac{\mu \cdot (i_1 + i_2)}{4 \cdot \pi \cdot R}$$

Observe que, se o vetor indução magnética criado pela corrente i que circula na espira tivesse o mesmo sentido desses outros dois campos (ou seja, entrando no plano da figura), não seria possível manter o módulo do vetor indução magnética resultante igual ao da situação anterior, pois seria o da situação anterior somado com os módulos desses dois novos vetores.

Portanto, a primeira conclusão é que o vetor indução magnética criado pela corrente i no centro da espira deve estar saindo do plano da figura, e para tanto a corrente na espira deve estar circulando no **sentido anti-horário**.



Além disso, a única maneira de manter constante o módulo do vetor indução magnética *resultante* no centro da espira entre as duas situações é se forem vetores de sentidos opostos, ou seja, saindo do plano da figura na primeira situação (quando só temos o vetor indução magnética criado pela corrente i) e entrando no plano da figura na segunda situação (quando temos os vetores indução magnética criados por cada fio retilíneo e também o criado pela corrente i). Logo:

$$|\vec{B}_1| + |\vec{B}_2| - |\vec{B}| = |\vec{B}| \Leftrightarrow |\vec{B}_1| + |\vec{B}_2| = 2 \cdot |\vec{B}| \Leftrightarrow$$

$$\frac{\mu \cdot (i_1 + i_2)}{4 \cdot \pi \cdot R} = 2 \cdot \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot R}$$

$$i = \frac{i_1 + i_2}{4 \cdot \pi}$$

QUESTÃO 20

Uma lua de massa m de um planeta distante, de massa $M \gg m$, descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a e semieixo menor b , perfazendo um sistema de energia E . A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade v da lua no apogeu com sua velocidade v' no perigeu, isto é, $v'(a - e) = v(a + e)$, em que e é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

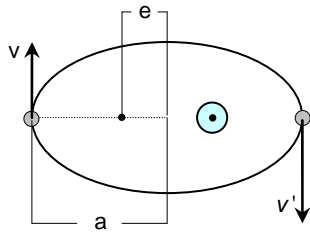
- a) $E = -GMm / (2a)$.
- b) $E = -GMm / (2b)$.
- c) $E = -GMm / (2e)$.
- d) $E = -GMm / \sqrt{a^2 + b^2}$.
- e) $v' = \sqrt{2GM / (a - e)}$.

Resolução

Alternativa A

Como a massa M do planeta é muito maior que a massa m da lua, podemos considerar que o planeta encontra-se estático no referencial adotado.

Um desenho pode tornar mais fácil a resolução do exercício.



Podemos agora tentar encontrar a energia E em função da energia potencial gravitacional e das energias cinéticas nos pontos de apogeu (ponto de maior distância entre planeta e lua) e perigeu (ponto mais próximo). As energias serão iguais, pois o sistema é conservativo.

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{GMm}{a+e} = \frac{m \cdot v'^2}{2} - \frac{GMm}{a-e}$$

Como o enunciado nos diz que $v'(a-e) = v(a+e)$ então:

$$\frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{GMm}{a+e} = \frac{m}{2} \left(v \frac{a+e}{a-e} \right)^2 - \frac{GMm}{a-e}$$

Buscando isolar $\left(\frac{m \cdot v^2}{2} \right)$:

$$GMm \left(\frac{1}{a-e} - \frac{1}{a+e} \right) = \frac{m}{2} v^2 \left(\left(\frac{a+e}{a-e} \right)^2 - 1 \right)$$

$$GMm \left(\frac{2e}{a^2 - e^2} \right) = \frac{mv^2}{2} \left(\frac{4ae}{(a-e)^2} \right)$$

$$GMm \left(\frac{2e}{(a+e)(a-e)} \right) = \frac{mv^2}{2} \left(\frac{4ae}{(a-e)^2} \right)$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{GMm}{a+e} \left(\frac{a-e}{2a} \right)$$

Se substituirmos a energia cinética encontrada no apogeu ficamos com:

$$E = \frac{GMm}{a+e} \left(\frac{a-e}{2a} \right) - \frac{GMm}{a+e}$$

$$E = \frac{GMm}{a+e} \left(\frac{a-e}{2a} - 1 \right)$$

$$E = \frac{GMm}{a+e} \left(\frac{a-e}{2a} - \frac{2a}{2a} \right)$$

$$E = - \frac{GMm}{a+e} \left(\frac{a+e}{2a} \right)$$

$$E = - \frac{GMm}{2a}$$

QUESTÃO 21

Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0 \gamma$, o momentum relativístico $p = m_0 \gamma v$ e a energia relativística $E = m_0 \gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c ".

Resolução

Inicialmente, observe que podemos reescrever o fator de Lorentz γ como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

definido para $v < c$.

Assim, para $v < c$, de acordo com as relações dadas, temos que:

$$\begin{aligned} E^2 - p^2 c^2 &= (m_0 \cdot \gamma \cdot c^2)^2 - (m_0 \cdot \gamma \cdot v)^2 \cdot c^2 = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^2 \cdot (c^2 - v^2) = \\ &= m_0^2 \cdot \left(\frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \right)^2 \cdot c^2 \cdot (c^2 - v^2) = m_0^2 \cdot c^2 \cdot c^2 = (m_0 c^2)^2, \end{aligned}$$

que é o que queríamos demonstrar.

Por outro lado, da energia relativística, temos que:

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 \Leftrightarrow m_0 \cdot \gamma = \frac{E}{c^2}$$

Substituindo no momentum relativístico, vem que:

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot v = \frac{E}{c^2} \cdot v$$

Voltando à equação que acabamos de demonstrar:

$$(m_0 \cdot c^2)^2 = E^2 - p^2 \cdot c^2 = E^2 - \left(\frac{E}{c^2} \cdot v \right)^2 \cdot c^2 = E^2 - \frac{E^2 \cdot v^2}{c^4} \cdot c^2 \Leftrightarrow$$

$$E^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = (m_0 \cdot c^2)^2$$

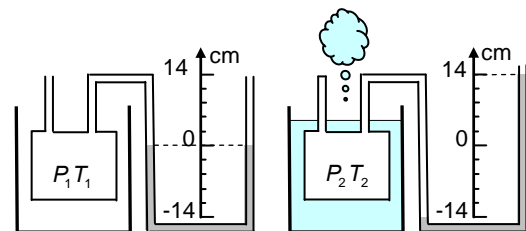
A discussão a partir desse ponto tem que ser levada com certo cuidado. Primeiramente, é preciso observar que mesmo as partículas com massa de repouso nula, como os fótons, têm energias não nulas associadas a elas (segundo a Física Quântica, energias da forma $h \cdot f$). Assim, a energia E é sempre diferente de zero. Segundo, o fator de Lorentz γ não fica bem definido quando $v = c$, pois seria nulo o denominador da fração que o define. Portanto, imaginamos que o propósito aqui seja pensar que, fazendo a massa de repouso tender a zero ($m_0 \rightarrow 0$), e a energia E não sendo nula, segue que:

$$m_0 \rightarrow 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} \rightarrow 0 \Leftrightarrow v \rightarrow c$$

Isso permitiria afirmar que, de fato, partículas com massa de repouso nula viajam com a velocidade da luz c .

QUESTÃO 22

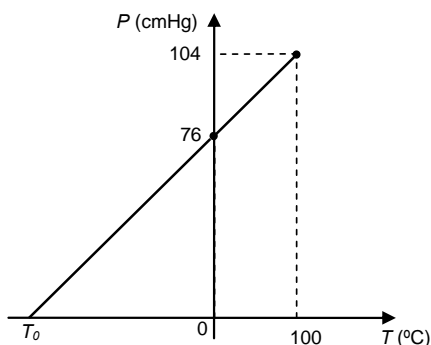
Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0°C . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente esse novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Resolução

Devemos marcar no gráfico $P \times T$ os dois pontos referentes aos estados, inicial e final. O estado inicial corresponde à pressão atmosférica $P_i = 76 \text{ cmHg}$ e temperatura de $T_i = 0^\circ\text{C}$. O estado final, correspondente à temperatura de ebulição da água $T_f = 100^\circ\text{C}$, apresentou uma medida de pressão superior em 28 cmHg com relação ao estado inicial, ou seja, $P_f = 104 \text{ cmHg}$.

Colocando esses dois pontos no gráfico podemos traçar uma reta e encontrar a temperatura T_0 onde $P = 0$:



Esse valor pode ser encontrado pela equação da reta

$$P = \left(\frac{104 - 76}{100} \right) T + 76 \Rightarrow P = 0,28.T + 76$$

e fazendo $P = 0$:

$$0 = 0,28.T_0 + 76 \Rightarrow T_0 = -\frac{76}{0,28} \approx 271,4$$

$$T_0 \approx -271,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Considerando o ar como um gás ideal e a porção de ar dentro do manômetro desprezível, perante o volume no recipiente, ele sofre uma transformação aproximadamente isométrica.

Assim, para a temperatura T em uma escala absoluta (por exemplo, a escala Kelvin),

$$\frac{P}{T} = \frac{P_i}{T_i}$$

Então, de acordo com essa expressão o gráfico $P \times T$ deve ser uma reta

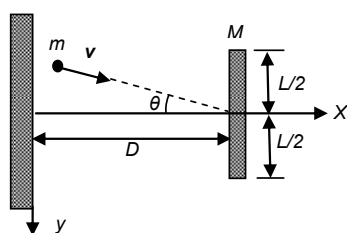
$$P = \left(\frac{P_i}{T_i} \right) T$$

tal que a temperatura deve ser $T_0 = 0\text{K}$ para $P = 0$. Isso significa que a temperatura $T_0 = 0\text{K}$ corresponde ao zero absoluto, que de acordo com a teoria cinética dos gases é a temperatura mais baixa que pode ser atingida. De acordo com essa teoria, a temperatura é uma grandeza relacionada à energia cinética média das moléculas de um corpo, e o zero absoluto é a temperatura correspondente a um estado de energia cinética nula.

O exercício mostra uma maneira de se determinar experimentalmente a temperatura do zero absoluto.

QUESTÃO 23

Num plano horizontal xxy , um projétil de massa m é lançado com velocidade v , na direção de θ com o eixo x , contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea de comprimento L e massa M , que se encontra inicialmente em repouso a uma distância D de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, determine o intervalo de valores θ para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Resolução

Inicialmente, iremos decompor a velocidade \vec{v} do projétil em uma componente horizontal $v_x = v \cos \theta$ e outra vertical $v_y = v \sin \theta$.

Este projétil estará sujeito a duas interações:

- colisão elástica com a barra rígida, e
- colisão elástica contra a parede à esquerda.

Na primeira, devido à ausência de atrito, sua componente v_y da velocidade permanece inalterada, podendo, contudo, transferir momento linear para a barra, fazendo com que esta adquira movimento ao longo da direção \vec{x} .

Caso o projétil tenha velocidade de recuo negativa na direção \vec{x} , ele poderá ainda sofrer uma segunda colisão, agora contra a parede. Nesta colisão, sua velocidade em \vec{y} continua inalterada, entretanto a colisão inverte o sentido de seu movimento ao longo de \vec{x} , fazendo o projétil se mover em direção à barra novamente.

Denominaremos por:

\vec{u} : velocidade da barra após a primeira colisão com o projétil;

\vec{v}' : velocidade do projétil após a primeira colisão com a barra;

\vec{v}'' : velocidade do projétil após a colisão contra a parede.

Na primeira colisão, como a velocidade em \vec{y} não se altera, para o projétil e a barra não adquire movimento nesta direção,

$$v'_y = v_y = v \sin \theta,$$

$$u_y = 0.$$

Para as componentes horizontais, temos conservação da quantidade de movimento e a restrição de a colisão ser perfeitamente elástica (velocidade de afastamento igual à de aproximação), ou seja:

$$mv_x = Mu_x + mv'_x,$$

$$v_x = u_x - v'_x.$$

Resolvendo o sistema, encontramos:

- multiplicando a segunda equação por $-M$ e somando as duas equações:

$$v'_x = \frac{m - M}{m + M} v \cos \theta,$$

- multiplicando a segunda equação por m e somando as duas equações:

$$u_x = \frac{2m}{M + m} v \cos \theta.$$

Para que a velocidade de recuo em \vec{x} seja negativa, devemos ter satisfeita a condição $[M > m]$. Estando este critério atendido, na segunda colisão, contra a parede, temos

$$v''_x = -v'_x = \frac{M - m}{M + m} v \cos \theta,$$

$$v''_y = v'_y = v \sin \theta.$$

Para que o projétil volte a se encontrar com a barra, após um intervalo de tempo τ após o primeiro encontro, ele deve atender as seguintes condições:

- regressar a distância D até a parede, entre as colisões,
- progredir a distância $D + u_x \tau$, na direção x , até onde a barra se localiza;
- ter um deslocamento vertical h menor do que $L/2$.

Assim, o tempo de trajeto total será:

$$\tau = \frac{-D}{v'_x} + \frac{D + u_x \tau}{v''_x} = \frac{2D}{v''_x} + \frac{u_x \tau}{v''_x} \Rightarrow \quad (1)$$

$$\tau = \frac{M + m}{M - m} \cdot \frac{2D}{v \cos \theta} + \frac{2m}{M - m} \tau \Rightarrow$$

Isolando τ :

$$\tau = \frac{M + m}{M - 3m} \cdot \frac{2D}{v \cos \theta}.$$

Note que para haver solução ($\tau > 0$), devemos ter $[M > 3m]$. Isto mostra que o problema tem solução para M nesta faixa de valores, que satisfaz a já estipulada $M > m$. O deslocamento vertical total será dado por

$$h = v_y \tau = v \sin \theta \cdot \frac{M+m}{M-3m} \cdot \frac{2D}{v \cos \theta} \Rightarrow h = 2D \frac{M+m}{M-3m} \tan \theta.$$

Como queremos que $h < L/2$,

$$2D \frac{M+m}{M-3m} \tan \theta < \frac{L}{2} \Rightarrow \tan \theta < \frac{L}{4D} \frac{M-3m}{M+m}.$$

Por construção, sabemos que $\theta \geq 0$, logo

$$0 \leq \theta < \arctan \left(\frac{L}{4D} \frac{M-3m}{M+m} \right).$$

Para calcular o tempo T de colisão entre o choque contra a parede e o segundo encontro com a barra, consideramos apenas a segunda contribuição de (1), ou seja,

$$T = \frac{D + u_x \tau}{v_x''} \Rightarrow$$

$$T = \frac{D \cdot (M+m)}{(M-m) \cdot v \cos \theta} + \frac{2mv \cos \theta}{(M+m)} \cdot \frac{(M+m)}{(M-m) \cdot v \cos \theta} \cdot \frac{M+m}{M-3m} \cdot \frac{2D}{v \cos \theta} \Rightarrow$$

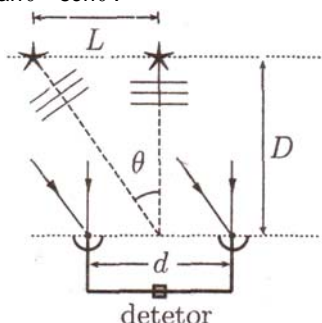
$$T = \frac{D \cdot (M+m)}{(M-m) \cdot v \cos \theta} + \frac{2m}{(M-m)} \cdot \frac{M+m}{M-3m} \cdot \frac{2D}{v \cos \theta} \Rightarrow$$

$$T = \frac{D \cdot (M+m)}{(M-m) \cdot v \cos \theta} \cdot \left(1 + \frac{4m}{M-3m} \right) \Rightarrow$$

$$T = \frac{D}{v \cos \theta} \frac{(M+m)^2}{(M-m)(M-3m)}.$$

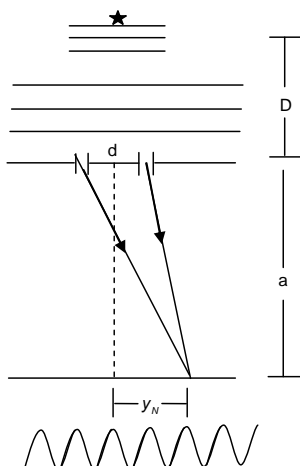
QUESTÃO 24

Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de $L = 5,0$ anos-luz e situam-se a uma distância $D = 2,5 \times 10^7$ anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima, d , entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo $\theta \ll 1$ em radianos, use a aproximação $\theta \approx \tan \theta \approx \sin \theta$.



Resolução

Considere inicialmente somente a luz de uma estrela, chegando em ambos os radiotelescópios como ondas planas. Esse sistema funciona exatamente como uma experiência de fenda dupla, onde os radiotelescópios fazem o papel das fendas (captador da luz/ondas planas). Portanto, se forma um padrão de interferência como mostrado na figura abaixo.

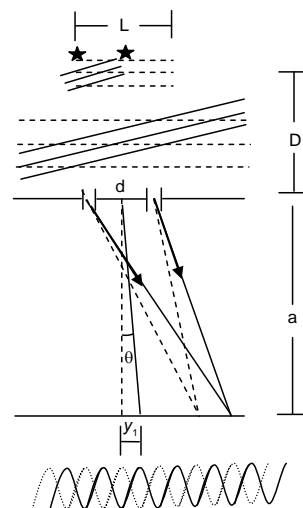


Sabemos que as posições y_N de máximos e mínimos de interferência (construtivas e destrutivas) são dadas por

$$y_N = N \frac{\lambda a}{2d},$$

onde N é par/ímpar para as franjas de interferência construtiva/destrutiva.

Considere agora a luz proveniente da segunda estrela, chegando aos radiotelescópios a um ângulo θ . As franjas de interferência da luz proveniente dessa estrela serão deslocadas em um ângulo θ com relação às franjas da primeira.



Como uma boa aproximação, podemos dizer que o interferômetro conseguirá distinguir as duas estrelas quando o máximo central da segunda estiver exatamente sobre o primeiro mínimo da primeira ($N = 1$):

$$\frac{y_1}{a} = \frac{\lambda}{2d}. \quad (1)$$

Da figura podemos ver que, pela aproximação de θ pequeno

$$\theta = \tan \theta = \frac{y_1}{a},$$

e ainda

$$\theta = \tan \theta = \frac{L}{D}.$$

Dessa forma,

$$\frac{L}{D} = \frac{y_1}{a} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{L}{D} = \frac{\lambda}{2d} \Rightarrow d = \frac{\lambda D}{2L}. \quad (2)$$

O comprimento de onda pode ser encontrado pela relação

$$c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,1 \cdot 10^9} = \frac{1}{7} \text{ m}.$$

Então, substituindo os valores na equação (2) temos

$$d = \lambda \frac{D}{2L} = \frac{1}{7} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^7}{2,5} \approx 3,57 \cdot 10^5$$

$$d \approx 357 \text{ km}$$

QUESTÃO 25

Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme d_a , um balão aerostático, inicialmente de densidade d , desce verticalmente com aceleração constante de módulo a . A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo a . Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades d_a e d .

Resolução

Para o balão, da definição de densidade, temos:

$$\text{Volume inicial: } V_0 = \frac{m_0}{d}$$

$$\text{Volume final: } V_F = \frac{m_F}{d_F}$$

Varição relativa de volume:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_F - V_0}{V_0}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\frac{m_F}{d_F} - \frac{m_0}{d}}{\frac{m_0}{d}} = \frac{\frac{m_F}{d_F} \cdot \frac{d}{d} - \frac{m_0}{d}}{\frac{m_0}{d}} = \frac{m_F \cdot d}{d_F \cdot m_0} - 1$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{dm_F}{d_F m_0} - 1, \text{ como } m_F = m_0 + \Delta m, \text{ temos:}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{d(m_0 + \Delta m)}{d_F m_0} - 1$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(\frac{d}{d_F} \right) \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0} \right) - 1 \quad (I)$$

Para a situação do balão em descida acelerada, com aceleração de módulo a , de acordo com a 2ª Lei de Newton, temos:

$$P_0 - E_0 = m_0 a$$

$$m_0 g - d_a V_0 g = m_0 a$$

$$g - \frac{d_a V_0}{m_0} g = a, \text{ como } \frac{V_0}{m_0} = \frac{1}{d}, \text{ temos:}$$

$$\left(1 - \frac{d_a}{d} \right) g = a \quad (II)$$

Para a situação do balão em subida acelerada, com aceleração de módulo a , de acordo com a 2ª Lei de Newton, temos:

$$E_F - P_F = m_F a$$

$$d_a V_F g - m_F g = m_F a$$

$$\frac{d_a V_F}{m_F} g - g = a, \text{ como } \frac{V_F}{m_F} = \frac{1}{d_F}, \text{ temos:}$$

$$\left(\frac{d_a}{d_F} - 1 \right) g = a \quad (III)$$

De (III) e (II) temos:

$$\left(\frac{d_a}{d_F} - 1 \right) g = \left(1 - \frac{d_a}{d} \right) g$$

$$\frac{d_a}{d_F} - 1 = 1 - \frac{d_a}{d}$$

$$\frac{d_a}{d_F} = 2 - \frac{d_a}{d}$$

$$\frac{d_a}{d_F} = \frac{2d - d_a}{d}$$

$$\therefore d_F = \frac{d \cdot d_a}{2d - d_a} \quad (IV)$$

Substituindo (IV) em (I), temos:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(\frac{d}{\frac{d \cdot d_a}{2d - d_a}} \right) \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0} \right) - 1$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \left(\frac{2d - d_a}{d_a} \right) \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0} \right) - 1$$

Logo, a variação volumétrica relativa é: $\frac{\Delta V}{V_0} = \left(\frac{2d}{d_a} - 1 \right) \left(1 + \frac{\Delta m}{m_0} \right) - 1$.

QUESTÃO 26

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é P_i e o volume é V_i para um estado final em que a pressão é P_f e o volume é V_f . Sabe-se que $\gamma = C_p / C_v$ é o expoente de Poisson, em que C_p e C_v são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de P_i, V_i, P_f, V_f e γ .

Resolução

Seja f o número de graus de liberdade de cada molécula do gás, e R a constante universal dos gases perfeitos. Temos que:

$$\begin{cases} C_p = \left(\frac{f+2}{2} \right) \cdot R \\ C_v = \frac{f}{2} \cdot R \end{cases}$$

de onde segue que:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f} = 1 + \frac{2}{f} \Leftrightarrow \gamma - 1 = \frac{2}{f} \Leftrightarrow \frac{f}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

Da Primeira Lei da Termodinâmica, temos que:

$$Q = \tau + \Delta U$$

Sendo a transformação adiabática, o calor absorvido pelo gás é nulo.

Assim:

$$Q = 0 \Leftrightarrow \tau = -\Delta U$$

A variação de energia interna do gás é dada por:

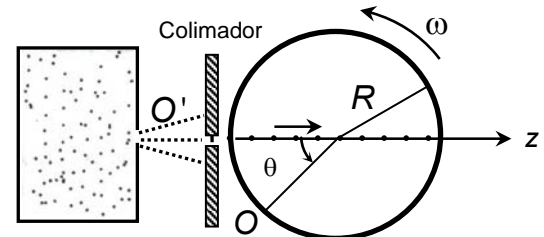
$$\Delta U = \frac{f}{2} \cdot (P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i),$$

Portanto:

$$\tau = -\frac{1}{\gamma - 1} \cdot (P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i) \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{1 - \gamma} \cdot (P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i)$$

QUESTÃO 27

Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em $t=0$, com os orifícios O' e O alinhados no eixo z , moléculas ejetadas de O' , após passar por um colimador, penetram no orifício O do tambor de raio interno R , que gira com velocidade angular constante ω . Considere, por simplificação, que neste instante inicial ($t=0$) as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício O . Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo z , cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em função do ângulo θ a expressão para $v - v_{\min}$, em que v é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro θ do tambor e v_{\min} é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Resolução

O tempo que a molécula leva para atravessar o interior do tambor ao longo do diâmetro é dado por

$$t = \frac{2R}{v}$$

Durante este intervalo de tempo o tambor efetua um giro θ dado por

$$\theta = \omega t.$$

Eliminando o tempo t das equações acima, obtemos

$$v = \frac{2\omega R}{\theta}.$$

As partículas mais lentas que penetram no tambor se depositam após uma revolução completa dele, ou seja, após $\theta = 2\pi$, de modo que

$$v_{\min} = \frac{\omega R}{\pi}.$$

Com isso, temos

$$v - v_{\min} = \frac{2\omega R}{\theta} - \frac{\omega R}{\pi} \Rightarrow v - v_{\min} = \frac{\omega R}{\pi} \left(\frac{2\pi}{\theta} - 1 \right).$$

Ou equivalentemente, em unidades de v_{\min} ,

$$v - v_{\min} = \left(\frac{2\pi}{\theta} - 1 \right) v_{\min}$$

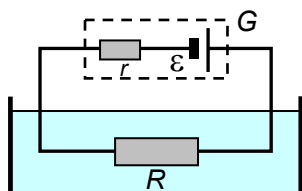
QUESTÃO 28

O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dependendo uma quantidade de calor Q . Na figura, G é um gerador de força eletromotriz ε , com resistência elétrica interna r , e R é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo,

a) Determine o valor de R e da corrente i em função de ε e da potência elétrica P fornecida pelo gerador nas condições impostas.

b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial U em função da intensidade da corrente elétrica i .

c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de Q , i e ε .



Resolução

Como se deseja realizar um aquecimento no menor tempo, devemos despendar na resistência R a maior potência possível. Esta condição estabelece uma relação entre r e R .

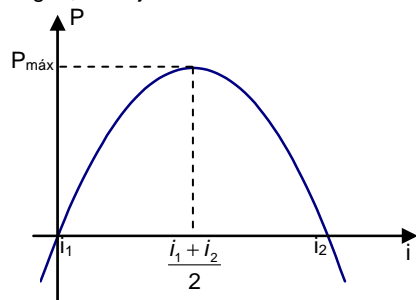
A resistência equivalente do circuito é $R+r$, desse modo a corrente i é dada por

$$i = \frac{\varepsilon}{R+r}. \quad (1)$$

A potência P dissipada em R será

$$P = R \cdot i^2 = i(\varepsilon - r \cdot i).$$

Esta expressão é quadrática em i e será máxima (P_{\max}) quando a corrente i_{\max} for a média das raízes, conforme ilustra o gráfico a seguir, ou seja:



$$P = 0 \Rightarrow \begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

$$i_{\max} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

Substituindo (1) na expressão acima, obtemos:

$$\frac{\varepsilon}{2r} = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow R+r = 2r \Rightarrow R = r.$$

Com isso,

$$P = Ri^2 = R \left(\frac{\varepsilon}{2R} \right)^2 \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{4R} \quad (2)$$

a) Queremos expressar R e i em termos de P e ε . Para R reescrevemos a equação (2) na forma

$$R = \frac{\varepsilon^2}{4P},$$

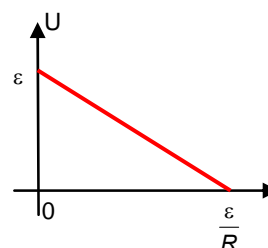
e para i , reescrevemos a equação (1) substituindo o resultado de (2):

$$i = \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{\varepsilon \cdot 4P}{2 \varepsilon^2} \Rightarrow i = \frac{2P}{\varepsilon} \quad (3)$$

b) A diferença de potencial (d.d.p.) U nas extremidades do gerador é

$$U = \varepsilon - r \cdot i.$$

Assim, o gráfico dessa d.d.p. em função da corrente i é



c) A quantidade de calor Q que será fornecida pela potência P dissipada na resistência, dada pela expressão (3):

$$P = \frac{i \cdot \varepsilon}{2}.$$

Dessa forma, o tempo t necessário será

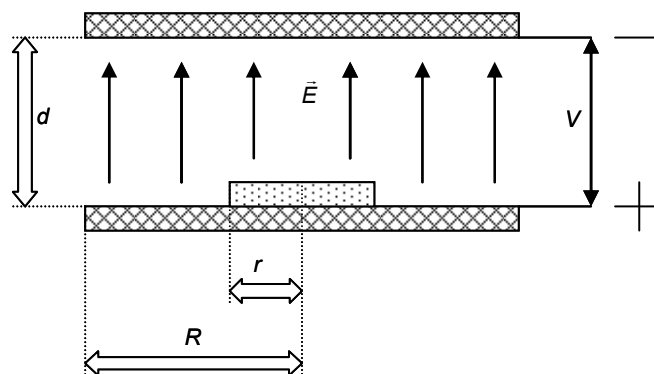
$$Q = P \cdot t = \frac{i \cdot \varepsilon \cdot t}{2} \Rightarrow t = \frac{2Q}{i \cdot \varepsilon}.$$

QUESTÃO 29

Duas placas condutoras de raio R e separadas por uma distância $d \ll R$ são polarizadas com uma diferença de potencial V por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor de massa m e raio r , é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade g , determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Resolução

A figura abaixo sintetiza algumas das idéias do problema.



Existem duas placas condutoras separadas a uma distância d e sob diferença de potencial V . Isto gera entre as placas um campo elétrico,

que consideraremos uniforme como o enunciado sugere, dirigido da placa positiva para a negativa e de intensidade

$$E = \frac{V}{d}.$$

A partir da lei de Gauss, podemos mostrar que, na superfície de qualquer uma das placas condutoras, forma-se uma densidade de carga dada por

$$\sigma = \pm \frac{\epsilon_0 V}{d},$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica do vácuo, meio que ocupa o espaço entre as placas. Aqui a densidade positiva diz respeito à placa inferior, e a negativa, à placa superior. Ao encostarmos o fino disco condutor sobre a placa inferior, este também irá adquirir a mesma densidade superficial de cargas σ , de modo a possuir carga total

$$Q = \pi r^2 \cdot \sigma = \pi r^2 \frac{\epsilon_0 V}{d};$$

em que πr^2 é a área do disco.

Para que o disco flutue em direção à placa superior, deve atuar no disco uma força elétrica que supere seu peso, ou seja

$$Q \cdot E > m \cdot g.$$

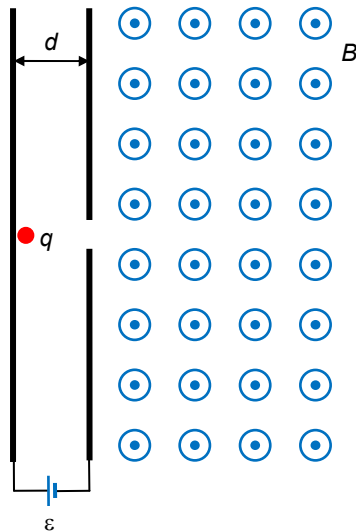
Assim, resolvendo esta inequação para o potencial V :

$$\pi r^2 \frac{\epsilon_0 V}{d} \cdot \frac{V}{d} > m \cdot g \Rightarrow V^2 > \frac{d^2 \cdot m \cdot g}{r^2 \pi \epsilon_0}$$

$$V > \frac{d}{r} \sqrt{\frac{m \cdot g}{\pi \epsilon_0}}$$

QUESTÃO 30

Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial $\epsilon = 1000 \text{ V}$ e espaçadas entre si de $d = 1 \text{ mm}$, conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo $B = 1,0 \text{ T}$. Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Resolução

A energia cinética K do próton abandonado aumentará sempre que alguma força realizar sobre ele trabalho. Neste problema há dois ambientes, um no qual o próton está sob ação de uma força elétrica \vec{F}_E , promovida pela diferença de potencial entre as placas do capacitor, e outro no qual atua sobre ele uma força magnética \vec{F}_M .

A força elétrica é proporcional à carga $+q$ do próton e ao campo $E = \epsilon/d$ entre as placas:

$$F_E = q \cdot E = \frac{q \cdot \epsilon}{d}.$$

O trabalho realizado por esta força é proporcional à distância x percorrida pelo próton entre as placas. De acordo com o teorema do trabalho-energia cinética, temos que:

$$\tau_{RES} = K(x) - 0 \Leftrightarrow \frac{q \cdot \epsilon}{d} \cdot x = K(x), \quad 0 \leq x \leq d,$$

atingindo valor máximo igual a:

$$K(d) = q \cdot \epsilon = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J}.$$

Para este valor máximo, quando o próton abandona o ambiente onde há a força elétrica, sua energia cinética vale $q \cdot \epsilon$, e sua velocidade pode ser calculada por:

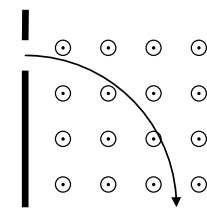
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = q \cdot \epsilon \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot \epsilon}{m}}.$$

A força magnética, por sua vez, não realiza trabalho sobre o próton. Toda força magnética é perpendicular à velocidade, e atua alterando a direção do movimento apenas. Neste caso, ela fará o próton seguir uma trajetória circular, funcionando como uma resultante centrípeta \vec{R}_C . Ou seja,

$$K(x) = q \cdot \epsilon, \quad x \geq d$$

Para construir o gráfico exigido, já temos o comportamento da função $K(x)$ para qualquer valor da distância percorrida pelo próton. Precisamos agora determinar o ponto final x_f do gráfico, quando sua velocidade é perpendicular à placa do capacitor.

Na figura abaixo podemos ver que sua velocidade é perpendicular após ele se deslocar por um quarto de arco de circunferência, ou seja, após percorrer uma distância $\frac{\pi}{2} \cdot R$.



O raio da trajetória circular pode ser encontrado igualando a força magnética à resultante centrípeta:

$$F_M = R_C \Leftrightarrow q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ = \frac{m \cdot v^2}{R} \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot m}{q \cdot B^2}}.$$

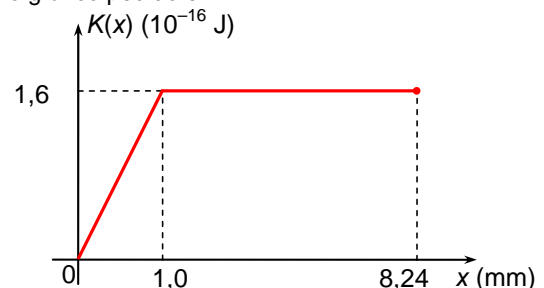
Com isso, a distância final x_f será igual a:

$$x_f = d + \frac{\pi}{2} \cdot R = d + \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot \epsilon \cdot m}{2 \cdot q \cdot B^2}}.$$

Substituindo os valores dados no enunciado e no cabeçalho da prova, obtemos:

$$x_f = 10^{-3} + \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 1000 \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0^2}} \approx 8,24 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8,24 \text{ mm}$$

Assim, o gráfico pedido é:



Equipe desta resolução

Física

Claiton Pimentel de Oliveira
Luiz Salles de Carvalho
Matheus Veronez
Vagner Figueira de Faria
Vinício Merçon Poltronieri

Revisão

Danilo José de Lima
Edson Vilela Gadbem
Eliel Barbosa da Silva
Fabiano Gonçalves Lopes

Digitação, Diagramação e Publicação

Ana Luiza Brunetti
Isabela Porto Renó
Lucas dos Santos Vargette