ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
campinas

ELITE RESOLVE

ITA FÍSICA

2008

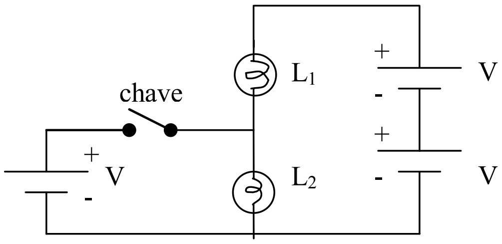
www.elitecampinas.com.br

(19) 3251-1012

FÍSICA

QUESTÃO 01

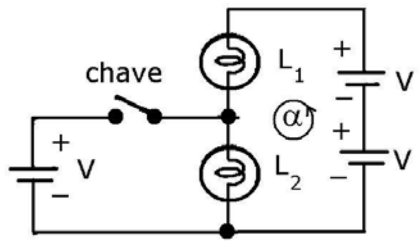
No circuito representado na figura, têm-se duas lâmpadas incandescentes idênticas, L_1 e L_2, e três fontes idênticas, de mesma tensão V. Então, quando a chave é fechada,



a) apagam-se as duas lâmpadas.
b) O brilho de L_1 aumenta e o da L_2 permanece o mesmo.
c) o brilho da L_2 aumenta e o da L_1 permanece o mesmo.
d) o brilho das duas lâmpadas aumenta.
e) o brilho das duas lâmpadas permanece o mesmo.

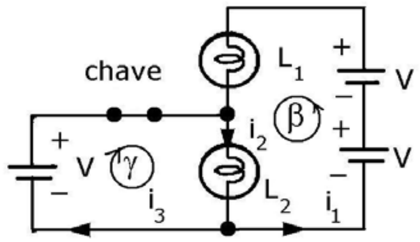
Resolução — Alternativa E

Com a chave aberta, temos:



Malha α: $-V - V + R_L\cdot i + R_L\cdot i = 0 \Rightarrow i = \frac{V}{R_L} \Rightarrow P_{OT1} = P_{OT2} = \frac{V^2}{R_L}$

Com a chave fechada, temos:



Malha β: $-V - V + R_L\cdot i_1 + R_L\cdot i_2 = 0 \Rightarrow R_L\cdot i_1 + R_L\cdot i_2 = 2\cdot V$

Malha γ: $-V + R_L\cdot i_2 = 0 \Rightarrow R_L\cdot i_2 = V$

Logo: $R_L\cdot i_1 = 2\cdot V - V = V \Rightarrow i_1 = i_2 = \frac{V}{R_L}$

Como $i_2 = i_1 + i_3$, então $i_3 = 0$.

Portanto, $P_{OT1}' = P_{OT2}' = \frac{V^2}{R_L}$.

Desse modo, o fechamento da chave em nada altera o brilho de nenhuma das lâmpadas.

NOTA: Uma maneira rápida de resolver esta questão seria notar que com a chave aberta, cada lâmpada fica submetida a uma diferença de potencial igual a V. Quando a chave é fechada, L_2 continua submetida à mesma ddp e, conseqüentemente, L_1 também. Assim, considerando que a potência dissipada nas lâmpadas é dada por $P_{OT} = \frac{V^2}{R_L}$, e que o brilho é crescente com a potência dissipada, então o brilho permanece o mesmo.

QUESTÃO 02

A estrela anã vermelha Gliese 581 possui um planeta que, num período de 13 dias terrestres, realiza em torno da estrela uma órbita circular, cujo raio é igual a 1/14 da distância média entre o Sol e a Terra. Sabendo que a massa do planeta é aproximadamente igual à da Terra, pode-se dizer que a razão entre as massas da Gliese 581 e do nosso Sol é de aproximadamente

a) 0,05 b) 0,1 c) 0,6 d) 0,3 e) 4,0

Resolução — Alternativa D

A força gravitacional com que uma estrela atrai um planeta girando ao seu redor atua como resultante centrípeta. Assim, se M é a massa da estrela e m a massa do planeta, temos:

$$\vec{F_G} = \vec{F_{CP}} \Rightarrow \frac{G\cdot M\cdot m}{r^2} = \frac{m\cdot|\vec{v}|^2}{r} \Rightarrow \frac{G\cdot M}{r} = \left(\frac{2\pi\cdot r}{T}\right)^2 \Rightarrow M = \frac{4\pi^2 r^3}{G\cdot T^2}$$

No primeiro caso, a estrela é a anã vermelha Gliese 581 (G) com o planeta (P) girando ao seu redor, e no segundo caso a estrela é o Sol (S) com a Terra (T) girando ao seu redor. Assim:

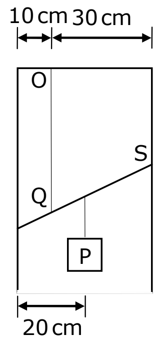
$$\frac{M_G}{M_S} = \frac{\frac{4\pi^2 r_P^3}{G\cdot T_P^2}}{\frac{4\pi^2 r_T^3}{G\cdot T_T^2}} = \left(\frac{r_P}{r_T}\right)^3\cdot\left(\frac{T_T}{T_P}\right)^2$$

Como $r_P = \frac{1}{14} r_T$, $T_P = 13$ dias e $T_T = 365$ dias, segue que:

$$\frac{M_G}{M_S} = \left(\frac{1}{14}\right)^3\cdot\left(\frac{365}{13}\right)^2 = \frac{133225}{463736} \approx 0,3$$

QUESTÃO 03

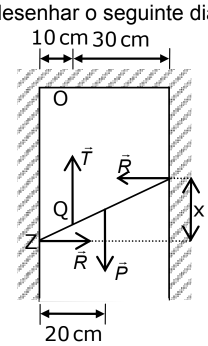
A figura mostra uma barra de 50 cm de comprimento e massa desprezível, suspensa por uma corda OQ, sustentando um peso de 3000 N no ponto indicado. Sabendo que a barra se apóia sem atrito nas paredes do vão, a razão entre a tensão na corda e a reação na parede no ponto S, no equilíbrio estático, é igual a:



a) 1,5 b) 3,0 c) 2,0 d) 1,0 e) 5,0

Resolução — Alternativa B

Do enunciado, podemos desenhar o seguinte diagrama de forças:



Do equilíbrio vertical de forças, tem-se de imediato que: **T = P.**

Como a barra tem 50 cm e a distância horizontal entre as paredes é de 40 cm, também é imediato (pelo teorema de Pitágoras) que a distância x é de 30 cm.

Aplicando o equilíbrio dos torques em torno do ponto Z, obtém-se:

$$10T - 20P + 30R = 0$$

Substituindo P = T e isolando T/R, tem-se:

$$\boxed{\frac{T}{R} = 3}$$

QUESTÃO 04

Numa dada balança, a leitura é baseada na deformação de uma mola quando um objeto é colocado sobre sua plataforma. Considerando a Terra como uma esfera homogênea, assinale a opção que indica uma posição da balança sobre a superfície terrestre onde o objeto terá a maior leitura.

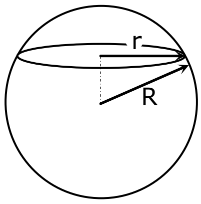
a) Latitude de 45º.
b) Latitude de 60º.
c) Latitude de 90º.
d) Em qualquer ponto do Equador.
e) A leitura independe da localização da balança já que a massa do objeto é invariável.

Resolução — Alternativa C

A diferença entre a força peso $\left(m\vec{g}\right)$ e a força normal, indicada pela balança, é a resultante centrípeta:

$$\left|\vec{F}_{cp}\right| = \left|\vec{P}\right| - \left|\vec{N}\right|$$

$\left|\vec{N}\right| = m\left|\vec{g}\right| - mw^2r$, onde **r** é o raio do círculo indicado.



Assim, a normal terá módulo máximo quando $r = 0$, ou seja, nos pólos (norte e sul), onde a latitude é de 90º

QUESTÃO 05

Define-se intensidade I de uma onda como a razão entre a potência que essa onda transporta por unidade de área perpendicular à direção dessa propagação. Considere que para uma certa onda de amplitude a, freqüência f e velocidade v, que se propaga num meio de densidade ρ, foi determinada que a intensidade é dada por: $I = 2\pi^2 f^x \rho v a^y$. Indique quais são os valores adequados para x e y, respectivamente.

a) x=2 ; y=2 b) x=1 ; y=2 c) x=1 ; y=1
d) x=-2 ; y=2 e) x=-2 ; y=-2

Resolução — Alternativa A

Fazendo a análise dimensional de cada uma das grandezas, temos:

Freqüência: $[f] = T^{-1}$
Densidade: $[\rho] = M^1.L^{-3}$
Velocidade: $[v] = L^1.T^{-1}$
Amplitude: $[a] = L^1$
Intensidade: $[I] = M^1.L^2.T^{-3}.L^{-2} = M^1.T^{-3}$

Temos que a equação $I = 2\pi^2 f^x \rho v a^y$ deve ser homogênea, de modo que:

$$[I] = [f]^x.[\rho].[v].[a]^y$$
$$M^1.T^{-3} = (T^{-1})^x.(M^1.L^{-3}).(L^1.T^{-1}).(L)^y$$
$$M^1.L^0.T^{-3} = M^1.L^{(-2+y)}.T^{(-x-1)} \Rightarrow \begin{cases} 1=1 \\ 0 = -2+y \\ -3 = -x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=2 \end{cases}$$

QUESTÃO 06

Uma partícula P_1 de dimensões desprezíveis oscila em movimento harmônico simples ao longo de uma reta com período de 8/3 s e amplitude a. Uma segunda partícula, P_2, semelhante a P_1, oscila de modo idêntico numa reta muito próxima e paralela à primeira, porém com atraso de $\pi/12$ rad em relação a P_1. Qual a distância que separa P_1 de P_2, 8/9 s depois de P_2 passar por um ponto máximo de deslocamento?

a) 1,00 a b) 0,29 a c) 1,21 a d) 0,21 a e) 1,71 a

Resolução — Alternativa D

A posição de uma partícula executando um movimento harmônico simples (MHS) é descrita por:

$$x(t) = a\cdot\cos(\omega\cdot t + \theta_0),$$

onde *a* é a amplitude, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, T o período e θ_0 é a fase inicial.

Como as duas partículas oscilam de modo idêntico, a amplitude e o período do movimento são iguais para os dois casos, e suas equações de movimento diferem apenas com respeito à fase inicial (θ_0).

Considerando o instante inicial como aquele em que a partícula P_2 passa por um ponto de máximo (θ_{02} = 0), a partícula P_1, estando π/12 rad adiantada em relação a P2, terá como fase inicial θ_{01} = π/12. Assim, as equações do movimento de cada uma das partículas são:

$$\begin{cases} x_1(t) = a\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{(8/3)}\cdot t + \dfrac{\pi}{12}\right) \\ x_2(t) = a\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{(8/3)}\cdot t\right) \end{cases}$$

Para t = 8/9 s, temos:

$$\begin{cases} x_1\left(\dfrac{8}{9}\right) = a\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{(8/3)}\cdot\dfrac{8}{9} + \dfrac{\pi}{12}\right) = a\cdot\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) \\ x_2\left(\dfrac{8}{9}\right) = a\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{(8/3)}\cdot\dfrac{8}{9}\right) = a\cdot\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

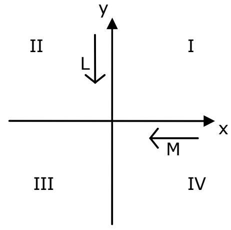
Assim, a distância pedida vale:

$$d = x_2\left(\frac{8}{9}\right) - x_1\left(\frac{8}{9}\right) = a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - a\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)\cdot a \approx (0{,}71 - 0{,}50)\cdot a$$

$$d \approx 0{,}21\cdot a$$

QUESTÃO 07

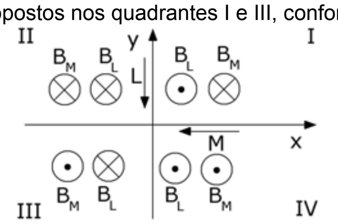
Uma corrente elétrica passa por um fio longo, (L) coincidente com o eixo y no sentido negativo. Uma outra corrente de mesma intensidade passa por um fio longo, (M), coincidente com o eixo x no sentido negativo, conforme mostra a figura. O par de quadrantes nos quais as correntes produzem campos magnéticos em sentidos opostos entre si é



a) I e II b) II e III c) I e IV d) II e IV e) I e III

Resolução — Alternativa E

Aplicando a regra da mão direita, observamos que os campos magnéticos possuem sentidos opostos nos quadrantes I e III, conforme a figura abaixo.



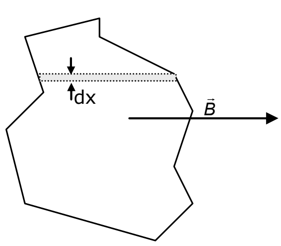
QUESTÃO 08

Considere uma espira retangular de lados a e b percorrida por uma corrente I, cujo plano da espira é paralelo a um campo magnético **B**. Sabe-se que o módulo do torque sobre essa espira é dado por τ = I B a b. Supondo que a mesma espira possa assumir qualquer outra forma geométrica, indique o valor máximo possível que se consegue para o torque.

a) $\dfrac{I.B.(a+b)^2}{\pi}$ b) $I.B.a.b$ c) $2.I.B.a.b$ d) $\dfrac{I.B.a.b}{2\pi}$ e) $\dfrac{I.B.a.b}{\pi}$

Resolução — Alternativa A

Consideremos uma forma geométrica qualquer, sujeita a um campo magnético $\vec{B}$, paralelo ao plano da espira. Podemos decompor esta forma de maneira a formar pequenos retângulos, de altura dx.



Note que a força magnética atua apenas nas extremidades dos retângulos, gerando um binário cuja intensidade é dada por $F = B\cdot I\cdot dx$.

Seja ℓ a largura de cada retângulo, então, levando em consideração que a força atua nas duas extremidades, temos que o torque provocado por cada binário é dado por:

$$\tau = F\cdot\ell = B\cdot I\cdot\ell\cdot dx = B\cdot I\cdot dA$$

Onde dA é a área de cada retângulo.
Ao somarmos todos os torques, somaremos a área total da espira.
O torque total é então dado pelo produto $\tau_{total} = B\cdot I\cdot A_{total}$

Como temos que a espira apresenta comprimento constante $(2a+2b)$, então precisamos encontrar a forma geométrica cuja área é máxima para um mesmo perímetro, que é a circunferência, de perímetro $(2a+2b)$ e raio calculado por: $(2a+2b) = 2\pi R \Rightarrow R = \dfrac{a+b}{\pi}$

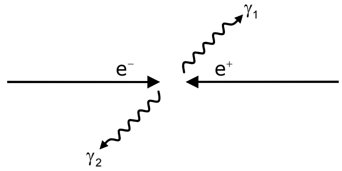
Portanto, temos que $\tau_{máximo} = B\cdot I\cdot A_{círculo} = B\cdot I\cdot\pi R^2 = B\cdot I\cdot\pi\dfrac{(a+b)^2}{\pi^2}$

$$\boxed{\tau_{máximo} = B\cdot I\cdot\frac{(a+b)^2}{\pi}}$$

QUESTÃO 09

Um elétron e um pósitron, de massa $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg, cada qual com energia cinética de $1{,}20\,\text{MeV}$ e mesma quantidade de movimento, colidem entre si em sentidos opostos. Neste processo colisional as partículas aniquilam-se produzindo dois fótons γ_1 e γ_2. Sendo dados: constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\,J.s$; velocidade da luz $c = 3{,}00 \times 10^{8}\,m/s$; $1eV = 1{,}6 \times 10^{-19} J$; 1 femtometro = 1fm = 1×10^{-15}m, indique os respectivos valores de energia E e do comprimento de onda dos fótons.

a) E=1,20 MeV; λ=2435 fm
b) E=1,20 MeV; λ=1035 fm
c) E=1,71 MeV; λ=726 fm
d) E=1,46 MeV; λ=0,28 x 10^{-2} fm
e) E=1,71 MeV; λ=559 fm



Resolução — Alternativa C

Antes da colisão, a energia de cada partícula é 1,20 MeV (energia cinética) + m.c² (energia de repouso). Assim, pelo princípio de conservação da energia:

$$E_{final} = E_{inicial}$$

A energia inicial do sistema é a soma da energia cinética inicial de cada partícula com as respectivas energias de repouso, enquanto a energia final é a soma das energias de cada fóton. Assim, se E é a energia de cada fóton:

$$E_{inicial} = 2.(1{,}2.10^6 + m.c^2) = E_{Final} = 2.E$$

$$E = 1{,}2.10^6 + mc^2$$

$$E = \frac{\left(2.1{,}2.10^6 - \frac{9{,}11.10^{-31}.(3.10^8)^2}{1{,}6.10^{-19}}\right)}{2} = 1{,}71.10^6 \text{ eV}$$

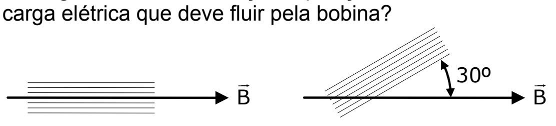
Assim, a energia de cada fóton valerá 1,71 MeV. Aplicando agora a relação E=hc/λ:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\text{ J.s}.\,3{,}00 \times 10^{8}\text{ m/s}}{1{,}71 \times 10^{6}\text{eV}.\,1{,}6 \times 10^{-19}\text{ J/eV}} = 726 \text{ fm}$$

QUESTÃO 10

A figura mostra uma bobina com 80 espiras de 0,5 m² de área e 40 Ω de resistência. Uma indução magnética de 4 teslas é inicialmente aplicada ao longo do plano da bobina. Esta é então girada de modo que seu plano perfaça um ângulo de 30° em relação à posição inicial. Nesse caso, qual o valor da carga elétrica que deve fluir pela bobina?



posição inicial posição final

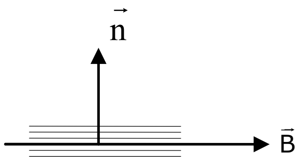
a) 0,025 C b) 2,0 C c) 0,25 C d) 3,5 C e) 0,5 C

Resolução — Alternativa B

O fluxo magnético de um campo magnético $\vec{B}$, atravessando uma espira de área A, cuja normal forma um ângulo θ com o campo, é dado por:

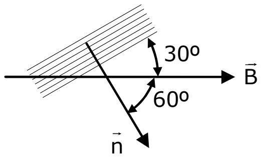
$$\phi = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos\theta$$

No primeiro caso, temos:



Como o ângulo entre a normal e o campo é 90°, segue que $\phi_I = N \cdot |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos 90° = 0$.

No segundo caso, temos:



O ângulo entre a normal e o campo é 60°, de modo que $\phi_F = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos 60° = 4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}50 = 1{,}0\,\text{Wb}$.

Como houve variação do fluxo da primeira para a segunda posição da bobina, aparece uma força eletromotriz induzida dada, em módulo, por $\varepsilon = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$, onde N é o número de espiras que compõem a bobina.

Sendo i_M a corrente média que atravessou a bobina nesse intervalo de tempo, temos:

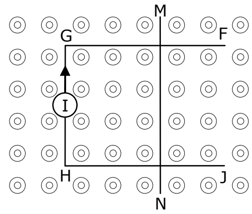
$$\varepsilon = R \cdot i_M = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow R \cdot \frac{Q}{\Delta t} = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow Q = \frac{N \cdot \Delta\phi}{R} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{80 \cdot (1{,}0 - 0)}{40} = 2{,}0\,C$$

Observação: Supomos que as extremidades da bobina estejam conectadas entre si ou a algum fio condutor para fechar um circuito e permitir a circulação de corrente através dela.

QUESTÃO 11

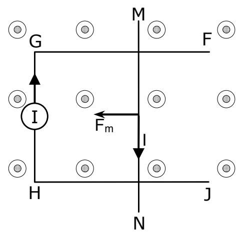
A figura mostra um circuito formado por uma barra fixa FGHJ e uma barra móvel MN, imerso num campo magnético perpendicular ao plano desse circuito. Considerando desprezível o atrito entre as barras e também que o circuito seja alimentado por um gerador de corrente constante I, o que deve acontecer com a barra móvel MN?



a) Permanece no mesmo lugar.
b) Move-se para a direita com velocidade constante.
c) Move-se para a esquerda com velocidade constante.
d) Move-se para a direita com aceleração constante.
e) Move-se para a esquerda com aceleração constante.

Resolução — Alternativa E

Inicialmente a corrente irá gerar uma força de acordo com a regra da mão direita:



Assim, a barra sofrerá o efeito de uma força resultante constante para a esquerda, o que lhe causará uma aceleração constante.

NOTA: Apesar da variação do fluxo de campo, o exercício diz que temos um <u>gerador de corrente</u>, elemento que mantém uma dada corrente independente do valor da tensão em seus terminais (no caso de um gerador de corrente ideal).

Caso se tratasse de um gerador de corrente real, uma montagem que representaria este elemento de circuito consistiria em um gerador de corrente ideal em paralelo com uma resistência interna. Neste caso, a variação de fluxo alteraria a corrente pela espira, a qual diminuiria quanto maior a força eletromotriz induzida pelo movimento do condutor no campo (maior a velocidade da barra).

A diminuição da corrente na barra implicaria em uma diminuição da força magnética, ou seja, diminuição da taxa de aumento da velocidade. Apesar disto, a velocidade da barra continua aumentando e, consequentemente, a força eletromotriz induzida, o que implica em uma contínua diminuição da força. Assim, o movimento seria acelerado, mas a aceleração diminuiria ao longo do tempo. Transcorrido um tempo suficientemente grande, a aceleração poderia deixar de existir (o que só ocorreria se não houvesse corrente pela espira) e a velocidade ficaria constante.

Na realidade o resistor que é modelado em paralelo com um gerador de corrente apresenta resistência suficientemente grande para que haja um abaixamento da corrente desprezível, mantendo a corrente praticamente constante e, portanto, a aceleração também.

QUESTÃO 12

Na figura, um bloco sobe um plano inclinado, com velocidade inicial V_o. Considere μ o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície. Indique a sua velocidade na descida ao passar pela posição inicial.

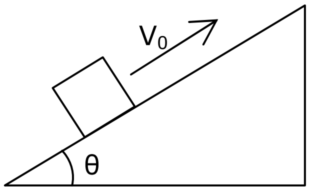
a) $V_0\sqrt{\dfrac{\text{sen}\theta-\mu\text{sen}\theta}{\cos\theta-\mu\cos\theta}}$

b) $V_0\sqrt{\dfrac{\text{sen}\theta-\mu\cos\theta}{\text{sen}\theta+\mu\cos\theta}}$

c) $V_0\sqrt{\dfrac{\text{sen}\theta+\mu\cos\theta}{\text{sen}\theta-\mu\cos\theta}}$

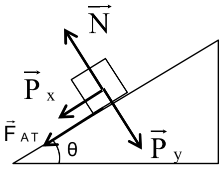
d) $V_0\sqrt{\dfrac{\mu\text{sen}\theta+\cos\theta}{\mu\text{sen}\theta-\cos\theta}}$

e) $V_0\sqrt{\dfrac{\mu\text{sen}\theta-\cos\theta}{\mu\text{sen}\theta+\cos\theta}}$



Resolução — Alternativa B

Seja L a distância percorrida pelo bloco até o ponto em que ele pára. Durante a subida, as forças que atuam sobre o bloco são:



Assim, temos:

$$\begin{cases}|\vec{N}|=|\vec{P}|\cdot\cos\theta\\ |\vec{F}_{RES}|=|\vec{P}|\cdot sen\,\theta+|\vec{F}_{AT}|\end{cases}$$

Da segunda equação:

$$m\cdot|\vec{a}|=|\vec{P}|\cdot sen\,\theta+\mu\cdot|\vec{N}|$$

Substituindo a primeira equação nessa última, temos:

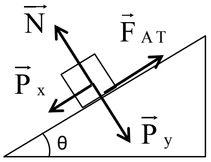
$$m\cdot|\vec{a}|=m\cdot|\vec{g}|\cdot sen\,\theta+\mu\cdot m\cdot|\vec{g}|\cdot\cos\theta\Rightarrow|\vec{a}|=|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta+\mu\cdot\cos\theta)$$

Como esse movimento será uniformemente retardado, da equação de Torricelli vem que:

$$v^2=v_0^{\,2}+2\cdot\gamma\cdot\Delta s\Rightarrow 0^2=v_0^{\,2}-2\cdot|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta+\mu\cdot\cos\theta)\cdot L\Rightarrow$$

$$L=\frac{v_0^{\,2}}{2\cdot|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta+\mu\cdot\cos\theta)}$$

Na descida, as forças que atuam sobre o bloco são:



Analogamente à subida, temos:

$$\begin{cases}|\vec{N}|=|\vec{P}|\cdot\cos\theta\\ |\vec{F}_{RES}|=|\vec{P}|\cdot sen\,\theta-|\vec{F}_{AT}|\end{cases}$$

$$m\cdot|\vec{a}|=|\vec{P}|\cdot sen\,\theta-\mu\cdot|\vec{N}|\Rightarrow m\cdot|\vec{a}|=m\cdot|\vec{g}|\cdot sen\,\theta-\mu\cdot m\cdot|\vec{g}|\cdot\cos\theta\Rightarrow$$

$$|\vec{a}|=|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta-\mu\cdot\cos\theta)$$

Novamente, da equação de Torricelli, substituindo o espaço percorrido pelo calculado anteriormente, vem que:

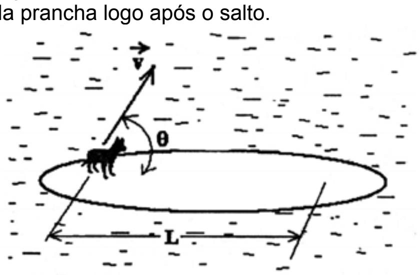
$$v^2=v_0^{\,2}+2\cdot\gamma\cdot\Delta s\Rightarrow v^2=0^2+2\cdot|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta-\mu\cdot\cos\theta)\cdot L\Rightarrow$$

$$v^2=2\cdot|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta-\mu\cdot\cos\theta)\cdot\frac{v_0^{\,2}}{2\cdot|\vec{g}|\cdot(sen\,\theta+\mu\cdot\cos\theta)}$$

$$\boxed{\Rightarrow v=v_0\sqrt{\frac{sen\,\theta-\mu\cdot\cos\theta}{sen\,\theta+\mu\cdot\cos\theta}}}$$

QUESTÃO 13

Na figura, um gato de massa m encontra-se parado próximo a uma das extremidades de uma prancha de massa M que flutua em repouso na superfície de um lago. A seguir, o gato salta e alcança uma nova posição na prancha à distância L. Desprezando o atrito entre a água e a prancha, sendo θ o ângulo entre a velocidade inicial do gato e a horizontal, e g a aceleração da gravidade, indique qual deve ser a velocidade u de deslocamento da prancha logo após o salto.



a) $u=\sqrt{\dfrac{gLm}{\left(1+\dfrac{M}{m}\right)m\,\text{sen}\theta\cos\theta}}$

b) $u=\sqrt{\dfrac{gLM}{\left(1+\dfrac{M}{m}\right)2m\,\text{sen}2\theta}}$

c) $u=\sqrt{\dfrac{gLM}{\left(1+\dfrac{M}{m}\right)2m\,\text{sen}\theta}}$

d) $u=\sqrt{\dfrac{gLm}{\left(1+\dfrac{M}{m}\right)2M\tan\theta}}$

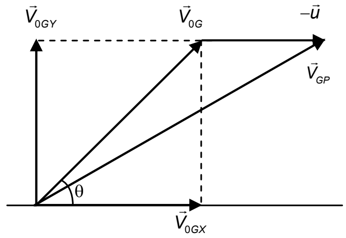
e) $u=\sqrt{\dfrac{2gLm}{\left(1+\dfrac{M}{m}\right)M\tan\theta}}$

Resolução — Alternativa D

Da conservação da quantidade de movimento horizontal do sistema (onde não existem forças externas), temos:

$$\vec{Q}_{0,SIS}=\vec{Q}_{F,SIS}\Rightarrow 0=m\cdot\vec{v}_{GX}+M\cdot\vec{u}\Rightarrow|\vec{v}_{GX}|=\frac{M}{m}\cdot|\vec{u}|$$

A velocidade relativa vetorial do gato em relação à prancha ($\vec{v}_{GP}$) é dada por $\vec{v}_{GP}=\vec{v}_{0G}-\vec{u}$, onde $\vec{v}_{0G}$ é a velocidade inicial do gato em relação à terra e $\vec{u}$ é a velocidade da prancha em relação à terra.



Logo:

$$\begin{cases}v_{0G}\cdot\text{sen}\theta=v_{0GY}\\ v_{0G}\cdot\cos\theta=v_{GX}\end{cases}\Rightarrow tg\theta=\frac{v_{OGY}}{v_{GX}}\Rightarrow v_{OGY}=\frac{M}{m}\cdot|\vec{u}|\cdot tg\theta$$

Observando que L é a distância percorrida pelo gato em relação à prancha, temos:

$$V_{GPX}=V_{GX}+u=\frac{L}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=\frac{L}{\left(\frac{M}{m}+1\right)u}\qquad(1)$$

Mas, do movimento vertical do gato, considerando que Δt é o tempo total de subida e queda (isto é, a variação de altura correspondente a Δt é Δy = 0):

$$0=v_{0GY}\cdot\Delta t-\frac{g}{2}\cdot\Delta t^2$$

Resolvendo a equação de 2º grau, obtemos:

$$\Delta t=\frac{2\cdot V_{0GY}}{g}=\frac{2\cdot M\cdot u\cdot tg\theta}{m\cdot g}\qquad(2)$$

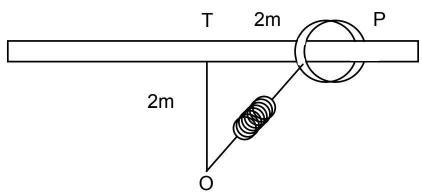
Das equações (1) e (2), temos:

$$\Delta t=\frac{2\cdot V_{0GY}}{g}=\frac{2\cdot M\cdot u\cdot tg\theta}{m\cdot g}=\frac{L}{\left(\frac{M}{m}+1\right)u}\Rightarrow u^2=\frac{L\cdot m\cdot g}{2\cdot M\cdot tg\theta\cdot\left(\frac{M}{m}+1\right)}\Rightarrow$$

$$\boxed{u=\sqrt{\frac{g\cdot L\cdot m}{2\cdot M\cdot tg\theta\cdot\left(\frac{M}{m}+1\right)}}}$$

QUESTÃO 14

Um aro de 1 Kg de massa encontra-se preso a uma mola de massa desprezível, constante elástica $k=10\,\text{N/m}$ e comprimento inicial $L_0=1\text{m}$ quando não distendida, afixada no ponto O. A figura mostra o aro numa posição P em uma barra horizontal fixado longo da qual o aro pode deslizar sem atrito. Soltando o aro do ponto P, qual deve ser sua velocidade, em m/s, ao alcançar o ponto T, a 2m de distância?



a) $\sqrt{30{,}0}$ b) $\sqrt{40{,}0}$ c) $\sqrt{23{,}4}$ d) $\sqrt{69{,}5}$ e) $\sqrt{8{,}2}$

Resolução — Alternativa C

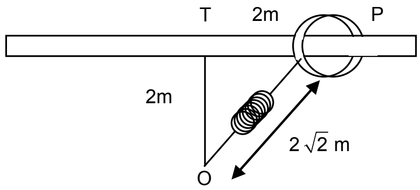
Para o sistema representado, temos que as únicas forças atuantes são as forças elástica, força peso e força normal. Assumindo que o sistema não altera a posição em relação ao solo do centro de massa (aro permanece sempre na mesma altura), temos que a força peso não realiza trabalho. Além disso, como a força normal é perpendicular ao movimento, ela também não realiza trabalho. Temos, portanto, que a única força responsável pela variação da energia cinética é a força elástica. Assim:

$$\frac{mv^2}{2} = \tau_{F_{elástica}} = -\Delta E_{P_{elástica}}$$

Assim, denominando por x a deformação da mola, temos:

$$\frac{mv^2}{2} = -\left(\frac{kx_{final}^{\ 2}}{2} - \frac{kx_{inicial}^{\ 2}}{2}\right) \Rightarrow 1 \cdot v^2 = 10\left(x_{inicial}^{\ 2} - x_{final}^{\ 2}\right) \quad (1)$$

Como o comprimento não deformado da mola é dado por 1m, podemos calcular geometricamente a deformação inicial (aro em P) e final (aro em T) da mola:



Com o aro em P, temos, a partir do Teorema de Pitágoras, que o comprimento da mola é $2\sqrt{2}$ m (veja figura), de modo que a deformação inicial é $x_{inicial}$ = $\left(2\sqrt{2}-1\right)$ m. Com o aro em T, temos que o comprimento da mola é 2 m, e a deformação final fica x_{final} = $(2-1)=1$ m.

Substituindo em (1):

$$1 \cdot v^2 = 10\left[\left(2\sqrt{2}-1\right)^2 - 1^2\right] \Rightarrow v^2 = 10\left[8-4\sqrt{2}+1-1\right] \Rightarrow v = \sqrt{40\left(2-\sqrt{2}\right)}$$

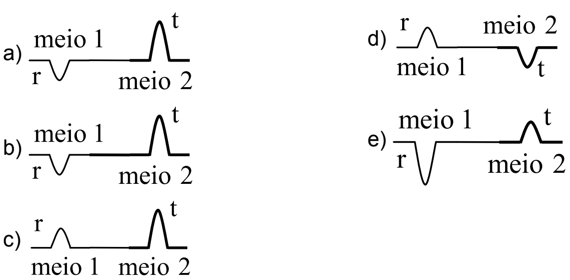
Fazendo $\sqrt{2} \cong 1{,}414$, temos $v = \sqrt{40 \cdot 0{,}586} = \sqrt{23{,}4}$.

QUESTÃO 15

No estudo de ondas que se propagam em meios elásticos, a impedância característica de um material é dada pelo produto da sua densidade pela velocidade da onda nesse material, ou seja, z= μ v. Sabe-se, também, que uma onda de amplitude a_1, que se propaga em um meio I ao penetrar em uma outra região, de meio 2, origina ondas, refletida e transmitida, cuja amplitudes são, respectivamente:

$$a_r = \left[\frac{\frac{z_1}{z_2}-1}{\frac{z_1}{z_2}+1}\right]a_1 \qquad a_t = \left[\frac{2}{1+\frac{z_2}{z_1}}\right]a_1$$

Num fio, sob tensão τ, a velocidade da onda nesse meio é dada por $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$. Considere agora o caso de uma onda que se propaga num fio de densidade linear μ (meio 1) e penetra num trecho desse fio em que a densidade linear muda para 4 μ (meio 2). Indique a figura que representa corretamente as ondas refletidas (r) e transmitida (t)?



Resolução Alternativa A

Calculando a impedância de cada um dos meios, temos:

a) Meio 1:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \Rightarrow z_1 = \mu_1.v_1 = \mu\sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\tau.\mu}$$

b) Meio 2:

$$v_2 = \sqrt{\frac{\tau}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{\tau}{4\mu}} = v_1/2 \Rightarrow z_2 = \mu_2.v_2 = 4\mu\sqrt{\frac{\tau}{4\mu}} = 2\sqrt{\tau.\mu} = 2z_1$$

Assim:

$$a_r = \left[\frac{\frac{z_1}{z_2}-1}{\frac{z_1}{z_2}+1}\right]a_1 = \left[\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}\right].a_1 \Rightarrow a_r = \frac{-1}{3}.a_1$$

$$a_t = \left[\frac{2}{1+\frac{z_2}{z_1}}\right]a_1 = \left[\frac{2}{1+2}\right].a_1 \Rightarrow a_t = \frac{2}{3}.a_1$$

Desse modo, temos que a onda refletida **inverte** sua fase e se apresenta com amplitude igual à **metade** da amplitude da onda transmitida. Além disso, vale observar também que $v_1 = 2v_2$, ou seja, a onda refletida tem o dobro da velocidade da onda transmitida e, portanto, a distância entre a onda refletida e a superfície de separação dos meios deve ser o **dobro** da distância entre a superfície de separação dos meios e a onda transmitida.

QUESTÃO 16

Indique a opção que explicita o representado pelo gráfico da figura:

a) A soma de uma freqüência fundamental com a sua primeira harmônica mais a sua segunda harmônica, todas elas de mesma amplitude.
b) A soma de uma freqüência fundamental com a sua primeira harmônica de amplitude 5 vezes menor mais a segunda harmônica de amplitude 10 vezes menor.
c) A soma de uma freqüência fundamental com a sua segunda harmônica, ambas com amplitudes iguais.
d) A soma de uma freqüência fundamental com a sua segunda harmônica com metade da amplitude.
e) A soma de uma freqüência fundamental com a sua primeira harmônica com metade da amplitude

Resolução Alternativa A

Em relação a uma determinada freqüência fundamental (f), a primeira harmônica apresenta freqüência 2f e a segunda harmônica apresenta freqüência 3f. Porém, enfatizemos que tal nomenclatura não é padrão em nenhum livro de Física de Ensino Médio, o que com certeza prejudicou desnecessariamente os candidatos.

Vamos analisar, no intervalo de tempo correspondente ao primeiro período da onda resultante ($0 \le t \le T$), a quantidade de vezes em que a amplitude se torna nula. Pelo gráfico, temos **sete** instantes em que isso ocorre entre 0 e T, incluindo seus dois extremos. Sendo $\omega = 2\pi f$, vamos representar a equação da onda por $y = A \cdot \text{sen}(\omega t) = A \cdot \text{sen}\, x$, onde usaremos $x = \omega t$ para simplificar a resolução. Lembremos ainda as identidades trigonométricas de arco duplo e triplo:

$$\begin{cases} sen\,2x = 2 \cdot sen\,x \cdot \cos x \\ sen\,3x = 3 \cdot sen\,x - 4 \cdot sen^3 x \end{cases}$$

Para $0 \le t \le T$, temos $0 \le x \le 2\pi$.

Analisemos as alternativas uma a uma para descobrir em qual delas há possibilidade de haver sete raízes dentro do primeiro período.

a) **Possível**.

$$y = A \cdot sen\,x + A \cdot sen\,2x + A \cdot sen\,3x =$$
$$A \cdot (sen\,x + 2 \cdot sen\,x \cdot \cos x + 3 \cdot sen\,x - 4 \cdot sen^3 x) =$$
$$A \cdot sen\,x \cdot (1 + 2 \cdot \cos x + 3 - 4 \cdot sen^2 x) =$$
$$A \cdot sen\,x \cdot (4 + 2 \cdot \cos x - 4 \cdot (1 - \cos^2 x)) \Rightarrow$$
$$y = A \cdot sen\,x \cdot 2 \cdot \cos x \cdot (1 + 2 \cdot \cos x)$$

Para que $y = 0$, devemos ter:

$$sen\,x = 0 \quad ou \quad \cos x = 0 \quad ou \quad \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$x \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right\}$$

b) **Impossível.**

$$y = A \cdot sen\,x + \frac{A}{5} \cdot sen\,2x + \frac{A}{10} \cdot sen\,3x =$$

$$A \cdot (sen\,x + \frac{2}{5} \cdot sen\,x \cdot \cos x + \frac{3}{10} \cdot sen\,x - \frac{4}{10} \cdot sen^3 x) =$$

$$A \cdot sen\,x \cdot (1 + \frac{2}{5} \cdot \cos x + \frac{3}{10} - \frac{4}{10} \cdot sen^2 x) =$$

$$\frac{A \cdot sen\,x}{10} \cdot (13 + 4 \cdot \cos x - 4 \cdot (1 - \cos^2 x)) \Rightarrow$$

$$y = \frac{A \cdot sen\,x \cdot (4 \cdot \cos^2 x + 4 \cdot \cos x + 9)}{10}$$

Para que $y = 0$, devemos ter:

$$sen\,x = 0 \quad ou \quad 4 \cdot \cos^2 x + 4 \cdot \cos x + 9 = 0 \Rightarrow x \in \{0, \pi, 2\pi\}$$

(a segunda equação apresenta discriminante negativo).

c) **Impossível.**

$$y = A \cdot sen\,x + A \cdot sen\,3x =$$

$$A \cdot (sen\,x + 3 \cdot sen\,x - 4 \cdot sen^3 x) \Rightarrow$$

$$y = A \cdot 4 \cdot sen\,x \cdot (1 - sen^2 x)$$

Para que $y = 0$, devemos ter:

$$sen\,x = 0 \quad ou \quad sen\,x = \pm 1 \Rightarrow x \in \left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right\}$$

d) **Impossível.**

$$y = A \cdot sen\,x + \frac{A}{2} \cdot sen\,3x = \frac{A}{2} \cdot (2 \cdot sen\,x + 3 \cdot sen\,x - 4 \cdot sen^3 x) \Rightarrow$$

$$y = \frac{A}{2} \cdot sen\,x \cdot (5 - 4 \cdot sen^2 x)$$

Para que $y = 0$, devemos ter:

$$sen\,x = 0 \quad ou \quad sen\,x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x \in \{0, \pi, 2\pi\}$$

e) **Impossível.**

$$y = A \cdot sen\,x + \frac{A}{2} \cdot sen\,2x = A \cdot (sen\,x + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot sen\,x \cdot \cos x) \Rightarrow$$

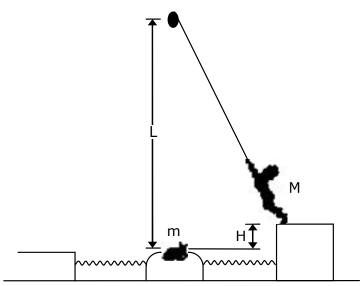
$$y = A \cdot sen\,x \cdot (1 + \cos x)$$

Para que $y = 0$, devemos ter:

$$sen\,x = 0 \quad ou \quad \cos x = -1 \Rightarrow x \in \{0, \pi, 2\pi\}$$

QUESTÃO 17

Numa brincadeira de aventura, o garoto (de massa M) lança-se por uma corda amarrada num galho de árvore num ponto de altura L acima do gatinho (de massa m) da figura, que pretende resgatar. Sendo g a aceleração da gravidade e H a altura da plataforma de onde se lança, indique o valor da tensão na corda, imediatamente após o garoto apanhar o gato para aterrisá-lo na outra margem do lago.



a) $Mg\left(1 + \frac{2H}{L}\right)$

b) $(M+m)g\left(1 - \left(\frac{M+m}{M}\right)^2 \frac{2H}{L}\right)$

c) $Mg\left(1 - \frac{2H}{L}\right)$

d) $(M+m)g\left(1 + \left(\frac{M}{M+m}\right)^2 \frac{2H}{L}\right)$

e) $(m+M)g\left(\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 \frac{2H}{L} - 1\right)$

Resolução — Alternativa D

Considerando que o sistema mecânico é conservativo, a velocidade do garoto imediatamente antes de apanhar o gato é dada por:

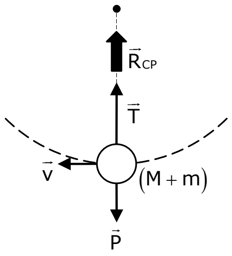
$$E_{MEC(A)} = E_{MEC(B)} \Rightarrow E_{C(A)} + E_{P(A)} = E_{C(B)} + E_{P(B)}$$

$$0 + M \cdot |\vec{g}| \cdot H = \frac{M \cdot |\vec{v_G}|^2}{2} + 0 \Rightarrow |\vec{v_G}| = \sqrt{2 \cdot |\vec{g}| \cdot H}$$

Na direção horizontal, o sistema mecânico é isolado. Desta forma, aplicando a conservação da quantidade de movimento nesta direção, temos:

$$\vec{Q}_{ANTES} = \vec{Q}_{DEPOIS} \Rightarrow M \cdot |\vec{v_G}| + m \cdot 0 = (M+m) \cdot |\vec{v}| \Rightarrow |\vec{v}| = \frac{M}{M+m} \cdot \sqrt{2 \cdot |\vec{g}| \cdot H}$$

Imediatamente após o garoto apanhar o gato, a tensão na corta ($\vec{T}$) e o peso ($\vec{P}$) compõem a força resultante centrípeta ($\vec{R}_{CP}$), como descrito abaixo:



Assim, temos:

$$|\vec{R_{CP}}| = |\vec{T}| - |\vec{P}| \Rightarrow$$

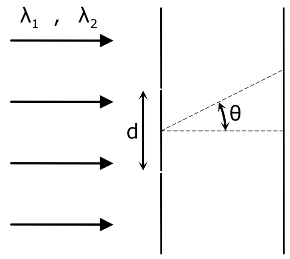
$$|\vec{T}| = (M+m) \cdot |\vec{g}| + \frac{(M+m) \cdot |\vec{v}|^2}{L} \Rightarrow$$

$$|\vec{T}| = (M+m) \cdot |\vec{g}| + \frac{(M+m)}{L} \cdot \left(\frac{M}{M+m} \cdot \sqrt{2 \cdot |\vec{g}| \cdot H}\right)^2$$

$$\Rightarrow |\vec{T}| = (M+m) \cdot |\vec{g}| \left(1 + \left(\frac{M}{M+m}\right)^2 \cdot \frac{2 \cdot H}{L}\right)$$

QUESTÃO 18

Um feixe de luz é composto de luzes de comprimentos de onda λ_1 e λ_2, sendo λ_1 15% maior que λ_2. Esse feixe de luz incide perpendicularmente num anteparo com dois pequenos orifícios, separados entre si por uma distância d. A luz que sai dos orifícios é projetada num segundo anteparo, onde se observa uma figura de interferência. Pode-se afirmar então, que



a) o ângulo de $arcsen(5\lambda_1/d)$ corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda λ_1 é observada.

b) o ângulo de $arcsen(10\lambda_1/d)$ corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda λ_1 é observada.

c) o ângulo de $arcsen(15\lambda_1/d)$ corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda λ_1 é observada

d) o ângulo de $arcsen(10\lambda_2/d)$ corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda λ_2 é observada

e) o ângulo de $arcsen(15\lambda_2/d)$ corresponde à posição onde somente a luz de comprimento de onda λ_2 é observada

Resolução — Alternativa B

No experimento de Young, os mínimos de interferência estão localizados em ângulos θ_m que satisfazem à relação:

$$d \cdot sen\,\theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad (m \in \mathbb{Z})$$

Quando somente a luz de um dos comprimentos de onda é observada num determinado ponto do anteparo, significa que a luz do outro comprimento de onda sofreu interferência destrutiva naquele ponto.

Vamos analisar as alternativas uma a uma, lembrando que $\lambda_1 = \frac{115}{100}\lambda_2 = \frac{23}{20}\lambda_2$:

a) **Falsa.** Para que a luz de comprimento de onda λ_2 sofra interferência destrutiva com $sen\,\theta = \frac{5\lambda_1}{d}$, teríamos:

$$d \cdot \frac{5\lambda_1}{d} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda_2 \Rightarrow 5 \cdot \frac{23}{20}\lambda_2 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda_2 \Rightarrow$$

$$m = 5{,}25 \notin \mathbb{Z} \text{ (absurdo!)}$$

b) **Verdadeira.** Para que a luz de comprimento de onda λ_2 sofra interferência destrutiva com $sen\,\theta = \frac{10\lambda_1}{d}$, devemos ter:

$$d\cdot\frac{10\lambda_1}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_2 \Rightarrow 10\cdot\frac{23}{20}\lambda_2=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_2 \Rightarrow$$

$m = 11 \in \mathbb{Z}$ (OK!)

Ainda para esse ângulo, em relação a λ_1, temos:

$$d\cdot\frac{10\lambda_1}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_1 \Rightarrow 10 = m+\frac{1}{2} \Rightarrow m = 9,5 \notin \mathbb{Z} \text{ (absurdo!)},$$

ou seja, para o comprimento de onda λ_1, não ocorre interferência destrutiva, de modo que essa luz é observada no anteparo (na verdade nesse caso ocorre interferência construtiva).

c) **Falsa.** Para que a luz de comprimento de onda λ_2 sofra interferência destrutiva com $\operatorname{sen}\theta = \frac{15\lambda_1}{d}$, teríamos:

$$d\cdot\frac{15\lambda_1}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_2 \Rightarrow 15\cdot\frac{23}{20}\lambda_2=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_2 \Rightarrow$$

$m = 16,75 \notin \mathbb{Z}$ (absurdo!)

d) **Falsa.** Para que a luz de comprimento de onda λ_1 sofra interferência destrutiva com $\operatorname{sen}\theta = \frac{10\lambda_2}{d}$, teríamos:

$$d\cdot\frac{10\lambda_2}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_1 \Rightarrow 10\lambda_2=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{23}{20}\lambda_2 \Rightarrow$$

$m \approx 8,2 \notin \mathbb{Z}$ (absurdo!)

e) **Falsa.** Para que a luz de comprimento de onda λ_1 sofra interferência destrutiva com $\operatorname{sen}\theta = \frac{15\lambda_2}{d}$, teríamos:

$$d\cdot\frac{15\lambda_2}{d}=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda_1 \Rightarrow 15\lambda_2=\left(m+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{23}{20}\lambda_2 \Rightarrow$$

$m \approx 12,5 \notin \mathbb{Z}$ (absurdo!)

QUESTÃO 19

A figura 1 mostra um capacitor de placas paralelas com vácuo entre as placas, cuja capacitância é C_o. Num determinado instante, uma placa dielétrica de espessura d/4 e constante dielétrica K é colocada entre as placas do capacitor, conforme a figura 2. Tal modificação altera a capacitância do capacitor para um valor C_1. Determine a razão C_o/C_1.

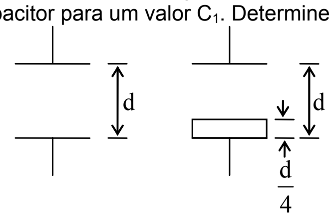


figura 1 figura 2

a) $\frac{3k+1}{4K}$ b) $\frac{4k}{3K+1}$ c) $\frac{4+12K}{3}$ d) $\frac{3}{4+12K}$ e) $\frac{1}{4+12K}$

Resolução Alternativa A

A capacitância C_o é dada por $C_o = \frac{\varepsilon_o A}{d}$, onde A é a área das placas e ε_o é a permissividade elétrica do vácuo.

Ao inserir a placa dielétrica, ficamos com uma associação em série de dois capacitores, um de capacitância $\frac{\varepsilon_o A}{\left(d-\frac{d}{4}\right)}$ e outro de capacitância $\frac{k\varepsilon_o A}{d/4}$.

A capacitância equivalente dessa associação em série é dada por:

$$\frac{1}{C_1}=\frac{1}{\frac{\varepsilon_o A}{3d/4}}+\frac{1}{\frac{k\varepsilon_o A}{d/4}}=\frac{3d}{4\varepsilon A}+\frac{d}{4k\varepsilon_o A}\Rightarrow\frac{1}{C_1}=\frac{d}{4\varepsilon_0 A}\left(\frac{3k+1}{k}\right)\Rightarrow C_1=\frac{4k\varepsilon_0 A}{(3k+1)d}$$

Assim, a razão pedida é: $\frac{C_0}{C_1}=\frac{\frac{\varepsilon_0 A}{d}}{\frac{4k\varepsilon_0 A}{(3k+1)d}}=\frac{3k+1}{4k}$

QUESTÃO 20

Certa quantidade de oxigênio (considerado aqui como um gás ideal) ocupa um volume v_i a uma temperatura T_i e pressão p_i. A seguir, toda essa quantidade é comprimida, por meio de um processo adiabático e quase estático, tendo reduzido o seu volume para $v_f = v_i/2$. Indique o trabalho realizado sobre esse gás.

a) $W=\frac{3}{2}(p_i v_i)(2^{0,7}-1)$ b) $W=\frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{0,7}-1)$

c) $W=\frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{0,4}-1)$ d) $W=\frac{3}{2}(p_i v_i)(2^{1,7}-1)$

e) $W=\frac{5}{2}(p_i v_i)(2^{1,4}-1)$

Resolução Alternativa C

Oxigênio (O_2) é um gás diatômico, e para tal usamos $\gamma = 1{,}4$. Na transformação adiabática, vale que $p_i v_i^{\gamma} = p_f v_f^{\gamma}$. Assim, sendo $V_f = \frac{V_i}{2}$,

temos: $p_i v_i^{1,4} = p_f\left(\frac{V_i}{2}\right)^{1,4} \Rightarrow p_f = 2^{1,4} p_i$

Por outro lado, pela 1ª Lei da Termodinâmica, temos:

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow \tau = -\Delta U$, já que na transformação adiabática não há trocas de calor (Q=0).

Lembrando que o gás é diatômico,

$$\Delta U = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}nRT_f - \frac{5}{2}nRT_i = \frac{5}{2}(p_f V_f - p_i V_i)$$

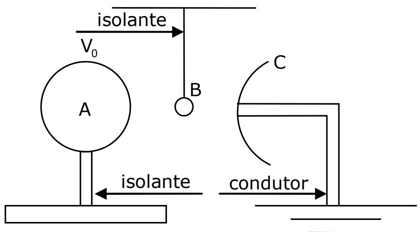
Assim, $\tau = -\Delta U = -\frac{5}{2}(p_f V_f - p_i V_i) = -\frac{5}{2}\left(2^{1,4}p_i\frac{V_i}{2} - p_i V_i\right) = -\frac{5}{2}p_i V_i(2^{0,4}-1)$

O trabalho realizado sobre o gás é o negativo do trabalho realizado pelo gás. Assim, $\tau_{sobreogás} = -\tau = \frac{5}{2}p_i V_i(2^{0,4}-1)$

QUESTÃO 21

Considere um condutor esférico A de 20 cm de diâmetro colocado sobre um pedestal fixo e isolante. Uma esfera condutora B de 0,5 mm de diâmetro, do mesmo material da esfera A, é suspensa por um fio fixo e isolante. Em posição oposta à esfera A é colocada uma campainha C ligada à terra, conforme mostra a figura. O condutor A é então carregado a um potencial eletrostático V_0, de forma a atrair a esfera B. As duas esferas entram em contato devido à indução eletrostática e, após a transferência de carga, a esfera B é repelida, chocando-se com a campainha C, onde a carga adquirida é escoada para a terra. Após 20 contatos com a campainha, verifica-se que o potencial da esfera A é de 10000 V. Determine o potencial inicial da esfera A.

Considere $(1+x)^n \cong 1+nx \quad \text{se} \ |x|<1$



Resolução

O potencial de uma esfera é dado por $V = k\frac{Q}{R}$.

Quando duas esferas condutoras são colocadas em contato, há transferência de cargas, até que elas atinjam o equilíbrio eletrostático, isto é, até que seus potenciais se igualem.

Seja Q_0 a carga inicial da esfera A. Então temos $V_0 = kQ_0/R_A$.

Sejam Q_1 e Q'_1 as cargas das esferas A e B após o primeiro contato entre elas.

Devido à conservação das cargas devemos ter

$$Q_1 + Q'_1 = Q_0 \Rightarrow Q'_1 = Q_0 - Q_1 \ (1)$$

Devido ao equilíbrio eletrostático devemos ter:

$$k\frac{Q_1}{R_A} = k\frac{Q_1'}{R_B} \Rightarrow Q_1 . R_B = Q'_1 . R_A \ (2)$$

Substituindo a equação (1) em (2) e sabendo, do enunciado, que R_A = 10 cm e R_B = 0,025cm, temos:

$$Q_1 . 0{,}025 = (Q_0 - Q_1).10 \Rightarrow 10{,}025.Q_1 = 10.Q_0 \Rightarrow$$

$$Q_1 = \frac{10}{10{,}025}Q_0 = \frac{400}{401}Q_0 \Rightarrow$$

$$V_1 = k\frac{Q_1}{R_A} = k\frac{400}{401}\frac{Q_0}{R_A} = \frac{400}{401}V_0$$, onde V_1 é o potencial da esfera A após o primeiro contato.

Assim, as cargas da esfera A após os sucessivos contatos com a esfera B, formam uma PG de razão 400/401. Esta é também a razão da PG formada pelos potenciais elétricos da esfera A.

Portanto: $V_{20} = 10.000 = \left(\frac{400}{401}\right)^{20} V_0 \Rightarrow V_0 = 10.000.\left(\frac{401}{400}\right)^{20} \Rightarrow$

$$V_0 = 10.000.\left(1+\frac{1}{400}\right)^{20}$$

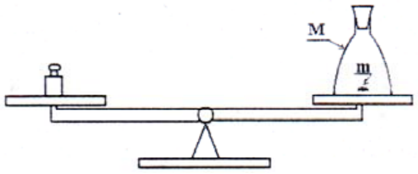
Utilizando a aproximação dada no enunciado:

$$V_0 = 10.000.\left(1+20.\frac{1}{400}\right) = 10.000.(1,05)$$

Logo $\boxed{V_0 = 10500V}$

QUESTÃO 22

Num dos pratos de uma balança que se encontra em equilíbrio estático, uma mosca de massa m está em repouso no fundo de um frasco de massa M. Mostrar em que condições a mosca poderá voar dentro do frasco sem que o equilíbrio seja afetado.



Resolução

O enunciado deixa clara a situação inicial, de equilíbrio estático da mosca. Para garantirmos esse equilíbrio estático, necessitamos garantir a condição de momento resultante nulo no sistema. Isso somente ocorrerá se o momento da mosca não se alterar.

Ao levantar vôo, a mosca, que parte do repouso, deve sofrer ação de uma força resultante para cima. Assim, ela aplica uma força na massa de gás (que é transmitida para o prato da balança). Logo, teremos que o movimento de vôo necessariamente terá aceleração vertical, o que alteraria o equilíbrio da balança, a menos que a trajetória da mosca seja tal que o aumento da força sobre o prato da balança seja compensado por uma diminuição da distância em relação ao ponto central da balança, mantendo o torque constante.

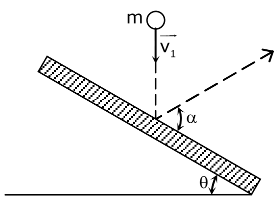
NOTA: Se não levarmos em consideração a aceleração inicial da mosca, temos que, após atingir uma certa velocidade, ao executar um movimento vertical no qual sua aceleração seja nula, o empuxo sobre a mesma também seria igual a seu peso (mg). Portanto não observaríamos alteração no equilíbrio da balança em um movimento vertical desde que este não possua aceleração.

Temos também que, caso a mosca esteja em equilíbrio em y (seu peso é igual ao empuxo) e movimentando-se em vôo (acelerado ou não) no eixo horizontal não causa alteração no equilíbrio.

No caso de um movimento em duas dimensões, ainda partindo de um **equilíbrio dinâmico** também teremos este equilíbrio mantido apenas quando o aumento da força sobre o prato da balança for compensado por uma diminuição da distância em relação ao ponto central da balança, mantendo o torque constante.

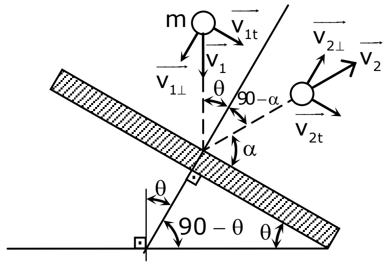
QUESTÃO 23

A figura mostra uma bola de massa m que cai com velocidade $\vec{v_1}$ sobre a superfície de um suporte rígido, inclinada de um ângulo θ em relação ao plano horizontal. Sendo e o coeficiente de restituição para esse impacto, calcule o módulo da velocidade $\vec{v_2}$ com que a bola é ricocheteada, em função de $\vec{v_1}$, θ e e. Calcule também o ângulo α.



Resolução

Ao analisarmos o choque, devemos notar que o coeficiente de restituição relaciona as velocidades de aproximação e de afastamento em relação à direção normal à superfície de contato. Também devemos atentar que como há dissipação de energia no eixo normal, o ângulo de incidência não é o mesmo que o ângulo de reflexão. Denotando como $\vec{V_{1\perp}}$ a velocidade de aproximação nesta direção e $\vec{V_{2\perp}}$ a velocidade de afastamento, temos:



Assim:

$$e = \frac{\left|\vec{v_{2\perp}}\right|}{\left|\vec{v_{1\perp}}\right|} = \frac{v_2 \cdot sen\alpha}{v_1 \cdot \cos\theta} \Rightarrow e \cdot v_1 \cdot \cos\theta = v_2 \cdot sen\alpha \quad \text{(I)}$$

Conservando a velocidade na direção tangencial (não existem forças externas atuando nesta direção) e denotando como $\vec{V_{1t}}$ e $\vec{V_{2t}}$ estas velocidades chega-se a:

$$\left|\vec{v_{1t}}\right| = \left|\vec{v_{2t}}\right| \Rightarrow v_1 \cdot sen\theta = v_2 \cdot \cos\alpha \quad \text{(II)}$$

Elevando as equações (I) e (II) ao quadrado e somando membro a membro temos:

$$v_1^2 \cdot \left(sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta\right) = v_2^2 \cdot \left(sen^2\alpha + \cos^2\alpha\right)$$

$$v_2 = v_1 \cdot \sqrt{sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta}$$

A resposta do valor de α poderia ser expressa de diversas maneiras. Entre elas citaremos três:

a) substituindo o valor encontrado para o módulo de v_2 em (I):

$$sen\alpha = \frac{e \cdot \cos\theta}{\sqrt{sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta}} \Rightarrow \alpha = arcsen\left(\frac{e \cdot \cos\theta}{\sqrt{sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta}}\right)$$

b) substituindo o valor encontrado para o módulo de v_2 em (II):

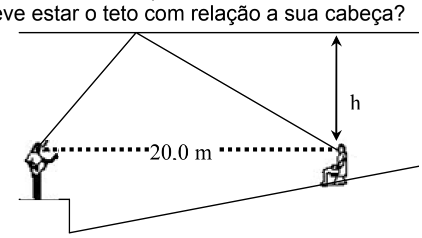
$$\cos\alpha = \frac{sen\theta}{\sqrt{sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta}} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{sen\theta}{\sqrt{sen^2\theta + e^2 \cdot \cos^2\theta}}\right)$$

c) Pela divisão de (I) por (II):

$$\frac{e \cdot \cos\theta}{sen\theta} = \frac{sen\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow tg\alpha = e \cdot \cot g\theta \Rightarrow \alpha = \text{arc}\,tg\left(e \cdot \cot g\theta\right)$$

QUESTÃO 24

Um apreciador de música ao vivo vai a um teatro, que não dispõe de amplificação eletrônica, para assistir a um show de seu artista predileto. Sendo detalhista, ele toma todas as informações sobre as dimensões do auditório, cujo teto é plano e nivelado. Estudos comparativos em auditórios indicam preferência para aqueles em que seja de 30 ms a diferença de tempo entre o som direto e aquele que primeiro chega após uma reflexão. Portanto, ele conclui que deve se sentar a 20 m do artista, na posição indicada na figura. Admitindo que a velocidade do som no ar de 340 m/s, a que altura h deve estar o teto com relação a sua cabeça?

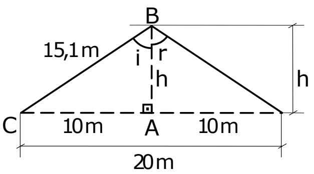


Resolução

Durante o intervalo de tempo de 30 ms, a diferença de percurso entre a onda sonora refletida e o som direto é dada por:

$$v_{som} = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow d = 340.30.10^{-3} = 10{,}2m$$

Assim, podemos afirmar que a distância efetivamente percorrida pela onda refletida foi de 20m + 10,2m = **30,2m**. Observe que a figura proposta no enunciado não condiz com a realidade, visto que na reflexão de uma onda, o ângulo de incidência deve ser igual ao de reflexão. Dessa forma, podemos montar a seguinte figura (onde i representa o ângulo de incidência e r representa o ângulo de reflexão):



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC, temos:

$$h^2 + 10^2 = 15{,}1^2 \to h \cong 5\sqrt{5}m$$

QUESTÃO 25

Um resistor R_x é mergulhado num reservatório de óleo isolante. A fim de estudar a variação da temperatura do reservatório, o circuito de uma ponte de Wheatstone foi montado, conforme mostra a figura 1. Sabe-se que R_x é um resistor de fio metálico de 10 m de comprimento, área da secção transversal de 0,1 mm², e resistividade elétrica ρ_0 de 2,0 x 10^{-8} Ω m, a 20°C. O comportamento da resistividade ρ versus temperatura t é mostrado na figura 2. Sabendo-se que o resistor R_x foi variado entre os valores de 10Ω e 12 Ω para que o circuito permanecesse em equilíbrio, determine a variação da temperatura nesse reservatório.

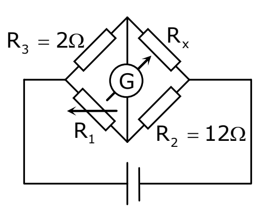


Figura 1

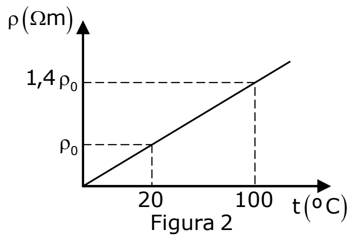


Figura 2

Resolução

Solução 1:

Na figura, o símbolo de resistor variável (varistor) é o de R_1, por isso é de se esperar que a resistência que foi variada entre os valores 10 Ω e 12 Ω foi a de R_1.

Ponte de Wheatstone em equilíbrio:

R_1 = 10 Ω ⇒ R_x = 2,4 Ω e R_1 = 12 Ω ⇒ R_x = 2,0 Ω.

Do gráfico: $\rho = \dfrac{0{,}4\rho_0}{80}(T-20)+\rho_0$

$\rho = 0{,}005\rho_0 T - 0{,}1\rho_0 + \rho_0 \ \Rightarrow\ \rho = (0{,}005T + 0{,}9)\rho_0$

2ª lei de Ohm: $R = \rho\dfrac{L}{A} \ \Rightarrow\ R = (0{,}005T+0{,}9)\rho_0\dfrac{L}{A}$

Isolando-se a temperatura T:

$$T = \frac{RA/L\rho_0 - 0{,}9}{0{,}005} \ \Rightarrow\ T = 200\frac{A}{L\rho_0}R_x - 180$$

Com os valores de A, L e ρ_0 tem-se a expressão da temperatura do óleo em função de R_x:

$$T = 100R_x - 180$$

Com os valores de R_x tem-se para as temperaturas:

R_x = 2,4 Ω ⇒ $T_1 = 60$ °C

R_x = 2,0 Ω ⇒ $T_2 = 20$ °C

$$\boxed{\Delta T = -40 \text{ °C}}$$

Solução 2: Considerando que os todos os dados no enunciado se referiam apenas a R_X.

Resistência de R_X a 20°C: $R_{X0} = \dfrac{\rho_0 \cdot \ell}{A} = \dfrac{2{,}0\cdot 10^{-8}\cdot 10}{10^{-7}} = 2{,}0\Omega$

Considerando desprezíveis as variações no comprimento e na seção transversal do fio, a resistência deste a 100°C é dada por:

$$\frac{R_X}{R_{X0}} = \frac{\rho}{\rho_0} = 1{,}4 \Rightarrow R_X = 2{,}8\Omega$$

A variação de R_X com a temperatura então fica:

$$R_X - 2{,}0 = \frac{2{,}8-2{,}0}{100-20}\cdot(T-20) \Rightarrow R_X = 0{,}01\cdot T + 1{,}8$$

Para $R_X = 10\Omega$, temos: $T_1 = 820°C$

Para $R_X' = 12\Omega$, temos: $T_2 = 1020°C$

Logo, $\boxed{\Delta T = 200°C}$

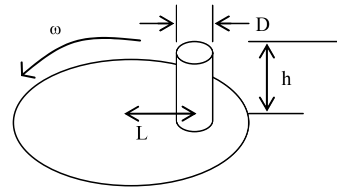
NOTAS:

1) Nessa solução, não haveria razão alguma das informações a respeito do equilíbrio da ponte de Wheatstone, pois existem informações suficientes para determinar R_X sem usar os dados do circuito;

2) Não é dito que o gráfico da resistividade x temperatura se mantém linear para temperaturas muito superiores a 100ºC, o que é necessário se supor na segunda solução.

QUESTÃO 26

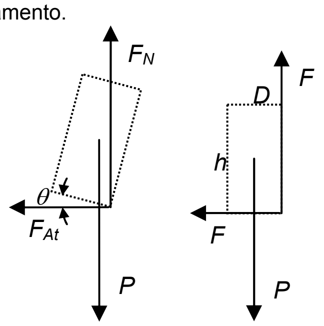
Um cilindro de diâmetro D e altura h repousa sobre um disco que gira num plano horizontal, com velocidade angular ω. Considere o coeficiente de atrito entre o disco e o cilindro μ > D/h, L a distância entre o eixo do disco e o eixo do cilindro, e g a aceleração da gravidade. O cilindro pode escapar do movimento circular de duas maneiras: por tombamento ou por deslizamento. Mostrar o que ocorrerá primeiro, em função das variáveis.



Resolução

Se o coeficiente de atrito for suficientemente grande o cilindro tomba, caso contrário ele desliza.

A figura da esquerda mostra o cilindro após o início do processo de tombamento, já inclinado de um ângulo θ. Essa figura é mostrada apenas para esclarecer as posições dos pontos de aplicação das forças na iminência do tombamento.



A figura da direita mostra o corpo na iminência do tombamento. Nessa situação os pontos de aplicação das forças no cilindro são os mesmos dos da figura à esquerda. A componente de atrito, F_{At}, da força de contato é a resultante centrípeta.

O equilíbrio na vertical implica $\vec{F}_N + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow F_N = P$.

Equilíbrio rotacional: $\sum \vec{M} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{FAt} + \vec{M}_{FN} + \vec{M}_P = \vec{0}$

Considerando-se o pólo no centro do cilindro e o sentido anti-horário como positivo, temos:

$$-F_{At}\frac{h}{2} + F_N\frac{D}{2} + 0 = 0 \ \Rightarrow\ \mu F_N = \frac{D}{h}F_N \Rightarrow \mu = \frac{D}{h}$$

Como o enunciado dá $\mu > D/h$, o que ocorrerá primeiro caso o corpo escape do movimento circular será

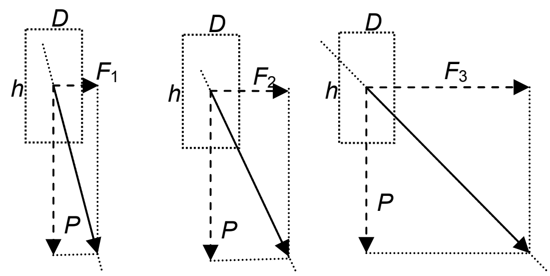
$\boxed{\text{tombamento}}$.

O enunciado não pede claramente, mas a apresentação das variáveis no enunciado dá a entender que se deseja que se explicite uma relação entre ω e L para que o cilindro escape do movimento circular (o que se dará por tombamento conforme mostrado acima) que leva a:

$$\sum M < 0:\ F_{At} > \frac{D}{h}P \ \Rightarrow\ F_C > \frac{D}{h}mg \Rightarrow m\omega^2 L > \frac{D}{h}mg$$

$$\boxed{\omega^2 L > \frac{D}{h}g}$$

Esse resultado poderia ser obtido considerando um referencial (não inercial) preso ao ponto do disco interceptado pelo eixo do cilindro. Se a soma da força peso (P) com a força fictícia centrífuga (F_i de intensidade igual à da força centrípeta F_C) tem reta suporte que intercepta a base do cilindro, este não tomba (figura da esquerda), porém se essa reta suporte não intercepta a área da base, o cilindro tomba (figura da direita).



Pela figura central (cilindro na iminência de tombar), o tombamento implica $\frac{F_C}{P} > \frac{D}{h}$, que leva a $\boxed{\omega^2 L > \frac{D}{h} g}$.

QUESTÃO 27

Durante a realização de um teste, colocou-se 1 litro de água a 20ºC no interior de um forno de microondas. Após permanecer ligado por 20 minutos, restou meio litro de água. Considere a tensão da rede de 127 V e de 12 A a corrente consumida pelo forno. Calcule o fator de rendimento do forno.

Dados: calor de vaporização da água L_V = 540 cal/g;
calor específico da água C = 1 cal/g ºC;
1 caloria = 4,2 joules

Resolução

A potência útil para a evaporação da água é dada por:

$$P_u = \frac{Q_{aquecimento} + Q_{evaporação}}{\Delta t} = \frac{m\left(c\Delta T + L_v/2\right)}{\Delta t} \qquad (1)$$

Na equação (1), note o termo $L_v/2$, devido ao fato de que só metade da água foi evaporada. Substituindo os valores numéricos, obtém-se:

$$P_u = \frac{10^3 \cdot 4{,}2 \cdot \left(80 + 540/2\right)}{20 \cdot 60} = 1225 W$$

A potência efetivamente consumida pelo forno é:

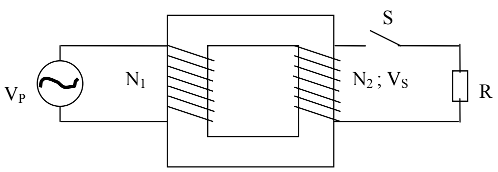
$P_c = V \cdot i = 1524\,W \qquad (2)$

E o rendimento do forno é dado pela razão entre as potências útil e consumida:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} \cong 80\%$$

QUESTÃO 28

Considere o transformador da figura, onde V_P é a tensão no primário, V_S é a tensão no secundário, R um resistor, N_1 e N_2 são o número de espiras no primário e secundário, respectivamente, S uma chave. Quando a chave é fechada, qual deve ser a corrente I_P no primário?



Resolução

Para o transformador ideal:

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_2}{N_1};\ i_p = \frac{N_2}{N_1} i_s.\ Como\ i_s = \frac{V_S}{R}\ e\ V_S = \frac{N_2}{N_1} V_P,\ teremos:$$

$$i_p = \frac{N_2}{N_1} i_s = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{V_S}{R} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{N_2}{N_1} V_P \cdot \frac{1}{R}.\ Logo,\ i_P = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \cdot \frac{V_P}{R}$$

QUESTÃO 29

De acordo com a lei de Stefan-Boltzmann, o equilíbrio da atmosfera terrestre é obtido pelo balanço energético entre a energia de radiação do Sol absorvida pela Terra e a reemitida pela mesma. Considere que a energia fornecida por unidade de tempo pela radiação solar é dada por $P = Ae\sigma T^4$, em que $\sigma = 5{,}67x10^8 Wm^{-2}K^{-4}$; A é a área da superfície do corpo; T a temperatura absoluta, e o parâmetro *e* é a emissividade que representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal, com a mesma área e mesma temperatura. Considere a temperatura média da Terra $\overline{T} = 287K$ e, nesta situação, *e* = 1. Sabendo que a emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global reduz a emissividade, faça uma estimativa de quanto aumentará a temperatura média da Terra devido à emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global, se a emissividade diminuir 8%.

Considere $(1-x)^{1/4} \approx 1 - \frac{x}{4}$.

Resolução

A energia que chega à Terra não muda, portanto uma diminuição em *e* acarreta um aumento em *T* de forma a manter a mesma radiância total anterior:

$$Ae_2\sigma T_2^4 = Ae\sigma T^4 \Rightarrow (100-8)\ \%\ \times T_2^4 = 100\%\ \times 287^4$$

$$T_2 = \left(\frac{1}{1-0{,}08}\right)^{1/4} \times 287$$

Com a aproximação dada, tem-se que $\left(\frac{1}{1-0{,}08}\right)^{1/4} = \frac{1}{1-\frac{0{,}08}{4}} = \frac{1}{1-0{,}02}$,

de modo que:

$$T_2 = \frac{1}{1-0{,}02} \times 287 = \frac{287}{0{,}98} \Rightarrow T_2 \cong 293\ K$$

Desse modo, a temperatura média na Terra aumentará de 287 K para 293 K, ou seja,

$\boxed{\text{A temperatura média da Terra aumentará 6 °C.}}$

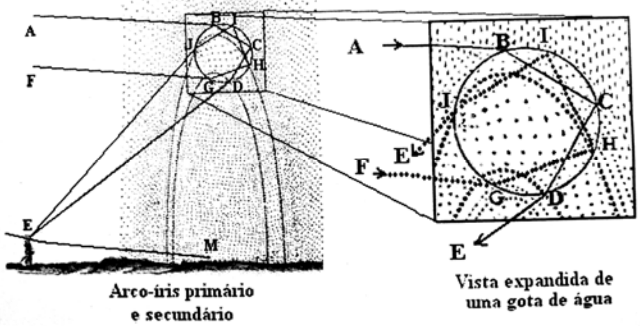
Obs.: pode-se efetuar o último cálculo diretamente ou através da aproximação $\left(\frac{1}{1-0{,}02}\right) \cong 1 + 0{,}02$.

QUESTÃO 30

Foi René Descartes em 1637 o primeiro a discutir claramente a formação do arco-íris. Ele escreveu:

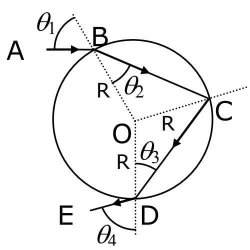
"Considerando que esse arco-íris aparece não apenas no céu, mas também no ar perto de nós, sempre que haja gotas de água iluminadas pelo sol, como podemos ver em certas fontes, eu imediatamente entendi que isso acontece devido apenas ao caminho que os raios de luz traçam nessas gotas e atingem nossos olhos. Ainda mais, sabendo que as gotas são redondas, como fora anteriormente provado e, mesmo que sejam grandes ou pequenas, a aparência do arco-íris não muda de forma nenhuma, tive a idéia de considerar uma bem grande, para que pudesse examinar melhor..."

Ele então representou a figura onde estão representadas as trajetórias para o arco-íris primário e secundário. Determinar o ângulo entre o raio incidente na gota, AB, e o incidente no olho do observador, DE, no caso do arco-íris primário, em termos do ângulo de incidência e do índice de refração da água n_a. Considere o índice de refração do ar n = 1.



Resolução

Tem-se



O ΔBOC, isósceles de base BC, permite concluir que os ângulos de incidência e de reflexão em C, côngruos entre si, medem θ_2.

Como o ΔDOC é isósceles de base CD, então $\theta_3 = \theta_2$.

Como a interface em D é água-ar e a interface em B é ar água, e como $\theta_3 = \theta_2$, tem-se, pela lei de Snell-Descartes, $\theta_4 = \theta_1$.

Os desvios em B, C e D são respectivamente:

$d_B = \theta_1 - \theta_2$.

$d_C = \pi - 2\theta_2$.

$d_D = \theta_4 - \theta_3 = \theta_1 - \theta_2$.

O desvio total é a soma desses desvios: $d = \pi + 2\theta_1 - 4\theta_2$.

Lei de Snell-Descartes: $n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2$

1ª refração: $\theta_2 = arcsen\left(\frac{1}{n_a} sen\theta_1\right)$, logo

$$\boxed{d = \pi + 2\theta_1 - 4arcsen\left(\frac{1}{n_a} sen\theta_1\right)}$$