Fez ELITE PRÉ-VESTIBULAR campinas Aprovou!

ELITE Resolve

IME 2015 Discursivas

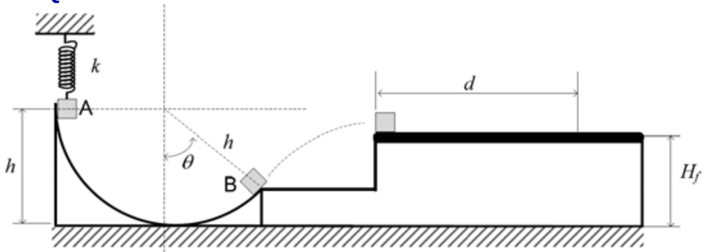
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

OS MELHORES GABARITOS DA INTERNET

FÍSICA

QUESTÃO 01



Uma mola comprimida por uma deformação *x* está em contato com um corpo de massa *m*, que se encontra inicialmente em repouso no Ponto A da rampa circular. O corpo é liberado e inicia um movimento sem atrito na rampa. Ao atingir o ponto B sob um ângulo θ indicado na figura, o corpo abandona a superfície da rampa. No ponto mais alto da trajetória, entra em contato com uma superfície plana horizontal com coeficiente de atrito cinético μ. Após deslocar-se por uma distância *d* nesta superfície horizontal, o corpo atinge o repouso. Determine, em função dos parâmetros mencionados:

a) a altura final do corpo H_f em relação ao solo;

b) a distância *d* percorrida ao longo da superfície plana horizontal.

Dados:

- aceleração da gravidade: *g*;
- constante elástica da mola *k;*
- raio da rampa circular: *h*

Resolução

a) Por conservação de energia, adotando a parte mais baixa da rampa circular como tendo energia potencial nula, segue que:

$$\frac{Kx^2}{2}+mgh=\frac{mv^2}{2}+mgh(1-\cos\theta) \qquad \text{eq (1)}$$

Temos uma equação com duas incógnitas: a velocidade *v* e a variável a ser determinada H_f. Assim, precisamos de mais uma equação que relacione estas duas incógnitas.
Pela figura do enunciado, obtemos:

$$H_f=h(1-\cos\theta)+\Delta H \qquad \text{eq (2)}$$

Sendo ΔH a altura a partir do ponto de lançamento que o corpo atinge, podemos obtê-la a partir da equação de Torricelli:

$$v^2=v_0^2+2a\Delta S \Rightarrow 0=(v\,\text{sen}\,\theta)^2-2g\Delta H \Rightarrow \Delta H=\frac{(v\cdot\text{sen}\,\theta)^2}{2g} \qquad \text{eq (3)}$$

Isolando $v^2/2$ na primeira equação:

$$\frac{v^2}{2}=\frac{kx^2}{2m}+gh\cos\theta \qquad \text{eq (4)}$$

Substituindo este resultado e a equação 3 na equação 2, segue que:

$$H_f=h(1-\cos\theta)+\frac{v^2}{2}\cdot\frac{\text{sen}^2\,\theta}{g}\Rightarrow$$

$$H_f=h(1-\cos\theta)+\left(\frac{kx^2}{2m}+gh\cos\theta\right)\cdot\frac{\text{sen}^2\,\theta}{g}\Rightarrow$$

$$H_f=h(1-\cos\theta)+\left(\frac{kx^2\,\text{sen}^2\,\theta}{2mg}+h\cos\theta\,\text{sen}^2\,\theta\right)\Rightarrow$$

$$H_f=h\left(1-\cos\theta\,\underbrace{\left(1-\text{sen}^2\,\theta\right)}_{=\cos^2\theta}\right)+\frac{kx^2\,\text{sen}^2\,\theta}{2mg}\Rightarrow$$

$$\boxed{H_f=h\left(1-\cos^3\theta\right)+\frac{k}{2mg}(x\cdot\text{sen}\,\theta)^2}$$

b) Pelo teorema da energia cinética:

$$\tau_{Fat}=\Delta E_{cin}$$

Sendo τ_{Fat} o trabalho da força de atrito e ΔE_{cin} a variação da energia cinética.
Desenvolvendo a equação com os dados do enunciado:

$$F_{at}\cdot d\cdot(-1)=0-\frac{mv_x^2}{2}\Rightarrow$$

$$\mu\cdot\cancel{m}g\cdot d=\cancel{m}\frac{(v\cos\theta)^2}{2}\Rightarrow$$

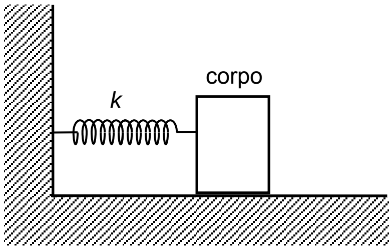
$$\mu\cdot g\cdot d=\frac{v^2}{2}\cos^2\theta$$

Observe que conhecemos $v^2/2$ da equação 4. Substituindo esta informação na equação acima:

$$\mu\cdot g\cdot d=\left(\frac{kx^2}{2m}+gh\cos\theta\right)\cos^2\theta\Rightarrow$$

$$\boxed{d=\frac{\cos^2\theta}{\mu}\left(\frac{kx^2}{2mg}+h\cos\theta\right)}$$

QUESTÃO 02



Um corpo com massa *m,* inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal e preso a uma mola de constante elástica *k*, representado na figura, recebe um impulso *I,* para a direita, dando início a um Movimento Harmônico Simples (MHS). Inicialmente não existe atrito entre o corpo e a superfície horizontal devido à presença de um lubrificante. Contudo, após 1000 ciclos do MHS, o lubrificante perde eficiência e passa a existir atrito constante entre o corpo e a superfície horizontal. Diante do exposto, determine:

a) a máxima amplitude de oscilação;

b) o módulo da aceleração máxima;

c) a máxima energia potencial elástica;

d) a distância total percorrida pelo corpo até este pare definitivamente.

Dados:

- massa do corpo: $m=2$ kg;
- impulso aplicado ao corpo: $I=4$ kg.m/s;
- constante elástica da mola: $k=8$ N/m;
- coeficiente de atrito: $\mu=0{,}1$;
- aceleração da gravidade: $g=10$ m/s^2.

Observação:

- a massa da mola é desprezível em relação à massa do corpo

Resolução

a) O impulso é dado por $I=m\cdot v$.
Supondo o impulso sendo empregado por um tempo muito pequeno teremos

$$v=\frac{I}{m}$$

Sendo assim, da conservação de energia, teremos:

$$\frac{m\cdot v^2}{2}=\frac{k\cdot A^2}{2}\Leftrightarrow A^2=\frac{m\cdot v^2}{k}=\frac{m\cdot\left(\frac{I}{m}\right)^2}{k}$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$A^2=\frac{2\cdot\frac{4^2}{2}}{8}=\frac{8}{8}=1\,\text{m}^2\Leftrightarrow\boxed{A=1\,\text{m}}$$

b) Num primeiro momento somos levados a crer que a aceleração máxima ocorre quando $x = 1\,\text{m}$. Neste caso a aceleração seria dada por:

$$a = \frac{k \cdot x}{m} = \frac{8}{2} = 4\ \text{m/s}^2$$

Essa aceleração é a máxima na situação em que não há atrito. No entanto devemos analisar também a aceleração máxima quando existe atrito, para então comparar as duas situações.

O primeiro passo é determinar a elongação máxima da mola na situação com atrito:
Por conservação de energia teremos o seguinte (a partir do milésimo ciclo):

$$E_{total} = E_{el} + |\tau_{atrito}| \Rightarrow E_{total} = \frac{k \cdot d^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot d$$

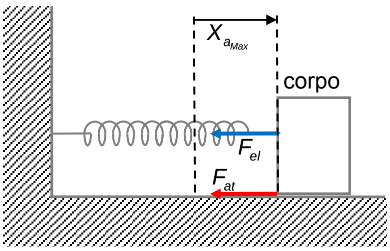
Substituindo valores temos

$$4 = 4d^2 + 2d \Rightarrow 2d^2 + d - 2 = 0 \Leftrightarrow d = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$$

(descartando a raiz negativa, que não convém)

Neste caso, a aceleração será máxima na iminência de termos $x = d$. E a força resultante será dada por (veja figura abaixo):

$$R = F_{el} + F_{at}$$
$$m \cdot a_{max} = k \cdot d + m \cdot g \cdot \mu$$
$$2 \cdot a_{max} = 8 \cdot \frac{(\sqrt{17}-1)}{4} + 2$$
$$a_{max} = \sqrt{17}\ \text{m/s}^2$$



Sendo $\sqrt{17} > 4$, ficamos com a aceleração máxima:

$$\boxed{a_{max} = \sqrt{17}\ \text{m/s}^2}$$

c) A energia potencial elástica máxima ocorre quando $x = A$, na situação em que não existe atrito ainda:

$$E_{el} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{8 \cdot 1^2}{2} \Leftrightarrow \boxed{E_{el} = 4\ \text{J}}$$

d) O sistema entrará em repouso quando a resultante das forças for nula e a velocidade também for zero. Como são realizados 1000 ciclos, o atrito passa a atuar no sistema quando o bloco passa pelo ponto de amplitude zero, atingindo uma máxima amplitude a uma distância *d* já calculada no item (b).
Neste ponto, a força de atrito terá seu módulo máximo de 2 N ($F_{at} = \mu \cdot m \cdot g = 2\ \text{N}$), enquanto que a força elástica será:

$$F_{el} = kd \Rightarrow F_{el} = 8 \cdot \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \Rightarrow F_{el} = -2 + \sqrt{17} > -2 + 4 = F_{at}$$

Assim, temos a condição de velocidade nula mas não de resultante das forças nula. Temos então que verificar a nova posição em que a velocidade se anula:

$$E_{total} = E_{el} + |\tau_{atrito}| \Rightarrow \frac{k \cdot d^2}{2} = \frac{k \cdot x_1^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot (d - x_1)$$

Teremos uma equação do segundo grau na qual sabemos o valor de pelo menos uma de suas raízes:

$$x'_1 = d = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$$

Assim, podemos encontrar a outra equação por soma *S* ou produto *P*:

$$\frac{k \cdot d^2}{2} = \frac{k \cdot x_1^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot (d - x_1) \Rightarrow kx_1^2 - 2mg\mu x_1 + d(2mg\mu - kd) = 0$$

$$S = \frac{2mg\mu}{k} = \frac{-1+\sqrt{17}}{4} + x''_1 \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 2}{8} = \frac{-1+\sqrt{17}}{4} + x''_1 \Leftrightarrow x''_1 = \frac{3-\sqrt{17}}{4}\ \text{m}$$

Calculando a força elástica para verificar se satisfaz a condição de equilíbrio, obtemos:

$$F_{el} = 2|3-\sqrt{17}| > 2|3-4| = F_{at}$$

Assim, o corpo ainda não estará em equilíbrio estático. Novamente temos:

$$E_{total} = E_{el} + |\tau_{atrito}| \Leftrightarrow \frac{k \cdot x_1^2}{2} = \frac{k \cdot x_2^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot (x_2 - x_1)$$

Mais uma vez, resolvendo por soma e produto, temos:

$$kx_2^2 + 2mg\mu x_2 - x_1(2mg\mu + kx_1) = 0$$
$$S = -\frac{2mg\mu}{k} = \frac{3-\sqrt{17}}{4} + x''_2 \Leftrightarrow -\frac{2 \cdot 2}{8} = \frac{3-\sqrt{17}}{4} + x''_2 \Leftrightarrow$$
$$x''_2 = \frac{-5+\sqrt{17}}{4}\ \text{m}$$

Verificando se agora satisfaz a condição de equilíbrio:

$$F_{el} = 2|-5+\sqrt{17}| < 2|-5+4| = F_{at}$$

Agora, como se pede a distância percorrida, temos que somar a distância percorrida durante as oscilações isentas de atrito (1000 oscilações × 4 m por oscilação = 4000 m) mais a distância percorrida quando atua a força de atrito:

$$D = 4000 + 2|d| + 2|x''_1| - |x''_2| \Rightarrow \boxed{D = \left(4000 + \frac{5\sqrt{17}-13}{4}\right)\ \text{m}}$$

QUESTÃO 03

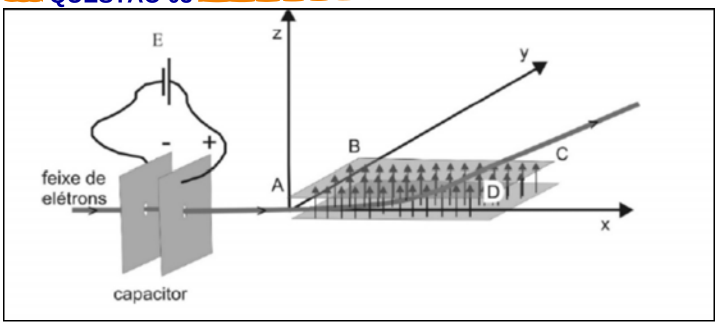


Figura 1: Vista em perspectiva

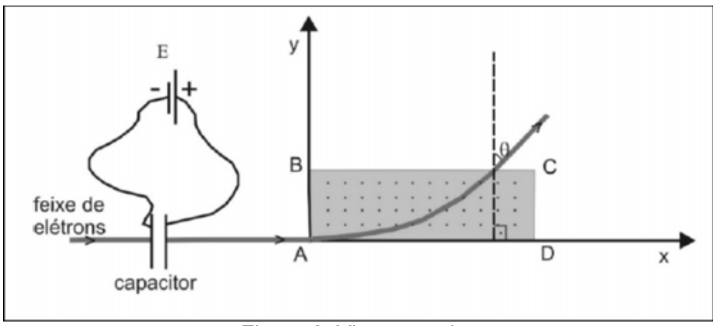


Figura 2: Vista superior

Um feixe de elétrons atravessa um capacitor carregado e furado em suas duas placas paralelas ao plano yz, sendo acelerado durante a sua permanência no interior do capacitor, conforme as figuras. Logo após deixar o capacitor, o feixe penetra em uma região do espaço sujeita a um campo magnético uniforme, conforme indicado nas figuras. Sabendo que a coordenada x de qualquer elétron do feixe é não decrescente, determine:

a) o módulo da velocidade final dos elétrons;
b) as coordenadas do ponto onde o feixe deixa a região sujeita ao campo magnético;
c) a tensão E para que se obtenha $\theta = 0$;

d) os valores α e β tais que, para um valor muito alto de E, a coordenada x do ponto onde o feixe de elétrons deixa a região do campo magnético possa ser aproximada por $X_{saída} \approx \alpha E^{\beta}$.

Dados:

- carga de elétron: -q;
- massa do elétron: *m;*
- tenção aplicada ao capacitor : E;
- capacitância do capacitor: C;
- coordenadas do vetor campo magnético dentro da região ABCD: (0,0,+ *B*);
- comprimento dos segmentos AB e AD: infinito;
- velocidade inicial do feixe de elétrons: v_0.

Observações:

- todas as respostas não devem ser expressas em função de θ;
- a trajetória do feixe antes de entrar no capacitor coincide com o semieixo *x* negativo;
- o campo elétrico no interior do capacitor é constante;
- não há campo gravitacional presente.

Resolução

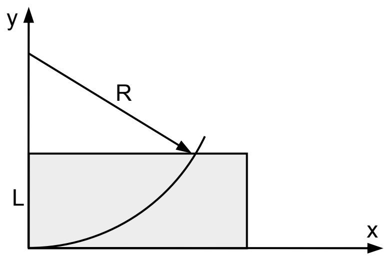
a) O feixe de elétrons incide no capacitor com velocidade v_0 e é acelerado até uma velocidade v. O trabalho realizado sobre o elétron entre as placas do capacitor é dado por:

$$\tau = q \cdot E = \Delta\varepsilon_{cinética}$$

onde E é a diferença de pontencial entre as placas.
Daí temos

$$q \cdot E = \frac{m}{2} \cdot \left(v^2 - v_0^2\right) \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot q \cdot E}{m} + v_0^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot E}{m} + v_0^2}}$$

b)



Naturalmente a coordenada y na qual o elétron deixa a região com campo magnético é $\boxed{y = L}$. E como não há forças atuando na direção do eixo *z*, então $\boxed{z = 0}$.

Como a trajetória é circular, podemos determinar a coordenada x da seguinte forma:

$$(R - L)^2 + x^2 = R^2 \Rightarrow R^2 - 2R \cdot L + L^2 + x^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 = L \cdot (2R - L) \qquad (1)$$

Antes de prosseguir, vamos determinar o raio R. Note que a força magnética é a resultante centrípeta que age sobre o elétron, portanto:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Substituindo o valor de v encontrado no item a temos:

$$R = \frac{m}{q \cdot B}\sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot E}{m} + v_0^2} \qquad (2)$$

Substituindo (2) em (1)

$$x^2 = \frac{2 \cdot m \cdot L}{q \cdot B}\sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot E}{m} + v_0^2} - L^2 \Rightarrow \boxed{x = \left(\frac{2 \cdot L\sqrt{2 \cdot q \cdot m \cdot E + m^2 \cdot v_0^2}}{q \cdot B} - L^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

c) Se $\theta = 0$, então $x = y$. Sendo assim, temos do item anterior que

$$\frac{2 \cdot L\sqrt{2 \cdot q \cdot m \cdot E + m^2 \cdot v_0^2}}{q \cdot B} - L^2 = L^2 \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot m \cdot E + m^2 \cdot v_0^2}}{q \cdot B} = L \Rightarrow 2 \cdot q \cdot m \cdot E + m^2 \cdot v_0^2 = q^2 \cdot B^2 \cdot L^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{E = \frac{q^2 \cdot B^2 \cdot L^2 - m^2 \cdot v_0^2}{2 \cdot q \cdot m}}$$

d) Do item b temos que

$$x = \left(\frac{2 \cdot L\sqrt{2 \cdot q \cdot m \cdot E + m^2 \cdot v_0^2}}{q \cdot B} - L^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

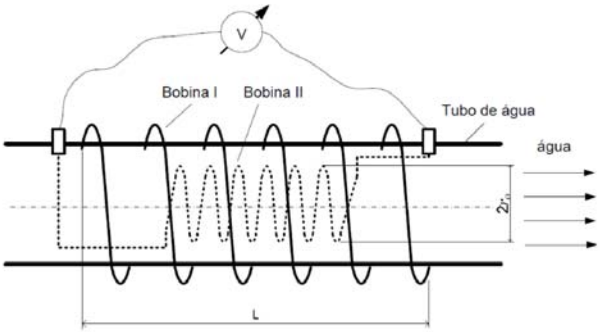
Supondo E muito grande, podemos fazer a seguinte aproximação

$$x \simeq \left(\frac{2 \cdot L\sqrt{2 \cdot q \cdot m \cdot E}}{q \cdot B}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sqrt{\frac{8 \cdot L^2 \cdot m \cdot E}{q \cdot B^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Portanto temos que

$$\alpha = \left(\frac{8 \cdot L^2 \cdot m}{q \cdot B^2}\right)^{\frac{1}{4}} \text{ e } \beta = \frac{1}{4}$$

QUESTÃO 04



Considere a figura acima. A bobina I, com N_1 espiras, corrente *i* e comprimento *L*, gera um campo magnético constante na região da bobina II. Devido à variação da temperatura da água que passa no cano, surge uma tensão induzida na bobina II com N_2 espiras e raio inicial r_0. Determine a tensão induzida na bobina II medida pelo voltímetro da figura.

Dados:

- Considere que $\frac{\Delta r^2}{\Delta t} \approx 2r_0 \frac{\Delta r}{\Delta t}$, onde Δr e Δt são respectivamente, a variação do raio da bobina II e a variação do tempo;
- Suponha que o campo magnético a que a bobina II está sujeita é constante na região da bobina e igual à determinada no eixo central das bobinas.

Resolução

A variação do raio da espira num dado intervalo de tempo Δt é dado por

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = r_0 \cdot \alpha \cdot b \qquad (1)$$

A variação da área, no mesmo intervalo de tempo, será

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot \Delta r^2}{\Delta t}$$

Fazendo a aproximação sugerida obtemos

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \pi \cdot \frac{2 \cdot r_0 \cdot \Delta r}{\Delta t}$$

De (1) obtemos:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \pi \cdot 2 \cdot r_0 \cdot r_0 \cdot \alpha \cdot b \Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = 2\pi \cdot r_0^2 \cdot \alpha \cdot b$$

O campo elétrico gerado pela bobina 1 será dado por

$$B_1 = \frac{\mu \cdot i \cdot N_1}{L}$$

Sendo assim a força eletromotriz induzida da bobina 2 será dada por

$$\varepsilon = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \cdot N_2 \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta(B \cdot A)}{\Delta t} \cdot N_2$$

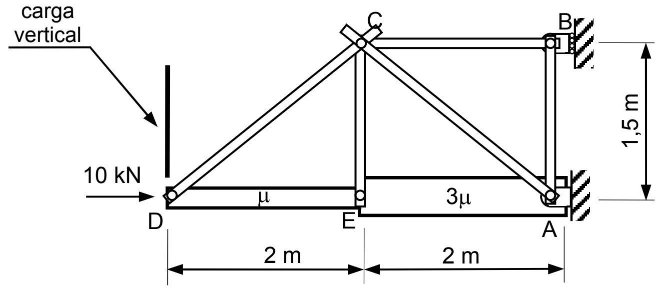
Como B_1 é constante na região de interesse

$$\varepsilon = \frac{B_1 \cdot \Delta A}{\Delta t} \cdot N_2 \Rightarrow \varepsilon = \frac{\mu \cdot i \cdot N_1}{L} \cdot 2\pi \cdot r_0^2 \cdot \alpha \cdot b \cdot N_2$$

Rearranjando temos

$$\boxed{\varepsilon = \frac{2\pi \cdot \mu \cdot i \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot r_0^2 \cdot \alpha \cdot b}{L}}$$

QUESTÃO 05



A figura mostra uma estrutura em equilíbrio, formada por barras fixadas por pinos. As Barras AE e DE são feitas de um material uniforme e homogêneo. Cada uma das barras restantes tem massa desprezível e seção transversal circular de 16mm de diâmetro. O apoio B, deformável, é elástico e só apresenta força de reação na horizontal. No ponto D, duas cargas são aplicadas, sendo uma delas conhecida e igual a 10kN e outra na direção vertical, conforme indicadas na figura. Sabendo que a estrutura no ponto B apresenta um deslocamento horizontal para a esquerda de 2cm, determine:

a) a magnitude e o sentido da reação do apoio B;

b) as reações horizontal e vertical no apoio A da estrutura, indicando seu sentido;

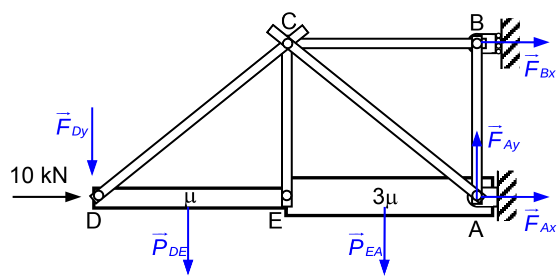
c) o esforço normal (força) por unidade de área da barra BC, indicando sua magnitude e seu tipo (tração ou compressão).

Dados:

- Aceleração da gravidade: g= 10m/s²;
- Densidade linear de massa: $\mu = 100 kg/m$;
- Constante elástica do apoio B: $1600 kN/m$

Resolução

Considere a figura:



a) Considerando que a estrutura no ponto B apresenta um deslocamento horizontal para a esquerda, temos uma reação no sentido de restabelecer sua posição original, assim **a reação do apoio B será horizontal para a direita** e será dada por:

$$F_{Bx} = k \cdot \Delta x = 1600 \frac{kN}{m} \cdot 2 \cdot 10^{-2} m \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{Bx} = 32 kN}$$

b) Para determinarmos as reações no apoio A da estrutura, basta considerarmos que o torque resultante das forças externas é nulo, pois a estrutura está em equilíbrio. Calcularemos o torque resultante em relação ao ponto D:

$$\sum \vec{\tau}_D = \vec{0} \Rightarrow \vec{r}_{DE} \times \vec{P}_{DE} + \vec{r}_{EA} \times \vec{P}_{EA} + \vec{r}_A \times \vec{F}_A + \vec{r}_B \times \vec{F}_B = \vec{0}$$

Onde $\vec{r}$ é o vetor posição das forças, $\vec{P}$ é o peso das barras, $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ a reação dos apoios A e B, respectivamente. Assim, decompondo as forças nas direções vertical e horizontal e considerando que o braço da componente horizontal da reação em A, em relação a D, é nulo, temos:

$$1{,}0 \cdot P_{DE} + 3{,}0 \cdot P_{EA} + 1{,}5 \cdot F_{Bx} - 4{,}0 \cdot F_{Ay} = 0 \Rightarrow$$

$$1{,}0 \cdot \mu \cdot L_{DE} \cdot g + 3{,}0 \cdot 3\mu \cdot L_{EA} \cdot g + 1{,}5 \cdot 32kN - 4{,}0 \cdot F_{Ay} = 0 \Rightarrow$$

$$2{,}0kN + 18kN + 48kN - 4{,}0 \cdot F_{Ay} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{Ay} = 17kN}$$

Como chegamos a um valor positivo de F_{Ay} então seu **sentido é para cima**.

Considerando que a resultante das forças horizontais externas é nula, podemos calcular F_{Ax}:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 10kN + F_{Bx} + F_{Ax} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{Ax} = -10kN - 32kN \Rightarrow \boxed{F_{Ax} = -42kN}$$

(o sinal negativo indica que F_{Ax} tem **sentido para a esquerda**)

c) Considerando que a resultante das forças verticais externas é nula, podemos calcular F_{Dy}:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} = P_{DE} + P_{EA} + F_{Dy} \Rightarrow$$

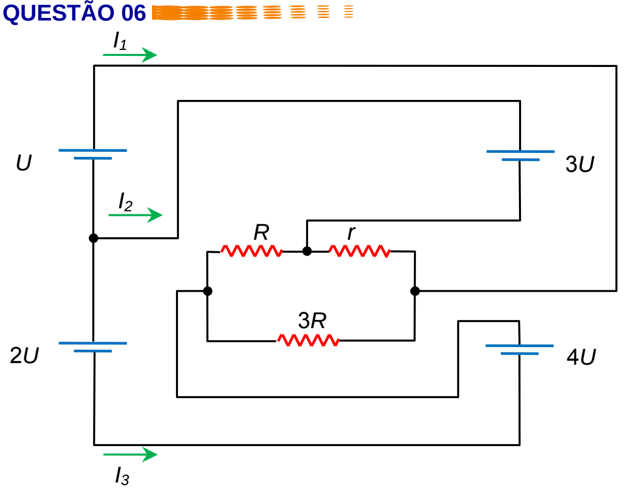
$$F_{Dy} = F_{Ay} - P_{DE} - P_{EA} = 17kN - 2kN - 6kN \Rightarrow \boxed{F_{Dy} = 9kN}$$

Considerando que o sentido de F_{Dy} foi assumido como sendo para baixo (ver figura) e seu valor, calculado acima, é positivo, confirma-se que o sentido da força é **para baixo**.

d) Sendo R o raio da barra BC, o esforço normal (f_N) dessa barra pode ser calculado por:

$$f_N = \frac{F_{Bx}}{S} = \frac{32kN}{\pi R^2} = \frac{32kN}{\pi\left(8 \cdot 10^{-3}\right)^2 m^2} \Rightarrow f_N = \frac{1k}{2\pi \cdot 10^{-6}} N/m^2 \Rightarrow \boxed{f_N = \frac{5}{\pi} \cdot 10^8 N/m^2}$$

QUESTÃO 06



A figura acima apresenta um circuito composto por quatro baterias e três resistores. Sabendo-se que I_1 é igual a $10\frac{U}{R}$, determine, em função de U e R:

a) a resistência r;

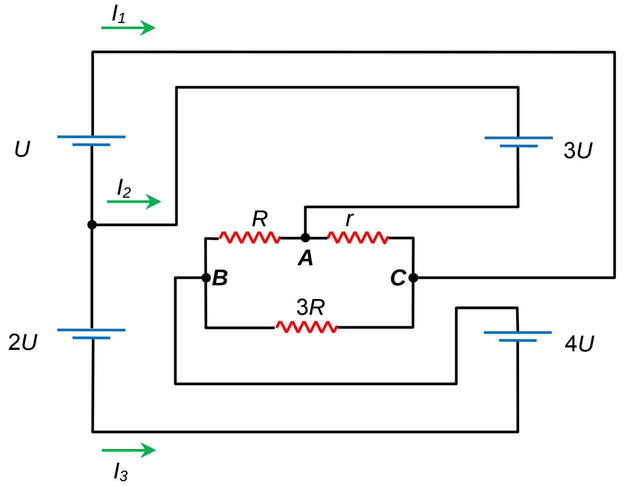
b) o somatório de I_1, I_2 e I_3;

c) a potência total dissipada pelos resistores;

d) a energia consumida pelo resistor $3R$ em 30 minutos.

Resolução

Considere os pontos *A*, *B* e *C* do circuito marcados na figura.



Do ponto *A* para o ponto *B*, temos os potenciais:

$$V_A + 3U - 2U + 4U = V_B \Leftrightarrow V_B - V_A = 5U$$

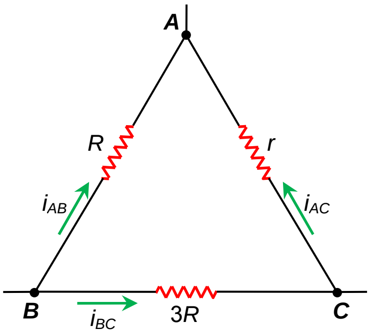
Do ponto *A* para o ponto *C*, temos os potenciais:

$$V_A + 3U + U = V_C \Leftrightarrow V_C - V_A = 4U$$

Do ponto *B* para o ponto *C*, temos os potenciais:

$$V_B - 4U + 2U + U = V_C \Leftrightarrow V_B - V_C = U$$

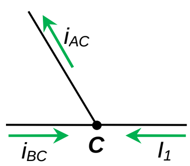
Como as correntes no sentido convencional se deslocam do maior para o menor potencial, temos os sentidos das correntes em cada resistor indicados no trecho redesenhado a seguir:



Essas correntes são dadas por:

$$\begin{cases} i_{AB} = \dfrac{V_B - V_A}{R} = \dfrac{5U}{R} \\ i_{AC} = \dfrac{V_C - V_A}{r} = \dfrac{4U}{r} \\ i_{BC} = \dfrac{V_B - V_C}{3R} = \dfrac{U}{3R} \end{cases}$$

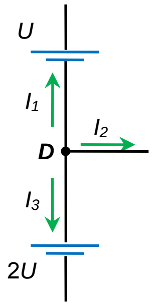
a) Aplicando a lei dos nós no ponto *C*, temos:



$$i_{AC} = i_{BC} + I_1 \Leftrightarrow \frac{4U}{r} = \frac{U}{3R} + \frac{10U}{R} \Leftrightarrow$$

$$\frac{4}{r} = \frac{1+30}{3R} \Leftrightarrow \boxed{r = \frac{12}{31}R}$$

b) Observe o ponto *D* marcado no trecho a seguir.



Aplicando a lei dos nós nesse ponto, a soma das correntes que chegam deve ser igual à soma das correntes que saem desse ponto. Como não há nenhuma corrente chegando a esse ponto *D*:

$$\boxed{I_1 + I_2 + I_3 = 0}$$

Isso nos permite concluir que pelo menos uma dessas correntes (I_1, I_2 ou I_3) deve estar com seu sentido invertido na figura sugerida pelo enunciado.

c) A potência total dissipada (*P*) corresponde à soma das potências que cada resistor dissipa individualmente. Assim:

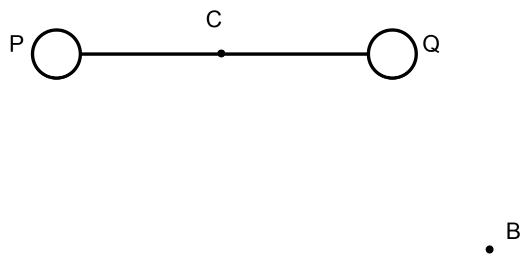
$$P = \frac{(V_B - V_A)^2}{R} + \frac{(V_C - V_A)^2}{r} + \frac{(V_B - V_C)^2}{3R} = \frac{(5U)^2}{R} + \frac{(4U)^2}{\frac{12}{31}R} + \frac{U^2}{3R} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{P = \frac{200U^2}{3R}}$$

d) Sendo P_3 a potência dissipada e *E* a energia consumida pelo resistor de resistência 3*R* em 30 minutos (30×60 s), temos, em unidades do SI, que:

$$P_3 = \frac{E}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{U^2}{3R} = \frac{E}{30 \cdot 60} \Leftrightarrow \boxed{E = \frac{600U^2}{R}}$$

QUESTÃO 07



A figura acima apresenta duas fontes sonoras P e Q que emitem ondas de mesma frequência. As fontes estão presas às extremidades de uma haste que gira no plano da figura com velocidade angular constante em torno do ponto C, equidistante de P e Q. Um observador, situado no ponto B também no plano da figura, percebe dois tons sonoros simultâneos distintos devido ao movimento das fontes. Sabendo-se que, para o observador, o menor intervalo de tempo entre a percepção de tons com a máxima frequência possível é T e a razão entre a máxima e a mínima frequência de tons é *k*, determine a distância entre as fontes.

Dado:

- Velocidade da onda sonora: v

Observação:

- A distância entre B e C é maior que a distância entre P e C.

Resolução

O enunciado retrata uma situação onde ocorre efeito Doppler. É necessário notar que o observador percebe sons de máxima frequência quando qualquer uma das fontes estiver emitido tal som com seu vetor velocidade linear apontando na direção de B. Tal situação se dá a cada meia volta. Sendo assim, o período do movimento circular é $2 \cdot T$.

A velocidade escalar das fontes será dada por

$$v_{Fonte} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (d/2)}{2 \cdot T} = \frac{\pi \cdot d}{2 \cdot T}$$

Onde d é a distância entre as fontes. Do efeito Doppler, concluímos que:

$$f_{Max} = f_{Fonte} \frac{v}{v - v_{Fonte}}$$

$$f_{Min} = f_{Fonte} \frac{v}{v + v_{Fonte}}$$

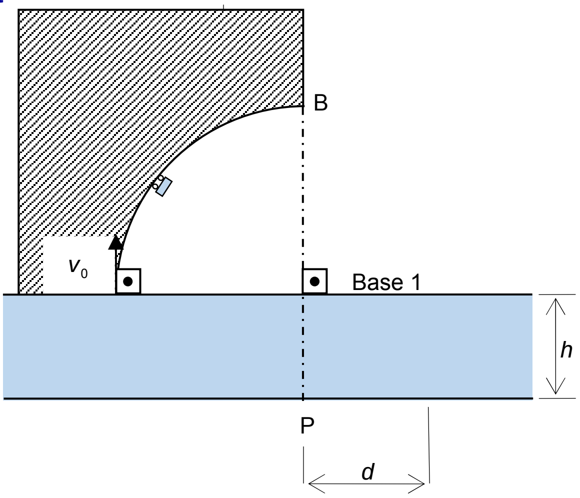
Então:

$$k = \frac{f_{Max}}{f_{Min}} \Rightarrow k = \frac{f_{Fonte} \frac{v}{v - v_{Fonte}}}{f_{Fonte} \frac{v}{v + v_{Fonte}}} \Rightarrow k = \frac{v + v_{Fonte}}{v - v_{Fonte}} \Rightarrow$$

$$k\left(v - v_{Fonte}\right) = v + v_{Fonte} \Rightarrow v\left(k-1\right) = v_{Fonte}\left(k+1\right) \Rightarrow v_{Fonte} = \frac{v\left(k-1\right)}{\left(k+1\right)} \Rightarrow$$

$$\frac{\pi \cdot d}{2 \cdot T} = \frac{v\left(k-1\right)}{\left(k+1\right)} \Rightarrow d = \frac{2 \cdot T \cdot v \cdot \left(k-1\right)}{\pi \cdot \left(k+1\right)}$$

QUESTÃO 08



A figura acima mostra uma rampa AB no formato de um quarto de circunferência de centro O e raio r. Essa rampa está apoiada na interface de dois meios de índices de refração n_1 e n_2. Um corpo de dimensões desprezíveis é lançado do ponto A com velocidade escalar v_0, desliza sem atrito pela rampa e desprende-se dela por efeito da gravidade. Nesse momento, o corpo emite um feixe de luz perpendicular à sua trajetória na rampa, que encontra a Base 2 a uma distância d do ponto P.

Determine:

a) A altura relativa à base 1 no momento em que o corpo se desprende da rampa, em função de v_0;

b) O valor de v_0 para que d seja igual a 0,75 m;

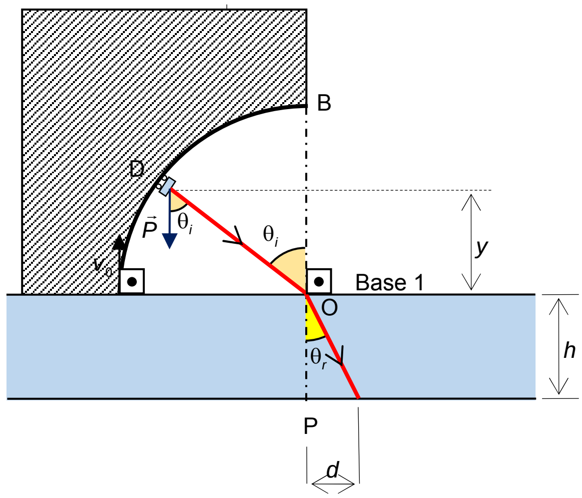
c) A faixa de valores que d pode assumir, variando-se v_0.

Dados:

- Aceleração da gravidade: $g = 10$ m/s^2 ;
- Raio da rampa: $|\overline{OA}| = 2$ m ;
- Espessura do meio 2: h = 1 m;
- Índice de refração do meio 1: $n_1 = 1$;
- Índice de refração do meio 2: $n_2 = 4/3$.

Resolução

A figura abaixo apresenta, além dos dados da figura do enunciado, o ângulo de incidência do feixe luminoso θ_i, o ângulo de refração θ_r e a altura y na qual se encontra o corpo.



a) Da figura, obtemos a seguinte relação geométrica:

$$y = R\cos\theta_i \qquad \text{eq(1)}$$

Também temos as forças normal e peso atuando sobre o corpo:

$$P\cos\theta_i + N = F_{cp}$$

Sendo F_{cp} a resultante centrípeta das forças normal N e peso P. Para a situação em que o corpo se desprende da rampa, N = 0. Assim:

$$P\cos\theta_i + 0 = F_{cp} \Rightarrow \cancel{m}g\cos\theta_i = \frac{\cancel{m}v^2}{R} \Rightarrow v^2 = g\underbrace{R\cos\theta_i}_{y}$$

Da equação (1):

$$v^2 = gy \qquad \text{eq(2)}$$

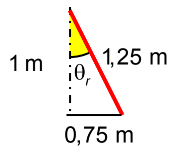
Da conservação de energia, assumindo a Base 1 como referencial para a altura, teremos:

$$E_{mec\,A} = E_{mec\,D} \Rightarrow \frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \frac{\cancel{m}v^2}{2} + \cancel{m}gy$$

Substituindo a equação (2) e multiplicando-a por 2 temos:

$$v_0^2 = gy + 2gy \Rightarrow y = \frac{v_0^2}{3g} \Rightarrow \boxed{y = \frac{v_0^2}{30}}$$

b) Sendo dados d e h, para o raio no interior do meio de índice de refração n_2 temos o seguinte triângulo retângulo:



Aplicando-se a lei de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_i = n_2 \operatorname{sen}\theta_r \Rightarrow 1 \cdot \operatorname{sen}\theta_i = \frac{4}{3} \cdot \frac{0{,}75}{1{,}25} \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_i = 0{,}8$$

Da equação (1) determinamos y e da resposta do item (a) encontramos o que se pede:

$$y = R\cos\theta_i = R\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_i} = 2 \cdot \sqrt{1 - 0{,}64} \Rightarrow y = 1{,}2 \text{ m}$$

Portanto:

$$y = \frac{v_0^2}{3g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{3gy} \Rightarrow v_0 = \sqrt{3 \cdot 10 \cdot 1{,}2} \Rightarrow \boxed{v_0 = 6 \text{ m/s}}$$

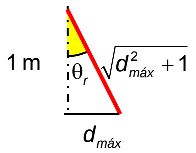
c) O menor valor de d ($d_{mín}$) se dá quando o móvel está no ponto B, assim o raio tem uma trajetória vertical e não sofrerá desvio, logo:

$$\boxed{d_{mín} = 0}$$

O maior valor de d ($d_{máx}$) se dá quando o móvel se encontra na base 1, isto é, quando sua velocidade inicial tende a zero. Assim, o feixe luminoso atinge O rasante à base 1, assim aplicamos a lei de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen}\theta_i = n_2 \operatorname{sen}\theta_r \Rightarrow 1 \cdot \operatorname{sen}90^\circ = \frac{4}{3}\operatorname{sen}\theta_r \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_r = \frac{3}{4}$$

Novamente, para o feixe no interior do meio de índice de refração n_2, montamos o seguinte triângulo retângulo e aplicamos o Teorema de Pitágoras:



Assim, temos:

$$\operatorname{sen}\theta_r = \frac{d_{máx}}{\sqrt{d_{máx}^2+1}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{d_{máx}}{\sqrt{d_{máx}^2+1}} \Rightarrow \left(3\sqrt{d_{máx}^2+1}\right)^2 = \left(4d_{máx}\right)^2 \Rightarrow$$

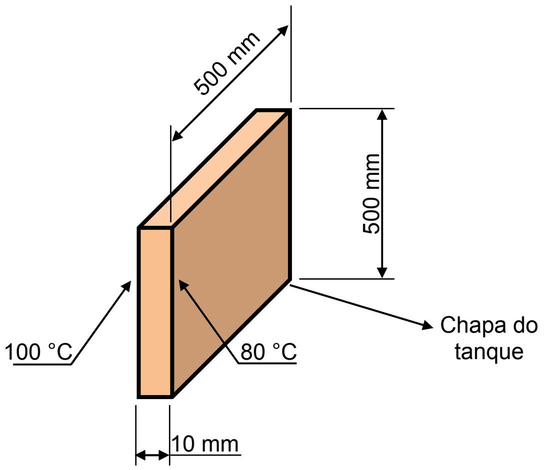
$$16d_{máx}^2 = 9d_{máx}^2 + 9 \Rightarrow 7d_{máx}^2 = 9 \Rightarrow \boxed{d_{máx} = \frac{3\sqrt{7}}{7}\ \text{m}}$$

QUESTÃO 09

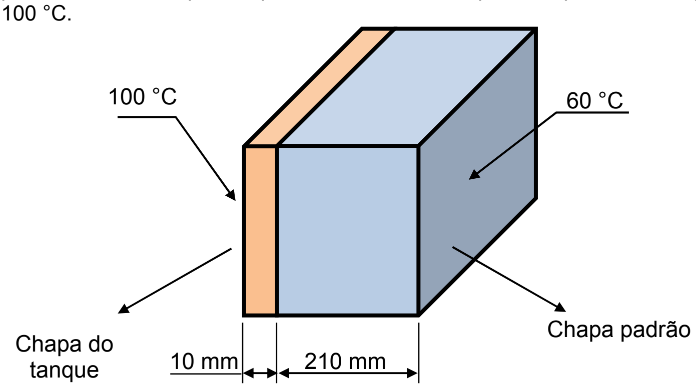
Uma fábrica produz um tipo de resíduo industrial na fase líquida que, devido à sua toxidade, deve ser armazenado em um tanque especial monitorado à distância, para posterior tratamento e descarte. Durante uma inspeção diária, o controlador desta operação verifica que o medidor de capacidade do tanque se encontra inoperante, mas uma estimativa confiável indica que 1/3 do volume do tanque se encontra preenchido pelo resíduo. O tempo estimado para que o novo medidor esteja totalmente operacional é de três dias e neste intervalo de tempo a empresa produzirá, no máximo, oito litros por dia de resíduo.

Durante o processo de tratamento do resíduo, constata-se que, com o volume já previamente armazenado no tanque, são necessários dois minutos para que uma determinada quantidade de calor eleve a temperatura do líquido em 60 °C. Adicionalmente, com um corpo feito do mesmo material do tanque de armazenamento, são realizadas duas experiências relatadas abaixo:

Experiência 1: Confecciona-se uma chapa de espessura 10 mm cuja área de seção reta é um quadrado de lado 500 mm. Com a mesma taxa de energia térmica utilizada no aquecimento do resíduo, nota-se que a face esquerda da chapa atinge a temperatura de 100 °C enquanto que a face direita alcança 80 °C.



Experiência 2: A chapa da experiência anterior é posta em contato com uma chapa padrão de mesma área de seção reta e espessura 210 mm. Nota-se que, submetendo este conjunto a 50% da taxa de calor empregada no tratamento do resíduo, a temperatura da face livre da chapa padrão é 60 °C enquanto que a face livre da chapa da experiência atinge 100 °C.



Com base nestes dados, determine se o tanque pode acumular a produção do resíduo nos próximos três dias sem risco de transbordar. Justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica da situação descrita e levando em conta os dados abaixo:

Dados:

- calor específico do resíduo: 5000 J/kg °C;
- massa específica do resíduo: 1200 kg/m^3;
- condutividade térmica da chapa padrão: 420 W/m °C.

Resolução

Seja ϕ o fluxo de calor empregado no aquecimento do resíduo.
Na experiência 1, temos que:

$$\phi = \frac{k_T \cdot A \cdot \Delta\theta_1}{L_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{\phi \cdot L_T}{A \cdot \Delta\theta_1},$$

sendo:

- k_T a condutividade térmica da chapa do tanque;
- $A = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25\ \text{m}^2$ a área da seção reta;
- $\Delta\theta_1 = 100 - 80 = 20\ °\text{C}$ a diferença de temperaturas;
- $L_T = 10\ \text{mm}$ a espessura da chapa do tanque.

Na experiência 2, temos que:

$$\frac{\phi}{2} = \frac{k_T \cdot A \cdot \Delta\theta_2}{L_T} = \frac{k_C \cdot A \cdot \Delta\theta_3}{L_C},$$

sendo ainda:

- $k_C = 420\ \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot °\text{C}^{-1}$ a condutividade térmica da chapa padrão;
- θ_J a temperatura da junção;
- $\Delta\theta_2 = 100 - \theta_J$ a diferença de temperaturas na chapa do tanque;
- $\Delta\theta_3 = \theta_J - 60$ a diferença de temperaturas na chapa padrão;
- $L_C = 210\ \text{mm}$ a espessura da chapa padrão.

Substituindo k_T, temos:

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\phi \cdot \cancel{L_T}}{\cancel{A} \cdot \Delta\theta_1} \cdot \frac{\cancel{A} \cdot \Delta\theta_2}{\cancel{L_T}} = \frac{k_C \cdot A \cdot \Delta\theta_3}{L_C} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\phi}{2} = \frac{\phi \cdot (100 - \theta_J)}{20} = \frac{420 \cdot 0{,}25 \cdot (\theta_J - 60)}{0{,}210} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta_J = 90\ °\text{C} \\ \phi = 30000\ \text{J/s} \end{cases}$$

Esse fluxo de calor ϕ foi responsável por elevar de 60 °C em 2 min a temperatura do resíduo líquido de massa m que já estava no tanque inicialmente. Assim:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{\Delta t} \Leftrightarrow 30000 = \frac{m \cdot 5000 \cdot 60}{2 \cdot 60} \Leftrightarrow m = 12\ \text{kg}$$

O volume V_0 correspondente a essa massa é dado por:

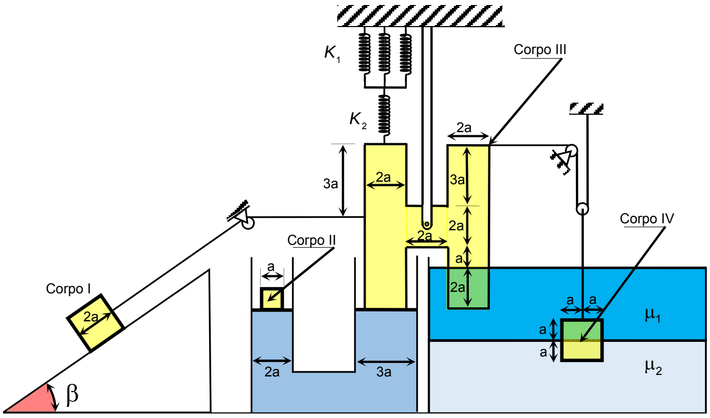
$$\rho = \frac{m}{V_0} \Leftrightarrow 1200 = \frac{12}{V_0} \Leftrightarrow V_0 = 0{,}01\ \text{m}^3 = 10\ \text{litros}$$

Logo, já havia 10 litros de líquido residual no início. Se esse volume corresponde a 1/3 da capacidade do tanque, então o tanque tem capacidade para 30 litros.
Se a empresa pode chegar a produzir até 8 litros adicionais desse resíduo em cada um dos três dias, o volume de líquido ao final desses três dias pode chegar a:

$$V = 10 + 3 \cdot 8 = 34\ \text{litros}$$

Como o tanque só comporta 30 litros, existe o risco de ser produzido um volume maior de resíduo do que o tanque comporta, ou seja, **há risco de transbordamento**.

QUESTÃO 10

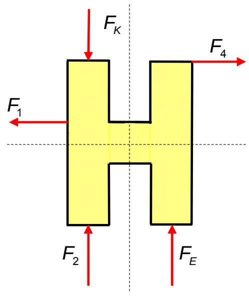


Quatro corpos rígidos e homogêneos (I, II, III e IV) de massa específica μ_0 , todos com espessura a (profundidade em relação à figura), encontram-se em equilíbrio estático, com dimensões de seção reta representadas na figura. Os corpos I, II e IV apresentam seção reta quadrada, sendo: o corpo I apoiado em um plano inclinado sem atrito e sustentado por um fio ideal; o corpo II, apoiado no êmbolo menor de diâmetro $2a$ de uma prensa hidráulica que contém um líquido ideal; e o corpo IV imerso em um tanque contendo dois líquidos de massa específica μ_1 e μ_2 . O corpo III apresenta seção reta em forma de H e encontra-se pivotado exatamente no ponto correspondente ao seu centro de gravidade. Um sistema de molas ideais, comprimido de x, atua sobre o corpo III. O sistema de molas é composto por três molas idênticas de constante elástica K_1 associadas a outra mola de constante elástica K_2 . No vértice superior direito do corpo III encontra-se uma força proveniente de um cabo ideal associado a um conjunto de polias ideais que sustentam o corpo imerso em dois líquidos imiscíveis. A parte inferior direita do corpo III se encontra imersa em um dos líquidos e a parte inferior esquerda está totalmente apoiada sobre o êmbolo maior de diâmetro $3a$ da prensa hidráulica. Determine o ângulo β do plano inclinado em função das variáveis enunciadas, assumindo a condição de equilíbrio estático na geometria apresentada e a aceleração da gravidade como g .

Resolução

Para facilitar o entendimento do problema destacaremos o corpo III, que é responsável por relacionar todas as forças envolvidas no problema.

Denotaremos por F_1 a força relativa ao corpo I, por F_2 e F_4 as forças relativas aos corpos II e IV respectivamente. Ainda, F_K e F_E serão as forças elástica e de empuxo, respectivamente.



Quando em equilíbrio os torques em torno do centro de massa do corpo III terão somatória nula. Da figura é possível determinar quais serão os braços, relativos ao centro de massa, para cada força. Assim, assumindo que o sistema de molas atua exatamente no centro da face em que está fixado:

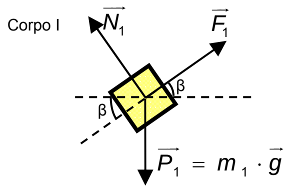
$$a \cdot F_1 + 2a \cdot F_E + 2a \cdot F_K - 4a \cdot F_4 - 2a \cdot F_2 = 0 \Rightarrow$$

$$F_1 + 2 \cdot F_E + 2 \cdot F_K - 4 \cdot F_4 - 2 \cdot F_2 = 0 \qquad (Eq.1)$$

Agora buscaremos resolver cada um dos subsistemas envolvidos:

Sistema F_1 :

A tração no fio é igual a F_1 e é a força que sustenta corpo I. Assim:



$$F_1 = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}(\beta)$$

Multiplicando a densidade pelo volume do corpo I teremos:

$$m_1 = \mu_0 \cdot (2a \cdot 2a \cdot a) \Rightarrow m_1 = 4\mu_0 \cdot a^3$$

Então:

$$F_1 = 4\mu_0 \cdot a^3 \cdot g \cdot \text{sen}(\beta)$$

Sistema F_2 :

Assumindo que as bases dos corpos II e III estão à mesma altura, a prensa hidráulica nos dará a relação:

$$\frac{F_{Esquerda}}{A_{Esquerda}} = \frac{F_{Direita}}{A_{Direita}} \Rightarrow \frac{m_2 \cdot g}{\frac{\pi \cdot (2a)^2}{4}} = \frac{F_2}{\frac{\pi \cdot (3a)^2}{4}} \Rightarrow F_2 = \frac{9}{4} \cdot m_2 \cdot g$$

Multiplicando a densidade pelo volume do corpo II teremos:

$$m_2 = \mu_0 \cdot a \cdot a \cdot a \Leftrightarrow m_2 = \mu_0 \cdot a^3$$

Então:

$$F_2 = \frac{9 \cdot \mu_0 \cdot a^3 \cdot g}{4}$$

Sistema F_K :

A força F_K será a força elástica do conjunto de molas. A constante elástica equivalente será dada por $k_{eq} = \frac{k_2 \cdot (3k_1)}{k_2 + 3k_1}$. A força elástica será, portanto:

$$F_k = k_{eq} \cdot x \Leftrightarrow F_k = \frac{k_2 \cdot (3k_1)}{k_2 + 3k_1} \cdot x$$

Sistema F_E :

A força de empuxo na parte submersa é tal que:

$$F_E = \mu_1 \cdot V_E \cdot g \Leftrightarrow F_E = \mu_1 \cdot (2a \cdot 2a \cdot a) \cdot g \Leftrightarrow F_E = 4 \cdot \mu_1 \cdot a^3 \cdot g$$

Sistema F_4 :

As forças que agem no corpo IV serão seu peso, o empuxo e a tração. Podemos escrever então:

$$m_4 \cdot g - \mu_1 \cdot (2a \cdot a \cdot a) \cdot g - \mu_2 \cdot (2a \cdot a \cdot a) \cdot g - T = 0$$

Como a massa é dada por:

$$m_4 = \mu_0 \cdot (2a \cdot 2a \cdot a) = 4 \cdot \mu_0 \cdot a^3$$

Então:

$$T = (4\mu_0 - 2\mu_1 - 2\mu_2) \cdot g \cdot a^3$$

A polia móvel age de forma a possibilitar que:

$$F_4 = \frac{T}{2} \Leftrightarrow F_4 = \frac{(4\mu_0 - 2\mu_1 - 2\mu_2) \cdot g \cdot a^3}{2} \Leftrightarrow F_4 = (2\mu_0 - \mu_1 - \mu_2) \cdot g \cdot a^3$$

Retomando a equação 1:

$$F_1 = 2F_2 + 4F_4 - 2F_k - 2F_E \Leftrightarrow$$

$$4\mu_0 \cdot a^3 \cdot g \cdot \text{sen}\beta =$$

$$2 \cdot \frac{9\mu_0 \cdot a^3 \cdot g}{4} + 4 \cdot (2\mu_0 - \mu_1 - \mu_2) \cdot ga^3 - 2 \cdot \frac{k_2 \cdot (3k_1)}{k_2 + 3k_1} \cdot x - 2 \cdot 4\mu_1 \cdot a^3 \cdot g \Leftrightarrow$$

$$\text{sen}\beta = \frac{9}{8} + \frac{(2\mu_0 - \mu_1 - \mu_2)}{\mu_0} - \frac{3}{2} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot x}{(3k_1 + k_2)(\mu_0 \cdot a^3 \cdot g)} - \frac{2\mu_1}{\mu_0} \Leftrightarrow$$

$$\text{sen}\beta = \frac{9}{8} + 2 - \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{\mu_0} - \frac{2\mu_1}{\mu_0} - \frac{3}{2} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot x}{(3k_1 + k_2)(\mu_0 \cdot a^3 \cdot g)} \Leftrightarrow$$

$$\text{sen}\beta = \frac{25}{8} - \left(\frac{3\mu_1 + \mu_2}{\mu_0}\right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot x}{(3k_1 + k_2)(\mu_0 \cdot a^3 \cdot g)} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\beta = \text{arcsen}\left(\frac{25}{8} - \left(\frac{3\mu_1 + \mu_2}{\mu_0}\right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot x}{(3k_1 + k_2)(\mu_0 \cdot a^3 \cdot g)}\right)}$$

Equipe desta resolução

Física

Danilo José de Lima
Luiz Salles de Carvalho
Michel Benite Rossi

Revisão

Eliel Barbosa da Silva
Fabiano Gonçalves Lopes
Felipe Eboli Sotorilli

Digitação, Diagramação e Publicação

Lucas Rosa
Toky Popytek Coelho