

FEZ

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Aprovou!

Elite Resolve

IME 2013

FÍSICA

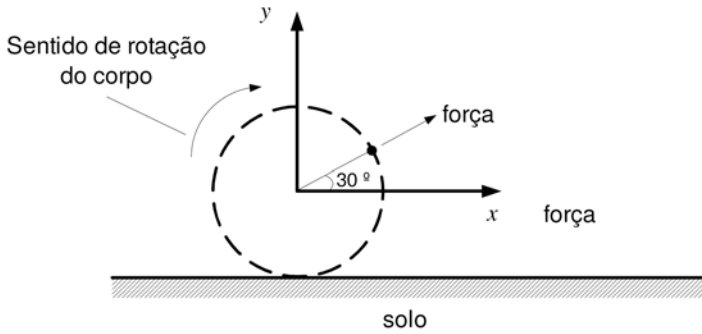
Discursivas

www.elitecampinas.com.br

os melhores **gabaritos** da internet

FÍSICA

QUESTÃO 01



Um corpo de 4 kg está preso a um fio e descreve um movimento circular em um plano perpendicular ao solo. Na posição indicada na figura, ele sofre a ação de uma força, no plano xy, perpendicular ao seu movimento que o libera do fio, sendo o impulso nesta direção igual a $40\sqrt{3}$ kgm/s. Determine:

- a) a variação do vetor momento linear entre o instante em que o corpo é liberado do fio e o instante que atinge o solo;
b) a coordenada x do ponto onde o corpo atinge o solo.

Dados:

- Raio do movimento circular: 6,4 m;
- Velocidade do corpo preso no fio no ponto mais alto: 6 m/s ;
- Aceleração da gravidade: 10 m/s².

Resolução

a) Vamos primeiramente calcular a velocidade v_0 do corpo quando este se encontra na posição indicada na figura, antes de ser liberado do fio. Para tanto, observamos o princípio de conservação de energia mecânica (cinética mais potencial gravitacional, nesse caso), entre o ponto mais alto e o ponto em questão:

$$E = \frac{1}{2}mv_{\text{topo}}^2 + mg \cdot (2R) = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg \cdot (R + R \cdot \text{sen}30^\circ) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}v_{\text{topo}}^2 + 2gR = \frac{1}{2}v_0^2 + gR \frac{3}{2} \Leftrightarrow v_0^2 = v_{\text{topo}}^2 + gR \Leftrightarrow$$

$$v_0^2 = 6^2 + 10 \cdot 6,4 \Leftrightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

Onde $v_{\text{topo}} = 6$ m/s é a velocidade no ponto mais alto. Como o impulso aplicado gera uma variação na quantidade de movimento, o momento linear \vec{Q}_0 logo após a liberação do fio será a soma (vetorial) do momento linear $m \cdot v_0(\text{sen}30^\circ \hat{i} - \text{cos}30^\circ \hat{j})$ que o corpo já tinha em sua trajetória circular (devido a v_0), com o impulso aplicado $\vec{I} = 40\sqrt{3}(\text{cos}30^\circ \hat{i} + \text{sen}30^\circ \hat{j})$ kg · m/s. Ou seja,

$$\vec{Q}_0 = 40\sqrt{3}(\text{cos}30^\circ \hat{i} + \text{sen}30^\circ \hat{j}) + m \cdot v_0(\text{sen}30^\circ \hat{i} - \text{cos}30^\circ \hat{j}) \Leftrightarrow$$

$$\vec{Q}_0 = 40\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right) + 4 \cdot 10\left(\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) = 80\hat{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad (1)$$

Dessa forma, no momento seguinte à liberação do fio o corpo não tem momento, e portanto velocidade, na direção vertical (direção \hat{j}), e o corpo é sujeito a um lançamento horizontal. Entre o instante de lançamento e o instante em que o corpo atinge o solo a única força que atua sobre ele é a força peso \vec{P} , que é constante. Pelo *teorema do impulso* sabemos que a variação do vetor momento linear nesse trecho é igual ao impulso da força resultante:

$$\Delta \vec{Q} = \vec{P} \cdot \Delta t \quad \text{ou seja,} \quad \Delta \vec{Q} = -mgt\hat{j} \quad (2)$$

Precisamos então calcular o tempo de voo do corpo. Como o movimento é de queda livre:

$$\Delta S = v_{y0} \cdot t + \frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow R + R \cdot \text{sen}30^\circ = \frac{10t^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$t = 0,8\sqrt{3} \text{ s}$$

sendo nula a velocidade vertical inicial v_{y0} , devido à equação (1).

Voltando à equação (2) obtemos:

$$\Delta \vec{Q} = -4 \cdot 10 \cdot 0,8\sqrt{3}\hat{j} \Leftrightarrow \Delta \vec{Q} = -32\sqrt{3}\hat{j}$$

- b) Dado o momento linear da equação (1) obtemos a velocidade na direção x:

$$Q_0 = mv_x \Leftrightarrow 80 = 4 \cdot v_x \Leftrightarrow v_x = 20 \text{ m/s}$$

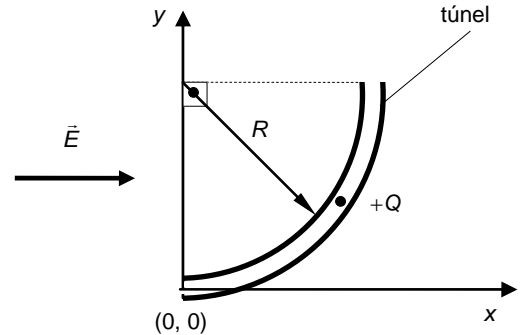
e portanto:

$$x = x_0 + v_x t = R \text{cos}30^\circ + v_x t \Leftrightarrow$$

$$x = 0,64 \cdot \sqrt{3} / 2 + 20 \cdot 0,8\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$x = 19,2\sqrt{3} \text{ m}$$

QUESTÃO 02



Uma partícula de carga +Q e massa m move-se dentro de um túnel estreito no plano xy, sem atrito, sujeita à força provocada pelo campo elétrico (E,0), seguindo a trajetória conforme apresentado na figura acima. Sabe-se que:

- a partícula entra no túnel com velocidade (v,0) no ponto de coordenadas (0,0);
- a trajetória da partícula forçada pelo túnel é um quarto de circunferência de raio R;
- não há influência da força da gravidade.

Ao passar por um ponto genérico dentro do túnel, determine, em função da abscissa x:

- a) o módulo da velocidade da partícula;
b) as componentes v_x e v_y do vetor velocidade da partícula;
c) o módulo da aceleração tangencial da partícula;
d) o módulo da reação normal exercida pela parede do túnel sobre a partícula;
e) o raio instantâneo da trajetória da partícula imediatamente após deixar o túnel.

Resolução

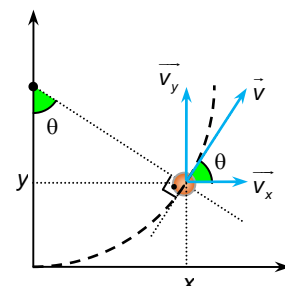
a) O trabalho do campo elétrico é dado por:

$$\tau = Q \cdot \Delta U = Q \cdot E \cdot x,$$

sendo ΔU a diferença de potencial entre a origem e o ponto de coordenada x. Pelo T.E.C (teorema do trabalho-energia cinética):

$$\tau = \Delta E_{\text{cin}} \Leftrightarrow Q \cdot E \cdot x = \frac{m \cdot v_F^2}{2} - \frac{m \cdot v^2}{2} \Leftrightarrow v_F = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot x}{m} + v^2}$$

- b) Observe a figura abaixo onde estão representadas a velocidade da carga e o ângulo que esta forma com a horizontal.



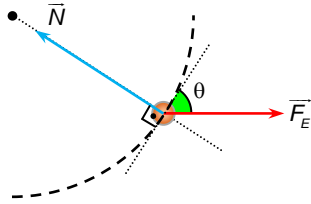
Pela figura, temos:

$$\sin \theta = \frac{x}{R} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}$$

Assim:

$$\begin{cases} v_x = v_F \cdot \cos \theta \\ v_y = v_F \cdot \sin \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot x}{m} + v^2} \\ v_y = \frac{x}{R} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot x}{m} + v^2} \end{cases}$$

c) No esquema a seguir estão representadas as forças que atuam sobre a partícula num ponto genérico P dentro do túnel:



Na direção tangencial, temos apenas uma componente da força elétrica agindo sobre a partícula. Assim:

$$|\vec{F}_T| = |\vec{F}_E| \cdot \cos \theta \Leftrightarrow m \cdot |\vec{a}_T| = Q \cdot E \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2} \Leftrightarrow |\vec{a}_T| = \frac{Q \cdot E}{m} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}$$

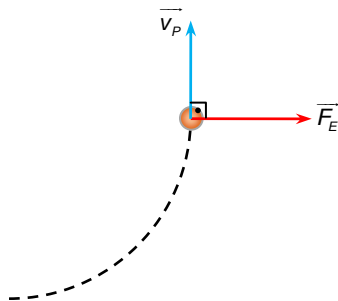
d) Ainda com relação ao desenho do item anterior, observe que na direção radial temos a reação normal e uma componente da força elétrica, que juntas formam a componente centrípeta da resultante em cada ponto. Portanto:

$$|\vec{N}| - |\vec{F}_E| \cdot \sin \theta = \frac{m \cdot v_F^2}{R} \Leftrightarrow |\vec{N}| = \frac{m}{R} \cdot v_F^2 + |\vec{F}_E| \cdot \sin \theta \Leftrightarrow |\vec{N}| = \frac{m}{R} \cdot \left(\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot x}{m} + v^2 \right) + Q \cdot E \cdot \frac{x}{R} \Leftrightarrow |\vec{N}| = \frac{3 \cdot Q \cdot E \cdot x + m \cdot v^2}{R}$$

e) O módulo da velocidade v_P da partícula imediatamente após deixar o túnel pode ser obtido fazendo $x = R$ na expressão obtida no item (a). Temos:

$$v_P = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot R}{m} + v^2}$$

Após a partícula deixar o túnel, a única força que atua sobre ela é a força elétrica, já que a reação normal deixa de agir e a gravidade não exerce influência sobre essa partícula:

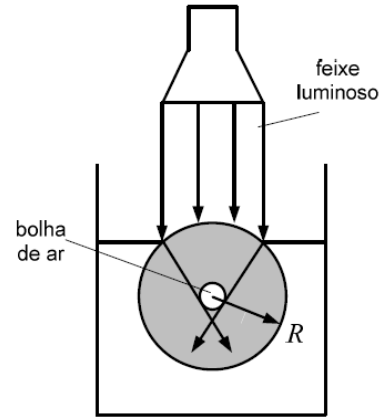


Como a força elétrica está agindo numa direção perpendicular ao vetor velocidade nesse instante, ela se comporta como uma resultante de natureza centrípeta. Assim:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_{CP}| \Leftrightarrow Q \cdot E = \frac{m \cdot v_P^2}{R'} \Leftrightarrow R' = \frac{m}{Q \cdot E} \cdot v_P^2$$

$$R' = \frac{m}{Q \cdot E} \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot E \cdot R}{m} + v^2} \right)^2 \Leftrightarrow R' = 2 \cdot R + \frac{m \cdot v^2}{Q \cdot E}$$

QUESTÃO 03



Uma esfera de gelo de raio R flutua parcialmente imersa em um copo com água, como mostra a figura acima. Com a finalidade de iluminar uma bolha de ar, também esférica, localizada no centro da esfera de gelo, utilizou-se um feixe luminoso de seção reta circular de área $\frac{\pi R^2}{100} \text{ m}^2$ que incide verticalmente na esfera. Considerando que os raios mais externos do feixe refratado tangenciam a bolha conforme a figura, determine a massa específica do gelo.

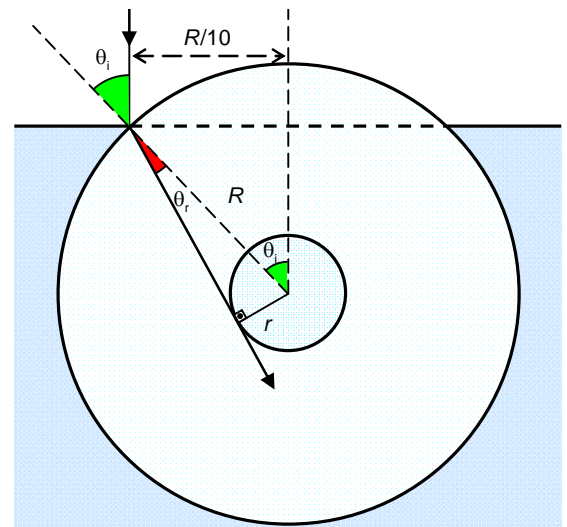
Dados:

- Índice de refração do ar: 1,0
- Índice de refração do gelo: 1,3
- Massa específica do ar: $1,0 \text{ kg/m}^3$
- Massa específica da água: 10^3 kg/m^3
- Volume da calota esférica: $v = 2 \cdot 10^{-2} \pi R^3$

Resolução

Observe a figura abaixo, nela representamos um único raio luminoso mais externo. Como foi dada a área da seção transversal do feixe, encontramos a distância entre o raio e o eixo vertical que passa pelo centro da esfera:

$$\pi d^2 = \frac{\pi R^2}{100} \Rightarrow d = \frac{R}{10} \text{ m}^2$$



Utilizando a Lei de Snell:

$$n_{\text{ar}} \cdot \sin \theta_i = n_{\text{gelo}} \cdot \sin \theta_r \Rightarrow 1 \cdot \frac{R}{10} \cdot \frac{1}{R} = 1,3 \cdot \frac{r}{R} \Rightarrow r = \frac{R}{13}$$

Ao calcular o volume apenas de gelo,

$$V_{\text{gelo}} = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = \frac{4}{3} \pi \left(R^3 - \left(\frac{R}{13} \right)^3 \right) \approx \frac{4}{3} \pi R^3$$

observa-se que o volume da esfera de ar é desprezível. Para a situação de equilíbrio, temos

$$\vec{E} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow E = P$$

Sendo E o módulo do empuxo e P o peso do gelo.

$$E = P \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\text{gelo}} g = \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - 2 \cdot 10^{-2} \pi R^3 \right) \rho_{\text{água}} g$$

Substituindo os dados numéricos, encontramos:

$$\rho_{\text{gelo}} = 985 \text{ kg/m}^3$$

QUESTÃO 04

Existe um intervalo mínimo de tempo entre dois sons, conhecido como limiar de fusão, para que estes sejam percebidos pelo ouvido humano como sons separados. Um bloco desliza para baixo, a partir do repouso, em um plano inclinado com ressaltos igualmente espaçados que produzem ruídos. Desprezando o atrito do bloco com o plano inclinado e a força exercida pelos ressaltos sobre o bloco, determine o limiar de fusão τ de uma pessoa que escuta um ruído contínuo após o bloco passar pelo n -ésimo ressalto.

Observação:

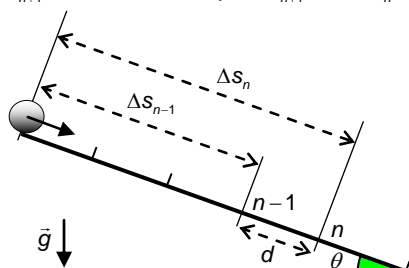
- Despreze o tempo de propagação do som.

Dados:

- Ângulo do plano inclinado com a horizontal: θ
- Aceleração da gravidade: g
- Distância entre os ressaltos: d

Resolução

Para este problema precisamos determinar o intervalo de tempo que uma pessoa é capaz de distinguir os ruídos produzidos, baseado no tempo que o bloco leva para passar entre dois ressaltos sucessivos. Se a partir do n -ésimo ressalto a pessoa não distingue mais sons, significa que um limitante superior para o limiar de fusão é dado pelo intervalo de tempo Δt_n que o bloco leva para ir do $(n-1)$ -ésimo ressalto até o n -ésimo. De forma similar, um limitante inferior é dado pelo intervalo Δt_{n+1} . Temos, então, que $\Delta t_{n+1} < \tau \leq \Delta t_n$.



A aceleração com que o bloco desce a rampa é dada por $a = g \text{ sen } \theta$, que é a projeção da força peso ao longo da direção do movimento na rampa. O tempo t_n que o bloco leva para percorrer todo o trajeto retilíneo, de comprimento Δs_n , até o n -ésimo bloco (vide figura acima) pode ser determinado por

$$\Delta s_n = a \frac{t_n^2}{2}, \quad \Delta s_n = n \cdot d \Rightarrow t_n = \sqrt{\frac{2nd}{g \text{ sen } \theta}}$$

Como $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$,

$$\Delta t_n = \sqrt{\frac{2nd}{g \text{ sen } \theta}} - \sqrt{\frac{2(n-1)d}{g \text{ sen } \theta}} \Rightarrow \Delta t_n = \sqrt{\frac{2d}{g \text{ sen } \theta}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

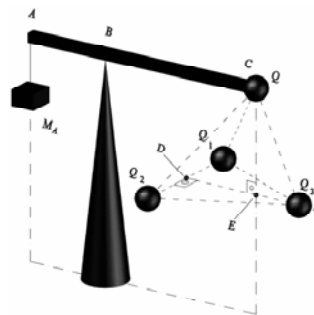
Da forma equivalente, sendo $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$,

$$\Delta t_{n+1} = \sqrt{\frac{2(n+1)d}{g \text{ sen } \theta}} - \sqrt{\frac{2nd}{g \text{ sen } \theta}} \Rightarrow \Delta t_{n+1} = \sqrt{\frac{2d}{g \text{ sen } \theta}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

Dessa forma,

$$\sqrt{\frac{2d}{g \text{ sen } \theta}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) < \tau \leq \sqrt{\frac{2d}{g \text{ sen } \theta}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

QUESTÃO 05



A figura acima apresenta uma barra ABC apoiada sem atrito em B . Na extremidade A , um corpo de massa M_A é preso por um fio. Na extremidade C existe um corpo com carga elétrica negativa Q e massa desprezível. Abaixo desse corpo se encontram três cargas elétricas positivas, Q_1 , Q_2 e Q_3 , em um mesmo plano horizontal, formando um triângulo isósceles, onde o lado formado pelas cargas Q_1 e Q_3 é igual ao formado pelas cargas Q_2 e Q_3 . Sabe-se, ainda, que o triângulo formado pelas cargas Q , Q_1 e Q_2 é equilátero de lado igual a $2\frac{\sqrt{3}}{3} m$.

Determine a distância EF para que o sistema possa ficar em equilíbrio.

Dados:

- Massa específica linear do segmento AB da barra: $1,0 \text{ g/cm}$;
- Massa específica linear do segmento BC da barra: $1,5 \text{ g/cm}$;
- Segmento AB da barra: 50 cm ;
- Segmento DE da barra: 100 cm ;
- $M_A = 150 \text{ g}$;
- $|Q| = |Q_1| = |Q_2| = 3^{1/4} \times 10^{-6} \text{ C}$;
- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2 ;
- Constante de Coulomb: $9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$.

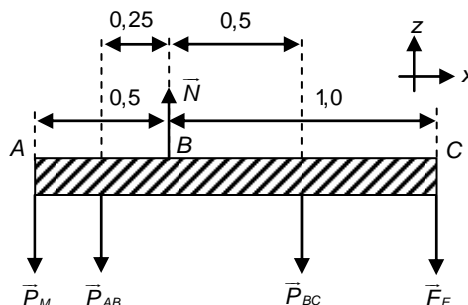
Observação:

- As cargas Q_1 e Q_2 são fixas e a carga Q_3 , após seu posicionamento, também permanecerá fixa.

Resolução

Existem 5 forças que atuam sobre a barra, proporcionando a situação de equilíbrio a que o exercício se refere (vide figura abaixo):

- 1) A força peso do bloco pendurado em A , atuando na vertical (direção do eixo z) a uma distância de $0,25 \text{ m}$ do ponto B ;
- 2) A força peso P_{AB} do segmento \overline{AB} da barra, também vertical e atuando a uma distância de $0,25 \text{ m}$ de B ;
- 3) A força peso P_{BC} do segmento \overline{BC} , vertical e a $0,5 \text{ m}$ de B ;
- 4) A força elétrica F_E promovida pelas três cargas suspensas, que também deverá ser vertical (conforme será justificado a seguir) e atua a $1,0 \text{ m}$ de B ;
- 5) A força de contato no ponto B , que deverá ser vertical e orientada para cima, tendo módulo igual à soma das quatro forças anteriores.



Caso a força elétrica tivesse uma componente inclinada em relação ao eixo z , alguma outra força também deveria ter uma componente na mesma direção, mas com sentido oposto, a fim de garantir a resultante nula e, portanto, o equilíbrio. Como as forças peso só podem ser verticais, restaria para a força de contato em B ter essa componente. Segundo o enunciado, a barra está apoiada sem atrito sobre o ponto B , de forma que só é possível a existência de componentes normais ali, não existindo, deste modo, um atrito horizontal. Esta análise mostra que a força elétrica atuante sobre o ponto C deve ser vertical. Pela condição de equilíbrio de rotação, podemos calcular o módulo de F_E . Adotando-se o ponto B como referência, temos:

$$\sum \text{torques} = 0 \Rightarrow 0,5 \cdot P_M + 0,25 \cdot P_{AB} - 0,5 \cdot P_{BC} - 1,0 \cdot F_E = 0 \Rightarrow$$

$$0,5 \cdot M_A \cdot g + 0,25 \cdot M_{AB} \cdot g - 0,5 \cdot M_{BC} \cdot g - 1,0 \cdot F_E = 0 \quad (1)$$

As massas dos segmentos \overline{AB} e \overline{BC} da barra são

$$\begin{cases} M_{AB} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}} \cdot 50 \text{ cm} = 50 \text{ g} \\ M_{BC} = 1,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}} \cdot 100 \text{ cm} = 150 \text{ g} \end{cases}$$

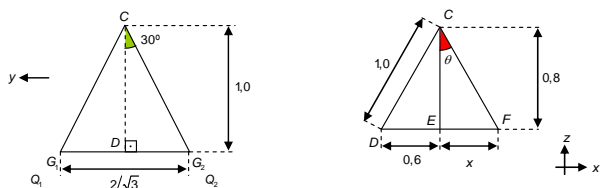
Substituindo em (1):

$$0,5 \cdot 10 \cdot 0,15 + 0,25 \cdot 10 \cdot 0,05 - 0,5 \cdot 10 \cdot 0,15 - F_E = 0$$

$$F_E = \frac{1}{8} \text{ N}$$

Para analisar como deve ser o balanço entre as forças elétricas das três cargas Q_1 , Q_2 e Q_3 sobre a carga Q a fim de resultar a força F_E calculada acima, devemos analisar as relações geométricas entre elas. A fim de facilitar a visualização, definimos anteriormente o eixo z como o eixo vertical, denominaremos agora por eixo x o eixo ao longo da direção da barra, e o eixo y será o perpendicular a ambos, ou seja, paralelo ao segmento que liga Q_2 a Q_1 , no sentido de Q_2 para Q_1 .

Vamos inicialmente calcular as distâncias CD e CE . Pode-se ver na figura abaixo que CD é a altura relativa ao lado $\overline{G_2G_1}$ do triângulo equilátero de lado $2\frac{\sqrt{3}}{3}$ m. Dessa forma, $CD = 1,0$ m. Em posse do valor de \overline{CD} , podemos obter a distância entre a carga Q e o plano que contém as outras três cargas. Dado que o triângulo CED é pitagórico e $DE = 0,6$ m, temos $CE = 0,8$ m. Da figura, também concluímos que \overline{CF} mede $\sqrt{0,64 + x^2}$.



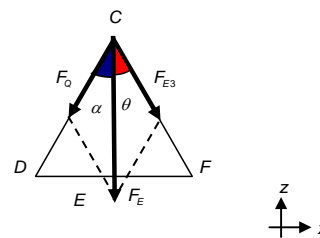
As forças elétricas \vec{F}_{E1} e \vec{F}_{E2} geradas, respectivamente, pelas cargas Q_1 e Q_2 em Q têm ambas uma componente de igual intensidade ao longo da direção \overline{CD} , e uma outra componente ao longo da direção y , sendo que, para que \vec{F}_E seja vertical, as componentes em y devem se anular. Além disso, $F_{E1} = F_{E2}$. Desta forma, a soma $\vec{F}_{E1} + \vec{F}_{E2}$ resulta em uma força \vec{F}_Q direcionada no plano $z-x$, de C para D , com intensidade

$$F_Q = 2F_{E1} \cos 30^\circ = \sqrt{3}F_{E1}$$

$$F_{E1} = \frac{KQ_1Q}{d_{Q_1C}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (3^{1/4} \cdot 10^{-6})^2}{(2/\sqrt{3})^2} = \frac{27\sqrt{3} \cdot 10^{-3}}{4} \text{ N} \Rightarrow$$

$$F_Q = \frac{81}{4000} \text{ N}$$

Observe a figura:



A resultante das forças elétricas sobre a carga em C é $\vec{F}_E = \vec{F}_Q + \vec{F}_{E3}$ (figura acima). A intensidade de F_{E3} é

$$F_{E3} = \frac{KQ_3Q}{CF^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3^{1/4} \cdot 10^{-6}}{0,64 + x^2} Q_3$$

$$F_{E3} = \frac{9000 \cdot 3^{1/4}}{0,64 + x^2} Q_3$$

Como a resultante F_E não pode ter componentes ao longo de x , então:

$$F_Q \sin \alpha = F_{E3} \sin \theta \Rightarrow$$

$$\frac{81}{4000} \cdot 0,6 = \frac{9000 \cdot 3^{1/4}}{0,64 + x^2} Q_3 \frac{x}{\sqrt{0,64 + x^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_3}{(0,64 + x^2)^{3/2}} = \frac{27}{2 \cdot 10^7 \cdot 3^{1/4} x}$$

A resultante na direção vertical é, portanto,

$$F_E = F_Q \cos \alpha + F_{E3} \cos \theta \Rightarrow$$

$$F_E = \frac{81}{4000} \cdot 0,8 + \frac{9000 \cdot 3^{1/4}}{0,64 + x^2} Q_3 \frac{0,8}{\sqrt{0,64 + x^2}} \Rightarrow$$

$$F_E = \frac{81}{5000} + 7200 \cdot 3^{1/4} \cdot \frac{Q_3}{(0,64 + x^2)^{3/2}}$$

Substituindo os valores encontrados para F_E e para a razão envolvendo Q_3 e x resultamos com

$$\frac{1}{8} = \frac{81}{5000} + 36 \cdot \frac{27}{10^9 \cdot x} \Rightarrow$$

$$x = \frac{972}{10880} \text{ m} \approx 8,9 \text{ cm}$$

QUESTÃO 06

Um industrial deseja lançar no mercado uma máquina térmica que opere entre dois reservatórios térmicos cujas temperaturas são 900 K e 300 K, com rendimento térmico de 40% do máximo teoricamente admissível. Ele adquire os direitos de um engenheiro que depositou uma patente de uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico composto por quatro processos descritos a seguir:

Processo 1 – 2:
processo isovolumétrico com aumento de pressão: $(V_i, p_i) \rightarrow (V_i, p_f)$.

Processo 2 – 3:
processo isobárico com aumento de volume: $(V_i, p_i) \rightarrow (V_f, p_i)$.

Processo 3 – 4:
processo isovolumétrico com redução de pressão: $(V_i, p_i) \rightarrow (V_i, p_f)$.

Processo 4 – 1:
processo isobárico com redução de volume: $(V_i, p_i) \rightarrow (V_f, p_i)$.

O engenheiro afirma que o rendimento desejado é obtido para qualquer valor de $\frac{p_f}{p_i} > 1$ desde que a razão entre os volumes $\frac{V_f}{V_i}$ seja igual a 2. Porém, testes exaustivos do protótipo da máquina indicam que o rendimento é inferior ao desejado. Ao ser questionado sobre o assunto, o engenheiro argumenta que os testes não foram conduzidos de forma correta e mantém sua afirmação original. Supondo que a substância de trabalho que percorre o ciclo 1-2-3-4-1 seja um gás ideal monoatômico e baseado em uma análise termodinâmica do problema, verifique se o rendimento desejado pode ser atingido.

Resolução

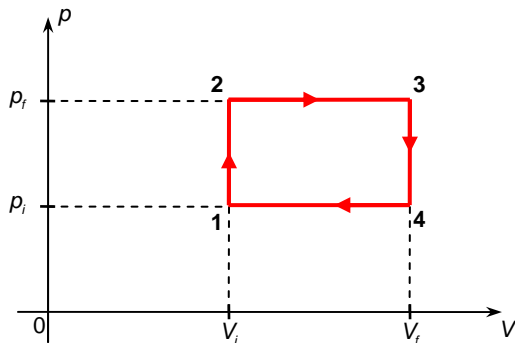
O máximo rendimento de uma máquina térmica executando um ciclo termodinâmico entre as temperaturas $T_H = 900\text{ K}$ e $T_C = 300\text{ K}$ seria o rendimento do ciclo de Carnot, dado por:

$$\eta_{\text{CARNOT}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{900} = \frac{2}{3}$$

O rendimento que se pretende conseguir corresponde a 40% do rendimento do ciclo de Carnot, ou seja:

$$\eta = \frac{40}{100} \cdot \eta_{\text{CARNOT}} = \frac{40}{100} \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow \eta = \frac{4}{15}$$

O ciclo termodinâmico proposto está representado a seguir:



O trabalho τ realizado ao longo de um ciclo é dado por:

$$\tau = (p_f - p_i) \cdot (V_f - V_i)$$

O gás recebe calor no trecho 1-2 (processo a volume constante) e no trecho 2-3 (processo a pressão constante). Assim:

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = (\tau_{12} + \Delta U_{12}) + (\tau_{23} + \Delta U_{23})$$

$$Q_H = \left[0 + \frac{3}{2} \cdot (p_f \cdot V_i - p_i \cdot V_i) \right] + \left[p_f \cdot (V_f - V_i) + \frac{3}{2} \cdot (p_f \cdot V_f - p_f \cdot V_i) \right]$$

$$Q_H = \frac{3}{2} \cdot V_i \cdot (p_f - p_i) + \frac{5}{2} \cdot p_f \cdot (V_f - V_i)$$

O rendimento de um ciclo será dado por:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_H} = \frac{(p_f - p_i) \cdot (V_f - V_i)}{\frac{3}{2} \cdot V_i \cdot (p_f - p_i) + \frac{5}{2} \cdot p_f \cdot (V_f - V_i)}$$

Dividindo o numerador e o denominador por $p_i \cdot V_i$, temos:

$$\eta = \frac{\left(\frac{p_f}{p_i} - 1\right) \cdot \left(\frac{V_f}{V_i} - 1\right)}{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{p_f}{p_i} - 1\right) + \frac{5}{2} \cdot \frac{p_f}{p_i} \cdot \left(\frac{V_f}{V_i} - 1\right)}$$

Como se pretende ter $\frac{V_f}{V_i} = 2$, fazendo $\frac{p_f}{p_i} = k$, segue que:

$$\eta = \frac{(k-1) \cdot (2-1)}{\frac{3}{2} \cdot (k-1) + \frac{5}{2} \cdot k \cdot (2-1)} = \frac{2 \cdot (k-1)}{8k-3}$$

Para obter o rendimento pretendido de $\eta = \frac{4}{15}$, deve-se ter uma razão k dada por:

$$\frac{2 \cdot (k-1)}{8k-3} = \frac{4}{15} \Leftrightarrow 15 \cdot (k-1) = 2 \cdot (8k-3) \Leftrightarrow k = -9$$

O que fisicamente não tem sentido, já que pressão é uma grandeza que não assume valores negativos e, portanto a razão entre duas pressões também não poderia ser negativa.

Logo, é impossível atingir o rendimento desejado.

QUESTÃO 07

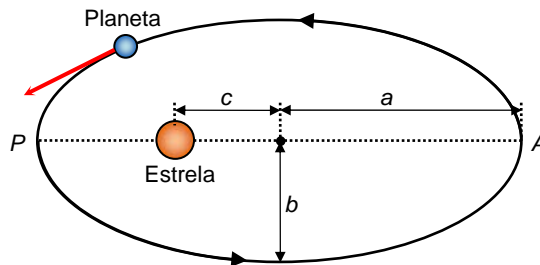
Um planeta desloca-se em torno de uma estrela de massa M , em uma órbita elíptica de semi-eixos a e b ($a > b$). Considere a estrela fixa em um dos focos. Determine as velocidades mínima e máxima do planeta.

Dados:

- constante gravitacional: G ;
- distância entre os focos: $2c$.

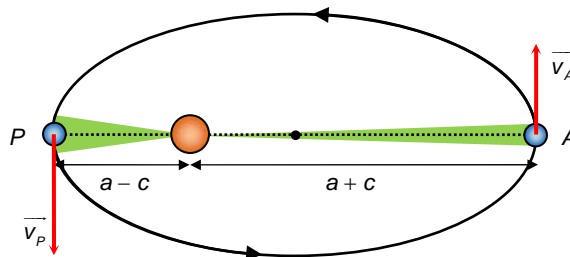
Resolução

A trajetória elíptica do planeta em torno da estrela, bem como as medidas características da elipse, estão representadas a seguir:



Sabemos que, de acordo com a segunda Lei de Kepler, o raio vetor que liga o planeta à estrela central varre áreas iguais em intervalos de tempo também iguais, ou seja, a velocidade areolar é constante. Isso faz com que a velocidade tangencial seja máxima no ponto mais próximo do planeta em relação à estrela (denotado por P na figura), e mínima no ponto mais afastado do planeta em relação à estrela (denotado por A na figura).

Para relacionar as velocidades tangenciais do planeta nesses dois pontos, considere um pequeno intervalo de tempo dt no qual o planeta passa por cada um desses pontos, com deslocamentos ds_P e ds_A :



Se as áreas varridas são iguais, e considerando que cada uma delas é praticamente a área de um triângulo, temos:

$$\frac{(a-c) \cdot ds_P}{2} = \frac{(a+c) \cdot ds_A}{2} \Leftrightarrow (a-c) \cdot \frac{ds_P}{dt} = (a+c) \cdot \frac{ds_A}{dt} \Leftrightarrow (a-c) \cdot v_P = (a+c) \cdot v_A \Leftrightarrow v_P = \left(\frac{a+c}{a-c}\right) \cdot v_A$$

Sendo um sistema conservativo, já que a única força que atua no movimento do planeta é a força gravitacional, podemos impor que a energia mecânica se conserva entre os pontos P e A. Assim:

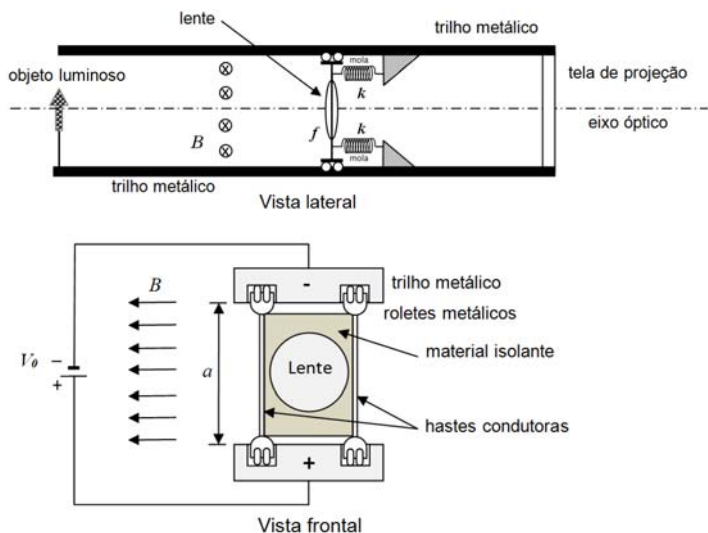
$$\begin{aligned} \frac{m \cdot v_P^2}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{a-c} &= \frac{m \cdot v_A^2}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{a+c} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot (v_P^2 - v_A^2) &= G \cdot M \cdot \left(\frac{1}{a-c} - \frac{1}{a+c}\right) \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{a+c}{a-c}\right)^2 \cdot v_A^2 - v_A^2\right) &= G \cdot M \cdot \frac{(a+c) - (a-c)}{(a+c) \cdot (a-c)} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(a+c)^2 - (a-c)^2}{(a-c)^2}\right] \cdot v_A^2 &= G \cdot M \cdot \frac{2c}{(a+c) \cdot (a-c)} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot a \cdot c}{a-c} \cdot v_A^2 &= G \cdot M \cdot \frac{2c}{a+c} \Leftrightarrow \\ v_A &= \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot (a-c)}{a \cdot (a+c)}} \quad (\text{velocidade mínima}) \end{aligned}$$

Substituindo em v_p :

$$v_p = \left(\frac{a+c}{a-c}\right) \cdot v_A = \left(\frac{a+c}{a-c}\right) \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot (a-c)}{a \cdot (a+c)}} \Leftrightarrow$$

$$v_p = \sqrt{\frac{G \cdot M \cdot (a+c)}{a \cdot (a-c)}} \quad (\text{velocidade máxima})$$

QUESTÃO 08



Um aparato óptico é constituído de uma tela de projeção e uma lente delgada convergente móvel guiada por trilhos e fixada em um dos lados por duas molas, conforme ilustrado na figura. O aparato encontra-se imerso em um campo magnético uniforme B , ortogonal ao eixo óptico e às duas hastes condutoras de suporte da lente. Ao dispor-se de um objeto luminoso na extremidade do aparato, com as molas relaxadas, verifica-se a formação de uma imagem nítida na tela de projeção de tamanho L_1 . Aplicando-se uma diferença de potencial constante entre as extremidades das hastes de suporte da lente através dos trilhos, observa-se a mudança na posição da lente, formando-se na tela de projeção uma nova imagem nítida, de tamanho L_2 , sendo $L_2 > L_1$. Determine:

- o tamanho do objeto luminoso;
- a distância entre o objeto luminoso e a lente quando os trilhos não estão energizados;
- o valor da ddp que faz formar a nova imagem nítida.

Dados:

- Intensidade do campo magnético: B
- Constante elástica de cada mola: k
- Distância focal da lente: f
- Comprimento da haste condutora: a
- Resistência elétrica de cada haste condutora: R

Observações:

- Desconsidere a resistência elétrica do trilho e da fonte elétrica.
- Desconsidere a massa do conjunto móvel da lente e os atritos nos roletes.

Resolução

a) Sendo 1 a situação inicial (mola relaxada) e 2 a final (mola deformada pela força magnética), pela equação de Gauss temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow f = \frac{pp'}{p+p'} \quad (1)$$

Seja ℓ a distância fixa entre o objeto e a tela, temos:

$$p + p' = \ell \Rightarrow p' = \ell - p$$

Substituindo em (1):

$$f = \frac{p(\ell - p)}{p + \ell - p} \Rightarrow \ell = \frac{p^2}{p - f}, \text{ o que vale tanto para } p_1 \text{ quanto para } p_2, \text{ logo:}$$

$$\frac{p_1^2}{p_1 - f} = \frac{p_2^2}{p_2 - f}$$

Daí:

$$\frac{p_1^2}{p_1 - f} = \frac{p_2^2}{p_2 - f} \Rightarrow f(p_2^2 - p_1^2) = p_1 \cdot (p_2 - p_1) \Rightarrow$$

$$f = \frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 + p_2} \quad (2)$$

A lente convergente conjuga imagens reais invertidas. Adotemos o objeto com ordenada positiva y_o , logo:

$$y_{i1} = -L_1$$

$$y_{i2} = -L_2$$

Substituindo (2) nas formulas do aumento transversal:

$$\frac{y_{i1}}{y_o} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow \frac{-L_1}{y_o} = \frac{\left(\frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 + p_2}\right)}{\left(\frac{p_1 \cdot p_2}{p_1 + p_2}\right) - p_1}$$

$$\frac{-L_1}{y_o} = \frac{-p_2}{p_1} \quad (3)$$

Analogamente, devido à não diferenciação entre p_1 e p_2 , temos:

$$\frac{-L_2}{y_o} = \frac{-p_1}{p_2}, \text{ logo:}$$

$$\frac{y_o}{-L_2} = \frac{-p_2}{p_1} \quad (4)$$

Igualando (3) com (4):

$$\frac{y_o}{-L_2} = \frac{-L_1}{y_o} \Rightarrow y_o = \sqrt{L_1 L_2}$$

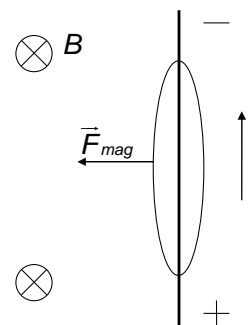
b) Novamente a equação do aumento:

$$\frac{y_{i1}}{y_o} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow \frac{-L_1}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow p_1 = f \left(1 + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\right)$$

c) Analogamente ao item (b), podemos concluir que:

$$p_2 = f \left(1 + \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}\right)$$

Observe que $L_2 > L_1 \Rightarrow p_1 > p_2$, o que é confirmado caso apliquemos a regra da mão esquerda para determinar o sentido da força magnética nas figuras do enunciado:



Desta forma, $\Delta x = p_1 - p_2$ é a deformação da mola.

Seja i a corrente em cada haste, F_{el} a força elástica e F_{mag} a força magnética, temos nas duas hastes o equilíbrio de forças:

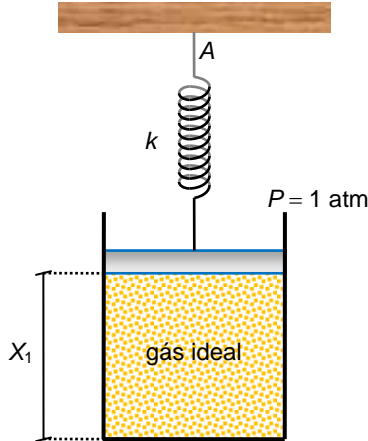
$$2F_{el} = 2F_{mag} \Rightarrow F_{el} = F_{mag}$$

Logo:

$$k \cdot \Delta x = B \cdot i \cdot a \Rightarrow k \cdot (p_1 - p_2) = B \cdot \left(\frac{V_0}{R}\right) \cdot a \Rightarrow V_0 = \frac{k \cdot R}{B \cdot a} \cdot (p_1 - p_2) \Rightarrow$$

$$V_0 = \frac{k \cdot R}{B \cdot a} \cdot \left[f \left(1 + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \right) - f \left(1 + \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \right) \right] \Rightarrow V_0 = \frac{k \cdot R \cdot f}{B \cdot a} \cdot \left[\frac{L_2 - L_1}{\sqrt{L_1 L_2}} \right]$$

QUESTÃO 09



A figura acima representa um sistema, inicialmente em equilíbrio mecânico e termodinâmico, constituído por um recipiente cilíndrico com um gás ideal, um êmbolo e uma mola. O êmbolo confina o gás dentro do recipiente. Na condição inicial, a mola, conectada ao êmbolo e ao ponto fixo A, não exerce força sobre o êmbolo. Após 3520 J de calor serem fornecidos ao gás, o sistema atinge um novo estado de equilíbrio mecânico e termodinâmico, ficando o êmbolo a uma altura de 1,2 m em relação à base do cilindro. Determine a pressão e a temperatura do gás ideal:

- a) na condição inicial;
- b) no novo estado de equilíbrio.

Observação:

- Considere que não existe atrito entre o cilindro e o êmbolo.

Considere:

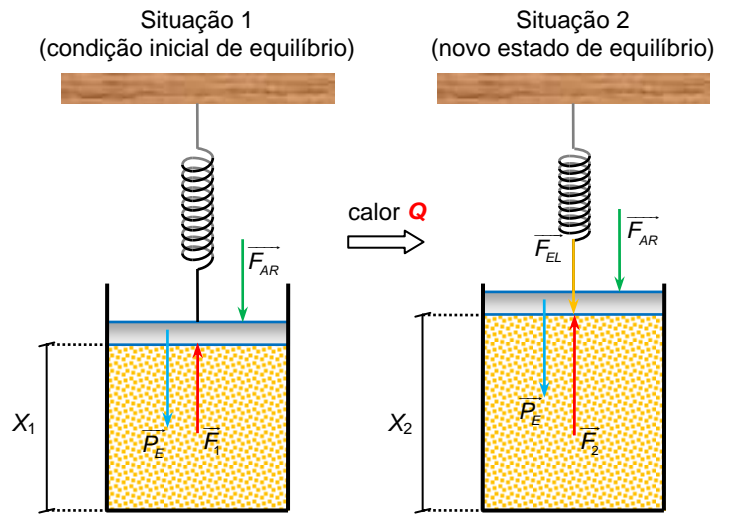
- Massa do gás ideal: 0,01 kg;
- Calor específico a volume constante do gás ideal: 1000 J/kg.K;
- Altura inicial do êmbolo em relação à base do cilindro: $X_1 = 1$ m;
- Área da base do êmbolo: $0,01 \text{ m}^2$;
- Constante elástica da mola: 4000 N/m;
- Massa do êmbolo: 20 kg;
- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2 ; e
- Pressão atmosférica: 100.000 Pa.

Resolução

Observe as forças que atuam sobre o êmbolo em cada uma das duas situações de equilíbrio:

- \vec{P}_E é o peso do êmbolo;
- \vec{F}_{AR} é a força exercida pelo ar devido à pressão atmosférica;
- \vec{F}_1 é a força exercida pelo gás na primeira situação;
- \vec{F}_2 é a força exercida pelo gás na segunda situação;
- \vec{F}_{EL} é a força exercida pela mola na segunda situação.

(as forças atuam todas no eixo do êmbolo cilíndrico, foram apenas representadas de modo não alinhado para deixar o diagrama de forças mais claro)



Temos, em cada caso, que a força resultante sobre o êmbolo deve ser nula para garantir a situação de equilíbrio mecânico, deste modo, sendo M a massa do êmbolo e A a sua área, temos:

$$\begin{cases} |\vec{F}_1| = |\vec{P}_E| + |\vec{F}_{AR}| \\ |\vec{F}_2| = |\vec{P}_E| + |\vec{F}_{AR}| + |\vec{F}_{EL}| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 \cdot A = M \cdot |\vec{g}| + p_{ATM} \cdot A \\ p_2 \cdot A = M \cdot |\vec{g}| + p_{ATM} \cdot A + k \cdot (X_2 - X_1) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} p_1 \cdot 0,01 = 20 \cdot 10 + 10^5 \cdot 0,01 \\ p_2 \cdot 0,01 = 20 \cdot 10 + 10^5 \cdot 0,01 + 4 \cdot 10^3 \cdot (1,2 - 1,0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ p_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{cases}$$

Além disso, como o número de mols se mantém constante dentro do êmbolo entre as duas situações, podemos impor a Lei Geral dos Gases Perfeitos:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Leftrightarrow \frac{p_1 \cdot A \cdot X_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot A \cdot X_2}{T_2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{X_2}{X_1} = \frac{2,0 \cdot 10^5}{1,2 \cdot 10^5} \cdot \frac{1,2}{1,0} = 2 \Leftrightarrow T_2 = 2 \cdot T_1$$

Entre a primeira situação e a segunda, vamos utilizar agora o teorema do trabalho-energia cinética: "O trabalho da força resultante é igual à variação da energia cinética do corpo". Lembrando que das quatro forças que atuam sobre o êmbolo, somente a força que o gás ideal exerce atua a favor do deslocamento (força motriz), enquanto todas as outras atuam contra o deslocamento (forças resistivas):

$$\tau_{RES} = \Delta E_C \Leftrightarrow \tau_{GAS} + \tau_P + \tau_{AR} + \tau_{MOLA} = \frac{M \cdot 0^2}{2} - \frac{M \cdot 0^2}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\tau_{GAS} - M \cdot |\vec{g}| \cdot (X_2 - X_1) - p_{ATM} \cdot A \cdot (X_2 - X_1) - \frac{k \cdot (X_2 - X_1)^2}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\tau_{GAS} = 20 \cdot 10 \cdot 0,2 + 10^5 \cdot 0,01 \cdot 0,2 + \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,2^2}{2} \Leftrightarrow \tau_{GAS} = 320 \text{ J}$$

Da Primeira Lei da Termodinâmica, vem que:

$$Q = \tau_{GAS} + \Delta U \Leftrightarrow 3520 = 320 + \Delta U \Leftrightarrow \Delta U = 3200 \text{ J}$$

Como a variação de energia interna ΔU entre dois estados de um gás, a temperaturas T_1 e T_2 , sempre pode ser expressa como o calor trocado num processo a volume constante entre essas mesmas duas temperaturas:

$$\Delta U = Q_V = m \cdot c_V \cdot (T_2 - T_1),$$

temos:

$$3200 = 0,01 \cdot 10^3 \cdot (T_2 - T_1) \Leftrightarrow T_2 - T_1 = 320 \text{ K},$$

Assim, temos o sistema:

$$\begin{cases} T_2 = 2 \cdot T_1 \\ T_2 - T_1 = 320 \text{ K} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 = 320 \text{ K} \\ T_2 = 640 \text{ K} \end{cases}$$

Portanto, temos as respostas:

- a) $\begin{cases} p_1 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_1 = 320 \text{ K} \end{cases}$
- b) $\begin{cases} p_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_2 = 640 \text{ K} \end{cases}$

QUESTÃO 10

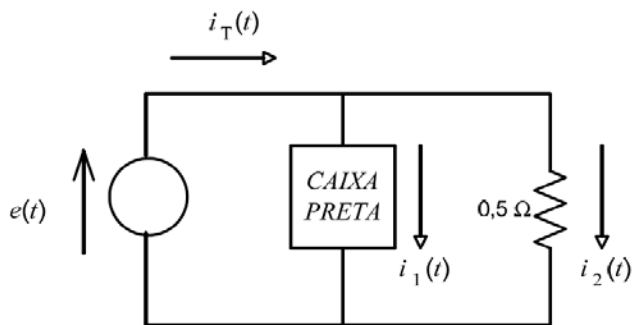


Figura 1a

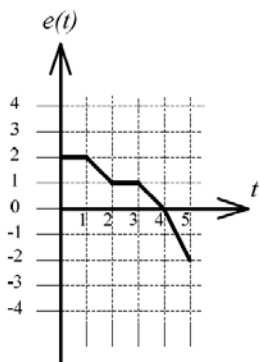


Figura 1b

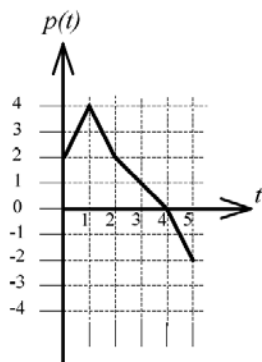


Figura 1c

A Figura 1a apresenta um circuito composto por uma fonte de tensão alimentando um elemento desconhecido, denominado CAIXA PRETA, em paralelo com uma resistência de $0,5\Omega$. As formas de onda da tensão fornecida pela fonte e da potência solicitada pelo circuito são apresentadas pelo circuito são apresentadas nas figuras 1b e 1c, respectivamente. Pede-se:

- a) o esboço dos gráficos das correntes $i_T(t)$, $i_1(t)$ e $i_2(t)$;
- b) o esboço do gráfico da potência dissipada no resistor de $0,5\Omega$;
- c) a energia consumida pelo circuito no intervalo de tempo entre 0 e 5s.

Resolução

a) OBSERVAÇÃO: Os gráficos não apresentam unidades. Nesta resolução estamos supondo que são dados no sistema internacional de unidades.

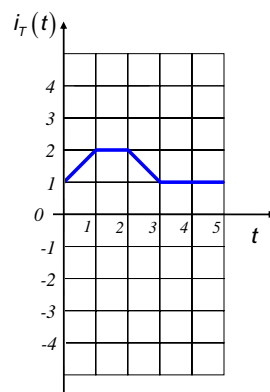
A potência total do circuito é dada pela corrente total $i_T(t)$ multiplicada pela tensão $e(t)$:

$$P(t) = e(t) \cdot i_T(t) \Rightarrow i_T(t) = \frac{P(t)}{e(t)}$$

Nos intervalos $t \in [0,1]$ e $t \in [2,3]$, a função $e(t)$ é constante, e assim a corrente total será dada pela curva em $P(t)$ dividida por 2 ou 1, os valores numéricos das respectivas tensões.

No intervalo $t \in [1,2]$, calculando a equação dos segmentos de reta em cada gráfico, obtemos $P(t) = 6 - 2t$ e $e(t) = 3 - t$. Isso implica que a corrente total é constante e igual a 2 A nesse intervalo (divisão das duas equações).

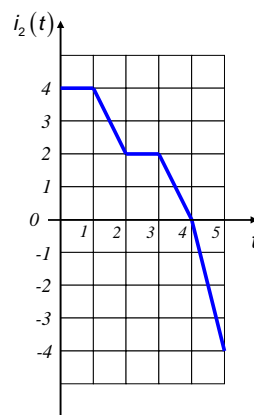
No intervalo $t \in [3,5]$, os dois gráficos têm os mesmos valores numéricos, o que implica que a corrente total é 1 A nesse intervalo. Dadas essas informações temos o seguinte gráfico:



A diferença de potencial aplicada ao resistor e à caixa preta é a mesma, e igual a $e(t)$, pois estão em paralelo com a fonte. Dessa forma,

$$e(t) = 0,5 \cdot i_2(t) \Rightarrow i_2(t) = 2 \cdot e(t)$$

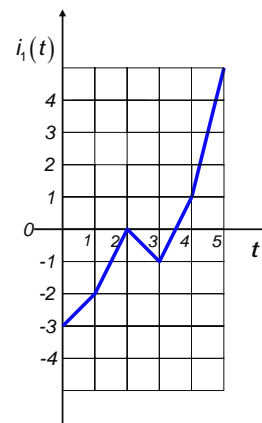
Assim, basta multiplicar por 2 os valores indicados no gráfico de $e(t)$ para se ter o gráfico de $i_2(t)$:



A corrente total deve ser a soma das correntes $i_1(t)$ e $i_2(t)$:

$$i_T(t) = i_1(t) + i_2(t) \Rightarrow i_1(t) = i_T(t) - i_2(t)$$

Como ambos os gráficos $i_T(t)$ e $i_2(t)$ são compostos por segmentos de retas, a corrente $i_1(t)$ também será. Então só precisamos calcular a subtração dos valores nos pontos extremos de cada seguimento e interligar por retas, obtendo:



b) Como a tensão sobre o resistor de $0,5\Omega$ é dada por $e(t)$, a potência dissipada nele será:

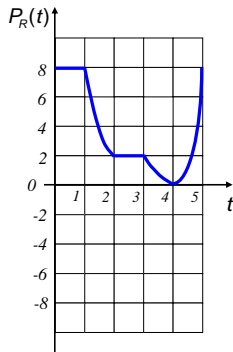
$$P_R(t) = \frac{e^2(t)}{0,5} \Rightarrow P_R(t) = 2 \cdot e^2(t)$$

Com isso vemos que nos intervalos onde $e(t)$ for constante, $P_R(t)$ também será. Nos intervalos $t \in [1,2]$, $t \in [3,4]$ e $t \in [4,5]$, onde $e(t)$ é uma função linear do tipo $at + b$, e^2 será $a^2t^2 + 2abt + b^2$ sendo

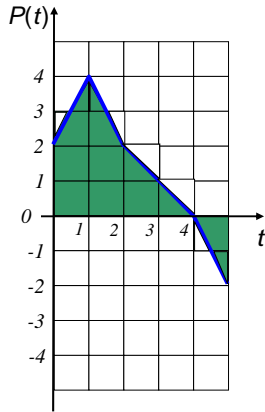
assim o coeficiente da parábola (a^2) será sempre positivo (concavidade para cima)

$P_R(t)$ será crescente/decrescente conforme o módulo de $e(t)$ for crescente/decrescente.

Assim temos



c) A energia consumida pelo circuito é dada pelo valor numérico da área sob a curva do gráfico $P(t) \times t$. A parte do gráfico que fica abaixo do eixo das abscissas contribui com um valor negativo.



Portanto,

$$E = 8 - 1 \Rightarrow \boxed{E = 7J}$$

Equipe desta resolução

Física

Claiton Pimentel de Oliveira

Matheus Veronez

Vinício Merçon Poltronieri

Revisão

Danilo José de Lima

Edson Vilela Gadbem

Eliel Barbosa da Silva

Fabiano Gonçalves Lopes

Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani

Digitação, Diagramação e Publicação

Allan Moura

Sandro Vimer Valentini Junios