ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
campinas

Resolve

IME 2010

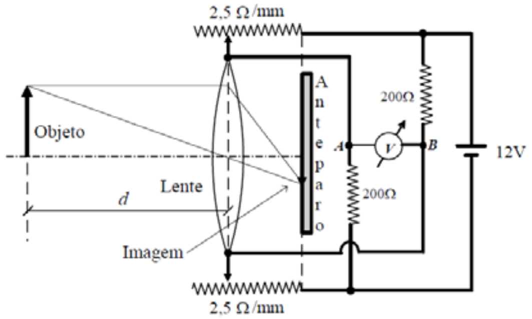
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

FÍSICA - DISCURSIVAS

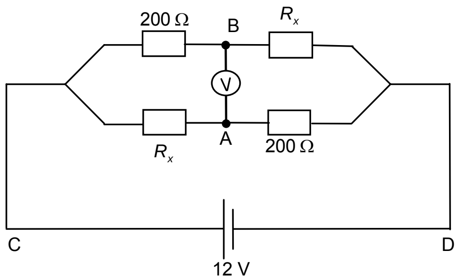
QUESTÃO 01

Um dispositivo óptico de foco automático, composto por uma lente biconvexa delgada móvel, posiciona automaticamente a lente, de modo a obter no anteparo fixo a imagem focada do objeto, conforme apresentado na figura. Sobre esse dispositivo, instalou-se um circuito elétrico alimentado por 12 V, composto de dois resistores fixos de 200 Ω e dois resistores variáveis de 2,5 Ω/mm. Quando a distância entre o objeto e a lente é 1,2 m, a ddp no circuito entre os pontos A e B é zero. Determine a distância *d* entre o objeto e a lente do dispositivo para a ddp $V_B - V_A$, medida pelo voltímetro V, de 2,4 V.



Resolução

O circuito do enunciado é equivalente ao circuito a seguir:



Situação inicial:

Na situação em que *d* = 1,2 m, temos que $V_{BA} = 0$, portanto, a associação de resistores corresponde a uma ponte de Wheatstone em equilíbrio. Assim:

$$R_X^2 = 200 \cdot 200 \Rightarrow R_X = 200\ \Omega$$

Seja ℓ_x o comprimento do resistor variável. Do enunciado, temos:

$$\frac{R_X}{\ell_X} = 2{,}5\ \frac{\Omega}{mm} \Rightarrow \ell_{X1} = \frac{200\ \Omega}{2{,}5\ \frac{\Omega}{mm}} = 80\ mm$$

Situação Final:

Do enunciado temos que, no segundo momento:

$$V_{BA} = V_B - V_A = 2{,}4\ V \qquad \text{(I)}$$

Como a resistência total em cada um dos ramos do circuito é $R_{ramo} = R_x + 200$, ou seja, as resistências são iguais e estão submetidas à mesma tensão (12 V), então a corrente tem a mesma intensidade nos dois ramos. Seja *i* a corrente em cada ramo:

$$i = \frac{12}{R_x + 200} \qquad \text{(II)}$$

Considerando a queda de tensão em cada ramo, temos:

$$\begin{cases} V_C - V_B = 200 \cdot i \\ V_C - V_A = R_X \cdot i \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = (R_X - 200) \cdot i \Rightarrow i = \frac{2{,}4}{R_X - 200}$$

Substituindo o valor encontrado em (II) neste resultado, vem:

$$\frac{2{,}4}{R_X - 200} = \frac{12}{R_X + 200} \Rightarrow R_X = 300\ \Omega$$

Nessa situação, o comprimento do resistor variável é:

$$\ell_{X2} = \frac{300\ \Omega}{2{,}5\ \frac{\Omega}{mm}} \Rightarrow \ell_{X2} = 120\ mm$$

Impondo as posições do objeto e da imagem conjugada pela lente para cada situação, em centímetros, temos:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{120} + \frac{1}{8} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{12} \Rightarrow \boxed{p_2 = 20\ cm}$$

QUESTÃO 02

Um capacitor de capacitância inicial C_0 tem suas placas metálicas mantidas paralelas e afastadas de uma distância *d* pelos suportes e conectadas a uma fonte de V_0 volts, conforme a figura (SITUAÇÃO 1).

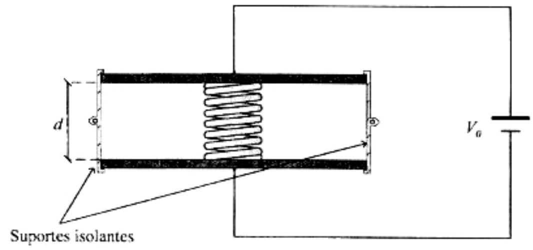
No interior de tal capacitor, encostada às placas, se encontra uma mola totalmente relaxada, feita de material isolante e massa desprezível. Em determinado instante a fonte é desconectada e, em seguida, a placa superior é liberada dos suportes, deslocando-se no eixo vertical. Considerando que a placa superior não entre em oscilação após ser liberada e que pare a uma distância *L* da placa inferior (SITUAÇÃO 2), determine:

a) a energia total em cada uma das duas situações, em função de C_0, V_0, *d* e *L*;

b) a constante elástica da mola em função de C_0, V_0, *d* que resulte em um afastamento de L = d/2 entre as placas do capacitor.

Observações:

- Despreze o peso da placa superior, o efeito de borda no capacitor e o efeito da mola sobre a capacitância.
- Os suportes são de material isolante.



Resolução

a) SITUAÇÃO 1:

Como nesta situação a mola encontra-se totalmente relaxada não há energia potencial elástica, apenas a energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor. Esta energia é dada por $E_{pot} = \frac{C \cdot U^2}{2}$

Substituindo os dados do problema nesta equação: $\boxed{E_{inicial} = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2}}$

SITUAÇÃO 2:

A capacitância do capacitor plano pode ser obtida pela relação

$$C = \frac{A \cdot \varepsilon}{d}$$

Onde A é a área das armaduras, d é a distância entre as mesmas e ε é a permissividade do meio.

Assim, chamando de C_2 a capacitância do arranjo na situação 2, temos

$$\frac{C_2}{C_0} = \frac{A \cdot \varepsilon / L}{A \cdot \varepsilon / d} = \frac{d}{L} \Rightarrow C_2 = \frac{d}{L} C_0$$

A carga no capacitor se conserva constante. Então, chamando de V_2 a ddp entre as placas na situação 2:

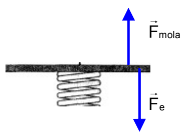
$$Q_2 = Q_0 \Rightarrow C_2 \cdot V_2 = C_0 \cdot V_0$$

De onde obtemos $V_2 = \frac{L}{d} V_0$

A energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor nesta situação será

$$E_{pot,ele} = \frac{C_2 \cdot V_2^2}{2} = \frac{\frac{d}{L} C_0 \cdot \left(\frac{L}{d} V_0\right)^2}{2} = \frac{L}{d} \cdot \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2}$$

Como a placa superior não oscila, ela se encontra em equilíbrio estático, ou seja, a força elástica ($\vec{F}_{mola}$) possui módulo igual à força eletrostática entre as placas do capacitor ($\vec{F}_e$).



Como o comprimento final da mola é L e o comprimento da mola relaxada é d, o módulo força elástica é dada por $F_{mola} = k\cdot(d-L)$, enquanto o módulo da força entre as placas do capacitor é dada por $F_E = \dfrac{Q^2}{2\cdot\varepsilon\cdot A}$, onde A é a área das armaduras e ε é a permissividade do meio e $Q = Q_0 = C_0\cdot V_0$

Igualando ambas, obtemos para a constante elástica da mola

$$\frac{Q^2}{2\cdot\varepsilon\cdot A} = k\cdot(d-L) \Rightarrow \frac{C_0^{\,2}\cdot V_0^{\,2}}{2\cdot\varepsilon\cdot A} = k\cdot(d-L)$$

Como $C_0 = \dfrac{A\cdot\varepsilon}{d} \Rightarrow A\cdot\varepsilon = C_0\cdot d$, encontramos a seguinte relação:

$$\frac{C_0^{\,2}\cdot V_0^{\,2}}{2\cdot C_0\cdot d} = k\cdot(d-L) \Rightarrow k = \frac{C_0\cdot V_0^{\,2}}{2\cdot d\cdot(d-L)}$$

Assim, a energia potencial elástica é dada por

$$E_{pot,ela} = \frac{k\cdot\Delta x^2}{2} = \frac{C_0\cdot V_0^2\cdot(d-L)}{4\cdot d}$$

Finalmente, a energia total do sistema para a situação 2 é

$$E_{final} = E_{pot,ele} + E_{pot,ela} = \frac{L}{d}\cdot\frac{C_0\cdot V_0^2}{2} + \frac{C_0\cdot V_0^2\cdot(d-L)}{4\cdot d}$$

$$E_{final} = \frac{C_0\cdot V_0^2}{4d}(2L+d-L) = \boxed{\frac{C_0\cdot V_0^2\cdot(L+d)}{4d}}$$

b) Utilizando a expressão obtida no item a para a constante elástica e substituindo $L = \dfrac{d}{2}$, obtemos

$$k = \frac{C_0\cdot V_0^{\,2}}{2\cdot d\cdot(d-L)} = \frac{C_0\cdot V_0^{\,2}}{2\cdot d\cdot\left(d-\dfrac{d}{2}\right)} \Rightarrow \boxed{k = \frac{C_0\cdot V_0^{\,2}}{d^2}}$$

Obs.: Após o sistema ser desconectado, ele deveria oscilar. Para que a ressalva feita pelo enunciado (que o sistema não oscila) seja válida, devemos considerar que existe uma força amortecendo essa oscilação (por exemplo o atrito com o ar), de maneira que, no equilíbrio, as únicas forças atuando no sistema são a elástica e a elétrica. Pela presença desse tipo de força, não é possível a resolução da questão por conservação de energia, pois existem forças dissipativas até o estabelecimento do equilíbrio.

QUESTÃO 03

Dois vagões estão posicionados sobre um trilho retilíneo, equidistantes de um ponto de referência sobre o trilho. No primeiro vagão existe um tubo sonoro aberto onde se forma uma onda estacionária com 4 nós, cuja distância entre o primeiro e o último nó é 255 cm, enquanto no segundo vagão existe um observador.

Inicialmente, apenas o vagão do observador se move e com velocidade constante. Posteriormente, o vagão do tubo sonoro também passa a se mover com velocidade constante, distinta da velocidade do vagão do observador. Sabendo que a frequência percebida pelo observador na situação inicial é 210 Hz e na situação posterior é 204 Hz, determine:

a) a frequência do som que o tubo emite;

b) a velocidade do vagão do observador, na situação inicial;

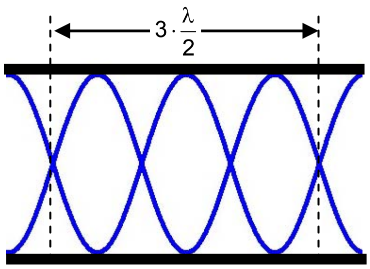
c) a velocidade do vagão da fonte, na situação final.

Dado:

Velocidade do som no ar: v_{som} = 340 m/s

Resolução

a) A distância compreendida entre o primeiro e o último nó equivale ao comprimento de três meios comprimentos de onda:



Assim, temos: $\dfrac{3\lambda}{2} = 2{,}55m \Rightarrow \lambda = 1{,}70m$

Com a relação fundamental da ondulatória obtemos

$$f_F = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{1{,}7} = \boxed{200Hz}$$

b) A diferença entre as frequências emitida e observada se deve ao efeito Doppler. A frequência percebida pelo observador (f_O) se relaciona com a frequência emitida pela fonte (f_F) pela relação

$$f_O = f_F\cdot\frac{v_S \pm v_O}{v_S \mp v_F}$$

Onde v_S é a velocidade do som, v_O é a velocidade do observador e v_F é a velocidade da fonte em relação a um referencial fixo no solo. O sentido positivo é adotado como sendo do observador para a fonte.

Na situação inicial a velocidade v_F é nula e a frequência f_O = 210Hz, maior que a frequência da fonte (f_F = 200Hz), indica que a velocidade v_O está orientada no sentido positivo.

$$210 = 200.\frac{340+v_O}{340} \Rightarrow \boxed{v_O = 17m/s}$$

c) Como na situação final a diferença entre as frequências f_O e f_F diminuiu em relação à situação inicial, podemos concluir que a velocidade relativa entre a fonte e o observador também diminuiu e, finalmente, que v_F também está orientada no sentido positivo.

$$204 = 200.\frac{340+17}{340+v_F} \Rightarrow \boxed{v_F = 10m/s}$$

QUESTÃO 04

A figura mostra o perfil de um par de espelhos planos articulado no ponto O e, inicialmente, ma vertical. Ao centro do espelho OB é colocado um pequeno corpo, cuja massa é muito maior que a do espelho. O espelho AO encontra-se fixo e, frente ao mesmo, é colocado um objeto P. Em um dado instante, é aplicado um impulso no espelho OB, conferindo à extremidade B uma velocidade inicial v_0, no sentido de fechar os espelhos face contra face. Tomando como referência o eixo x, determine:

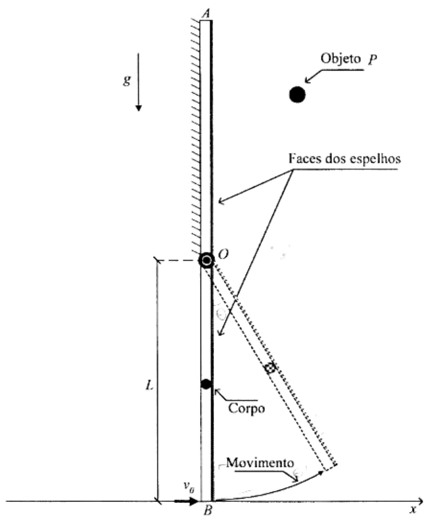
a) a altura máxima atingida pela extremidade B.

b) os módulos dos vetores velocidade da extremidade B, para cada instante em que uma imagem adicional do objeto P é formada, até que B atinja sua altura máxima.

Dados:

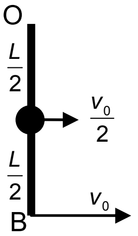
- L = 90 cm
- v_0 = 7 m/s
- g = 10 m/s^2

α	36°	40°	45°	51,4°	60°	72°	90°	120°	180°
cos α	0,81	0,77	0,71	0,62	0,5	0,31	0	- 0,5	-1



Resolução

a) Se a extremidade B tem velocidade v_0, temos que m apresenta velocidade $\dfrac{v_0}{2}$, pois todos os pontos da barra possuem mesma velocidade angular. Desprezando a massa do espelho (muito menor que m), por conservação da energia mecânica temos:



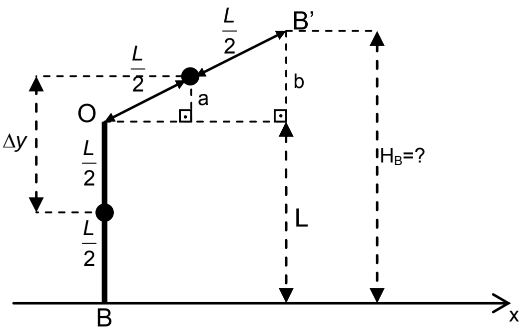
$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m\cdot g\cdot \Delta y = 0$$

Como no ponto de altura máxima a velocidade é nula (v=0), temos:

$$\frac{m\cdot 0^2}{2} - \frac{m\cdot\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m\cdot g\cdot \Delta y = 0 \Rightarrow \Delta y = \frac{v_0^{\,2}}{8\cdot g}$$

Substituindo os dados do enunciado, obtém-se $\Delta y = 0{,}6125m$

Observando que $\Delta y = 0{,}6125m > \frac{L}{2} = 0{,}45m$, podemos montar a figura:



De onde temos $\Delta y = \frac{L}{2} + a \Rightarrow 0{,}6125 = \frac{0{,}9}{2} + a \Rightarrow a = 0{,}1625m$

Por semelhança de triângulos:

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{b}{0{,}1625} = \frac{2}{1} \Rightarrow b = 0{,}325m$$

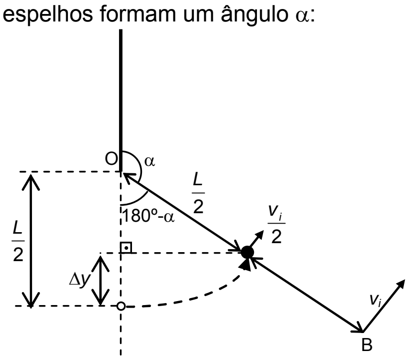
Logo: $H_B = L + b = 0{,}9 + 0{,}325 \Rightarrow H_B = 1{,}225m$

b) Com as informações do enunciado não é possível determinar todos os instantes em que aparece uma imagem adicional, pois isso depende da posição onde se encontra o objeto P.

A questão tinha como intenção avaliar se o candidato saberia fazer bom uso da relação $\boxed{N = \frac{360^o}{\alpha} - 1}$, onde N é o número de imagens formadas por dois espelhos planos de um objeto P móvel posicionado sempre no plano bissetor do ângulo α entre os espelhos. Vale ainda lembrar que essa relação também é válida caso o objeto não esteja no plano bissetor desde que $\frac{360^o}{\alpha}$ seja par.

Dessa forma, determinaremos as velocidades da extremidade B para todos os instantes os quais N se torna inteiro. A expectativa seria que, nesses ângulos, surja uma nova imagem. Posteriormente discutiremos o que está incorreto nessa expectativa.

Considere a seguinte figura, que indica um instante no qual os espelhos formam um ângulo α:



$$\Delta y_i = \frac{L}{2}\left[1 - \cos(180^o - \alpha_i)\right],$$

para cada i=0,1,2,...

Os valores de α_i seriam dados para cada N inteiro, a partir de $\alpha_0 = 180^o$ (espelho *OB* na vertical).

Assim sendo, temos $\alpha_0 = 180^o$ (1 imagem), $\alpha_1 = 120^o$ (2 imagens), $\alpha_3 = 90^o$ (3 imagens), $\alpha_4 = 72^o$ (4 imagens), $\alpha_5 = 60^o$ (5 imagens)...

Respeitando $\Delta y \le 0{,}6125m$, como visto no item (a), teríamos:

$$\Delta y_0 = \frac{0{,}9}{2}\left[1 - \cos(180^o - 180^o)\right] \Rightarrow \Delta y_0 = 0m$$

$$\Delta y_1 = \frac{0{,}9}{2}\left[1 - \cos(180^o - 120^o)\right] \Rightarrow \Delta y_1 = 0{,}225m$$

$$\Delta y_2 = \frac{0{,}9}{2}\left[1 - \cos(180^o - 90^o)\right] \Rightarrow \Delta y_2 = 0{,}45m$$

$$\Delta y_3 = \frac{0{,}9}{2}\left[1 - \cos(180^o - 72^o)\right] \Rightarrow \Delta y_3 = 0{,}5895m$$

$$\Delta y_4 = \frac{0{,}9}{2}\left[1 - \cos(180^o - 60^o)\right] \Rightarrow \Delta y_4 = 0{,}675m$$

Note que $\Delta y_4 > \Delta y_{máx} = 0{,}6125m$, não sendo assim atingido.

Para determinar a velocidade da extremidade B bastaria conservar a energia mecânica para os respectivos valores de Δy_i:

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \Rightarrow \frac{m\left(\frac{v_i}{2}\right)^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m\cdot g\cdot \Delta y_i = 0$$

onde v_i é a velocidade da extremidade B e $\left(\frac{v_i}{2}\right)$ é a velocidade do corpo de massa m. Desenvolvendo, temos que:

$$v_i = \sqrt{v_0^{\,2} - 8\cdot g\cdot \Delta y_i}$$

Substituindo os valores de Δy_i anteriormente encontrados, temos:

$$v_0 = \sqrt{7^2 - 8\cdot 10\cdot 0} = 7m/s$$

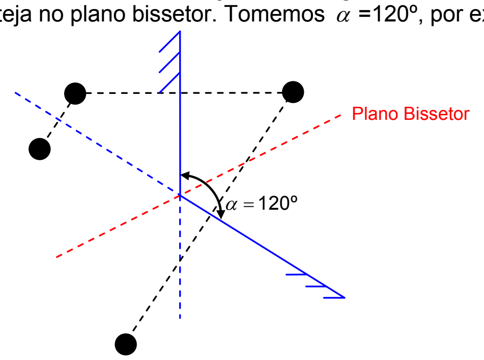
$$v_1 = \sqrt{7^2 - 8\cdot 10\cdot 0{,}225} = \sqrt{31}m/s$$

$$v_2 = \sqrt{7^2 - 8\cdot 10\cdot 0{,}45} = \sqrt{13}m/s$$

$$v_3 = \sqrt{7^2 - 8\cdot 10\cdot 0{,}5895} = \sqrt{1{,}84}m/s$$

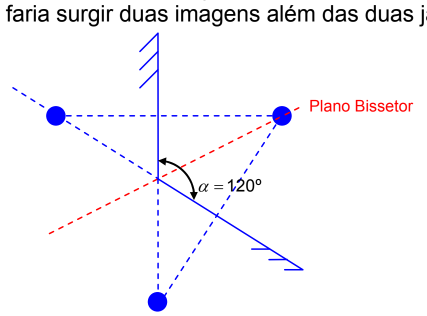
A questão estaria, assim, resolvida.

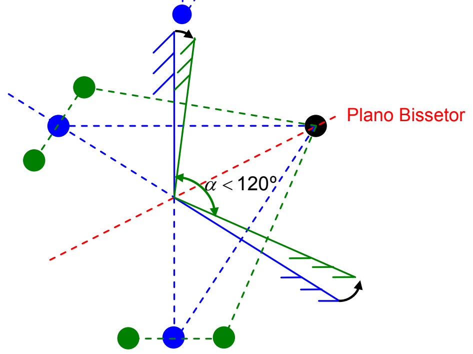
O problema, entretanto, é que o **objeto P está fixo e o plano bissetor varia com o ângulo** α. Dessa forma, temos situações em que há formação de imagens adicionais sem que a abertura α seja um ângulo notável. Pode-se mostrar, ainda, que em alguns desses ângulos "notáveis" não há formação de imagem adicional caso o objeto não esteja no plano bissetor. Tomemos α =120º, por exemplo:



Nessa configuração, se impusermos uma pequena variação do ângulo α em torno de 120º, não há formação/desaparecimento de imagens.

Já se o objeto estivesse sobre o plano bissetor, então uma pequena redução em α faria surgir duas imagens além das duas já formadas.





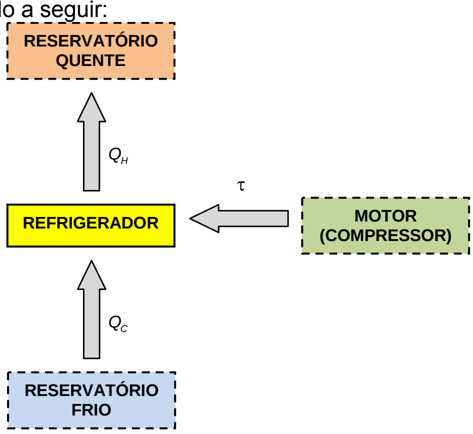
Assim, a determinação do ângulo no qual uma nova imagem aparece só poderia ser determinada caso fosse conhecida a posição do objeto em relação ao espelho. Dessa forma sugerimos a anulação do item (b) desta questão.

QUESTÃO 05

Atendendo a um edital do governo, um fabricante deseja certificar junto aos órgãos competentes uma geladeira de baixos custo e consumo. Esta geladeira apresenta um coeficiente de desempenho igual a 2 e rejeita 9/8 kW para o ambiente externo. De acordo com o fabricante, estes dados foram medidos em uma situação típica de operação, na qual o compressor da geladeira se manteve funcionando durante 1/8 do tempo à temperatura ambiente de 27 °C. O edital preconiza que, para obter a certificação, é necessário que o custo mensal de operação da geladeira seja, no máximo igual a R$ 5,00 e que a temperatura interna do aparelho seja inferior a 8 °C. O fabricante afirma que os dois critérios são atendidos, pois o desempenho da geladeira é 1/7 do máximo possível. Verifique, baseado nos princípios da termodinâmica, se esta assertiva do fabricante está tecnicamente correta. Considere que a tarifa referente ao consumo de 1 kWh é R$ 0,20.

Resolução

Uma geladeira (refrigerador) opera recebendo trabalho externo (τ) para absorver calor de um reservatório frio (Q_C) e rejeitar calor para um reservatório quente (Q_H), segundo o esquema de funcionamento representado a seguir:



Temos a relação (entre as energias) $Q_C + \tau = Q_H$, que dividida por um intervalo de tempo Δt , nos leva à relação (entre as potências):

$$\frac{Q_C}{\Delta t} + \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{Q_H}{\Delta t} \Rightarrow P_C + P_M = P_H$$

O coeficiente de desempenho *k* de um refrigerador é dado por:

$$k = \frac{Q_C}{\tau} \Rightarrow 2 = \frac{\frac{Q_C}{\Delta t}}{\frac{\tau}{\Delta t}} \Rightarrow P_C = 2P_M$$

Sendo $P_H = \frac{9}{8}$ kW , temos o sistema:

$$\begin{cases} P_C + P_M = \frac{9}{8} \\ P_C = 2P_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_C = \frac{6}{8} \text{ kW} \\ P_M = \frac{3}{8} \text{ kW} \end{cases}$$

Em um mês, o compressor opera durante 1/8 do tempo:

$$\Delta t = \frac{1}{8} \cdot (30 \text{ dias}) \cdot \left(24 \ \frac{\text{h}}{\text{dia}}\right) = 90 \text{ h}$$

A energia empregada pelo motor (trabalho realizado) é:

$$P_M = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{8} \text{ kW} = \frac{\tau}{90 \text{ h}} \Rightarrow \tau = 33{,}75 \text{ kWh}$$

Sendo o custo de 1 kWh igual a R$ 0,20, o custo da operação nesse caso será dado por:

$$\text{Custo} = (33{,}75 \text{ kWh}) \cdot \left(\frac{\text{R\$}0{,}20}{\text{kWh}}\right) \Rightarrow \boxed{\text{Custo} = \text{R\$ } 6{,}75}$$

Por outro lado, assumindo que o rendimento desse refrigerador seja 1/7 do máximo possível (que seria o refrigerador de Carnot), temos:

$$k = \frac{1}{7} k_{CARNOT} = \frac{1}{7}\left(\frac{T_C}{T_H - T_c}\right) \Rightarrow 2 = \frac{1}{7}\left(\frac{T_C}{(273+27) - T_C}\right) \Rightarrow$$

$$T_C = 280 \text{ K} \Rightarrow \boxed{T_C = 7 \text{ °C}}$$

CONCLUSÃO:

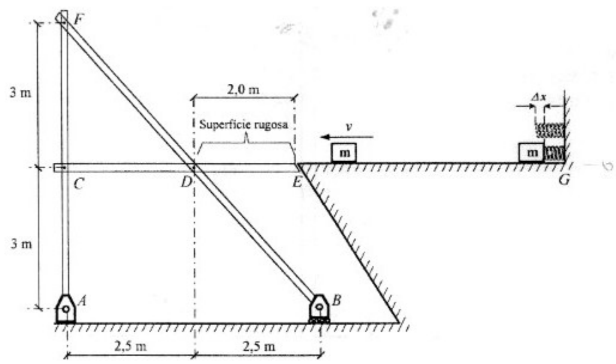
A assertiva do fabricante é **FALSA**, pois embora a temperatura interna do refrigerador (7 °C) realmente seja inferior a 8 °C, o custo mensal de operação da geladeira (R$ 6,75) foi superior a R$ 5,00.

QUESTÃO 06

Uma mola com constante elástica k, que está presa a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida de Δx por um pequeno bloco de massa m, conforme mostra a figura. Após liberado do repouso, o bloco desloca-se ao longo da superfície horizontal lisa EG, com atrito desprezível, e passa a percorrer um trecho rugoso DE até atingir o repouso na estrutura (que permanece em equilíbrio), formada por duas barras articuladas com peso desprezível. Determine os valores das reações horizontal e vertical no apoio A e da reação vertical no apoio B, além das reações horizontal e vertical nas ligações em C, D e F.

Dados:

- constante elástica: k = 100 kN/m;
- compressão da mola: Δx = 2 cm;
- massa do bloco: m = 10 kg;
- coeficiente de atrito cinético do trecho DE: μ_c = 0,20;
- aceleração gravitacional: g = 10 m/s^2



Resolução

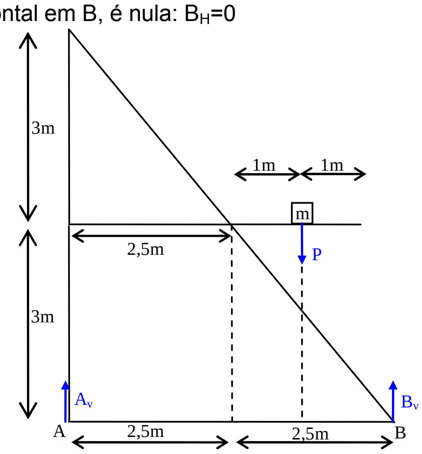
Para determinarmos o local onde o bloco para (distância d percorrida a partir do ponto E), utilizamos a conversão da energia potencial elástica em trabalho da força de atrito:

$$\tau_{Fat} = E^P{}_{elástica} \Rightarrow \mu mg.d = \frac{k(\Delta x)^2}{2} \Rightarrow 0{,}2.10.10.d = \frac{100.10^3 (2.10^{-2})^2}{2}$$

$$\boxed{d = 1m}$$

Analisamos o sentido das forças verticais, partindo da força peso do bloco (vertical, para baixo) e, assim, determinamos o sentido das outras forças no eixo vertical.

Já para as forças horizontais, o candidato deve atentar para a figura do enunciado, que apresenta "rodinhas" na articulação B (uma representação muito utilizada em cursos de engenharia, porém, não utilizada no ensino médio), o que indica que não há atrito, portanto, a força horizontal em B, é nula: B_H=0



Fixando A, exercem torque sobre todo o sistema (forças externas):
B_v com braço 5m (anti-horário) e P com braço 3,5m (horário):

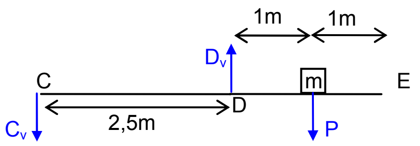
$$-B_v.5+P.3,5=0 \Rightarrow B_v.5=100.3,5 \Rightarrow \boxed{B_v=70N}$$

Forças verticais sobre todo o sistema (forças externas):

$$B_v+A_v=P \Rightarrow 70+A_v=100 \Rightarrow \boxed{A_v=30N}$$

Forças horizontais sobre todo o sistema:

$$B_H+A_H=0 \Rightarrow 0+A_H=0 \Rightarrow \boxed{A_H=0N}$$

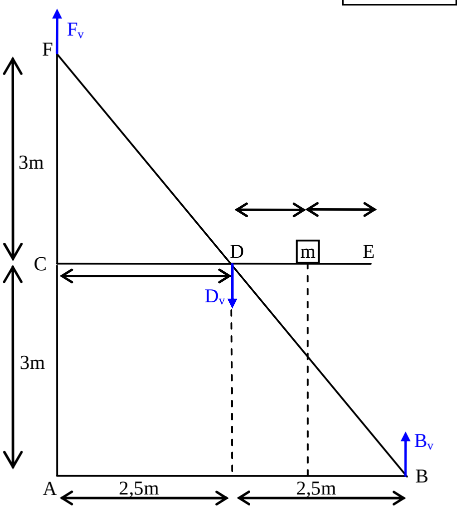


D fixo, exercem torque sobre a barra CE:
C_v com braço 2,5m (anti-horário) e P com braço 1m (horário):

$$-C_v.2,5+P.1=0 \Rightarrow C_v.2,5=100.1 \Rightarrow \boxed{C_v=40N}$$

Forças verticais sobre a barra CE:

$$C_v+P=D_v \Rightarrow 40+100=D_v \Rightarrow \boxed{D_v=140N}$$



Forças verticais sobre a barra FB:

$$F_v+B_v=D_v \Rightarrow F_v+70=140N \Rightarrow \boxed{F_v=70N}$$

Fixando C, as forças que exercem torque sobre a barra FA são A_H, com braço 3m, e F_H com braço 3m:

$$A_H.3+F_H.3=0 \Rightarrow 0.3+F_H.3=0 \Rightarrow \boxed{F_H=0N}$$

Ainda na barra FA, em relação ao ponto A, como F_H = 0 e as forças verticais possuem braço nulo, então $\boxed{C_H=0N}$

Somatório de forças horizontais na barra CE:

$$C_H+D_H=0 \Rightarrow 0+D_H=0 \Rightarrow \boxed{D_H=0N}$$

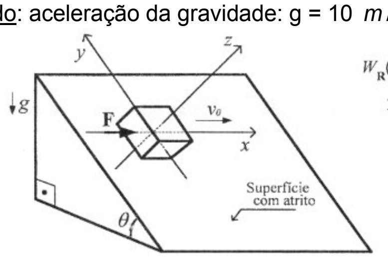
QUESTÃO 07

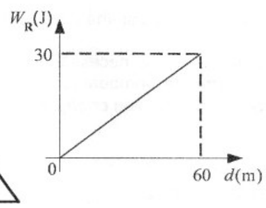
A figura ilustra um plano inclinado com ângulo θ = 30° cuja superfície apresenta atrito. Um bloco de massa m = 1 kg, carregado eletricamente com a carga negativa q = 10^{-2} C, apresenta velocidade inicial v_0 = 2 m/s e realiza um movimento retilíneo sobre o eixo x (paralelo ao plano horizontal) a partir do instante t = 0. Além disso, este bloco se encontra submetido à força constante **F** = 4,5 N na direção x e a um campo magnético **B** = 100 T normal à superfície (direção z). Considerando que o gráfico ilustra o trabalho da força resultante **R** que age sobre o bloco em função da distância percorrida, determine:

a) o tempo gasto e a velocidade do bloco após percorrer 60 m;

b) os gráficos das componentes da força de atrito (direções x e y) em função do tempo até o bloco percorrer 60 m.

<u>Dado</u>: aceleração da gravidade: g = 10 m/s^2





Resolução

a) De acordo com o teorema da energia cinética, temos:

$$\tau=\Delta\varepsilon_c=\frac{1}{2}m(v^2-v_0^2) \Rightarrow 30=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot(v^2-2^2) \Rightarrow \boxed{v=8\,m/s}$$

Como o movimento é retilíneo, então a velocidade final tem a direção do eixo x, além disso, considerando que, de acordo com o gráfico, o trabalho é positivo, o sentido da velocidade é o de x crescente.

Além disso, sendo o movimento retilíneo na direção x, a força resultante ($\vec{R}$) também é na direção x e, como o gráfico do trabalho × deslocamento é uma reta, então a força resultante é constante:

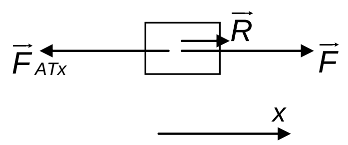
$$W_R=R\cdot d\cdot\cos 0^0 \Rightarrow 30J=R\cdot 60 \Rightarrow R=0,5N$$

Como a força resultante é constante e o trabalho é positivo, então o movimento é uniformemente acelerado na direção x, logo:

$$a=\frac{R}{m}=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0,5N}{1kg}=\frac{(8-2)\,m/s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t=12s}$$

b) **Força de atrito na direção x:**

A representação das forças que agem na direção x pode ser feita da seguinte forma:



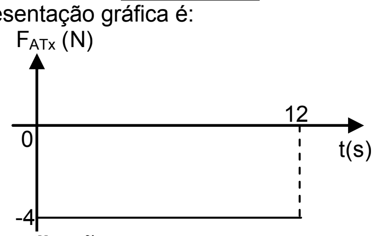
Na figura acima, temos:

$$\vec{R}=\vec{F}+\vec{F}_{ATx} \Rightarrow R\cdot\hat{x}=F\cdot\hat{x}+F_{ATx}\cdot\hat{x} \Rightarrow$$

$$F_{ATx}=R-F=0,5-4,5 \Rightarrow$$

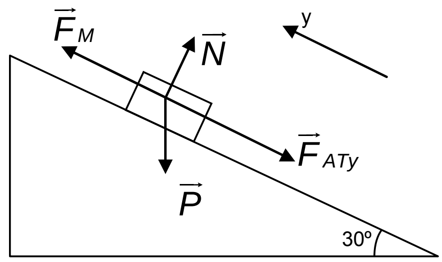
$$\boxed{F_{ATx}=-4,0N}$$

Assim, sua representação gráfica é:



Força de atrito na direção y:

1ª Hipótese: o campo magnético aponta no sentido positivo do eixo z. Assim, temos a seguinte vista lateral do problema:



A força resultante na direção y é nula, logo:

$$\vec{F}_M+\vec{P}_y+\vec{F}_{ATy}=\vec{0}$$

Denotando por F_{ATy} o valor algébrico da força de atrito, temos que:

$\vec{F}_{ATy}=F_{ATy}\hat{y}$ e o sentido da força de atrito será determinado pelo sinal algébrico de F_{ATy}.

Além disso, como $\vec{P}_y$ é a componente da força peso na direção y e tem sempre sentido negativo nesta direção, temos:

$$\vec{P}_y=P\cdot sen30°\cdot(-\hat{y})$$

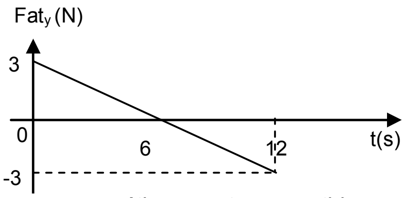
Assim:

$$F_M\hat{y}+P\cdot sen30°\cdot(-\hat{y})+F_{ATy}\cdot\hat{y}=\vec{0} \Rightarrow$$

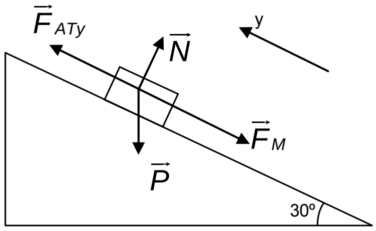
$$qvBsen90°-mgsen30°+F_{ATy}=0 \Rightarrow$$

$$F_{ATy}=1\cdot 10\cdot\frac{1}{2}-10^{-2}\cdot v\cdot 100\cdot 1=5-v$$

Como v varia de 2m/s a 8m/s uniformemente no tempo, então F_{ATy} varia de +3N a -3N uniformemente no tempo.



2ª Hipótese: o campo magnético aponta no sentido negativo do eixo z. Neste caso, temos a seguinte vista lateral do problema:



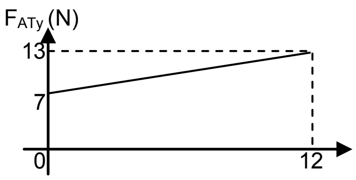
$$\vec{F}_M + \vec{P}_y + \vec{F}_{ATy} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$F_M \cdot (-\hat{y}) + P \cdot sen30º \cdot (-\hat{y}) + F_{ATy} \cdot \hat{y} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$F_{ATy} = qvBsen90º + mgsen30º \Rightarrow$$

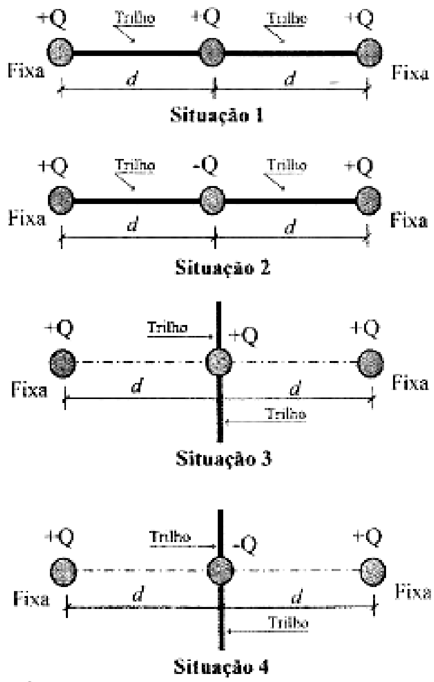
$$F_{ATy} = -10^{-2} \cdot v \cdot 100 \cdot 1 - 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = v + 5$$

Como v varia de 2m/s a 8m/s uniformemente no tempo, então F_{ATy} varia de +7N a +13N uniformemente no tempo.



QUESTÃO 08

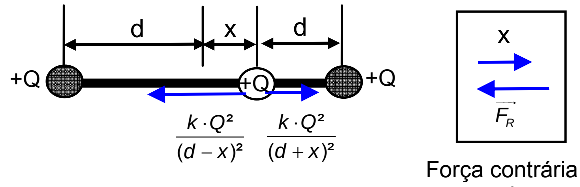
A figura apresenta 4 situações, nas quais 2 cargas de valor +Q são fixas e uma carga móvel, inicialmente em repouso, pode deslizar sem atrito por um trilho não condutor. Os trilhos das situações 1 e 2 estão na horizontal, enquanto os das situações 3 e 4 estão na vertical. Considerando cada uma das situações, ao submeter a carga móvel a uma pequena perturbação, pede-se:



a) verificar, justificando, se haverá movimento oscilatório em torno do ponto de equilíbrio;
b) calcular o período de oscilação para pequenas amplitudes se comparadas com a distância d, em caso de haver movimento oscilatório.
Dados:
$1/(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2$ se $d >> x$;   Massa das cargas: $M_{cargas} = m$.

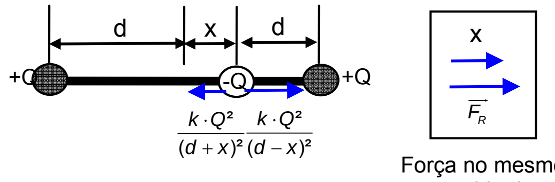
Resolução

a) As situações 1 e 4 apresentam movimento oscilatório. Isso ocorre pois aparece uma força restauradora (contrária à direção do deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio), conforme figuras abaixo indicam:
Situação 1: movimento oscilatório



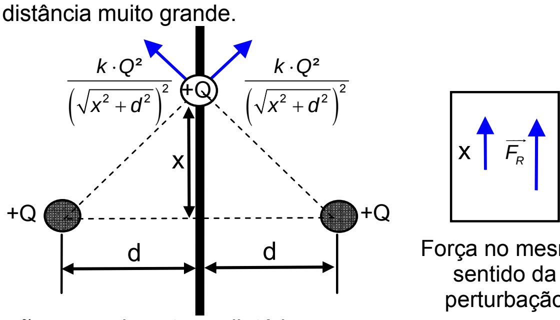
Força contrária à perturbação

Situação 2: não há oscilação, a carga segue o seu movimento até a colisão.



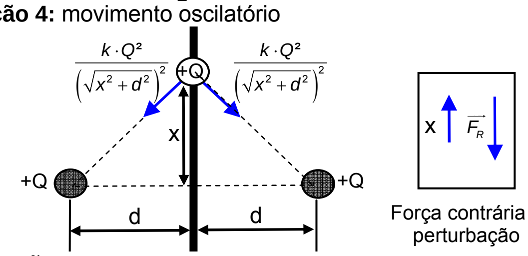
Força no mesmo sentido da perturbação

Situação 3: não há oscilação, a carga segue o seu movimento até uma distância muito grande.



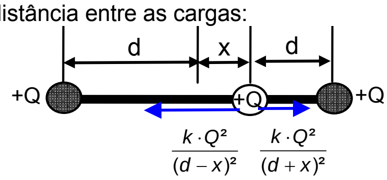
Força no mesmo sentido da perturbação

Situação 4: movimento oscilatório



Força contrária à perturbação

b) **Situação 1:**
Observe a figura, que indica as forças na direção do movimento e sua relação com a distância entre as cargas:



O módulo da força resultante é dada por:

$$F_R = \frac{k \cdot Q^2}{(d-x)^2} - \frac{k \cdot Q^2}{(d+x)^2} = k \cdot Q^2 \cdot \frac{(d+x)^2 - (d-x)^2}{\left[(d-x)(d+x)\right]^2}$$

$$F_R = 4 \cdot k \cdot Q^2 \cdot d \cdot \left(\frac{1}{d^2 - x^2}\right)^2 \cdot x$$

Considerando $1/(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2$, pois $d >> x$ temos:

$$F_R = k \cdot Q^2 \frac{4 \cdot d}{d^4} \cdot x = \frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x$$

Temos então, que o módulo da resultante é diretamente proporcional ao deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio (sentido contrário) para $d >> x$, se tratando assim de um MHS. Logo, temos que a aceleração é proporcional ao deslocamento e assim:

$$a = \omega^2 \cdot x \Rightarrow m \cdot a = m \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow \frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x = m \cdot \omega^2 \cdot x$$

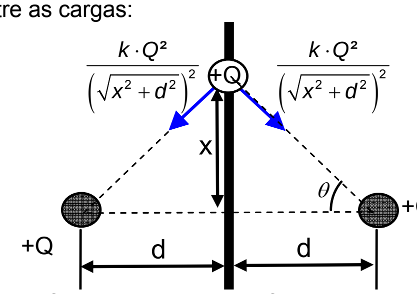
E assim:

$$\frac{4\cdot k\cdot Q^2}{d^3}=m\cdot\omega^2\text{, com }\omega=\frac{2\pi}{T_1}=\text{frequencia angular do MHS}$$

Logo:

$$\frac{4\cdot k\cdot Q^2}{d^3}=m\cdot\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2\Rightarrow\boxed{T_1=\frac{\pi}{Q}\cdot\sqrt{\frac{m\cdot d^3}{k}}}$$

Situação 4: Observe a figura correspondente a essa outra situação, que indica as forças na direção do movimento e sua relação com a distância entre as cargas:



Pela simetria da figura, temos que as forças apresentam componente horizontal de mesmo módulo e sentidos opostos, cancelando-se. Temos a resultante como sendo a soma das forças na direção vertical. Assim:

$$F_R=2\cdot\frac{kQ^2}{\left(\sqrt{x^2+d^2}\right)^2}\cdot sen\theta=2\cdot\frac{kQ^2}{\left(\sqrt{x^2+d^2}\right)^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}$$

$$F_R=2\cdot kQ^2\cdot\left(\frac{1}{x^2+d^2}\right)^{3/2}\cdot x$$

Considerando $1/\left(d^2\pm x^2\right)\approx 1/d^2$, pois $d>>x$ temos:

$$F_R=\frac{2\cdot k\cdot Q^2}{d^3}\cdot x$$

Novamente o módulo da resultante é diretamente proporcional ao deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio (sentido contrário) para $d>>x$, se tratando novamente de um MHS. Logo, analogamente à situação anterior:

$$\frac{2\cdot k\cdot Q^2}{d^3}\cdot x=m\cdot\omega^2\cdot x\Rightarrow\frac{2\cdot k\cdot Q^2}{d^3}=m\cdot\omega^2\Rightarrow\frac{2\cdot k\cdot Q^2}{d^3}=m\cdot\left(\frac{2\pi}{T_4}\right)^2$$

E, portanto, $\boxed{T_4=\frac{\pi}{Q}\sqrt{\frac{2m\cdot d^3}{k}}}$

QUESTÃO 09

As situações 1 e 2 a figura apresentam uma caldeira que fornece vapor sob pressão a uma turbina, a fim de proporcionar a sua rotação. A turbina está ligada solidariamente ao Gerador 1 por meio de seu eixo, que gera a energia elétrica E_1. O vapor expelido é aproveitado para impulsionar as pás de um sistema de geração eólico, que são acopladas por meio de seu eixo ao Gerador 2, que gera a energia elétrica E_2.

Determine:

a) a energia a ser fornecida pelo aquecedor à caldeira, em função de E_1 e E_2, mantidas constantes, nas seguintes situações:

- SITUAÇÃO 1:

As energias E_1 e E_2 são utilizadas para atender o consumidor final

- SITUAÇÃO 2:

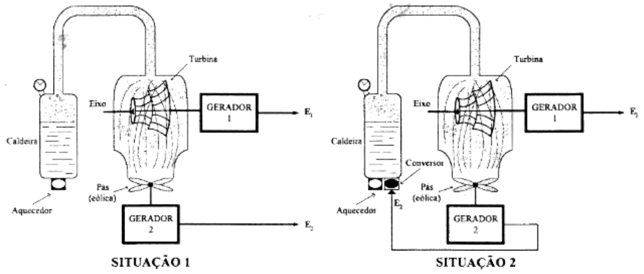
Toda a energia elétrica E_2 é utilizada por um conversor eletrotérmico, mantendo E_1 com a mesma destinação da SITUAÇÃO 1.

b) o rendimento do sistema para as duas situações.

c) a potência térmica necessária a ser fornecida pelo aquecedor, a fim de permitir que um sistema de bombeamento eleve 1000 m^3 de água a uma altura de 100 m em 4 horas, utilizando as energias E_1 e E_2 da SITUAÇÃO 1.

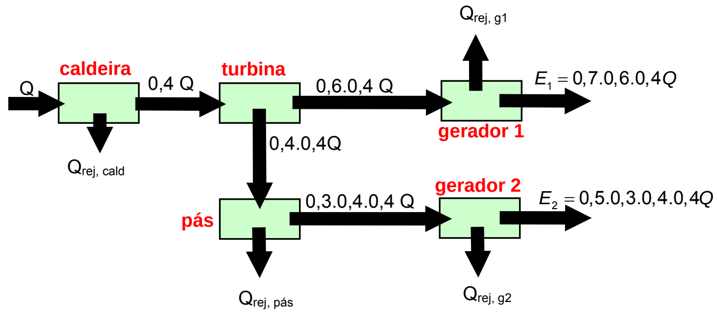
Dados:

- rendimentos:
  - caldeira: 40 %;
  - turbina: 60 %;
  - gerador 1: 70 %;
  - das pás (gerador eólico): 30 %;
  - gerador 2: 50 %;
  - conversor eletrotérmico: 50 %;
  - sistema de bombeamento de água: 70 %;
- massa específica da água: 1 kg/L;
- aceleração da gravidade: 10 m/s^2.



Resolução

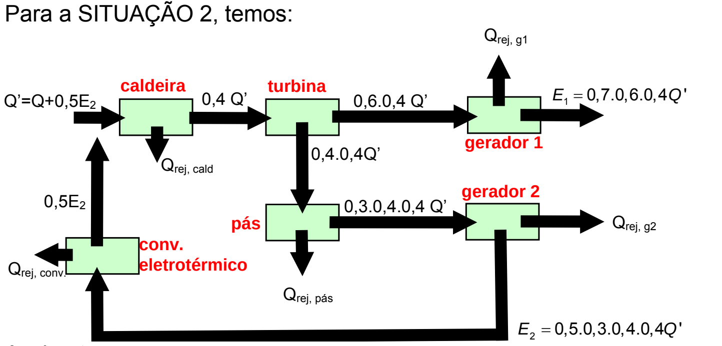
a) Observe o fluxograma abaixo, onde Q é o calor fornecido pela caldeira na SITUAÇÃO 1, e os rendimentos estão indicados:



Temos as seguintes relações, de onde se obtém o valor de Q:

$$\begin{cases}E_1=0,7\cdot0,6\cdot0,4\cdot Q\\E_2=0,5\cdot0,3\cdot0,4\cdot0,4\cdot Q\end{cases}\Rightarrow\boxed{Q=\frac{125}{21}E_1=\frac{125}{3}E_2}$$

Para a SITUAÇÃO 2, temos:



Assim, temos:

$$E_2=0,5\cdot0,3\cdot0,4\cdot0,4\cdot Q'=0,5\cdot0,3\cdot0,4\cdot0,4\cdot(Q+0,5E_2)$$

De onde chega-se a $\boxed{Q=\frac{247}{6}E_2}$

Ainda, escrevendo em função de E_1 teríamos:

$$E_1=0,7\cdot0,6\cdot0,4\cdot Q'=0,7\cdot0,6\cdot0,4\cdot(Q+0,5E_2)$$

$$E_1=0,7\cdot0,6\cdot0,4.\left(Q+0,5\cdot Q\frac{6}{247}\right)\Rightarrow\boxed{Q=\frac{247}{42}E_1}$$

Obs.: Note que apesar de definirmos Q em função de E_1 e de E_2 individualmente, poderíamos ainda representar Q em função de E_1 e E_2 simultaneamente. Isso ocorre, pois qualquer combinação linear entre as equações obtidas para as duas situações continua verdadeira.

b) Calculemos os rendimentos:

$$\text{SITUAÇÃO 1: }\eta_1=\frac{E_1+E_2}{Q}=\frac{\frac{21}{125}Q+\frac{3}{125}Q}{Q}=\frac{24}{125}=19,2\%$$

$$\text{SITUAÇÃO 2: }\eta_1=\frac{E_1}{Q}=\frac{\frac{42}{247}Q}{Q}=\frac{42}{247}\approx17,0\%$$

c) Temos:

ρ = 1kg/L=1000kg/m^3; V=1000m^3

g=10m/s^2 h=100m

Δt =4x3600s

A potência da bomba pode ser calculada por:

$$P_{bomba} = \frac{-\tau_{Peso}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_P}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho V g h}{\Delta t}$$

$$P_{bomba} = \frac{1000.1000.10.100}{4.3600} = \frac{625000}{9} W$$

Mas, de acordo com o item (b) $\eta_1 = \frac{24}{125}$ e ainda, $\eta_{bomba} = 0{,}7$

Logo, considerando ϕ = potência térmica, temos:

$$P_{bomba} = \phi \cdot \eta_1 \cdot \eta_{bomba} \Rightarrow \frac{625000}{9} = \phi \cdot \frac{24}{125} \cdot 0{,}7 \Rightarrow \boxed{Q \approx 517 kW}$$

QUESTÃO 10

Na figura, a SITUÇÃO 1 apresenta um bloco cúbico de madeira, de aresta 1 m, com metade de seu volume imerso em água, sustentando o anteparo A_2 e mantendo-o afastado 4,6 m do anteparo A_1, sobre o qual estão duas fendas separadas de 2 mm.

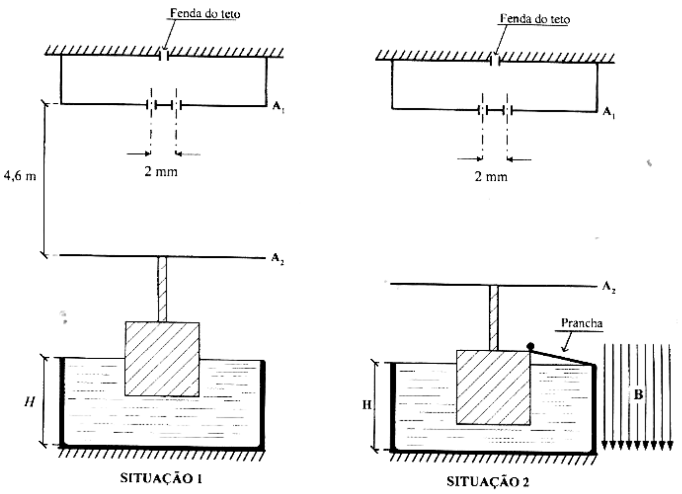
Na SITUAÇÃO 2, troca-se a água por um líquido de densidade menor, mantendo o mesmo nível *H*. Coloca-se uma prancha de massa desprezível e de comprimento 20 cm, apoiada pela aresta superior direita do bloco e a borda do tanque.

Em seguida, um corpo puntiforme de massa 2×10^{-6} kg e carga positiva de 2×10^{-6} C é abandonado do ponto mais alto da prancha, deslizando sem atrito. Ao sair da prancha, com velocidade $\sqrt{2}$ m/s, penetra em um campo magnético uniforme B = 4 T, com as linhas de indução paralelas ao plano do papel, descrevendo uma trajetória helicoidal de raio ($\sqrt{6}/8$) m.

Neste momento incide, na fenda localizada no teto, uma luz monocromática que, ao passar pelas fendas em A_1, produz em A_2 duas franjas claras consecutivas separadas por 1,6 mm. Admitindo a densidade da água igual a 1, determine:

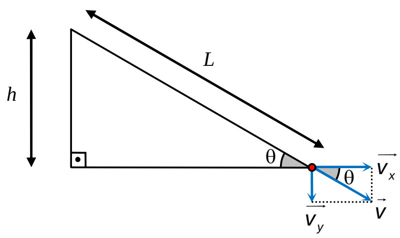
a) o comprimento de onda da luz incidente nos anteparos;

b) a densidade do líquido na SITUAÇÃO 2.



Resolução

a) Observando a prancha, de comprimento $L = 20$ cm , inclinada de um ângulo θ em relação à direção horizontal, temos:



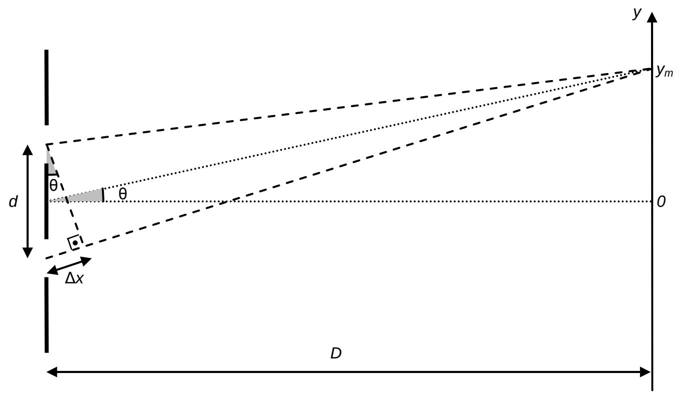
Pela conservação da energia mecânica da bolinha entre as extremidades da rampa, adotando como referencial a base da mesma, temos:

$$(E_C + E_P)_{TOPO} = (E_C + E_P)_{BASE} \Rightarrow \frac{m \cdot 0^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h = \frac{m \cdot |\vec{v}|^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot 0$$

$$h = \frac{|\vec{v}|^2}{2|\vec{g}|} = \frac{(\sqrt{2})^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow h = 0{,}1 \text{ m}$$

Portanto, na situação 2, o bloco (de aresta 1 m) se encontra com sua base submersa a uma profundidade de 0,9 m. Como na situação 1 ele tinha metade do seu volume submerso (portanto sua base se encontrava a 0,5 m de profundidade), seu deslocamento vertical foi de $0{,}9 - 0{,}5 = 0{,}4$ m para baixo. Nesse caso, a distância do anteparo A_2 até o anteparo A_1 passa a ser $D = 4{,}6 + 0{,}4 = 5{,}0$ m .

Ao se iluminar com luz monocromática a fenda dupla, temos a típica configuração do experimento de Young representada separadamente no esquema abaixo:



A diferença de caminho entre as ondas que partem de cada fenda e interferem construtivamente no anteparo (franjas claras) é dada por:

$$\Delta x = d \cdot \text{sen}\,\theta = m \cdot \lambda \Rightarrow \text{sen}\,\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Por outro lado, assumindo ângulos pequenos, fazemos a aproximação do seno pela tangente:

$$\text{tg}\,\theta \approx \text{sen}\,\theta \Rightarrow \frac{y_m}{D} = \frac{m \cdot \lambda}{d} \Rightarrow y_m = \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d}$$

Desse modo, a separação entre duas franjas claras consecutivas será dada por:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1) \cdot \lambda \cdot D}{d} - \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d} = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Assim:

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta y}{D} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-3}}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{\lambda = 6{,}4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 640 \text{ nm}}$$

b) Tanto na situação 1 quanto na situação 2, o bloco está em equilíbrio, de modo que seu peso é equilibrado pelo empuxo aplicado por cada líquido sobre ele. Assim, sendo ρ_A a densidade da água, ρ_L a densidade do líquido da situação 2, V_1 e V_2 os volumes submersos (volumes de fluido deslocado) nas situações 1 e 2 respectivamente, temos:

$$\begin{cases} |\vec{P}| = |\vec{E_1}| \\ |\vec{P}| = |\vec{E_2}| \end{cases} \Rightarrow |\vec{E_1}| = |\vec{E_2}| \Rightarrow \rho_A \cdot |\vec{g}| \cdot V_1 = \rho_L \cdot |\vec{g}| \cdot V_2 \Rightarrow \rho_L = \frac{V_1}{V_2} \cdot \rho_A$$

$$\rho_L = \frac{1^2 \cdot 0{,}5}{1^2 \cdot 0{,}9} \rho_A = \frac{5}{9} \rho_A$$

Isto é, a densidade relativa do bloco (em relação à água), fazendo $\rho_A = 1$) é $\frac{5}{9}$, ou, em unidades do Sistema Internacional (SI), sendo $\rho_A = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ :

$$\boxed{\rho_A = \frac{5}{9} \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}$$

Observação: Note que todas as informações relativas ao campo magnético e ao movimento da partícula nessa região são irrelevantes, bem como a massa e a carga da mesma. Vale apenas comentar que elas conduziriam ao mesmo resultado, isto é, não introduzem contradições em relação ao restante do problema.