ELITE

PRÉ-VESTIBULAR

campinas

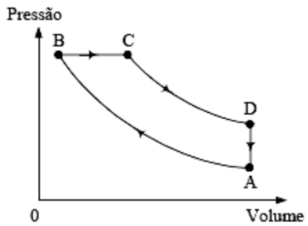
Resolve Aprova

IME 2006

FÍSICA

QUESTÃO 1

O ciclo Diesel, representado na figura abaixo, corresponde ao que ocorre num motor Diesel de quatro tempos: o trecho AB representa a compressão adiabática da mistura de ar e vapor de óleo Diesel; BC representa o aquecimento a pressão constante, permitindo que o combustível injetado se inflame sem necessidade de uma centelha de ignição; CD é a expansão adiabática dos gases aquecidos movendo o pistão e DA simboliza a queda de pressão associada à exaustão dos gases da combustão.



A mistura é tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático γ. Considerando que T_A, T_B, T_C e T_D representam as temperaturas, respectivamente, nos pontos A, B, C e D, mostre que o rendimento do ciclo Diesel é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}\right)$$

RESOLUÇÃO

$$\eta = \frac{|\tau|}{|Q_1|} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{DA}|}{|Q_{BC}|}$$

$$\eta = 1 - \frac{|\Delta U_{DA}|}{|\tau_{BC} + \Delta U_{BC}|} = 1 - \frac{|n.c_V.\Delta T_{DA}|}{|n(c_p - c_v)\Delta T_{BC} + n.c_v.\Delta T_{BC}|}$$

Sabendo que $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$

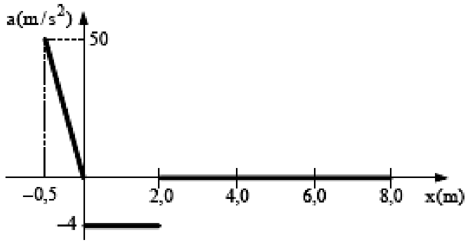
$$\eta = 1 - \frac{|c_v.(T_A - T_D)|}{|c_p.(T_C - T_B)|} = 1 - \frac{|T_A - T_D|}{\gamma|T_C - T_B|}$$

Como $T_D > T_A$ e $T_C > T_B$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_B)} \qquad \text{c.q.d.}$$

QUESTÃO 2

Um corpo de 500 g de massa está inicialmente ligado a uma mola. O seu movimento é registrado pelo gráfico abaixo, que mostra a aceleração em função da posição, a partir do ponto em que a mola se encontra com a compressão máxima. A abscissa x = 0 corresponde à posição em que a deformação da mola é nula. Nesta posição, o corpo foi completamente liberado da mola e ficou submetido à aceleração registrada no gráfico.



Determine:

a) a variação da quantidade de movimento nos 2 s após o corpo ser liberado da mola;

b) o trabalho total realizado desde o começo do registro em x = −0,5m até x = 3m.

RESOLUÇÃO

Em x = -0,5m

$F_r = F_{elastica}$

m.a = k.x

0,5.50 = k.0,5

k =50 N/m

a)

$$E_{m_{inicial}} = E_{m_{x=0}}$$

$$E_{P_{ela}} = E_C$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

Assim, a velocidade quando x=0 é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{50.0{,}5^2}{0{,}5}} = 5m/s$$

Entre x = 0 m e x = 2 m, podemos dizer que:

$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta s$

$v^2 = 5^2 + 2.(-4).2$

v = 3 m/s em x = 2 m

Assim, a variação da quantidade de movimento pode ser calculada:

$\Delta Q = mv_f - mv_i$

$\Delta Q = 0{,}5(3-5)$

$\Delta Q = -1$ kg.m/s

b) $W_{Fexternas} = \Delta E_c$

$W = m(v^2_{x=3} - v^2_{x=-0,5})/2$

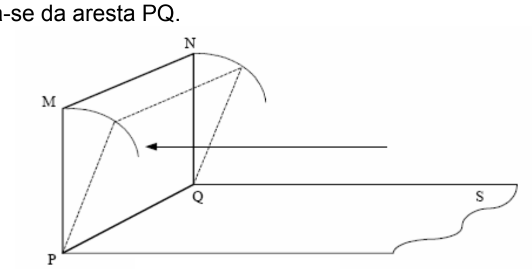
Como $v_{x=3} = v_{x=2}$, pois a aceleração é nula nesse intervalo, temos:

$W = 0{,}5(3^2 - 2^2)/2 = 9/4$ J

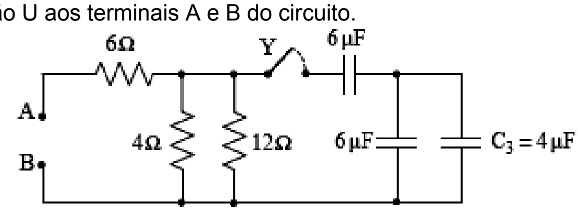
QUESTÃO 3

Um raio luminoso incide ortogonalmente no ponto central de um espelho plano quadrado MNPQ, conforme a figura abaixo.

Girando-se o espelho de um certo ângulo em torno da aresta PQ, consegue-se que o raio refletido atinja a superfície horizontal S paralela ao raio incidente. Com a seqüência do giro, o ponto de chegada em S aproxima-se da aresta PQ.



No ponto de chegada em S que fica mais próximo de PQ está um sensor que, ao ser atingido pelo raio refletido, gera uma tensão elétrica U proporcional à distância d entre o referido ponto e aquela aresta: U = k.d. Fixando o espelho na posição em que a distância d é mínima, aplica-se a tensão U aos terminais A e B do circuito.

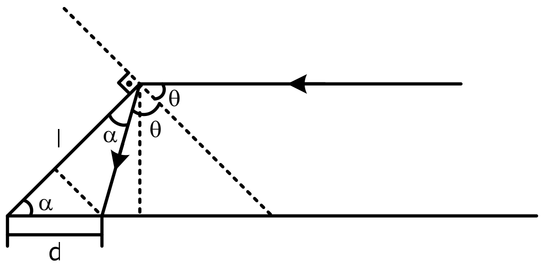


Dado que todos os capacitores estão inicialmente descarregados, determine a energia que ficará armazenada no capacitor C_3 se a chave Y for fechada e assim permanecer por um tempo muito longo.

Dados: comprimento PQ = 6 m; constante k = 12 V/m.

RESOLUÇÃO

Considerando o lado do espelho como l, na situação de máxima inclinação temos:

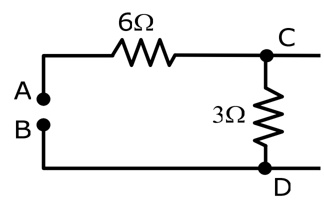


O ângulo α entre o espelho e S é 30º, pois α < 90 e sen α = 1/2.
Assim, o ângulo entre o raio incidente e a normal ao espelho é θ = 60º.

Logo, pela Lei dos senos: $\dfrac{d}{sen30^0} = \dfrac{l}{sen120^0}$ com l = 6 m, temos que

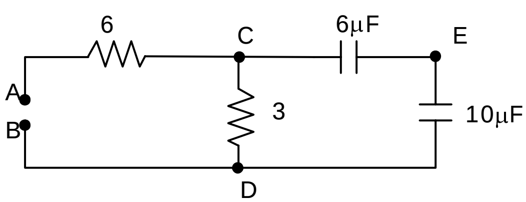
d = $2\sqrt{3}$ m

Como a tensão em AB é U = k . d, temos que U = 12 . $2\sqrt{3}$ = $24\sqrt{3}$ V
Com a chave Y aberta, podemos desenhar o seguinte circuito equivalente:



Na figura, temos U_{AB} = Ri $\Rightarrow$ i = $\dfrac{24\sqrt{3}}{9} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ A , portanto a DDP entre C e D é U_{CD} = $8\sqrt{3}$ V

No circuito:



Tendo U_{CD} = $8\sqrt{3}$v e o capacitor equivalente da associação em série :

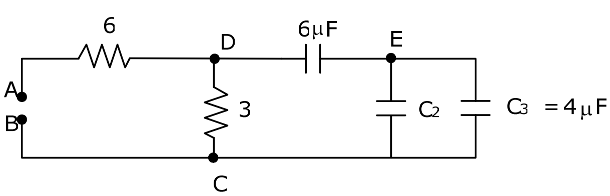
$C_{eq} = \dfrac{10.6}{10+6} = \dfrac{60}{16} = \dfrac{30}{8}$

A carga total armazenada nos capacitores será:

$$Q_T = C_{eq}U_{CD} = \frac{30}{8}.8\sqrt{3} = 30\sqrt{3}\ \mu C$$

Como os capacitores estão em série, a carga em ambos é igual a Q_T, daí podemos escrever, para o capacitor de 10μF:

Q_T = 10μ.U_3 $\Rightarrow$ U_3 = $3\sqrt{3}$V , sendo esse capacitor o equivalente de dois capacitores em paralelo. Temos o circuito:



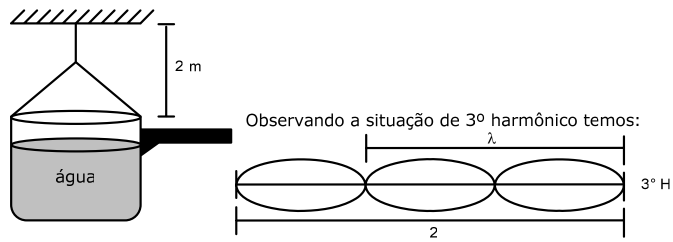
onde E = $\dfrac{CU_3^2}{2} = \dfrac{4.10^{-6}.(3\sqrt{3})^2}{2}$ $\Rightarrow$ **E = 54μJ**

QUESTÃO 4

Para ferver dois litros de água para o chimarrão, um gaúcho mantém uma panela de 500 g suspensa sobre a fogueira, presa em um galho de árvore por um fio de aço com 2 m de comprimento. Durante o processo de aquecimento são gerados pulsos de 100 Hz em uma das extremidades do fio. Este processo é interrompido com a observação de um regime estacionário de terceiro harmônico. Determine:
a) o volume de água restante na panela;
b) a quantidade de energia consumida neste processo.
Dados: massa específica linear do aço = 10^{-3} kg/m;
aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;
massa específica da água = 1 kg/L;
calor latente de vaporização da água = 2,26 MJ/kg.

RESOLUÇÃO

Esquematicamente temos:



a)

$2 = 3\dfrac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{4}{3}$m

$v = \lambda . f \Rightarrow v = \dfrac{4}{3}.100 \Rightarrow v = \dfrac{400}{3}$

Sabemos que:

$v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} \Rightarrow \left(\dfrac{400}{3}\right)^2 = \dfrac{T}{\mu} \Rightarrow \dfrac{16.10^4}{9} = \dfrac{T}{10^{-3}}$

$T = \dfrac{16.10^4.10^{-3}}{9}$ N logo a tração na corda é T = $\dfrac{160}{9}$ N

no equilíbrio temos $\vec{P} + \vec{T} = 0 \therefore$ P = T $\Rightarrow$ m . 10 = $\dfrac{160}{9} \Rightarrow m = \dfrac{16}{9}$kg

Portanto

$\dfrac{16}{9} = m_{H_2O} + m_{panela}$

$\dfrac{16}{9} - \dfrac{1}{2} = m_{H_2O}$

$m_{H_2O} = \dfrac{23}{18} = 1,277$ Kg : Sendo assim na situação em que o processo é interrompido, resta $\dfrac{23}{18}$ kg de água na panela. E conseqüentemente:

$d = \dfrac{m}{v} \Rightarrow 1\dfrac{kg}{L} = \dfrac{23}{18V} \Rightarrow V = \dfrac{23}{18}L \Rightarrow V = 1,277$ L

Sobram 1,277 L de água na panela
Como a variação de massa (Δm) de água na panela foi o que evaporou temos:

b) $\Delta m = 2 - \dfrac{23}{18} = \dfrac{13}{18}$ Kg

Q = m.L

$Q = \dfrac{13}{18}$. Kg . 2,26 $\dfrac{Mj}{Mg}$

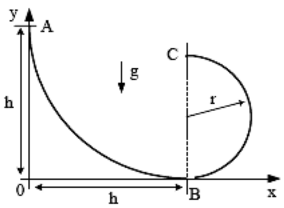
Q = 1,6 MJ

QUESTÃO 5

Uma partícula parte do repouso no ponto A e percorre toda a extensão da rampa ABC, mostrada na figura abaixo. A equação que descreve a rampa entre os pontos A, de coordenadas (0,h) e B, de coordenadas (h,0), é

$$y = \frac{x^2}{h} - 2x + h$$

enquanto entre os pontos B e C, de coordenadas (h,2r), a rampa é descrita por uma circunferência de raio r com centro no ponto de coordenadas (h,r). Sabe-se que a altura h é a mínima necessária para que a partícula abandone a rampa no ponto C e venha a colidir com ela em um ponto entre A e B. Determine o ponto de colisão da partícula com a rampa no sistema de coordenadas da figura como função apenas do comprimento r.



Dado: aceleração da gravidade = g.
OBS: despreze as forças de atrito e a resistência do ar.

RESOLUÇÃO

Para que a partícula abandone a rampa na condição crítica, temos N = 0 e $F_{cp} = P$

$$\frac{mv^2}{r} = mg \Rightarrow v = \sqrt{rg}$$

$$E_{M_I} = E_{M_F} \Rightarrow mgh = \frac{mv^2}{2} + mg2r \Rightarrow gh = \frac{rg}{2} + 2rg$$

$$h_{\min} = \frac{5r}{2}$$

Aos o abandono da partícula na rampa, a mesma inicia um movimento balístico, que pode ser decomposto em duas dimensões:

- Vertical (MUV)

$v_{0y} = 0$

$$\Delta y = v_{oy}t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \Delta y = \frac{gt^2}{2} \quad (I) \qquad onde \quad \Delta y = 2r - y$$

- Horizontal (MU)

$$v_x = -\sqrt{rg}$$

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -\sqrt{rg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = -\frac{\Delta x}{\sqrt{rg}} \qquad (II) \qquad onde \quad \Delta x = h - x$$

Substituindo a equação (II) em (I), temos

$$\Delta y = \frac{g\left(-\frac{\Delta x}{\sqrt{rg}}\right)^2}{2} \Rightarrow \Delta y = \frac{\Delta x^2}{2r} \Rightarrow 2r - y = \frac{(h-x)^2}{2r} \Rightarrow y = 2r - \frac{(h-x)^2}{2r}$$

Com h_{min} = 5r/2, temos: $$y_T = 2r - \frac{1}{2r}\left(\frac{5r}{2} - x\right)^2 \qquad (III)$$

Que é a equação da trajetória da partícula após ela abandonar a rampa.

A equação da rampa dada é: $$y_R = \frac{x^2}{h} - 2x + h$$

Com h_{min} = 5r/2, temos: $$y_R = \frac{2x^2}{5r} - 2x + \frac{5r}{2} \qquad (IV)$$

A interseção entre as curvas (III) e (IV) é então obtida igualando y_T com y_R

$$y_R = y_T$$

$$2r - \frac{1}{2r}\left(\frac{5r}{2} - x\right)^2 = \frac{2x^2}{5r} - 2x + \frac{5r}{2}$$

De onde se obtém dois valores de x:

$$x_1 = \left(\frac{15 + 4\sqrt{5}}{6}\right)r \qquad e \qquad x_2 = \left(\frac{15 - 4\sqrt{5}}{6}\right)r$$

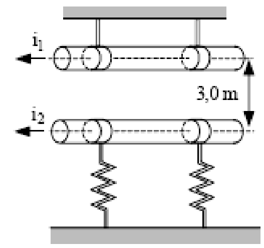
Como o ponto de intersecção é menor que h (da figura), temos que a raiz válida é x_2.
Substituindo x_2 na equação (IV), temos

$$y_2 = \frac{8}{9}r$$

De onde tiramos, no referencial dado, $$P = \left(\frac{15 - 4\sqrt{5}}{6}r; \frac{8}{9}r\right)$$

QUESTÃO 6

Considere duas barras condutoras percorridas pelas correntes elétricas i_1 e i_2, conforme a figura abaixo. A primeira está rigidamente fixada por presilhas e a segunda, que possui liberdade de movimento na direção vertical, está presa por duas molas idênticas, que sofreram uma variação de 1,0 m em relação ao comprimento nominal. Sabendo-se que $i_1 = i_2$ e que o sistema se encontra no vácuo, determine:

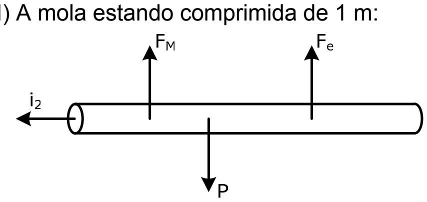


a) o valor das correntes para que o sistema permaneça estático;
b) a nova variação de comprimento das molas em relação ao comprimento nominal, mantendo o valor das correntes calculadas no pedido anterior, mas invertendo o sentido de uma delas.
Dados: comprimento das barras = 1,0 m;
massa de cada barra = 0,4 kg;
distância entre as barras = 3,0 m;
constante elástica das molas = 0,5 N/m;
aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;
permeabilidade do vácuo (μ_o)= $4\pi.10^{-7}$ T.m/A.

RESOLUÇÃO

a) A força resultante das duas molas é igual à soma de suas forças individuais. Assim, considerando uma mola equivalente, sua constante deve ser K = 2.0,5 = 1 N/m. Sabemos que a força magnética de uma barra na outra é de atração, ou seja, a força magnética na barra móvel é para cima e o peso é para baixo. Desse modo, podemos ter duas situações para a força elástica:

I) A mola estando comprimida de 1 m:



$F_M + F_{El} = P \Rightarrow kx + \frac{\mu\, i_1\, i_2\, \ell}{2\pi d} = mg$

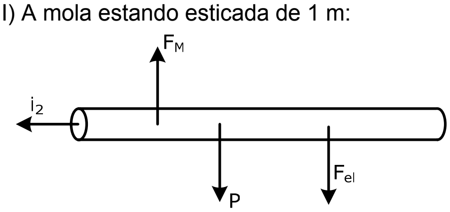
$$\frac{4\pi \,.\, 10^{-7} \,.\, i^2 \,.\, 1}{2\pi \,.\, 3} + 1 \,.\, 1 = 0{,}4 \,.\, 10$$

$$\frac{2}{3} \,.\, 10^{-7} \,.\, i^2 = 3$$

$$i^2 = \frac{9}{2} \,.\, 10^7$$

$$i = 3\sqrt{5} \,.\, 10^3 \text{ A}$$

II) A mola estando esticada de 1 m:



$P + F_{El} = F_M$

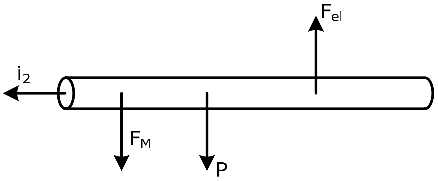
$$mg + kx = \frac{\mu\, i_1\, i_2\, \ell}{2\pi\, R}$$

$$0{,}4.10 + 1.1 = \frac{4\pi\,.\,10^{-7}\,.\,i^2\,.\,1}{2\pi\; 3}$$

$$\frac{5\,.\,3\,.\,10^7}{2} = i^2$$

$$i = 5\sqrt{3}\,.\,10^3 \text{ A}$$

b) Invertendo o sentido da corrente i_1 ou i_2, a força magnética atuante na barra dois será para baixo. Assim, a mola estará comprimida.



$F_{El} = F_M + P$

$$kx = \frac{\mu\, i^2\, \ell}{2\pi\, R} + mg$$

$$x = \frac{4\pi .10^{-7} i^2}{2\pi R} + 0{,}4.10$$

$$x = 4 + 2.10^{-7}\frac{i^2}{R}$$

Considerando que a mola estava comprimida (I):

$$i = 5\sqrt{3}\,.\,10^3 \text{ A}$$
$$R = 2 + x$$
$$x = 4 + 2.10^{-7}\frac{\left(5\sqrt{3}.10^3\right)^2}{4 + x}$$
$$x = 1 + 3\sqrt{2} \text{ m}$$

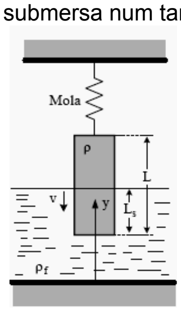
Considerando que a mola estava estendida (II):

$$i = 3\sqrt{5}\,.\,10^3 \text{ A e } R = 2 + x$$
$$x = 4 + 2.10^{-7}\frac{\left(3\sqrt{5}.10^3\right)^2}{2 + x}$$
$$x = \sqrt{31} \text{ m}$$

Obs.: Na realidade, não poderíamos considerar as barras infinitas, pois o comprimento dos fios não é muito maior que a distância entre as barras (de fato o comprimento é menor). Nesta situação a resolução sairia do escopo do ensino médio e provavelmente não era a solução esperada pela banca examinadora.

QUESTÃO 7

A figura ilustra uma barra de comprimento L = 2m com seção reta quadrada de lado a = 0,1m e massa específica ρ = 1,20 g/cm^3, suspensa por uma mola com constante elástica k = 100 N/m. A barra apresenta movimento somente no eixo vertical y e encontra-se parcialmente submersa num tanque com líquido de massa específica ρ_F = 1,00 g/cm^3.



Em um certo instante, observa-se que a mola está distendida de Δy = 0,9 m, que o comprimento da parte submersa da barra é L_s = 1,6 m e que a velocidade da barra é v = 1m/s no sentido vertical indicado na figura. Determine os comprimentos máximo (L_{max}) e mínimo (L_{min}) da barra que ficam submersos durante o movimento.

Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2.

OBS: despreze o atrito da barra com o líquido.

RESOLUÇÃO

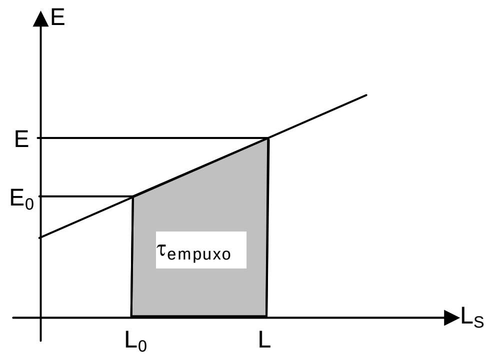
A energia mecânica total é a soma da energia potencial elástica, do trabalho da força peso, do trabalho do empuxo e da energia cinética.

$$E_M = E_{P_{elastica}} + \tau_{peso} + \tau_{empuxo} + E_C$$

Em $L_{máx}$ e $L_{mín}$ temos v = 0, portanto, adotando a referência para o cálculo do trabalho do peso e do empuxo o ponto onde a deformação da mola é zero, temos (mola não distendida):

$$E_M = \frac{k.y^2}{2} + (P - E_{medio})y \qquad \text{(I)}$$

Onde Δy = y = 0, E_m é o empuxo médio calculado segundo o gráfico abaixo:



Como L_S + y é constante (pois à medida que y aumenta L_S diminui), então L_S + y = 1,6 -0,9 = 0,7 m, portanto no ponto y = 0 temos L_0 = 0,7 m.

O empuxo é calculado de acordo com E = $\rho_f.A.L_s.g$.

Do gráfico, temos: E_0 = $\rho_f.0{,}01.L_0.g$ = 1000.0,01.0,7.10 = 70 N e $E_m = \dfrac{E + E_0}{2}$

No instante dado, em que Δy = -0,9 m e L_S = 1,6 m, temos:

$$E_M = \frac{k.y^2}{2} + (P - E_{medio})y + \frac{mv^2}{2} =$$

$$\frac{100.0{,}9^2}{2} + (\rho.V.g - \frac{E + E_0}{2})y + \frac{\rho.V.v^2}{2} =$$

$$40{,}5 + (1200.0{,}01.2.10 - \frac{1000.0{,}01.1{,}6.10 + 70}{2})(-0{,}9) + \frac{1200.0{,}01.2.(1)^2}{2} =$$

$$40{,}5 - 0{,}9.(240 - 115) + 12 \Rightarrow E_M = -60\text{J}$$

Substituindo este resultado em (I), temos:

$$50.y^2 + (\rho.V.g - \frac{E + E_0}{2})y = -60$$

$$50.y^2 + (1200.0{,}01.2.10 - \frac{1000.0{,}01.L_S.10 + 70}{2})y = -60$$

Como L_x + y = 0,7, temos:

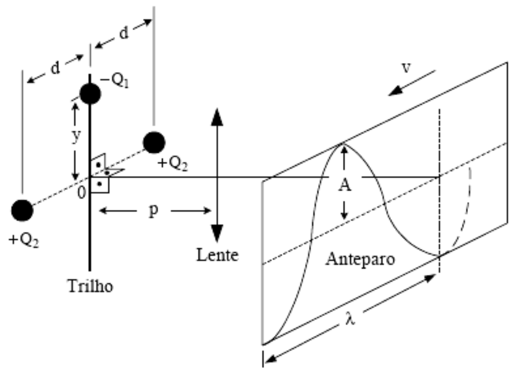
$$50.y^2 + \left(240 - \frac{100.(0{,}7 - y) + 70}{2}\right)y = -60$$

$100.y^2 + 170y + 60 = 0 \Rightarrow$ y = -0,5 ou y = -1,2, daí segue que:

$L_{mín}$ = 1,2 m e $L_{máx}$ = 1,9 m

QUESTÃO 8

Com o objetivo de medir o valor de uma carga elétrica negativa $-Q_1$ de massa m, montou-se o experimento abaixo. A carga de valor desconhecido está presa a um trilho e sofre uma interação elétrica devido à presença de duas cargas fixas, eqüidistantes dela, e de valor positivo $+Q_2$. O trilho é colocado em paralelo e a uma distância p de uma lente convergente de distância focal f. A carga $-Q_1$, inicialmente em repouso na posição apresentada na figura, é liberada sem a influência da gravidade, tendo seu movimento registrado em um anteparo que se desloca com velocidade v no plano da imagem de $-Q_1$ fornecida pela lente.



Em função de Q_2, A, d, p, f, v, m, λ e ε, determine:
a) a ordenada y inicial;
b) o valor da carga negativa $-Q_1$.
Dado: permissividade do meio = ε.
OBS: considere d >> y, ou seja, $d^2 + y^2 \cong d^2$.

RESOLUÇÃO

a) Temos que o aumento pode ser escrito como:

$$\frac{p'}{p} = \frac{y'}{y} \Rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{A}{y} \Rightarrow p' = \frac{A.p}{y}$$

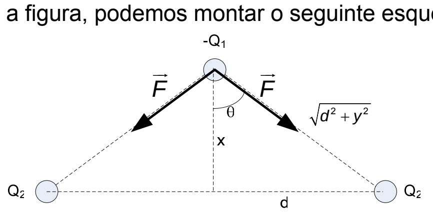
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{y}{A.p}$$

$$A.p = f.A + f.y$$

$$y = \frac{A(p-f)}{f}$$

b)
De acordo com a figura, podemos montar o seguinte esquema:



Temos que a força resultante na carga $-Q_1$ na direção vertical, pode ser dada por:

$$R = 2.F.\cos\theta$$

$$R = 2.\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1.Q_2}{\left(\sqrt{d^2+y^2}\right)^2}.\cos\theta$$

Da figura, podemos calcular $\cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{d^2+y^2}}$

Assim, temos, substituindo na primeira equação:

$$R = 2.\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1.Q_2}{\left(\sqrt{d^2+y^2}\right)^3}x$$

Mas, considerando $d^2 \cong d^2 + y^2$, temos

$$R = 2.\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1.Q_2}{d^3}x$$

Como a resultante é uma força restauradora, diretamente proporcional ao deslocamento e em torno de um ponto de equilíbrio, podemos considerar que o movimento será harmônico simples. Sabendo que o período de um MHS é igual a $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, com k a constante de restauração do sistema (F=k.x).
Assim, temos:

$$k = \frac{1}{2\pi\varepsilon}\frac{Q_1.Q_2}{d^3}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon d^3 m}{Q_1.Q_2}}$$

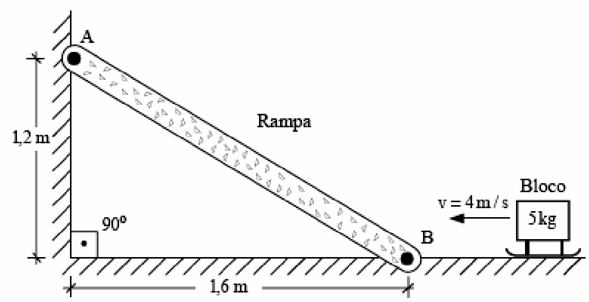
O comprimento de onda (λ), que é a distância percorrida pelo anteparo em x durante um período dividido pelo tempo de um período determina a velocidade na qual o anteparo se desloca no plano da imagem de $-Q_1$. Assim, temos:

$$v = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\dfrac{2\pi\varepsilon d^3 m}{Q_1.Q_2}}} \Rightarrow v^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2\dfrac{2\pi\varepsilon d^3 m}{Q_1.Q_2}} \Rightarrow v^2 = \frac{\lambda^2 Q_1.Q_2}{4\pi^2 2\pi\varepsilon d^3 m}$$

$$-Q_1 = -8\pi^3\varepsilon\frac{v^2 d^3 m}{\lambda^2 Q_2}$$

QUESTÃO 9

Um bloco de massa m = 5 kg desloca-se a uma velocidade de 4 m/s até alcançar uma rampa inclinada de material homogêneo, cujos pontos A e B são apoios e oferecem reações nas direções horizontal e vertical. A rampa encontra-se fixa e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa é igual a 0,05. Sabe-se que o bloco pára ao atingir determinada altura e permanece em repouso. Considerando que a reação vertical no ponto de apoio B após a parada do bloco seja de 89 N no sentido de baixo para cima, determine a magnitude, a direção e o sentido das demais reações nos pontos A e B.



Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2;
peso linear da rampa = 95 N/m.

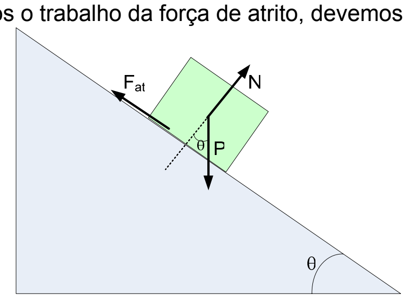
RESOLUÇÃO

$$E_{M_i} = \frac{mv^2}{2} = \frac{5.4^2}{2} = 40J$$

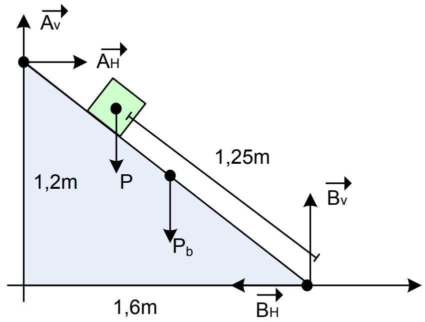
No momento em que o bloco atinge o equilíbrio sobre a rampa:

$$E_{M_{ii}} = E_P = mgh = 5.10h = 50h$$

Para calcularmos o trabalho da força de atrito, devemos considerar:



$W_{Fat} = F_{at}.d$
Seja d a distância percorrida pelo bloco, então
h = d.senθ.
Assim W_{Fat} = N.μ.d = P.cosθ.μ.h/senθ = P.μ.h/tg θ
Dos dados do problema, temos que tg θ = ¾. Assim:
W_{Fat} = 50.0,05.h.4/3 = 10h/3
A energia mecânica inicial é igual à energia mecânica final somada com a energia desperdiçada pelo atrito (trabalho da F_{at}). Assim
40 = 50h + 10h/3
h = 0,75 m
d = h/sen θ = 0,75/0,6 = 1,25 m

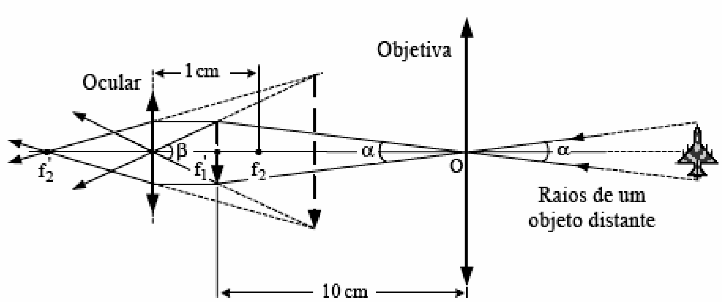


O sistema está em equilíbrio. Assim:
Equilíbrio de forças: $\Sigma F_V = 0$
$A_V + B_V = P + P_b$
$A_V + 89 = 50 + 95.2$
$A_V = 151N$
$\Sigma F_H = 0$
$A_H = B_H$

Equilíbrio de momentos em torno de A: $\Sigma_{MA} = 0$
$P.(2-1,25).\cos\theta + P_b.0,8 + B_H.1,2 = B_V.1,6$
$P.0,6 + P_b.0,8 + B_H.1,2 = B_V.1,6$
$50.0,6 + 190.0,8 + B_H . 1,2 = 89.1,6$
$B_H . 1,2 = 142,4 - 152 - 30$
$B_H . 1,2 = -39,6$
$B_H = -33N$
$A_H = -33N$
Assim, as forças pedidas são:
A_H: módulo = 33N; direção horizontal para a esquerda;
A_V: módulo = 151N; direção vertical para cima;
B_H: módulo = 33N; direção horizontal para a direita.

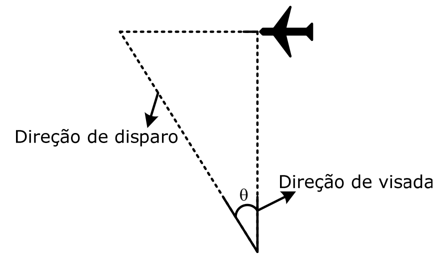
QUESTÃO 10

Suponha que você seja o responsável pela operação de um canhão antiaéreo. Um avião inimigo está passando em uma trajetória retilínea, distante de sua posição, a uma altura constante e com velocidade v = 900 km/h. A imagem deste avião no seu aparelho de pontaria possui comprimento l = 5 cm, mas você reconheceu este avião e sabe que o seu comprimento real é L = 100 m. Ao disparar um projétil deste canhão, sua trajetória é retilínea a velocidade constante u = 500 m/ s. No momento em que a aeronave se encontra perfeitamente ortogonal à linha de visada do aparelho de pontaria, determine:
a) o desvio angular θ entre o aparelho de pontaria e o tubo do canhão para que você acerte o centro do avião ao disparar o gatilho com a aeronave no centro do visor;
b) o aumento M do aparelho de pontaria;
c) o tempo t até o projétil alcançar o centro do avião.
OBS: considere que o aparelho de pontaria possa ser tratado como um telescópio de refração, conforme mostra a figura esquemática abaixo, constituído por apenas duas lentes convergentes, denominadas objetiva e ocular, cujas distâncias focais são, respectivamente, f_1 = 10 cm e f_2 = 1 cm. Considere ainda que os ângulos α e β sejam pequenos.



RESOLUÇÃO

a) Esquematicamente temos:



Para que haja encontro entre a bala e o avião temos que o componente da direção da velocidade da bala na direção do avião deve ser igual ao avião, logo:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{V_{avião}}{V_{bala}} = \frac{\frac{900}{3,6}}{500} = \frac{1}{2}\text{, logo } \theta = 30^\circ$$

b) $M = \frac{f_1}{f_2} = 10$

c) Para se determinar *t*, deve-se conhecer a distância do avião até a lente objetiva (d), dada por

$$\frac{d}{100} = \frac{0,1}{|o_1|} \quad \text{(semelhança de triângulos na figura)}$$

Para se determinar o tamanho da imagem na objetiva $|i_1|$, deve se determinar o tamanho do objeto da ocular, pois $i_1 = o_2$.
Pelas informações do objeto e da imagem da ocular, tem-se

$$\frac{i_2}{o_2} = -\frac{p_2'}{p_2} \Rightarrow \frac{-0,05}{o_2} = -\frac{p_2'}{p_2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{0,01} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \quad (2)$$

Pelas equações (1) e (2), tem-se uma indeterminação na determinação da incógnita $o_2 = \frac{100p_2 - 1}{20}$ e assim:

$$d = \frac{200}{|100p_2 - 1|}$$

Como p_2 é arbitrário, isto é, pode ser escolhido no ajuste da posição da ocular em relação à objetiva, independentemente dos dados do problema, o problema não apresenta resposta numérica para a alternativa (c).
Caso o aluno considere a luneta na condição de máxima ampliação p_2' = -0,25 m (isto é, a imagem da ocular a cerca de 25cm do globo ocular), obtém-se de (2) $p_2 = \frac{1}{104}m$ e $d = 5200m$. Nesse caso, o tempo de percurso é (veja a figura do item (a))

$$(500t)^2 = 5200^2 + (250t)^2$$

$$t = \frac{5200}{\sqrt{500^2 - 250^2}} = \frac{104\sqrt{3}}{15} \cong 12s$$