ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
campinas

Resolve

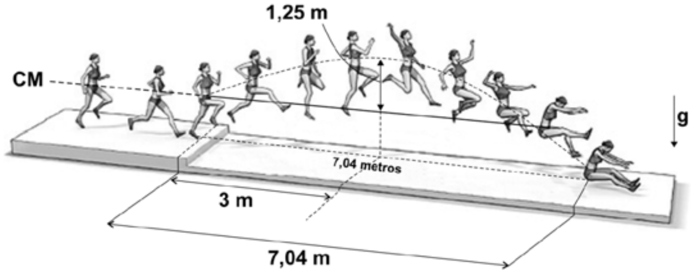
FUVEST 2ª FASE - 2009
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

FÍSICA

QUESTÃO 01

O salto que conferiu a medalha de ouro a uma atleta brasileira, na Olimpíada de 2008, está representado no esquema ao lado, reconstruído a partir de fotografias múltiplas. Nessa representação, está indicada, também, em linha tracejada, a trajetória do centro de massa da atleta (CM). Utilizando a escala estabelecida pelo comprimento do salto, de 7,04 m, é possível estimar que o centro de massa da atleta atingiu uma altura máxima de 1,25 m (acima de sua altura inicial), e que isso ocorreu a uma distância de 3,0 m, na horizontal, a partir do início do salto, como indicado na figura. Considerando essas informações, estime:



a) O intervalo de tempo t_1, em s, entre o instante do início do salto e o instante em que o centro de massa da atleta atingiu sua altura máxima.

b) A velocidade horizontal média, V_H, em m/s, da atleta durante o salto.

c) O intervalo de tempo t_2, em s, entre o instante em que a atleta atingiu sua altura máxima e o instante final do salto.

> NOTE E ADOTE:
> Desconsidere os efeitos da resistência do ar.

Resolução

a) Do início do salto até o topo da trajetória, o CM da atleta sobe 1,25m e sua velocidade vertical se anula. Pela simetria, temos que em um mesmo tempo o CM desce até sua altura inicial a partir de uma velocidade nula. Analisando o movimento de descida, pelas fórmulas do M.U.V. podemos escrever:

$$\Delta y = V_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow -h = -\frac{g \cdot t_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow t_1^2 = \frac{2 \cdot h}{g} = \frac{2 \cdot 1{,}25}{10} = 0{,}25 \Rightarrow \boxed{t_1 = 0{,}5 s}$$

b) Do início do salto até o topo da trajetória, o CM da atleta percorre 3m na horizontal, em um tempo $t_1 = 0{,}5$ s. Como V_H é constante, temos:

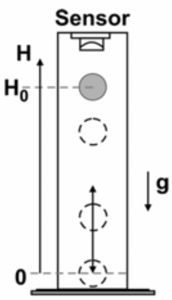
$$V_H = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{0{,}5} = \boxed{6 \ m/s}$$

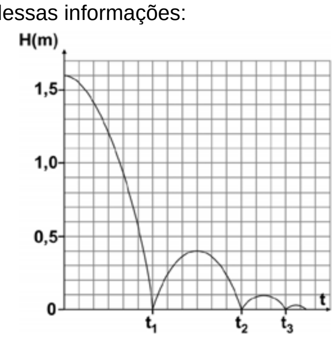
c) No intervalo de tempo considerado, o CM da atleta percorre $(7{,}04 - 3) = 4{,}04$ m com uma velocidade horizontal de 6m/s. Logo:

$$V_H = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 6 = \frac{4{,}04}{t_2} \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{101}{150} \approx 0{,}67}$$

QUESTÃO 02

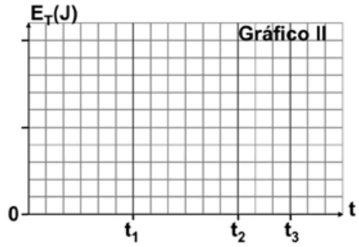
Para testar a elasticidade de uma bola de basquete, ela é solta, a partir de uma altura H_0, em um equipamento no qual seu movimento é monitorado por um sensor. Esse equipamento registra a altura do centro de massa da bola, a cada instante, acompanhando seus sucessivos choques com o chão. A partir da análise dos registros, é possível, então, estimar a elasticidade da bola, caracterizada pelo **coeficiente de restituição** C_R. O gráfico apresenta os registros de alturas, em função do tempo, para uma bola de massa **M** = 0,60 kg, quando ela é solta e inicia o movimento com seu centro de massa a uma altura H_0 = 1,6 m, chocando-se sucessivas vezes com o chão. A partir dessas informações:





a) Represente, no Gráfico I da folha de respostas, a energia potencial da bola, E_P, em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.

b) Represente, no Gráfico II da folha de respostas, a energia mecânica total da bola, E_T, em joules, em função do tempo, indicando os valores na escala.



c) Estime o coeficiente de restituição C_R dessa bola, utilizando a definição apresentada abaixo.

> O **coeficiente de restituição**, $C_R = V_R / V_I$, é a razão entre a velocidade com que a bola é rebatida pelo chão (V_R) e a velocidade com que atinge o chão (V_I), em cada choque. Esse coeficiente é aproximadamente constante nas várias colisões.

> NOTE E ADOTE:
> Desconsidere a deformação da bola e a resistência do ar.

Resolução

a) Como a energia potencial em relação ao mesmo referencial da figura é diretamente proporcional à altura ($E_P = m \cdot h \cdot g$), o gráfico da energia potencial tem o mesmo formato que o da altura a menos da escala (formando arcos de parábola). Determinaremos os vértices das parábolas (energia potencial máxima):

A energia potencial máxima para $0 \le t < t_1$ é dada por:

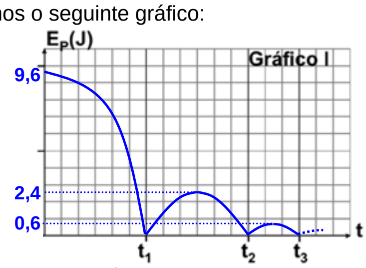
$$E_{P0} = m \cdot g \cdot H_0 = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 1{,}6 = 9{,}6 J$$

Analogamente, como do gráfico temos $H_1 = 0{,}4m$ e $H_2 = 0{,}1m$:

Para $t_1 \le t < t_2 \Rightarrow E_{P1} = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 0{,}4 = 2{,}4 J$

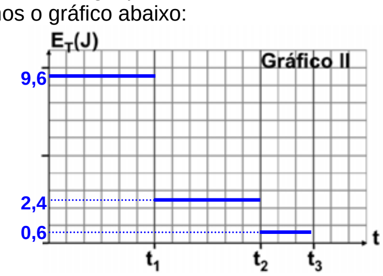
Para $t_2 \le t < t_3 \Rightarrow E_{P3} = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 0{,}1 = 0{,}6 J$

Dessa forma, temos o seguinte gráfico:



b) Desconsiderando a resistência do ar temos que, entre os choques, a bola se constitui num sistema conservativo. Assim a energia mecânica total ($E_T = E_P + E_C$) entre cada choque é constante. Como no momento em que a energia potencial é máxima a bola se encontra sem energia cinética, esta energia total é igual à energia potencial máxima de cada intervalo.

Deste modo, temos o gráfico abaixo:



c) Como entre os choques o sistema é conservativo e parte do repouso, temos que a relação entre a altura máxima e a velocidade máxima (altura nula) para cada intervalo de tempo é dada por:

$$mgh_{máx} = \frac{mv_{máx}^2}{2} \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{2gh_{máx}}$$

Analisando o 1º choque:

Para $0 \le t < t_1$, temos $h_{máx} = 1{,}6m$ e dessa forma a velocidade de aproximação é dada por $V_I = v_{máx} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}6} = 4\sqrt{2}\ m/s$

Para $t_1 \le t < t_2$, temos $h_{máx} = 0{,}4m$ e dessa forma a velocidade de afastamento é dada por $V_R = v_{máx} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}4} = 2\sqrt{2}\ m/s$

Logo, temos $\boxed{C_R = \frac{V_R}{V_I} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}}$

RESOLUÇÃO ALTERNATIVA

Sejam:

h_A – altura máxima anterior ao choque;
h_P – altura máxima posterior ao choque.

Temos que:

Antes do choque: $mgh_A = \frac{mV_I^2}{2} \Rightarrow V_I = \sqrt{2gh_A}$.

Depois do choque: $\frac{mV_R^2}{2} = mgh_P \Rightarrow V_R = \sqrt{2gh_P}$

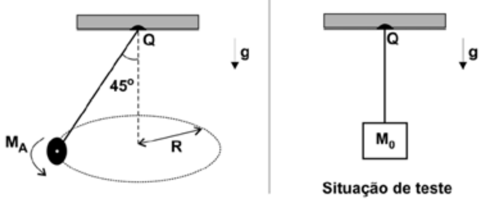
Dessa forma $C_R = \frac{V_R}{V_I} = \frac{\sqrt{2gh_P}}{\sqrt{2gh_A}} = \sqrt{\frac{h_P}{h_A}}$

Para qualquer um dos choques, como do gráfico temos $H_0 = 1{,}6m$, $H_1 = 0{,}4m$ e $H_2 = 0{,}1m$

$$\boxed{C_R = \sqrt{\frac{H_1}{H_0}} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} = ... = \frac{1}{2}}.$$

QUESTÃO 03

Um acrobata, de massa $\mathbf{M_A}$ = 60 kg, quer realizar uma apresentação em que, segurando uma corda suspensa em um ponto Q fixo, pretende descrever um círculo de raio **R** = 4,9 m, de tal forma que a corda mantenha um ângulo de 45º com a vertical. Visando garantir sua total segurança, há uma recomendação pela qual essa corda deva ser capaz de suportar uma tensão de, no mínimo, três vezes o valor da tensão a que é submetida durante a apresentação. Para testar a corda, com ela parada e na vertical, é pendurado em sua extremidade um bloco de massa $\mathbf{M_0}$, calculada de tal forma que a tensão na corda atenda às condições mínimas estabelecidas pela recomendação de segurança. Nessa situação:

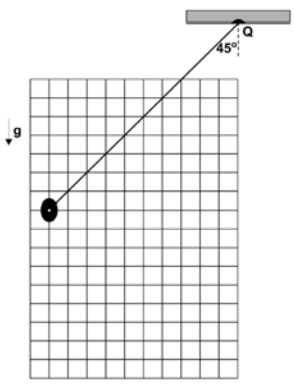


Situação de teste

a) Represente, no esquema da folha de respostas, a direção e o sentido das forças que agem sobre o acrobata, durante sua apresentação, identificando-as, por meio do desenho em escala ao lado.

b) Estime o tempo $\mathbf{t_A}$, em segundos, que o acrobata leva para dar uma volta completa em sua órbita circular.

c) Estime o valor da massa $\mathbf{M_0}$, em kg, que deve ser utilizada para realizar o teste de segurança.



NOTE E ADOTE:
Força centrípeta $F_C = m\ v^2/R$
Adote $\pi \cong 3$

Resolução

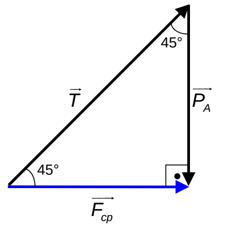
a) Existem duas forças agindo no acrobata: a tração e seu peso. Temos ainda que a componente vertical da tração deve anular o peso do acrobata (movimento não acelerado na vertical), logo:

$$T_y = T \cdot sen45° = P_A$$

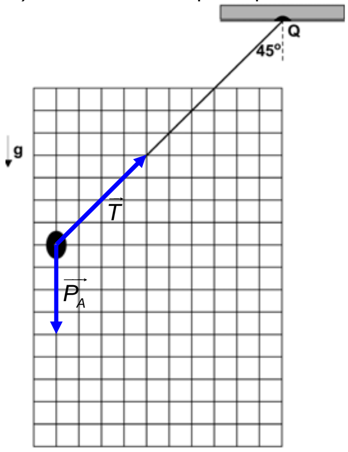
E assim, a componente horizontal da tração T_x é a resultante centrípeta.

$$T_x = T.\cos 45° = F_{cp}$$

Observe que $T_x = T_y = P_a$ e que é possível formar um triângulo retângulo e isósceles de hipotenusa $\vec{T}$ e catetos com módulos iguais a $|\vec{P_A}|$. Qualquer representação deve levar a escala ao lado em consideração.



No entanto, apenas as forças $\vec{T}$ e $\vec{P_A}$ devem ser representadas (pois $\vec{F_{cp}}$ é apenas a resultante) e assim, uma resposta possível é:



b) Do item anterior sabemos que

$$T_x = P_A = F_{cp} \Rightarrow M_A \cdot g = \frac{M_a \cdot v^2}{R} \Rightarrow v^2 = R \cdot g$$

$$v^2 = 4{,}9 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 7\ m/s}$$

Uma volta completa possui comprimento $2\pi R$, daí:

$$v = \frac{2\pi R}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4{,}9}{7} \Rightarrow \boxed{t_A = 4{,}2\ s}$$

c) Como a corda deve suportar o triplo da tração pela qual ela é submetida durante a apresentação, temos: $M_0 \cdot g = 3 \cdot T$

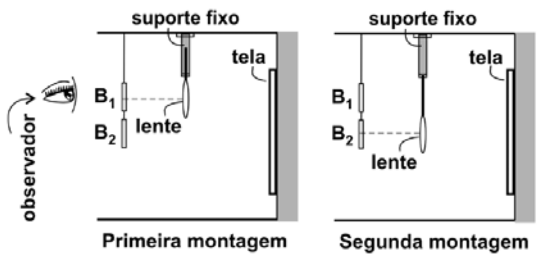
Do item (a) sabemos que: $T \cdot sen45° = P_A \Rightarrow T = P_A\sqrt{2}$, logo:

$$M_0 \cdot g = 3 \cdot P_A\sqrt{2} \Rightarrow M_0 = 3 \cdot M_A\sqrt{2} = 3 \cdot 60\sqrt{2}.$$

De onde concluímos que $\boxed{M_0 = 180\sqrt{2}\ kg}$

QUESTÃO 04

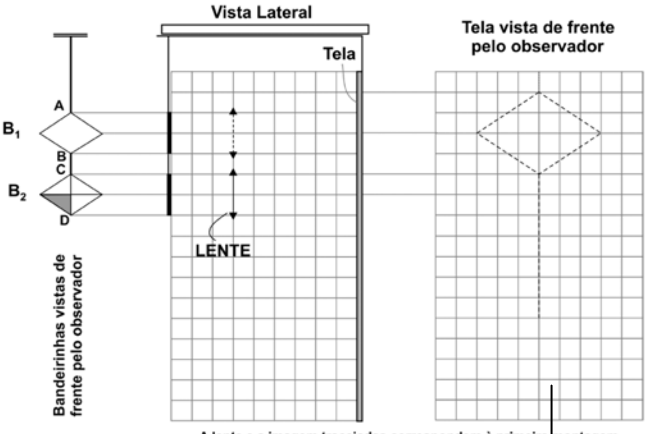
Na montagem de uma exposição, um decorador propôs a projeção, através de uma lente pendurada em um suporte fixo, da imagem de duas bandeirinhas luminosas, $\mathbf{B_1}$ e $\mathbf{B_2}$, sobre uma tela. Em sua primeira tentativa, no entanto, apenas a imagem de B_1 pôde ser vista na tela (primeira montagem). Para viabilizar, então, sua proposta, o decorador deslocou a lente para baixo, obtendo, assim, as imagens das duas bandeirinhas sobre a tela (segunda montagem). As bandeirinhas encontram-se reproduzidas na folha de respostas, assim como, em linhas tracejadas, a posição da lente e a imagem obtida na primeira montagem. Para visualizar as imagens que passam a ser observadas na segunda montagem, utilizando o esquema da folha de respostas:



a) Determine, a partir da imagem correspondente à primeira montagem (em linha tracejada), a posição do foco da lente, identificando-a na figura pela letra **F**.

b) Construa a imagem completa que a bandeirinha $\mathbf{B_2}$ projeta sobre a tela, na segunda montagem, traçando as linhas de construção necessárias e indicando as imagens de C e D, por C' e D', respectivamente.

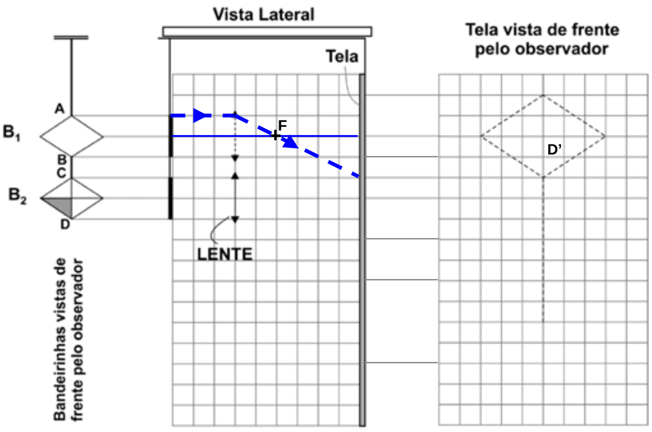
c) Construa a imagem completa que a bandeirinha $\mathbf{B_1}$ projeta sobre a tela, na segunda montagem, traçando as linhas de construção necessárias e indicando as imagens de A e B, por A' e B', respectivamente.



A lente e a imagem tracejadas correspondem à primeira montagem

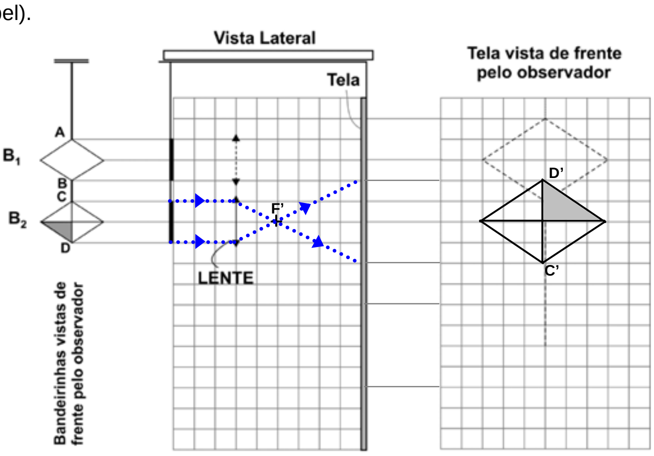
Resolução

a) Usa-se um raio saindo de A, paralelo ao eixo principal e que, após o desvio na lente, vai até a imagem do ponto A na situação I. Onde o raio desviado cruzar o eixo principal (que coincide com a linha que passa pelo centro da figura pela simetria da imagem), tem-se o foco (linha tracejada).



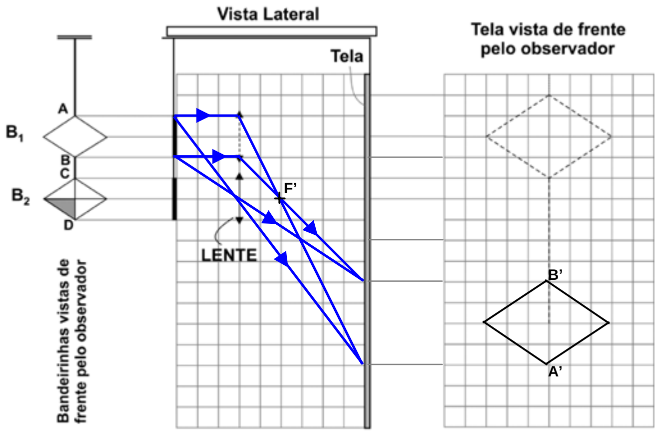
A lente e a imagem tracejadas correspondem à primeira montagem

b) Com o foco em nova posição (F'), que se encontra à mesma distância da lente, traçam-se raios notáveis incidentes, paralelos ao eixo principal saindo tanto de C como de D para achar as imagens C' e D' (linhas pontilhadas). Não são necessários 2 raios notáveis por ponto pois a situação II para B_2 é análoga à situação I para B_1 (mesmo aumento). Além disso a inversão da imagem se dá tanto na vertical (o triângulo assinalado que está abaixo do centro da bandeirinha tem sua imagem formada acima do centro da imagem da bandeirinha) como na horizontal (note que na visão do observador, o triângulo assinalado está dentro do plano do papel e sua imagem se forma, na visão do mesmo observador, fora do plano do papel).



A lente e a imagem tracejadas correspondem à primeira montagem

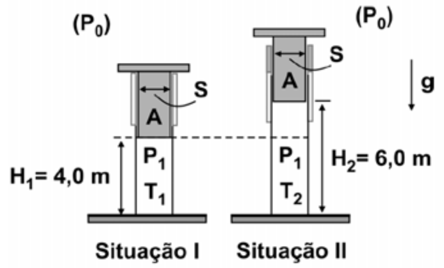
c) Como a imagem não depende do tamanho da lente, considera-se a lente na situação II com o tamanho suficiente para traçar raios incidentes paralelos ao eixo principal saindo tanto de A como de B. Além desses raios, traçam-se outros saindo também de A e de B que passam pelo centro óptico da lente (linhas cheias) Com esses raios acham-se as imagens A' e B'.



A lente e a imagem tracejadas correspondem à primeira montagem

QUESTÃO 05

Um grande cilindro, com ar inicialmente à pressão $\mathbf{P_1}$ e temperatura ambiente ($\mathbf{T_1}$ = 300 K), quando aquecido, pode provocar a elevação de uma plataforma **A**, que funciona como um pistão, até uma posição mais alta. Tal processo exemplifica a transformação de calor em trabalho, que ocorre nas máquinas térmicas, à pressão constante. Em uma dessas situações, o ar contido em um cilindro, cuja área da base **S** é igual a 0,16 m^2, sustenta uma plataforma de massa $\mathbf{M_A}$ = 160 kg a uma altura $\mathbf{H_1}$ = 4,0 m do chão (situação I). Ao ser aquecido, a partir da queima de um combustível, o ar passa a uma temperatura $\mathbf{T_2}$, expandindo-se e empurrando a plataforma até uma nova altura $\mathbf{H_2}$ = 6,0 m (situação II). Para verificar em que medida esse é um processo eficiente, estime:



a) A pressão $\mathbf{P_1}$ do ar dentro do cilindro, em pascals, durante a operação.

b) A temperatura $\mathbf{T_2}$ do ar no cilindro, em kelvins, na situação II.

c) A eficiência do processo, indicada pela razão **R** = $\mathbf{\Delta E_p / Q}$, onde $\mathbf{\Delta E_p}$ é a variação da energia potencial da plataforma, quando ela se desloca da altura H_1 para a altura H_2, e **Q**, a quantidade de calor recebida pelo ar do cilindro durante o aquecimento.

> NOTE E ADOTE:
> PV = nRT; $P_{atmosférica} = P_0 = 1{,}00 \times 10^5$ Pa; 1 Pa = 1 N/m^2
> Calor específico do ar a pressão constante $C_p \approx 1{,}0 \times 10^3$ J/(kg·K)
> Densidade do ar a 300 K ≈ 1,1 kg/m^3

Resolução

a) A pressão a que o gás está submetido é igual à soma da pressão atmosférica com a pressão exercida pela força peso da plataforma:

$$P_1 = P_0 + \frac{M_A \cdot |\vec{g}|}{S} = 1{,}00 \cdot 10^5 + \frac{160 \cdot 10}{0{,}16} \Rightarrow \boxed{P_1 = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

b) Lembrando que o processo é isobárico (pressão constante), temos:

$$P_2 = P_1 = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Como o número de mols de ar no cilindro permanece constante, vale a Lei Geral dos Gases Perfeitos:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1 \cdot (S \cdot H_1)}{T_1} = \frac{P_1 \cdot (S \cdot H_2)}{T_2} \Rightarrow \frac{4{,}0}{300} = \frac{6{,}0}{T_2} \Rightarrow \boxed{T_2 = 450 \text{ K}}$$

c) A variação de energia potencial da plataforma é dada por:

$$\Delta E_p = M_A \cdot |\vec{g}| \cdot \Delta H = 160 \cdot 10 \cdot (6{,}0 - 4{,}0) \Rightarrow \Delta E_p = 3{,}2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

À temperatura $T_1 = 300$ K, o ar ocupa um volume V_1 dado por:

$$V_1 = S \cdot H_1 = 0{,}16 \cdot 4 \Rightarrow V_1 = 0{,}64 \text{ m}^3$$

Assim, como a densidade do ar a 300 K é $\rho = 1{,}1 \text{ kg/m}^3$, a massa de ar aprisionada no cilindro é:

$$\rho = \frac{m_{AR}}{V_1} \Rightarrow 1{,}1 = \frac{m_{AR}}{0{,}64} \Rightarrow m_{AR} = 0{,}704 \text{ kg}$$

Sendo um processo isobárico, o calor recebido pelo ar no cilindro é:

$$Q = m_{AR} \cdot C_p \cdot \Delta T = 0{,}704 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (450 - 300) \Rightarrow Q = 1{,}056 \cdot 10^5 \text{ J}$$

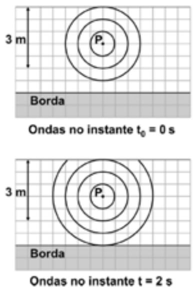
Portanto, a eficiência R do processo vale:

$$R = \frac{\Delta E_p}{Q} = \frac{3{,}2 \cdot 10^3}{1{,}056 \cdot 10^5} \Rightarrow \boxed{R \approx 0{,}03 = 3\%}$$

QUESTÃO 06

Em um grande tanque, uma haste vertical sobe e desce continuamente sobre a superfície da água, em um ponto P, com freqüência constante, gerando ondas, que são fotografadas em diferentes instantes. A partir dessas fotos, podem ser construídos esquemas, onde se representam as cristas (regiões de máxima amplitude) das ondas, que correspondem a círculos concêntricos com centro em P.

Dois desses esquemas estão apresentados ao lado, para um determinado instante t_0 = 0 s e para outro instante posterior, t = 2 s. Ao incidirem na borda do tanque, essas ondas são refletidas, voltando a se propagar pelo tanque, podendo ser visualizadas através de suas cristas. Considerando tais esquemas:



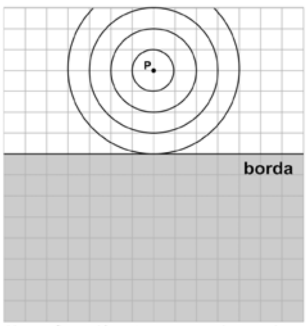
a) Estime a velocidade de propagação **V**, em m/s, das ondas produzidas na superfície da água do tanque.

b) Estime a freqüência **f**, em Hz, das ondas produzidas na superfície da água do tanque.

c) Represente, na folha de respostas, as cristas das ondas que seriam visualizadas em uma foto obtida no instante t = 6,0 s, incluindo as ondas refletidas pela borda do tanque.

a) V = m/s

b) f = Hz



Nessa figura, já estão representadas as cristas das ondas visíveis no instante t = 2,0 s

NOTE E ADOTE:
Ondas, na superfície da água, refletidas por uma borda vertical e plana, propagam-se como se tivessem sua origem em uma imagem da fonte, de forma semelhante à luz refletida por um espelho.

Resolução

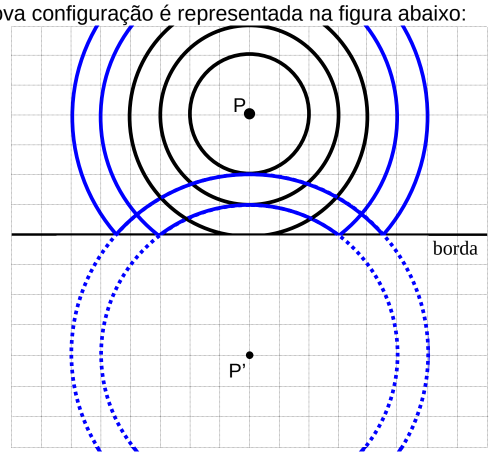
a) Observando as cristas nas duas imagens, podemos ver que cada uma delas desloca-se de uma distância equivalente ao lado de um quadrado (da figura em escala) do instante $t_0 = 0$ ao instante $t = 2$ s. Como os lados de 5 quadrados possuem juntos 3 m de comprimento, cada quadrado possui lado igual a $\frac{3}{5} = 0{,}6$ m e, portanto:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{0{,}6}{2} \Rightarrow \boxed{V = 0{,}3 \text{ m/s}}$$

b) Pela figura, vemos que a distância entre duas cristas (comprimento de onda) é igual a $0{,}6$ m. Assim, temos:

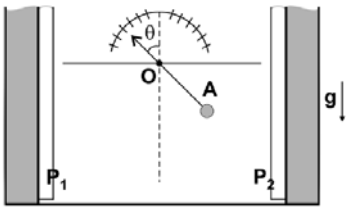
$$V = \lambda \cdot f \Rightarrow 0{,}3 = \frac{3}{5} \cdot f \Rightarrow \boxed{f = 0{,}5 \text{ Hz}}$$

c) Como o próprio enunciado sugere, podemos construir uma imagem de P (aqui chamada de P') e imaginar que P' também gera ondas iguais às produzidas por P. Estas ondas, quando do outro lado do diagrama abaixo, representam as ondas refletidas na borda. Temos duas cristas a mais, pois decorreram 4 s (de $t = 2$ s até $t = 6$ s) e o período da onda é de 2 s. Assim, a nova configuração é representada na figura abaixo:

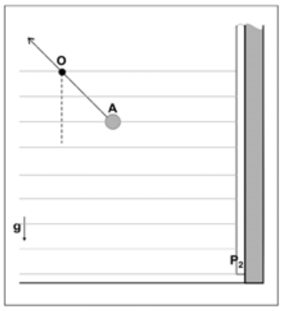


QUESTÃO 07

Um campo elétrico uniforme, de módulo **E**, criado entre duas grandes placas paralelas carregadas, P_1 e P_2, é utilizado para estimar a carga presente em pequenas esferas. As esferas são fixadas na extremidade de uma haste isolante, rígida e muito leve, que pode girar em torno do ponto O. Quando uma pequena esfera A, de massa **M** = 0,015 kg e carga **Q**, é fixada na haste, e sendo **E** igual a 500 kV/m, a esfera assume uma posição de equilíbrio, tal que a haste forma com a vertical um ângulo θ = 45º. Para essa situação:



a) Represente, no esquema da folha de respostas, a força gravitacional **P** e a força elétrica $\mathbf{F_E}$ que atuam na esfera A, quando ela está em equilíbrio sob ação do campo elétrico. Determine os módulos dessas forças, em newtons.



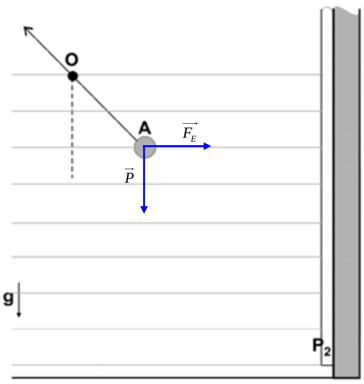
b) Estime a carga **Q**, em coulombs, presente na esfera.

c) Se a esfera se desprender da haste, represente, no esquema da folha de respostas, a trajetória que ela iria percorrer, indicando-a pela letra **T**.

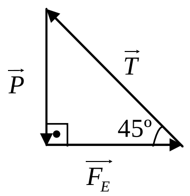
NOTE E ADOTE:
Desconsidere efeitos de indução eletrostática.

Resolução

a) A representação das forças pedidas é a seguinte:



Podemos formar o triângulo retângulo ao lado com as forças Peso, a força elétrica e a tração exercida pela haste (cuja soma é nula, por termos um equilíbrio estático).



Tomando a tangente, temos:

$$tg\,45^o = \frac{|\vec{P}|}{|\vec{F}_E|} = 1 \Rightarrow |\vec{F}_E| = |\vec{P}| = Mg = 0{,}015 \cdot 10 = 0{,}15N$$

$$\text{Logo } \boxed{|\vec{F}_E| = |\vec{P}| = 0{,}15N}$$

b) A força devida ao campo elétrico uniforme **E** é dada por:

$$|\vec{F}_E| = Q \cdot E = Q \cdot 500 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^5 \cdot Q$$

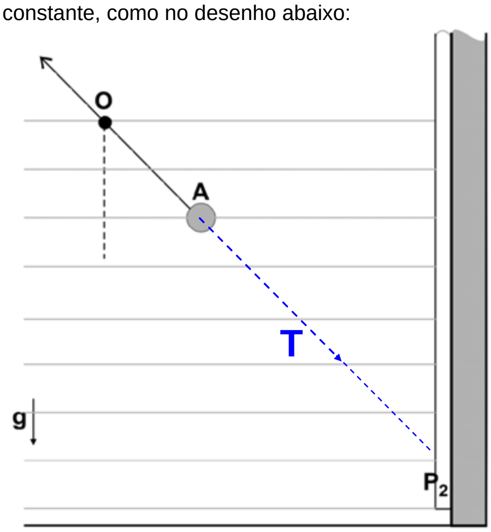
Mas do item anterior:

$$|\vec{F}_E| = 0{,}15N \Rightarrow 0{,}15 = 5 \cdot 10^5 \cdot Q \Rightarrow \boxed{Q = 3 \cdot 10^{-7} C}$$

c) Pelo triângulo de forças do item (a) fica fácil ver que enquanto a carga estiver fixada à haste temos $\vec{F}_E + \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_E + \vec{P} = -\vec{T}$.

Após soltar-se da haste, a força $\vec{T}$ deixa de atuar e a força resultante na carga é apenas $\vec{F}_E + \vec{P} = -\vec{T}$.

Desse modo, a carga irá deslocar-se com mesma direção da haste e sentido oposto, dirigindo-se para baixo e para a direita, num movimento de aceleração constante, como no desenho abaixo:



QUESTÃO 08

Com o objetivo de criar novas partículas, a partir de colisões entre prótons, está sendo desenvolvido, no CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares), um grande acelerador (LHC). Nele, através de um conjunto de ímãs, feixes de prótons são mantidos em órbita circular, com velocidades muito próximas à velocidade **c** da luz no vácuo. Os feixes percorrem longos tubos, que juntos formam uma circunferência de 27 km de comprimento, onde é feito vácuo. Um desses feixes contém **N** = 3,0 x 10^{14} prótons, distribuídos uniformemente ao longo dos tubos, e cada próton tem uma energia cinética **E** de 7,0 x 10^{12} eV. Os prótons repassam inúmeras vezes por cada ponto de sua órbita, estabelecendo, dessa forma, uma corrente elétrica no interior dos tubos. Analisando a operação desse sistema, estime:

a) A energia cinética total $\mathbf{E_C}$, em joules, do conjunto de prótons contidos no feixe.

b) A velocidade **V**, em km/h, de um trem de 400 toneladas que teria uma energia cinética equivalente à energia do conjunto de prótons contidos no feixe.

c) A corrente elétrica **I**, em ampères, que os prótons em movimento estabelecem no interior do tubo onde há vácuo.

> NOTE E ADOTE:
> q = Carga elétrica de um próton = 1,6 x 10^{-19} C
> c = 3,0 x 10^8 m/s
> 1 eletron-volt = 1 eV = 1,6 x 10^{-19} J

ATENÇÃO ! Não utilize expressões envolvendo a massa do próton, pois, como os prótons estão a velocidades próximas à da luz, os resultados seriam incorretos.

Resolução

a) A energia cinética total é dada pelo produto do número de prótons pela energia de cada próton:

$$E_C = N \cdot E = 3{,}0 \cdot 10^{14} \cdot 7{,}0 \cdot 10^{12} = 2{,}1 \cdot 10^{27} \text{ eV}$$

Em joules, temos:

$$E_C = 2{,}1 \cdot 10^{27} \text{ eV} = 2{,}1 \cdot 10^{27} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \boxed{E_C \approx 3{,}4 \cdot 10^8 \text{ J}}$$

b) A energia cinética do trem se relaciona com sua velocidade de acordo com $E_C = \dfrac{m \cdot V^2}{2}$. Dessa forma:

$$3{,}4 \cdot 10^8 = \frac{(400 \cdot 10^3) \cdot V^2}{2} \Rightarrow V^2 = \frac{3{,}4 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^5} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{1700} \text{ m/s} \approx 41 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V \approx 148 \text{ km/h}}$$

c) Todos os prótons (associados a uma carga Q_{TOTAL}) atravessam uma seção qualquer do tubo, percorrendo 27 km com uma velocidade próxima à da luz. O tempo necessário para que cada próton complete uma volta (período *T*) é calculado por:

$$c = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 3{,}0 \cdot 10^8 = \frac{27 \cdot 10^3}{T} \Rightarrow T = 9{,}0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Neste intervalo de tempo, a carga total que percorre uma seção qualquer é:

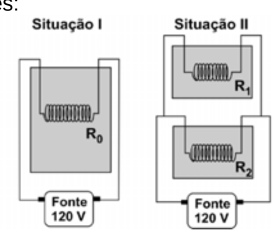
$$Q_{TOTAL} = N \cdot q = (3{,}0 \cdot 10^{14}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}) = 4{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

Portanto, a corrente elétrica *I* que percorre o tubo é dada por:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_{TOTAL}}{T} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-5}}{9{,}0 \cdot 10^{-5}} \Rightarrow \boxed{I \approx 0{,}53 \text{ A}}$$

QUESTÃO 09

Uma jovem, para aquecer uma certa quantidade de massa **M** de água, utiliza, inicialmente, um filamento enrolado, cuja resistência elétrica $\mathbf{R}_0$ é igual a 12 Ω, ligado a uma fonte de 120 V (situação I). Desejando aquecer a água em dois recipientes, coloca, em cada um, metade da massa total de água (**M/2**), para que sejam aquecidos por resistências $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$, ligadas à mesma fonte (situação II). A jovem obtém essas duas resistências, cortando o filamento inicial em partes não iguais, pois deseja que R_1 aqueça a água com duas vezes mais potência que R_2. Para analisar essas situações:



a) Estime a potência $\mathbf{P_0}$, em watts, que é fornecida à massa total de água, na situação I.

b) Determine os valores de $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$, em ohms, para que no recipiente onde está R_1 a água receba duas vezes mais potência do que no recipiente onde está R_2, na situação II.

c) Estime a razão $\mathbf{P/P_0}$, que expressa quantas vezes mais potência é fornecida na situação II (**P**), ao conjunto dos dois recipientes, em relação à situação I ($\mathbf{P_0}$).

> NOTE E ADOTE:
> V = RI ; P = VI

Resolução

a) Na situação I, temos:

$$P_0 = \frac{U^2}{R_0} = \frac{120^2}{12} \Rightarrow \boxed{P_0 = 1200 \text{ W}}$$

b) Inicialmente (situação I), as resistências R_1 e R_2 estavam associadas em série, formando o filamento inicial de resistência R_0, de modo que:

$$R_1 + R_2 = R_0 = 12\ \Omega$$

Na situação II, como as resistências R_1 e R_2 estão associadas em paralelo, ambas estão submetidas à mesma tensão $U = 120$ V . Assim:

$$P_1 = 2 \cdot P_2 \Rightarrow \frac{U^2}{R_1} = 2 \cdot \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 2 \cdot R_1$$

Portanto, temos:

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 12 \\ R_2 = 2 \cdot R_1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} R_1 = 4{,}0\ \Omega \\ R_2 = 8{,}0\ \Omega \end{cases}}$$

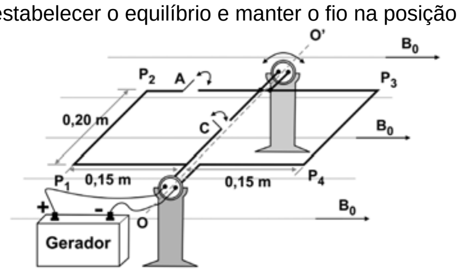
c) A potência total P dissipada na segunda situação será a soma das potências dissipadas em cada resistor (R_1 e R_2):

$$P=\frac{U^2}{R_1}+\frac{U^2}{R_2}=\frac{120^2}{4}+\frac{120^2}{8}\Rightarrow P=5400\text{ W}$$

Assim, a razão pedida é dada por: $\frac{P}{P_0}=\frac{5400}{1200}\Rightarrow \boxed{\frac{P}{P_0}=4{,}5}$

QUESTÃO 10

Para estimar a intensidade de um campo magnético $\mathbf{B_0}$, uniforme e horizontal, é utilizado um fio condutor rígido, dobrado com a forma e dimensões indicadas na figura, apoiado sobre suportes fixos, podendo girar livremente em torno do eixo OO'. Esse arranjo funciona como uma "balança para forças eletromagnéticas". O fio é ligado a um gerador, ajustado para que a corrente contínua fornecida seja sempre **i** = 2,0 A, sendo que duas pequenas chaves, A e C, quando acionadas, estabelecem diferentes percursos para a corrente. Inicialmente, com o gerador desligado, o fio permanece em equilíbrio na posição horizontal. Quando o gerador é ligado, com a chave A, aberta e C, fechada, é necessário pendurar uma pequena massa $\mathbf{M_1}$ = 0,008 kg, no meio do segmento P_3–P_4, para restabelecer o equilíbrio e manter o fio na posição horizontal.



a) Determine a intensidade da força eletromagnética $\mathbf{F_1}$, em newtons, que age sobre o segmento P_3P_4 do fio, quando o gerador é ligado com a chave A, aberta e C, fechada.

b) Estime a intensidade do campo magnético $\mathbf{B_0}$, em teslas.

c) Estime a massa $\mathbf{M_2}$, em kg, necessária para equilibrar novamente o fio na horizontal, quando a chave A está fechada e C, aberta. Indique onde deve ser colocada essa massa, levando em conta que a massa M_1 foi retirada.

> NOTE E ADOTE:
> F = iBL
> Desconsidere o campo magnético da Terra.
> As extremidades P_1, P_2, P_3 e P_4 estão sempre no mesmo plano.

Resolução

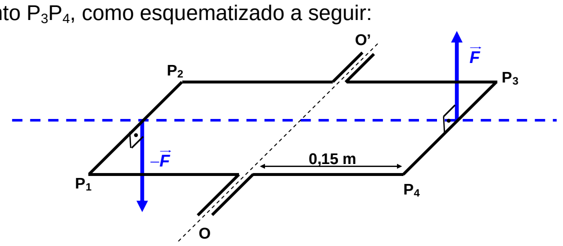
a) Como a corrente percorrerá o circuito no sentido horário, pela regra da mão esquerda, a força magnética $\vec{F_1}$ no segmento P_3P_4 do fio terá direção vertical e sentido para cima, aplicada no ponto médio desse segmento. Essa força deverá equilibrar a força peso $\vec{P_1}$ da massa M_1, colocada também nesse ponto. Assim:

$$|\vec{F_1}|=|\vec{P_1}|=M_1\cdot|\vec{g}|=0{,}008\cdot 10\Rightarrow \boxed{|\vec{F_1}|=0{,}08\text{ N}}$$

b) No segmento P_3P_4, de comprimento $L=0{,}20$ m, temos:

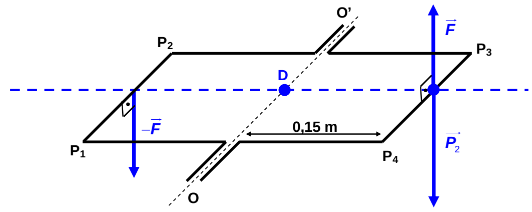
$$|\vec{F_1}|=i\cdot|\vec{B_0}|\cdot L\Rightarrow 0{,}08=2{,}0\cdot|\vec{B_0}|\cdot 0{,}20\Rightarrow \boxed{|\vec{B_0}|=0{,}2\text{ T}}$$

c) Quando a chave A é fechada e C é aberta, a corrente novamente percorrerá o circuito no sentido horário. Nesse caso, nos segmentos P_2P_3 e P_4P_1, como a corrente tem a mesma direção (horizontal) do campo magnético, não haverá força magnética. Já nos segmentos P_1P_2 e P_3P_4, pela regra da mão esquerda, a força magnética será de direção vertical, e terá sentido para baixo no segmento P_1P_2, e sentido para cima no segmento P_3P_4, como esquematizado a seguir:



Conseqüentemente, essas duas forças produzem um torque resultante, que tenta girar a espira no sentido anti-horário em relação ao eixo OO'. Para que a espira fique em equilíbrio, devemos colocar a massa M_2 numa posição tal que seu peso produza um torque no sentido oposto, isto é, que tente girar a espira no sentido horário em relação ao eixo OO', cancelando o torque das forças magnéticas.

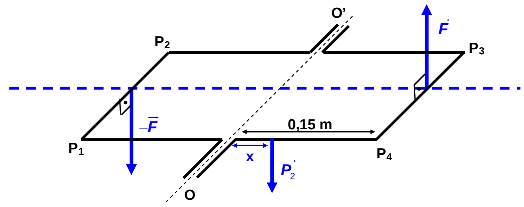
Para tanto, seria suficiente colocar a massa M_2 em qualquer posição ao longo do segmento P_3P_4 (uma escolha natural seria o ponto médio desse segmento).



Como a corrente em relação ao item (a) é a mesma, as forças magnéticas nos dois segmentos de fios também apresentam o mesmo módulo calculado anteriormente. Dessa forma, calculando o momento das forças em relação ao ponto D, temos:

$$2\cdot|\vec{F}|\cdot 0{,}15=|\vec{P_2}|\cdot 0{,}15\Rightarrow 2\cdot 0{,}08=M_2\cdot 10\Rightarrow \boxed{M_2=0{,}016\text{ kg}}$$

Outras posições também são possíveis. Em uma abordagem mais abrangente para a determinação de todas elas, impomos como única restrição à posição dessa massa M_2 que ela deve estar localizada do lado direito da espira em relação ao eixo OO', de modo que seu peso tente produzir uma rotação no sentido horário em relação a esse eixo. Nesse caso, a massa dependerá da posição em que for colocada, mais precisamente, de sua distância até o eixo OO'. Chamemos tal distância de x, sendo $0<x\le 0{,}15$ m, localizando-a, por exemplo, entre O e P_4 (a situação entre O' e P_3 é análoga).



Impondo o equilíbrio dos torques em relação a esse eixo, temos:

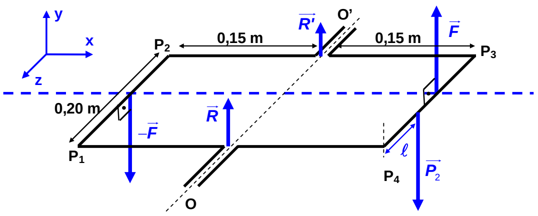
$$2\cdot|\vec{F}|\cdot 0{,}15=|\vec{P_2}|\cdot x\Rightarrow 2\cdot 0{,}08\cdot 0{,}15=M_2\cdot 10\cdot x\Rightarrow \boxed{M_2=\frac{0{,}0024}{x}}$$

(para x em metros e M_2 em quilogramas). Um caso particular ocorre para x = 0,15 (qualquer ponto no segmento P_3P_4), onde M_2=0,016 kg.

NOTA: A rigor, o cálculo do torque em relação a um eixo não é garantia de equilíbrio, apesar de determinar a massa necessária em função da posição na qual se escolha colocá-la.

Na realidade, além de assegurarmos que a força resultante seja nula, o *torque resultante* deve ser nulo, o que é garantido pelo torque em três direções ortogonais ser nulo.

Observe a figura no sistema de referencial indicado abaixo, onde $\vec{R}$ e $\vec{R'}$ são as reações nos apoios O e O', respectivamente:



1) O torque na direção do eixo y é necessariamente nulo, pois não existem forças atuando no sentido de giro em relação a este eixo.

2) O torque na direção do eixo z (direção OO') será nulo ao se utilizar uma massa M_2 conforme as condições obtidas no item (c).

3) O torque na direção do eixo x também será nulo, pois as reações nos apoios ($\vec{R}$ e $\vec{R'}$) podem se ajustar de acordo com a configuração no sistema (posição de M_2), possuindo o seguinte comportamento:

- caso a massa M_2 esteja entre O e P_4, temos que $\vec{R}=-\vec{P_2}$ e $\vec{R'}=\vec{0}$, de forma que $\vec{P_2}$ está determinado em função da posição de M_2 de acordo com a resolução do item (c). O caso análogo acontece se a massa M_2 está entre O' e P_4
- caso a massa M_2 esteja entre P_4 e P_3, a uma distância ℓ de P_4, temos que $\vec{R}=-\vec{P_2}\cdot\left(1-\frac{\ell}{L}\right)$ e $\vec{R'}=-\vec{P_2}\cdot\frac{\ell}{L}$, onde L = 0,20 m (distância entre P_3 e P_4) e $\vec{P_2}$ está determinado, com módulo 0,16N.

4) A força resultante sobre o sistema também será nula, visto que para qualquer um dos casos anteriores $\vec{R}+\vec{R'}+\vec{F}+\left(-\vec{F}\right)+\vec{P_2}=\vec{0}$, ou seja, $\vec{R}+\vec{R'}=-\vec{P_2}$