

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Resolve

Resolve

Resolve

Aprova



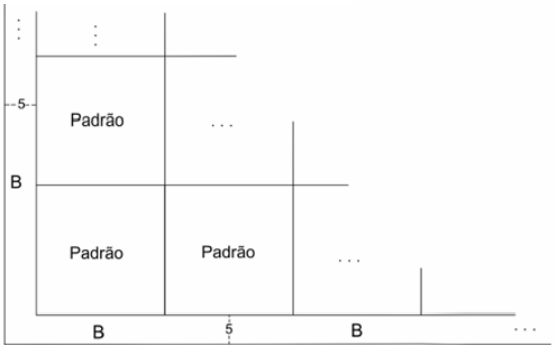
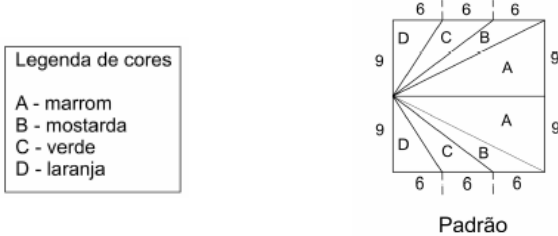
FUVEST 2006

SEGUNDA FASE
MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

QUESTÃO 1

Um tapete deve ser bordado sobre uma tela de 2 m por 2 m, com as cores marrom, mostarda, verde e laranja, da seguinte forma: o padrão quadrado de 18 cm por 18 cm, mostrado abaixo, será repetido tanto na horizontal quanto na vertical; e uma faixa mostarda, de 5 cm de largura, será bordada em toda a volta do tapete, como na figura.



- a) Qual o tamanho do maior tapete quadrado, como descrito acima, que pode ser bordado na tela? Quantas vezes o padrão será repetido?
- b) Se com um novelo de lã pode-se bordar 400 cm², qual é o número mínimo de novelos de lã mostarda necessário para confeccionar esse tapete?

Resolução

a) Temos o lado da tela de 2 m (200 cm). Porém precisamos descontar 10 cm para faixa mostarda (5 cm de cada lado). Como o lado do quadrado padrão é 18 cm, tem-se que $190/18 = 10,55$. Portanto, para o comprimento da tela, o maior número de quadrados padrões possíveis é 10. Analogamente para a largura temos 10 quadrados padrões, portanto o número de quadrados padrões é $10 \times 10 = 100$ padrões.

Usando 10 quadrados padrões, no comprimento e na largura então o lado do tapete: $10 \times 18 = 180 \text{ cm} + 10 \text{ cm}$ (referente a faixa mostarda) = 190 cm.

Assim, **o tamanho do maior tapete quadrado é 190 cm por 190 cm, e o número de quadrados padrões é 100.**

- b) Área da faixa mostarda é dada pela área do tapete descontando a área dos padrões.

$$A_{\text{mostarda}} = 190^2 - 180^2 = (190-180) \cdot (190+180) = 3700 \text{ cm}^2.$$

Em cada quadrado padrão, temos que a parte mostarda (A_B) é dada

$$\text{pela área dos triângulos B: } A_B = 2 \cdot \frac{6 \cdot 9}{2} = 54 \text{ cm}^2.$$

Portanto nos 100 quadrados padrões temos 5400 cm^2 .

$$A_{\text{mostarda}} = 5400 + 3700 = 9100 \text{ cm}^2;$$

Cada novelo borda 400 cm^2 :

$$\begin{aligned} 1 \text{ novelo} & \text{ --- } 400 \text{ cm}^2 \\ n & \text{ --- } 9100 \text{ cm}^2 \\ n & = 9100/400 = 22,75 \end{aligned}$$

Então serão necessários no mínimo 23 novelos

QUESTÃO 2

Um comerciante compra calças, camisas e saias e as revende com lucro de 20%, 40% e 30% respectivamente. O preço x que o comerciante paga por uma calça é três vezes o que ele paga por uma camisa e duas vezes o que ele paga por uma saia. Um certo dia, um cliente comprou duas calças, duas camisas e duas saias e obteve um desconto de 10% sobre o preço total.

- a) Quanto esse cliente pagou por sua compra, em função de x ?
- b) Qual o lucro aproximado, em porcentagem, obtido pelo comerciante nessa venda?

Resolução

a) Como x é o preço da calça, temos que $x/3$ é o preço da camisa e $x/2$ o preço da saia. De acordo com os lucros que o comerciante tem, os preços unitários das calças, camisas e saias são: $p_{\text{calça}} = 1,2x$;

$$p_{\text{camisa}} = 1,4 \cdot \frac{x}{3} \text{ e } p_{\text{saia}} = 1,3 \cdot \frac{x}{2}$$

O preço que o cliente pagaria sem desconto seria (por 2 calças, 2 camisas e 2 saias):

$$p = 2 \cdot p_{\text{calça}} + 2 \cdot p_{\text{camisa}} + 2 \cdot p_{\text{saia}} = 2 \cdot 1,2x + 2 \cdot 1,4 \cdot \frac{x}{3} + 2 \cdot 1,3 \cdot \frac{x}{2} = \frac{13,9x}{3}$$

Como o cliente obteve 10% de desconto, o preço que esse cliente pagou foi:

$$p' = 0,9p = 0,9 \cdot \frac{13,9x}{3} = 4,17x$$

b) O preço que o comerciante pagou por 2 calças, 2 camisas e 2 saias é igual a: $2 \left(x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} \right) = \frac{11x}{3}$. Assim, o lucro que ele obteve em sua compra foi: $4,17x - \frac{11}{3}x = \frac{1,51x}{3}$.

Logo, a porcentagem de lucro que o comerciante teve foi:

$$\text{Lucro} = \frac{\frac{1,51x}{3}}{\frac{11x}{3}} = \frac{1,51}{11} \approx 0,137 = 13,7\%$$

QUESTÃO 3

Uma função f satisfaz a identidade $f(ax) = af(x)$ para todos os números reais a e x . Além disso, sabe-se que $f(4) = 2$. Considere ainda a função $g(x) = f(x-1)+1$ para todo o número real x .

- a) Calcule $g(3)$.
- b) Determine $f(x)$, para todo x real.
- c) Resolva a equação $g(x)=8$.

Resolução

a) Como $g(x) = f(x-1)+1$, temos:

$$g(3) = f(3-1) + 1 = f(2) + 1 \quad (I)$$

Do enunciado, temos:

$$\forall a, x \in \mathbb{R}, f(ax) = a \cdot f(x)$$

$$\Rightarrow f(4) = 2 \Rightarrow f(4) = f(2 \cdot 2) = 2 \cdot f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 1 \quad (II)$$

De (I) e (II), vem:

$$g(3) = 1 + 1 = \mathbf{g(3) = 2}$$

b) Dado que $f(ax)=a \cdot f(x)$, temos $f(x) = f(x \cdot 1) = x \cdot f(1)$. Como

$$f(2) = f(2 \cdot 1) = 2 \cdot f(1) = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2}, \text{ portanto,}$$

$$f(x) = x \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x}{2}, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}$$

c) Fazendo $g(x) = f(x-1) + 1 = \frac{x-1}{2} + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{x+1}{2}$. Assim, se

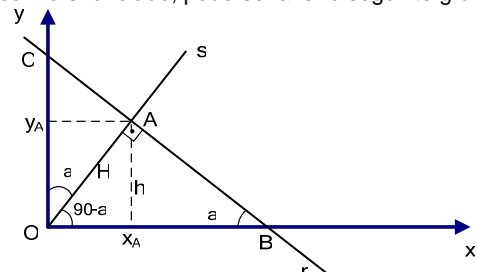
$$g(x) = 8 \Rightarrow \frac{x+1}{2} = 8 \Rightarrow x = 15$$

QUESTÃO 4

A reta s passa pela origem O e pelo ponto A do primeiro quadrante. A reta r é perpendicular à reta s , no ponto A , e intercepta o eixo x no ponto B e o eixo y no ponto C . Determine o coeficiente angular de s se a área do triângulo OBC for o triplo da área do triângulo OAB .

Resolução

De acordo com o enunciado, pode-se fazer o seguinte gráfico:



$$m_s = \frac{y_A - 0}{x_A - 0} = \frac{y_A}{x_A}$$

Da figura, pode-se perceber que $\triangle OBC \sim \triangle ABO$, pois possuem 3 ângulos idênticos.

Como $A_{OBC} = 3 \cdot A_{ABO}$, temos que a razão de semelhança é:

$$k = \sqrt{3}$$

Tomando a relação entre as alturas dos triângulos, em relação aos ângulos retos (H e h), temos:

$$\frac{H}{h} = \frac{OA}{y_A} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{x_A^2 + y_A^2}}{y_A} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = y_A \sqrt{3}$$

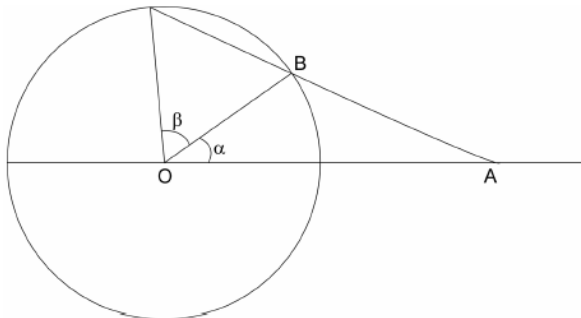
$$x_A^2 + y_A^2 = 3y_A^2 \Rightarrow x_A^2 = 2y_A^2 \Rightarrow x_A = y_A \sqrt{2}$$

Assim, temos

$$m_s = \frac{y_A}{x_A} = \frac{y_A}{y_A \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

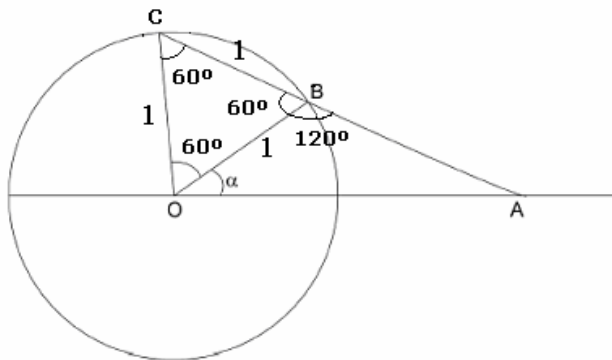
QUESTÃO 5

Na figura abaixo, O é o centro da circunferência de raio 1, a reta \overleftrightarrow{AB} é secante a ela, o ângulo β mede 60° e $\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.



- a) Determine $\text{sen}(\widehat{OAB})$ em função de AB.
- b) Calcule AB.

Resolução



Na figura, temos que $OB = OC = 1$ (raio). Assim, o triângulo OBC é isósceles, e, como $\beta = 60^\circ$, os ângulos B e C do triângulo OBC medem 60° cada, logo, o triângulo OBC é equilátero.

a) Utilizando a Lei dos Senos no triângulo OAB:

$$\frac{AB}{\text{sen}\alpha} = \frac{OB}{\text{sen}\widehat{OAB}} \Rightarrow \text{sen}\widehat{OAB} = \frac{OB \cdot \text{sen}\alpha}{AB} = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{AB} \Rightarrow \text{sen}\widehat{OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot AB}$$

b) Usando a lei dos Senos no triângulo OAC:

$$\frac{OA}{\text{sen}60^\circ} = \frac{OC}{\text{sen}\widehat{OAB}} \Rightarrow \frac{OA}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{4 \cdot AB}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot AB} \cdot OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OA = 2 \cdot AB$$

Usando a Lei dos Cossenos no triângulo OAB:

$$OA^2 = 1^2 + AB^2 - 2 \cdot 1 \cdot AB \cdot \cos 120^\circ$$

Substituindo, $OA = 2AB$ neste resultado, temos:

$$4AB^2 = 1 + AB^2 + AB \Rightarrow 3AB^2 - AB - 1 = 0$$

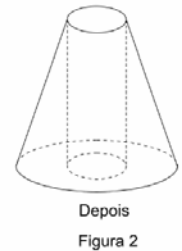
$$AB = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$AB = \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \text{ não convém, pois } AB > 0.$$

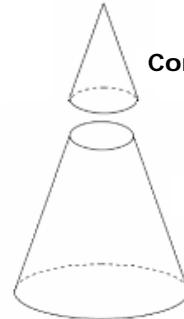
$$AB = \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$$

QUESTÃO 6

Um torneiro mecânico dispõe de uma peça de metal maciça na forma de um cone circular reto de 15 cm de altura e cuja base B tem raio 8 cm (Figura 1). Ele deverá furar o cone, a partir de sua base, usando uma broca, cujo eixo central coincide com o eixo do cone. A broca perfurará a peça até atravessá-la completamente, abrindo uma cavidade cilíndrica, de modo a obter-se o sólido da Figura 2. Se a área da base deste novo sólido é $\frac{2}{3}$ da área de B, determine seu volume.



Resolução



Cone superior

O volume solicitado é dado por:

$$V = V_{\text{tronco}} - V_{\text{cilindro}}, \text{ onde}$$

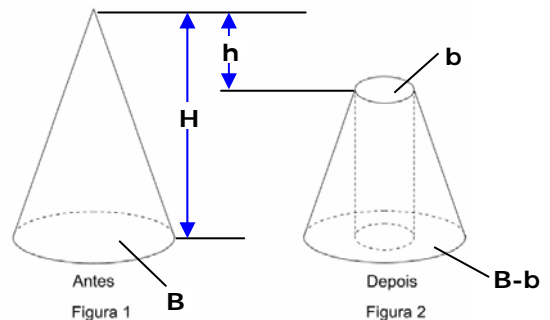
$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{cone}} - V_{\text{cone-superior}}$$

tronco

Assim, para determinarmos o volume V solicitado, calcularemos V_{tronco} e V_{cilindro} .

Sejam B a área da base do cone, B-b a área da base do novo sólido e b a área da base do cilindro, conforme figura a seguir. Assim, temos:

$$B - b = \frac{2}{3}B \text{ e } b = \frac{1}{3}B.$$



Como o cone de base B e o cone de base b (cone superior) são semelhantes, então a relação entre as áreas de suas bases é proporcional à relação entre os quadrados de suas alturas:

$$\frac{b}{B} = \left(\frac{h}{H}\right)^2 \Rightarrow \frac{h^2}{15^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{225}{3}} = \sqrt{75} \text{ cm}$$

$$h = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Portanto, o volume do tronco é dado por:

$$V_{\text{tronco}} = V_{\text{cone}} - V_{\text{cone-superior}} \Rightarrow$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{1}{3}B.H - \frac{1}{3}bh = \frac{1}{3}\left(B.15 - \frac{1}{3}Bh\right) = \frac{1}{3}B\left(15 - \frac{1}{3}h\right)$$

$$\Rightarrow V_{\text{tronco}} = \frac{1}{3}\pi.8^2\left(15 - \frac{5\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{64}{9}(45 - 5\sqrt{3})\pi \text{ cm}^3$$

Já o volume do cilindro é dado por:

$$V_{\text{cilindro}} = b.(H - h) = \frac{1}{3}B.(15 - 5\sqrt{3}) = \frac{64\pi}{3}(15 - 5\sqrt{3}) \text{ cm}^3$$
 Logo, o

volume do novo sólido é:

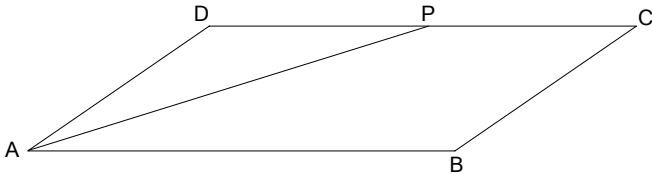
$$V = V_{\text{tronco}} - V_{\text{cilindro}} = \frac{64\pi}{9}(45 - 5\sqrt{3}) - \frac{64\pi}{3}(15 - 5\sqrt{3})$$

$$V = \frac{64\pi}{9}(45 - 5\sqrt{3}) - \frac{64\pi}{9}(45 - 15\sqrt{3}) = \frac{64\pi.(15\sqrt{3} - 5\sqrt{3})}{9} \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{640\pi\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^3$$

QUESTÃO 7

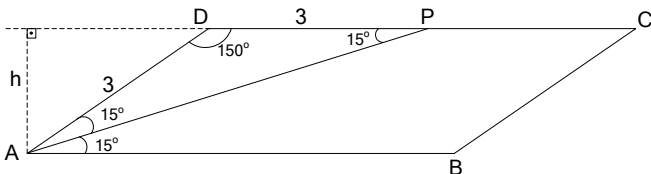
No paralelogramo ABCD abaixo, tem-se que $AD=3$ e $\widehat{DAB}=30^\circ$. Além disso, sabe-se que o ponto P pertence ao lado \overline{DC} e à bissetriz do ângulo \widehat{DAB} .



- a) Calcule AP.
b) Determine AB sabendo que a área do quadrilátero ABCP é 21.

Resolução

a) Se $\widehat{DAB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ADP} = 150^\circ$, uma vez que ABCD é um paralelogramo. Como o ponto P pertence à bissetriz de \widehat{DAB} , o segmento AP é justamente a bissetriz desse ângulo, logo, $\widehat{DAP} = 15^\circ$. Assim, se $\widehat{ADP} = 150^\circ$ e $\widehat{DAP} = 15^\circ \Rightarrow \widehat{APD} = 15^\circ$, e o triângulo ADP é isósceles, com $DP = 3$.



Aplicando a lei dos cossenos nesse triângulo:

$$AP^2 = AD^2 + DP^2 - 2.AD.DP.\cos 150^\circ = 9 + 9 - 2.9.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow AP^2 = 18 + 9\sqrt{3} \Rightarrow AP = \sqrt{18 + 9\sqrt{3}} = 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

b) A altura do triângulo ADP em relação à base PD, também a altura do paralelogramo, é dada por:

$$h = AD \times \sin 30^\circ \Rightarrow h = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Como a área do paralelogramo ($A_{ABCD} = AB.h$) é dada pela soma das áreas do triângulo ADP ($A_{ADP} = AD.h/2$) e do quadrilátero ABCP, temos:

$$A_{ABCD} = A_{ADP} + A_{ABCP}$$

$$AB \times h = \frac{AD \times h}{2} + 21$$

$$AB \times \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot \frac{3}{2}}{2} + 21 = \frac{93}{4}$$

$$AB \times \frac{3}{2} = \frac{93}{4}$$

$$AB = \frac{31}{2}$$

QUESTÃO 8

Determine os números complexos z que satisfazem, simultaneamente,

$$|z| = 2 \text{ e } \operatorname{Im}\left(\frac{z-i}{1+i}\right) = \frac{1}{2}.$$

Lembretes: $i^2 = -1$; se $w = a + bi$, com a e b reais, então $|w| = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $\operatorname{Im}(w) = b$.

Resolução

Seja $z = x + yi$, temos que:

i) $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$

ii)

$$\frac{z-i}{1+i} = \frac{x+yi-i}{1+i} = \frac{x+(y-1)i}{1+i} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)} = \frac{(x+y-1) + (-x+y-1)i}{2}$$

Assim, temos que

$$\operatorname{Im}\left(\frac{z-i}{1+i}\right) = \frac{-x+y-1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow -x+y = 2 \Rightarrow x = y - 2$$

De (i) e (ii):

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x = y - 2 \end{cases} \Rightarrow (y-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ ou } y = 2$$

Se $y = 0$: $x = 0 - 2 = -2 \therefore z = -2$

Se $y = 2$: $x = 2 - 2 = 0 \therefore z = 2i$

Os números complexos são $z = -2$ ou $z = 2i$

QUESTÃO 9

Considere o sistema linear nas variáveis x, y e z:

$$\begin{cases} x + (\cos^2 a)y + (\sin^2 a)z = 0 \\ x + (\cos^2 b)y + (\sin^2 b)z = 0 \\ (\cos^2 c)y + (\sin^2 c)z = 0 \end{cases}$$

- a) Calcule o determinante da matriz dos coeficientes do sistema linear.
b) Para que valores de a, b e c o sistema linear admite soluções não triviais?
c) Calcule as soluções do sistema quando $\sin^2 a = 1$ e $\cos^2 c = 1/5$.

Resolução

a) Seja D o determinante solicitado:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \cos^2 a & \sin^2 a \\ 1 & \cos^2 b & \sin^2 b \\ 0 & \cos^2 c & \sin^2 c \end{vmatrix}$$

Substituindo a linha 2 por (linha 1 - linha 2):

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \cos^2 a & \sin^2 a \\ 0 & \cos^2 b - \cos^2 a & \sin^2 b - \sin^2 a \\ 0 & \cos^2 c & \sin^2 c \end{vmatrix}$$

Aplicando Laplace:

$$D = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} \cos^2 b - \cos^2 a & \sin^2 b - \sin^2 a \\ \cos^2 c & \sin^2 c \end{vmatrix} =$$

$$= \sin^2 c \cdot (\cos^2 b - \cos^2 a) - \cos^2 c \cdot (\sin^2 b - \sin^2 a) =$$

$$= \sin^2 c \cdot (\cos^2 b - \cos^2 a) + (\sin^2 c - 1) \cdot (\sin^2 b - \sin^2 a) =$$

$$= \sin^2 c \cdot [\cos^2 b + \sin^2 b - (\cos^2 a + \sin^2 a)] + \sin^2 a - \sin^2 b =$$

$$= \sin^2 c \cdot (1 - 1) + \sin^2 a - \sin^2 b = \sin^2 a - \sin^2 b$$

$$D = \sin^2 a - \sin^2 b$$

b) O sistema admite soluções não triviais se $D = 0$, ou seja, $\sin^2 a = \sin^2 b$. Assim:

$$|\sin a| = |\sin b| \Rightarrow \sin a = \pm \sin b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \pm b + 2k\pi \\ a = \pm(\pi - b) + 2k\pi \end{cases} \text{ com } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$a = \pm b + k\pi, \text{ com } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

c) Se $\text{sen}^2 a = 1$, então $D = 1 - \text{sen}^2 b = \text{cos}^2 b$.
Se $D = 0$, temos: $\text{cos}^2 b = 0$, logo, o sistema é possível e indeterminado (infinitas soluções)
Da última equação, vem:
 $(\text{cos}^2 c)y + (\text{sen}^2 c)z = 0$

Como $\text{cos}^2 c = \frac{1}{5}$, então $\text{sen}^2 c = 1 - \text{cos}^2 c = \frac{4}{5}$

$$\frac{1}{5}y + \frac{4}{5}z = 0 \Rightarrow y = -4z$$

Observando a primeira equação:

$$x + (\text{cos}^2 a)y + (\text{sen}^2 a)z = 0$$

Como $\text{sen}^2 a = 1$, temos $\text{cos}^2 a = 0$. Assim

$$x + z = 0 \Rightarrow x = -z$$

Logo, temos um SPI, com solução $(x,y,z) = (-z, -4z, z)$

Se $\text{cos}^2 b \neq 0$, temos um sistema possível e determinado, cuja solução é a trivial $(x=y=z=0)$.

Assim,

$$(x,y,z) = (-z, -4z, z) \text{ se } \text{cos} b = 0 \text{ e } (x,y,z) = (0,0,0) \text{ se } \text{cos} b \neq 0$$

QUESTÃO 10

a) Determine os pontos A e B do plano cartesiano nos quais os gráficos de $y = \frac{12}{x} - 1$ e $x + y - 6 = 0$ se interceptam.

b) Sendo O a origem, determine o ponto C no quarto quadrante que satisfaz $\widehat{AOB} = \widehat{ACB}$ e que pertence à reta $x = 2$.

Resolução

a) Para encontrarmos os pontos A e B, basta resolvermos o sistema:

$$\begin{cases} x + y - 6 = 0 & (I) \\ y = \frac{12}{x} - 1 & (II) \end{cases}$$

De (I), temos $y = -x + 6$, e substituindo em (II):

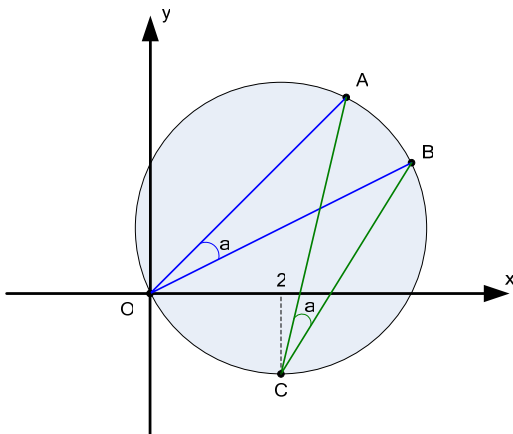
$$-x + 6 = \frac{12}{x} - 1 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = 4.$$

Substituindo em I

Se $x = 3 \Rightarrow y = 3$, daí A (3,3),

Se $x = 4 \Rightarrow y = 2$, daí B (4,2).

b) O lugar geométrico dos pontos que visam o segmento AB através de um ângulo α é dado por uma circunferência, na qual se encontram os pontos A, B e O.



De acordo com a figura acima precisamos, encontrar um ponto da circunferência cuja abscissa x seja 2.

O centro da circunferência é o circuncentro do triângulo OAB, e portanto sendo o encontro das mediatrizes.

Se r a mediatriz entre os pontos A e O.

$$m_{AO} = \frac{y_o - y_A}{x_o - x_A} = \frac{3 - 0}{3 - 0} = 1$$

$$m_{AO} \cdot m_r = -1 \Rightarrow m_r = -1.$$

Sendo o P (x_p, y_p) o ponto médio do segmento AO, então

$$x_p = \frac{x_A + x_o}{2} = \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2} \text{ e } y_p = \frac{y_A + y_o}{2} = \frac{3 + 0}{2} = \frac{3}{2}$$

Assim a reta r é dada por:

$$y - y_o = m(x - x_o) \Rightarrow y - 3/2 = -1(x - 3/2) \Rightarrow y = -x + 3.$$

Sendo s a mediatriz entre os pontos A e B.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 2}{3 - 4} = -1$$

$$m_{AB} \cdot m_s = -1 \Rightarrow m_s = 1.$$

Sendo Q (x_q, y_q) o ponto médio do segmento AB, então

$$x_q = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 4}{2} = \frac{7}{2} \text{ e } y_q = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2}$$

Assim a reta s é dada por:

$$y - y_o = m(x - x_o) \Rightarrow y - 5/2 = 1 \cdot (x - 7/2) \Rightarrow y = x - 1.$$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 3 \end{cases}$ encontra-se o centro da circunferência.

$$x - 1 = -x + 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1. \text{ Portanto o centro } (2, 1).$$

Para encontrarmos o raio, é preciso determinar a distância entre centro e a origem.

$$d^2 = (2 - 0)^2 + (1 - 0)^2 \Rightarrow d = \sqrt{5}.$$

Assim a equação da circunferência que passa pelos pontos A, B e O é dada pela equação:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$$

Lembremos que a abscissa do ponto C é 2, então:

$$(2 - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 \Rightarrow (y - 1)^2 = 5 \Rightarrow y - 1 = \pm \sqrt{5} \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{5}$$

Como C pertence ao quarto quadrante, então $y = 1 - \sqrt{5}$

$$\mathbf{C(2, 1 - \sqrt{5})}$$