Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Terceira Fase

Terceira Série

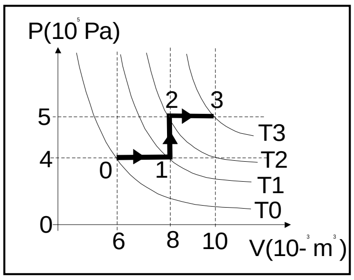
3ª fase - prova da 3ª série

1) As expressões aqui mostradas foram montadas sem o auxílio de editores de equações. Em função disso, como exemplo, no texto, o inverso de R pode ser escrito alternativamente como 1/R ou R^{-1} a raiz quadrada de p como √p ou $(p)^{½}$, e assim por diante.

2) As soluções aqui apresentadas devem servir como referência e não como única solução. Na correção das questões levou-se em conta o raciocínio desenvolvido pelos alunos, cujo desenrolar nem sempre coincidia com a solução aqui proposta.

3) Apenas um professor, supervisionado pelos demais integrantes da comissão elaboradora das questões, corrigiu todas as provas da 3ª. série, o que contribui significativamente para a manutenção dos critérios de correção.

Questão 01 - 3ª. série (6,0 pontos)



A situação apresentada trata de evoluções gasosas endotérmicas. Consta de uma evolução isobárica, seguida de uma isométrica e finaliza com uma isobárica.

a)

I) cálculo de T1 (isobárica de 0 → 1)

$V_0/T_0=V_1/T_1$ → $S.a/T_0=S.(a+b)/T_1$ ∴ $T_1=S.(a+b).T_0/S.a$

$T_1= (0,6+0,2).300/0,6$ → $\mathbf{T_1=400K}$

II) cálculo de Q_1 (isobárica de 0 → 1)

$\gamma=c_p/c_v$ $c_p=1,664.3125$ $c_p=5200$ J / kg.K

$Q_1=m.c_p.(T_1-T_0)$ → $Q_1= 4.10^{-3}.5200.(400-300)$ → $\mathbf{Q_1=2080J}$

b)

III) cálculo de T2 (isométrica de 1 → 2)

$P_1/T_1=p_2/T_2$ ∴ $T2= (p_{atm}+(P_E+P_F)/S) / (p_{atm}+P_E/S).T_1$ →

$T_2= (1.10^5+(300.10+100.10)/100.10^{-4})/(1.10^5+300.10/100.10^{-4}).400$ → $\mathbf{T_2 = 500K}$

IV) cálculo de Q_2 (isométrica de 1 → 2)

$Q_2=m.c_v.(T_2-T_1)$ → $Q_2= 4.10^{-3}.3125.(500-400)$ → $\mathbf{Q_2=1250J}$

V) cálculo de T_3 (isobárica de 2 → 3)

$V_2/T_2=V_3/T_3$ → $S.(a+b) / T_2=S.(a+2.b) / T_3$ ∴ $T_3= (0,6+2.0,2).500 / (0,6.0,2)$ → $\mathbf{T_3=625K}$

VI) cálculo de Q_3 (isobárica de 2 → 3)

$Q_3=m.c_p.(T_3-T_2)$ → $Q_3= 4.10^{-3}.5200.(625-400)$ → $\mathbf{Q_3=2600J}$

VII) cálculo da duração do tempo de ligação Δt. (O resistor converte toda a energia elétrica em calor e todo este calor é integralmente absorvido pela massa gasosa.)

$Q_{total}=P_{eletrica}\ .\ \Delta t$ → $Q_{total}=V^2.\Delta t/R$ → $Q_1+Q_2+Q_3= 110^2.\Delta t / 1210$

$2080+1250+2600 = 110^2.\Delta t / 12$ ∴ $\mathbf{\Delta t=593s}$

c)

VIII) cálculo do rendimento η

η= trabalho realizado/energia consumida $\eta=[p_0.(V_1–V_0) + p_2.(V_3–V_2)] / Q_{total}$ →

$\eta= [4.10^5+((2.10^{-3}) + 5.10^5+((2.10^{-3})] / 5930$ → $\eta = 1800/5930$ → $\mathbf{\eta = 0,3035}$

Questão 02 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação proposta trata dos circuitos mono-malha envolvendo um gerador, um receptor e um resistor. Como $E_1 > E_2$, a corrente elétrica circulará no sentido horário (no diagrama mostrado). Desta forma, é possível afirmar que E_1 é um gerador e E_2 um receptor. Assim, E_2 recebe energia elétrica armazenando-a, como acontece nas baterias recarregáveis, em energia potencial química.

Para o menor tempo possível de carga a corrente elétrica tem que ser a máxima permitida.

a)

I) cálculo de R.

$\Sigma E = \Sigma R.i \rightarrow E_1 - E_{2o} = r_1.i_o + R.i_o + r_2.i_o \rightarrow 4 - 3{,}2 = 5.80.10^{-3} + R.80.10^{-3} + 1.80.10^{-3}$

$0{,}8 = 0{,}40 + R.80.10^{-3} + 0{,}08 \quad \therefore$ **$R = 4\Omega$**

b)

II) cálculo de i_f

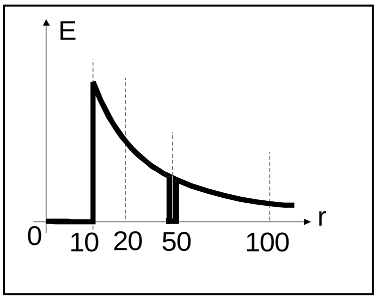
$E_1 - E_{2f} = r_1.i_f + R.i_f + r_2.i_f \rightarrow 4 - 3{,}6 = 5.\, i_f + R.\, i_f + 1.\, i_f$ **$i_f = 40mA$**

III) cálculo de V_{cdf}

$V_{CDf} = E_{2f} + r_2.i_f = 3{,}6 + 1.40.10^{-3} =$ **3,64 V**

Questão 03 - 3ª. série (6,0 pontos)

O fenômeno envolve o conhecimento de indução total. O corpo interno contém 1μC de eletricidade positiva e o que o envolve, sendo neutro, terá , por indução total, 1μC de eletricidade negativa na sua parte interna e 1μC de eletricidade positiva em seu lado externo. O campo elétrico entre ambos e no exterior é um campo radial divergente e a sua variação segue a lei do inverso do quadrado da distância. A descontinuidade do diagrama para r=50cm decorre do fato de que é precisamente aí que o corpo condutor externo se encontra.



a)

I) cálculo da intensidade do campo para r=20cm

$E_{20} = (1/4\pi\varepsilon_o).Q/r^2 \rightarrow E_{20} = 9.10^9.1.10^{-6}/(20.10^{-2})^2 \rightarrow E_{20} = 225$ kV/m

II) cálculo da força sobre o corpúsculo

$F_{20} = E_{20}.q \rightarrow$ **$F_{20} = 2{,}25.10^{-4}$ N**

b)

III) cálculo do potencial do campo na superfície do condutor interno

$V_A = (1/4\pi\varepsilon_o).Q/r_A \rightarrow V_A = 9.10^9.1.10^{-6}/10.10^{-2} \rightarrow$ **$V_A = 90000$ V**

IV) cálculo do potencial no ponto a 100cm do centro do conjunto

$V_B = (1/4\pi\varepsilon_o).Q/r_B \rightarrow V_A = 9.10^9.1.10^{-6}/100.10^{-2} \rightarrow$ **$V_A = 9000$ V**

V) cálculo da velocidade do corpúsculo

$\tau = V_{AB}.q$ mas $\tau = \Delta E_C \rightarrow (V_A - V_B).q = (m.v_B^2)/2 - (m.v_A^2)/2 \quad \therefore v_B = [\, 2.(V_A - V_B).q / m]^{½}$

$v_B = [\, 2.(90000 - 9000).1.10^{-9} / 2.10^{-10}]^{½} \rightarrow$ **$v_B = 900m/s$**

Questão 04 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação representada envolve o conhecimento sobre movimentos relativos entre vários moveis. A utilização das equações associadas ao efeito de Doppler-Fizeau, adaptada ao caso proposto, foi aceita para resolver este problema.

a)

I) cálculo do tempo gasto para o projétil ir ao avião B a partir das equações horárias

projétil $x_P = x_{0P} + v_P.t \rightarrow x_P = 0 + 600.t$

avião B $x_B = x_{0B} + v_B.t \rightarrow x_P = 600 + 120.t$

o encontro se dá quando $x_P = x_B$ $600.t = 600 + 120.t$ $\therefore$ **$t = 1{,}25s$**

b)

II) cálculo da distância entre os projéteis consecutivos

Se a fonte fosse imóvel, em 0,25s os projéteis estariam a $d = v_P.t$ ou $d = 150m$

Mas, em 0,25s a fonte (avião A) e, portanto, o projétil seguinte, caminha $\Delta d = v_A.0{,}25$ ou

$\Delta d = 100.0{,}25 \rightarrow \Delta d = 25m$

Portanto a distância entre os projéteis consecutivos vale $d' = d - \Delta d$ ou **$d' = 125m$**

c)

III) cálculo da freqüência com que os projéteis atingem a aeronave B

A velocidade dos projéteis relativamente ao avião B vale:

$v_{P/B} = v_P - v_B = 600 - 120 \rightarrow v_{P/B} = 480m/s$

Como estão separados por 125 m um do outro, o intervalo de tempo quando colidem contra o avião B é:

$d' = v_{P/B} . \Delta t \rightarrow 125 = 480 . \Delta t \therefore \Delta t = 125/480$ ou $\Delta t = 25/96$ segundos por cada projétil .

Isto quer dizer, também, 96 projéteis para cada 25s ou, o que é o mesmo, **3,84 projéteis por segundo.**

Questão 05 - 3ª. série (6,0 pontos)

A situação problema apresentada é resolvida pela aplicação dos conhecimentos do princípio da independência dos movimentos de Galileu e do conhecimento de que as forças internas de um sistema são incapazes de alterar a trajetória do centro de massa (C.M.) do referido sistema, envolvendo, ainda, os conceitos do impulso de uma força e da quantidade de movimento.

a)

I) cálculo da velocidade inicial vertical

$v_{Py}^2 = v_{0y}^2 + 2.g.y_P \rightarrow 0^2 = v_{0y}^2 + 2.(-10).1125 \therefore$ **$v_{0y} = 150$ m/s**

II) cálculo do tempo de subida

$v_{Py} = v_{0y} + g.t_P \rightarrow 0 = 150 + (-10).t_P \therefore$ **$t_P = 15s$**

III) cálculo da velocidade horizontal (invariável)

$x_P = x_0 + v_x.t_P \rightarrow 3000 = 0 + v_x.15 \therefore$ **$v_x = 200$ m/s**

IV) cálculo da posição no instante da explosão (t= 20s)

$x_{20} = x_0 + v_x.t_{20} \rightarrow x_{20} = 0 + 200.20 \rightarrow x_{20} = 4000m$

$y_{20} = y_0 + v_{0y}.t_{20} + ½.(g.\,t_{20}^2) \rightarrow y_{20} = 0 + 150.20 + ½.((-10).\,20^2) \rightarrow$ **$y_{20} = 1000m$**

b)

V) cálculo da posição do centro de massa (CM) do sistema 1 segundo após o instante da explosão (t= 21s)

$x_{21} = x_0 + v_x.t_{21} \rightarrow x_{21} = 0 + 200.21 \rightarrow$ **$x_{21} = 4200m$**

$y_{21} = y_0 + v_{0y}.t_{21} + ½.(g.\,t_{21}^2) \rightarrow y_{21} = 0 + 150.21 + ½.((-10).\,21^2) \rightarrow$ **$y_{21} = 945m$**

VI) cálculo da posição do fragmento A no instante t=21s a partir da posição do fragmento B e do centro de massa do sistema

$x_{21} = m_A.x_{A21} + m_B.x_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 4200 = 2.x_{A21} + 4.3000 / (2 + 4) \rightarrow$ **$x_{A21} = 6600m$**

$y_{21} = m_A.y_{A21} + m_B.y_{B21} / (m_A + m_B) \rightarrow 945 = 2.y_{A21} + 4.300 / (2 + 4) \rightarrow$ **$y_{A21} = 2235m$**

c)

VII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para t=20s (imediatamente antes da explosão)

$v_{Ax\ antes} = v_x \;\rightarrow\; \mathbf{v_{Ax\ antes} = 200m/s}$

$v_{Ay\ antes} = v_{0y} + g.t_{20} \;\rightarrow\; v_{Ay\ antes} = 150 + (-10).20 \;\rightarrow\; \mathbf{v_{Ay\ antes} = -50m/s}$

VIII) cálculo das componentes da velocidade do fragmento A para t=20s(imediatamente após a explosão)

$x_{A21} = x_{A20} + v_{Ax\ depois}.(t_{21} - t_{20}) \;\rightarrow\; 6600 = 4000 + v_{Ax\ depois}.1 \;\therefore\; \mathbf{v_{Ax\ depois} = 2600m/s}$

$y_{A21} = y_{A20} + v_{20y\ depois}.(t_{21} - t_{20}) + ½.(g.(t_{21} - t_{20})^2) \;\rightarrow\; 2235 = 1000 + v_{20y\ depois}.1 + ½.((-10).1^2)$

$\mathbf{v_{20y\ depois} = 1240\ m/s}$

IX) cálculo da força da explosão a partir da expressão do impulso de uma força e da variação da quantidade de movimento. Como o sistema (um dos fragmentos) é não isolado o impulso pode ser calculado como segue:

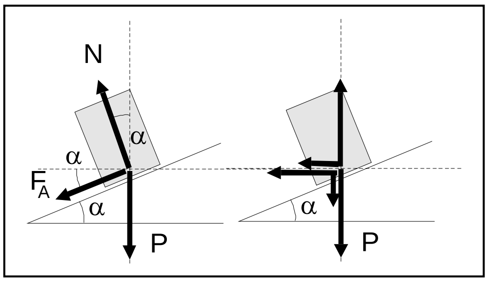
$m_A.v_{Ax\ depois} = m_A.v_{Ax\ antes} + F_x.\Delta t \;\rightarrow\; 2.2600 = 2.(200) + F_x.1.10^{-3} \;\therefore\; F_x = 4800\ kN$

$m_A.v_{Ay\ depois} = m_A.v_{Ay\ antes} + F_y.\Delta t \;\rightarrow\; 2.1240 = 2.(-50) + F_y.1.10^{-3} \;\therefore\; F_y = 2580\ kN$

$F = (4800^2 + 2580^2)^{½} \rightarrow\; \mathbf{F = (29696400)^{½}\ em\ kN}$

Questão 06 - 3ª. série (6,0 pontos)

O problema trata de duas situações, ambas críticas:



I) a primeira trata da iminência do escorregamento quando o caminhão efetua a curva (o diagrama contempla esta situação). Como a carga não pode iniciar o escorregamento, vem:

a)

→eixo vertical: (equilíbrio no eixo vert.)

$N.\cos\alpha - F_A.\text{sen}\alpha - P = 0$ ou

$m.g = N.\cos\alpha - \mu.N.\text{sen}\alpha$ (1)

→eixo horizontal:(a força centrípeta (F_C) é a força resultante horizontal)

$F_C = N.\text{sen}\alpha + F_A.\cos\alpha$ ou

$mv^2/R = N.\text{sen}\alpha + \mu.N.\cos\alpha$ (2)

dividindo (1) por (2):

$R = (v^2/g).[\cos\alpha - \mu.\text{sen}\alpha] / [\text{sen}\alpha + \mu.\cos\alpha]$

$R = (20^2/10).[(12/13) - 0,18.(5/13)] / [(5/13) + 0,18.(12/13)]$

$R = (20^2/10).[12 - 0,18.5] / [5 + 0,18.12] \;\rightarrow\; \mathbf{R = 62,01m}$

b)

II) a segunda trata de uma frenagem em uma trajetória retilínea e horizontal.

Como é fixada a desaceleração do caminhão, o estudante deverá verificar se a força de atrito estático garante a desaceleração igual ao do caminhão. A desaceleração do caminhão vale:

$v = v_0 + a.t \;\rightarrow\; 0 = 20 + a.10 \;\therefore\; \mathbf{a = -2m/s^2}$

III) A força de atrtito pode fornecer a aceleração a_E

$F_{AE} = m.a_E \;\rightarrow\; \mu_E.N = m.a_E \;\rightarrow\; \mu_E.m.g = m.a_E \;\therefore\; a_E = -1,8\ m/s^2$ (a bobina escorrega e a sua desaceleração a_B é garantida pela força de atrito cinemático (ou de escorregamento)

IV) cálculo da desaceleração

$F_{AC} = m.a_B \;\rightarrow\; \mu_C.N = m.a_B \;\rightarrow\; \mu_C.m.g = m.a_B \;\therefore\; \mathbf{a_B = -1,5\ m/s^2}$

V) A velocidade com que o carretel colide contra a cabina é a velocidade relativa entre a bobina e a cabina $v_{B/C}$

$v_{B/C}^2 = v_{0B/C}^2 + 2.a_{B/C}.x_{A/C} \;\rightarrow\; v_{B/C}^2 = (v_{0B} - v_{0C})^2 + 2.(a_B - a_C).x_{A/C} \;\rightarrow$

$v_{B/C}^2 = (0)^2 + 2.[(-1,5) - (-2)].2 \;\rightarrow\; \mathbf{v_{B/C} = \sqrt{2}m/s}$

Questão 07 - 3a série (6,0 pontos)

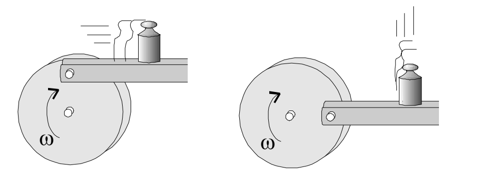


Fig 1 Fig 2

Trata o problema da discussão entre a estabilidade do corpo em duas situações extremas. No ponto mais alto da trajetória (fig. 1)
a estabilidade existe enquanto houver um mínimo valor maior que zero para a reação de apoio N. O estudante deve verificar que neste ponto só existe a componente vertical da aceleração. Portanto:

a)

I) cálculo da aceleração vertical a_{max1}

$P – N = m.a \quad \rightarrow \quad m.g – N = m.a \quad \rightarrow \quad m.g – 0 = m.a_{max1}$

II) cálculo da velocidade angular máxima ω_{max1}

$m.g = m.\ \omega_{max1}^2.R \quad \therefore \quad \boldsymbol{\omega_{max1} = \sqrt{(g/R)}}$

b)

No ponto intermediário (fig. 2) e analisando segundo um eixo horizontal, o corpo está no ponto de máxima elongação, mínima velocidade e máxima aceleração. Então, a estabilidade é garantida se a força de atrito estático puder fazer integralmente o papel de força centrípeta. O estudante deve verificar que neste ponto só existe a componente horizontal da aceleração. Assim:

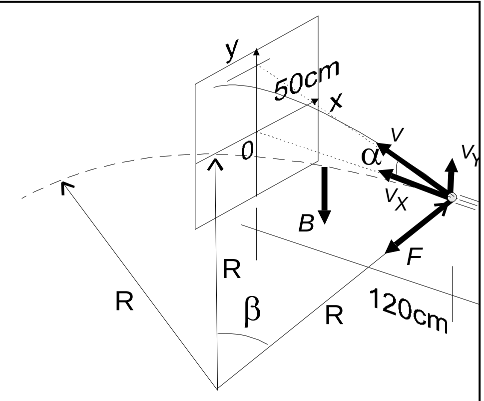
III) cálculo da velocidade aceleração vertical a_{max2}

$F_A = m.a \quad \rightarrow \quad \mu.m.g = m.a \quad \rightarrow \quad \mu.m.g = m.a_{max2}$

IV) cálculo da velocidade angular máxima ω_{max2}

$\mu.m.g = m.\ \omega_{max2}^2.R \quad \therefore \quad \boldsymbol{\omega_{max2} = \sqrt{(\mu.g/R)}}$

Questão 08 - 3^a. série (6,0 pontos)



Trata-se de um problema envolvendo o princípio da superposição de movimentos de Galileu em que uma partícula eletrizada caminha no interior de um campo magnético uniforme. Como a velocidade dela forma um ângulo com as linhas do campo, o estudante deverá considerar dois movimentos superpostos: um vertical sob ação de uma força resultante nula e um horizontal sob a ação de uma força que lhe é perpendicular e lhe impõe um movimento circular e uniforme. O ângulo α define a direção da velocidade inicial segundo um reta horizontal do plano vertical perpendicular ao anteparo e o ângulo β define, no plano horizontal, o setor do arco de círculo, desde a posição de partida à posição de chegada, descrito pela partícula por ação da força magnética.

a)

I) cálculo das componentes da velocidade

$v_x = v.\cos\alpha \quad \rightarrow \quad v_x = 1300.120/(120^2+50^2)^{½} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_x = 1200 m/s}$

$v_y = v.\text{sen}\alpha \quad \rightarrow \quad v_x = 1300.50/(120^2+50^2)^{½} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{v_x = 500 m/s}$

II) cálculo do raio da projeção horizontal da trajetória

$R = m.v_x / (B.q) \quad \rightarrow \quad R = 1.10^{-8}.1200 / (0,5.10.10^{-6}) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{R = 2,4 m}$

III) cálculo do ângulo descrito até o impacto

$\text{sen}\beta = x / R \quad \rightarrow \quad \text{sen}\beta = 1,20 / 2,40 \quad \rightarrow \quad \text{sen}\beta = 0,50 \quad \therefore \quad \boldsymbol{\beta = 30^o}$

IV) cálculo do período T da trajetória circular

$v_x = 2.\pi.R / T \quad \rightarrow \quad 1200 = 2.3.2,4 / T \quad \therefore \quad \boldsymbol{T = 12.10^{-3} s}$

b)

V) cálculo do tempo gasto para atingir o anteparo

$360^o / T = 30^o / \Delta t \quad \therefore \quad \boldsymbol{\Delta t = 1.10^{-3} s}$

VI) cálculo das coordenadas de impacto

$x = R – R.\cos\beta \quad \rightarrow \quad x = – 2,4 – (– 2,4.0,87) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x = – 0,312 m}$

$y = v_y\ .\ \Delta t \quad \rightarrow \quad y = 500.\ 1.10^{-3} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = 0,50 m}$