

**Olimpíada
Brasileira
de Física
2006**

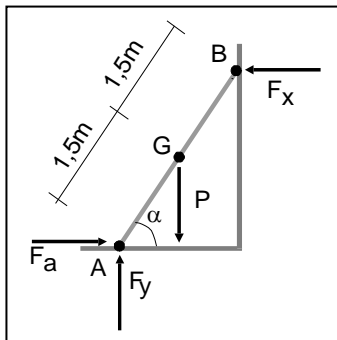


Olimpíada Brasileira de Física 2006

Gabarito - Segunda Fase

Terceira Série

Questão 01 - 3a série (6,0 pontos)



a) trabalho realizado pelo pintor

i) O estudante deve saber que o trabalho usado para erguer a escada e posicioná-la é, no mínimo, igual, **em módulo**, à variação da energia potencial gravitacional a que se submete o centro de massa da escada (aqui interessa apenas a ordenada, pois a variação da Energia Potencial Gravitacional não depende da variação da abcissa) A ordenada do centro de massa da escada no chão é Zero e quando encostada é:

$$y_G = 1,5 \cdot \text{sen}53^\circ = 1,5 \cdot 0,80 = \mathbf{1,2m}$$

ii) Cálculo do trabalho para erguer a escada:

$$\tau = \Delta E_{pg} \rightarrow \tau = \text{módulo de } (E_{pg0} - E_{pg})$$

(E_{pg0} = en.pot.grav. do c.m. no chão; E_{pg} = en..pot. grav. do c.m. no alto)

$$\tau = \text{módulo de } (m \cdot g \cdot 0 - m \cdot g \cdot y_G) = \text{módulo de } (15 \cdot 10 \cdot 0 - 15 \cdot 10 \cdot 1,2)$$

$$\tau = \mathbf{180J}$$

b) coeficiente de atrito estático

A força de atrito estático é calculada pela expressão

$$F_a = \mu \cdot N \rightarrow \mu = F_a / N \quad (N \text{ é a força de reação normal à compressão})$$

i) A força resultante horizontal é nula e o estudante tem que impor que a força de atrito F_a tem o mesmo módulo da reação horizontal F_x .

$$\Sigma F_{\text{horizontais}} = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{F_a = F_x}$$

ii) Em equilíbrio, o momento estático resultante relativamente a qualquer ponto deve ser Zero.

Se for escolhido o ponto A permite achar facilmente F_x . Se o estudante optar por outro ponto, é preciso acompanhar o raciocínio dele e conferir os valores.

Sabendo o valor de F_x o estudante pode determinar a força de atrito F_a .

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 & \rightarrow \\ F_x \cdot 3 \cdot \text{sen}53^\circ - P \cdot 1,5 \cdot \cos53^\circ + F_a \cdot 0 + F_y \cdot 0 & = 0 \\ F_x \cdot 3 \cdot 0,80^\circ - 150 \cdot 1,5 \cdot 0,60 + 0 + 0 & = 0 \rightarrow \\ F_x = 56,25 & \therefore \quad \mathbf{F_a = 56,25N} \end{aligned}$$

iii) A força resultante vertical é nula. Então F_y tem o mesmo módulo do peso P e tem mesmo módulo que a força normal de compressão.

$$\Sigma F_{\text{verticais}} = 0 \quad \therefore \quad \mathbf{N = F_y = P}$$

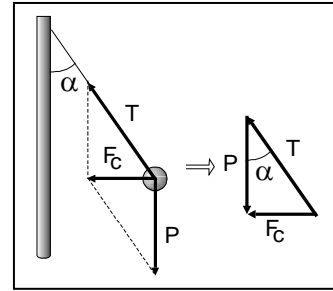
iv) Cálculo do coeficiente de atrito:

$$F_a = \mu \cdot N \quad \text{ou} \quad \mu = F_a / F_y \rightarrow \mu = 56,25 / 150 \quad \mu = \mathbf{0,375}$$

Questão 02 - 3a série (6,0 pontos)

a) força de tração T

As forças atuantes em uma das bolas são duas: o peso e a tração no fio. Elas dão como resultante a força centrípeta. Elas permitem ao estudante desenhar o triângulo de forças para encontrar mais facilmente a relação entre elas. Como o peso pode ser conhecido a partir da massa, vem:



i) cálculo do peso:

$$P = m \cdot g \rightarrow P = 1 \cdot 10 \rightarrow P = 10\text{N}$$

ii) cálculo da tração:

$$\cos \alpha = P / T \quad \therefore \quad T = P / \cos \alpha \rightarrow T = 10 / 0,8 \rightarrow \quad \mathbf{T = 12,5\text{N}}$$

b) velocidade angular

Deve-se usar a relação entre força centrípeta e velocidade angular ($F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$)

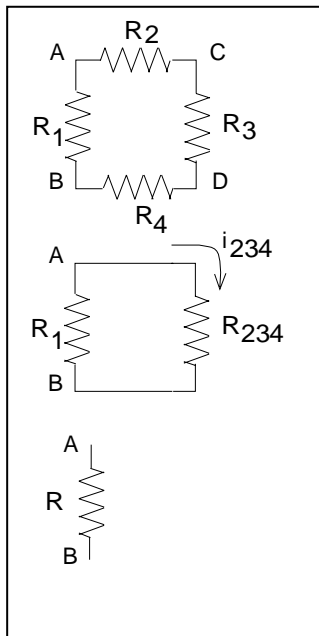
i) cálculo da força centrípeta:

$$\text{tg } \alpha = F_c / P \rightarrow F_c = P \cdot \text{tg } \alpha \rightarrow F_c = 10 \cdot (3/4) \rightarrow \quad \mathbf{F_c = 7,5\text{N}}$$

ii) cálculo da velocidade angular:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R \rightarrow 7,5 = 1 \cdot \omega^2 \cdot 0,2 \quad \therefore \quad \omega^2 = 75 / 2 \rightarrow \quad \mathbf{\omega = 5\sqrt{(3/2)} \text{ rad/s}}$$

Questão 03 - 3a série (6,0 pontos)



O estudante deverá perceber que o anel de grafite, com quatro pontos de conexão (A, B, C e D), corresponde a uma associação equivalente à mostrada na 1a figura. Portanto entre A e B temos dois ramos: o primeiro formado por R_1 (sentido anti-horário) e o segundo por três resistores em série com equivalente R_{234} (sentido horário).

a) resistência equivalente entre A e B

Como os dois citados ramos estão em paralelo, num dos ramos temos R_1 e no outro R_{234} .

i) cálculo de R_{234}

$$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 \quad R_{234} = 10 + 10 + 10$$

$$\mathbf{R_{234} = 30\Omega}$$

ii) cálculo de R:

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_{234} \rightarrow 1/R = 1/10 + 1/30 \quad \therefore \quad \mathbf{R = 7,5\Omega}$$

b) cálculo da tensão

i) cálculo da corrente elétrica i_{234} :

$$V_{AB} = R_{234} \cdot i_{234} \quad \rightarrow \quad 12 = 30 \cdot i_{234} \quad \therefore \quad i_{234} = 0,4A$$

ii) Cálculo de V_{CD} :

$$V_{CD} = R_3 \cdot i_{234} \quad \rightarrow \quad V_{CD} = 10 \cdot 0,4 \quad \rightarrow \quad V_{CD} = 4V$$

Questão 04 - 3a série (6,0 pontos)

Como primeiro passo o estudante deverá obter a posição e natureza da imagem formada pela lente L_1 . A imagem formada servirá de objeto para a lente L_2 , mas a natureza deste objeto dependerá da posição da imagem formada por L_1 .

a) determinação da posição da imagem formada por L_1

$$1 / f_1 = 1 / p_1 + 1 / p_1' \rightarrow 1 / 8 = 1 / 10 + 1 / p_1' \therefore p_1' = 40\text{cm} \quad (\text{Imagem Real})$$

Obs. A identificação de que a imagem é real serve apenas para a continuidade do raciocínio.

b) determinação da posição e natureza da imagem formada por L_2

Pelo desenho o estudante perceberá que esta imagem real formou-se à frente de L_2 . Então ela funciona para esta lente como sendo um objeto real a 10cm desta.

$$1 / f_2 = 1 / p_2 + 1 / p_2' \rightarrow 1 / 5 = 1 / 10 + 1 / p_2' \therefore p_2' = 10\text{cm} \quad (\text{Real})$$

Questão 05 - 3a série (6,0 pontos)

O estudante deverá perceber que o ritmo das batidas na água dá o período da ondulação ($T = 2s$)

a) cálculo da velocidade da onda

$$v = \lambda \cdot f \quad \text{ou} \quad v = \lambda \cdot (1 / T)$$

$$v = 0,4 \cdot (1 / 2) \quad \rightarrow \quad v = 0,2\text{m/s} \quad \text{ou} \quad v = 20 \text{ cm/s}$$

b) cálculo da frequência com a vareta em movimento

i) cálculo do novo comprimento de onda

Ao mover a fonte a 5cm/s gerando ondas a cada 2s, as cristas das ondas ficarão 10cm mais próximas uma das outras no sentido do movimento da fonte, ou em outras palavras, as cristas das ondas que vão adiante da vareta e que se aproximam da extremidade em questão ficarão separadas de 30cm o que quer dizer que o comprimento de onda, para as ondas que aí chegam, fica igual a 30cm. (Da mesma forma, as cristas que ficam atrás da vareta passam a ficar afastadas umas das outras em 50 cm e o seu comprimento de onda passa a ser de 50 cm. A vareta cria uma situação explicada pelo efeito Doppler)

$$\lambda' = \lambda - 10 \quad \rightarrow \quad \lambda' = 40 - 10 \quad \rightarrow \quad \lambda' = 30 \quad \rightarrow \quad \lambda' = 0,30\text{m}$$

ii) cálculo da frequência associada às ondas que se dirigem para a extremidade em questão

$$v = \lambda' \cdot f' \quad \rightarrow \quad 0,2 = 0,3 \cdot f' \quad \therefore \quad f' = \mathbf{0,667 \text{ Hz}}$$

>>> os passos ii e iii podem ser resolvidos diretamente pela expressão: <<<

$$f' = f \cdot (v / (v - v_f)) \quad \rightarrow \quad f' = 0,5 \cdot (0,2 / (0,2 - 0,05)) \quad \rightarrow \quad f' = 0,667 \text{ Hz}$$

onde v é a velocidade de propagação da onda e v_f é a velocidade da fonte.

Questão 06 - 3a série (6,0 pontos)

O estudante deverá perceber que o ato de inverter sucessivamente o tubo equivale a proporcionar uma queda das bolinhas e que, embora o tubo tenha 50cm, as quedas são de 40cm pois as bolinhas amontoadas ocupam 10 cm. Em outras palavras, deve perceber que o centro de massa das bolinhas, em cada queda, move-se por 40cm.

a) energia dissipada após 50 inversões

i) cálculo do trabalho realizado após as 50 inversões:

$$\tau = m \cdot g \cdot y_{\text{total}} \quad \rightarrow \quad \tau = 0,200 \cdot 10 \cdot (0,40 \times 50) \quad \rightarrow \quad \tau = \mathbf{40 \text{ J}}$$

b) equivalente mecânico do calor

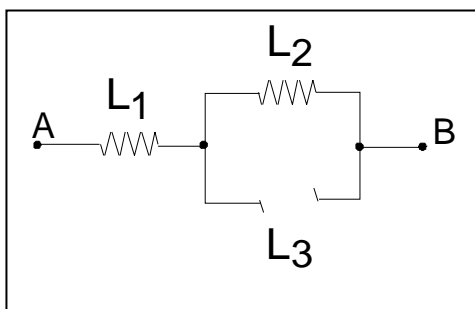
i) cálculo do calor que aquece as bolinhas:

$$Q = m \cdot c \cdot (\theta - \theta_0) \quad \rightarrow \quad Q = 200 \cdot 0,030 \cdot (21,5 - 21,0) \quad \rightarrow \quad Q = \mathbf{9 \text{ cal}}$$

ii) cálculo τ / Q (equivalente mecânico do calor)

$$E = \tau / Q \quad \rightarrow \quad E = 40 / 9 \quad \rightarrow \quad E = \mathbf{4,44 \text{ J / cal}}$$

Questão 07 - 3a série (6,0 pontos)



O estudante deverá saber que uma lâmpada "queimada" apresenta uma resistência elétrica infinitamente grande. Portanto o circuito, na realidade, consta de apenas duas lâmpadas em série e ligadas a uma fonte de tensão igual a 120V

a) intensidade i_1 na lâmpada L_1

i) cálculo da resistência de cada lâmpada a partir dos dados nominais. (dados nominais são aqueles escritos nos dispositivos e considerados para o seu funcionamento ideal)

$$P_{\text{nom}} = V_{\text{nom}}^2 / R \quad \therefore \quad R = V_{\text{nom}}^2 / P_{\text{nom}} \quad \rightarrow \quad R = 120^2 / 60$$

$$R_L = R_{L1} = R_{L2} = \mathbf{240\Omega}$$

ii) cálculo da resistência equivalente do circuito série.

$$R_{Leq} = R_{L1} + R_{L2} = 240 + 240 \qquad R_{Leq} = 480 \, \Omega$$

iii) cálculo da corrente que circula no circuito e portanto em L_1 .

$$V_{AB} = R_{Leq} \cdot i \quad \therefore \quad i = V_{AB} / R_{Leq} = 120 / 480 \quad \rightarrow \quad i = 0,25A$$

b) potência dissipada em L_2

cálculo da potência P_2 em L_2 ($i_1 = i_2 = i$)

$$P_2 = R_{L2} \cdot (i_2)^2 \quad \rightarrow \quad P_2 = 240 \cdot (0,25)^2 \quad \rightarrow \quad P_2 = 15W$$

Questão 08 - 3a série (6,0 pontos)

Trata-se de um problema em que as forças são conservativas em termos de energia mecânica (força peso e força elástica). A solução envolve a aplicação do princípio da conservação da energia mecânica, ou seja, a energia mecânica inicial é igual à energia mecânica final.

Quando no alto da ponte, o jovem tem energia potencial gravitacional máxima em relação ao ponto mais baixo da trajetória, tomado como referência (energia mecânica inicial = energia potencial gravitacional somente). Ao saltar, essa energia passa a se transformar em energia cinética e quando o cabo elástico começa a ser solicitado, passa a se transformar em energia potencial elástica. O cabo elástico, a partir desse momento, passa a oferecer resistência ao movimento, até que o impede, fazendo com que o jovem pare sua queda (nesse momento, toda energia mecânica se transformou em energia potencial elástica) e comece sua ascensão, por força da restituição da força elástica.

a) maior comprimento do cabo

i) Será aplicado o princípio da conservação da energia tomando o cuidado de medir as posições verticais a partir do ponto mais baixo da trajetória do jovem para facilitar o cálculo.

$$E_{\text{mecânica inicial}} = E_{\text{mecânica final}} \\ E_{pgo} + E_{eo} + E_{peo} = E_{pg} + E_e + E_{pe}$$

ii) determinação da máxima deformação do cabo elástico $L_{m\acute{a}x}$;

$m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} k \cdot x^2$ sendo $y = L_{m\acute{a}x} = L + x_{max}$ (onde L = comprimento do cabo não deformado)

$$m \cdot g \cdot (L + x_{max}) = \frac{1}{2} k \cdot (x_{max})^2 \quad \rightarrow$$

$$100 \cdot 10 \cdot (40 + x_{max}) = (300 / 2) \cdot (x_{max})^2$$

$$40000 + 1000(x_{max}) = 150 \cdot (x_{max})^2 \text{ ou}$$

$$150 \cdot (x_{max})^2 - 1000(x_{max}) - 40000 = 0 \text{ ou}$$

$$1,5 \cdot (x_{max})^2 - 10(x_{max}) - 400 = 0$$

resolvendo a equação do 2º grau, vem:

$$x_{\max} = 20\text{m} \quad \text{portanto, como } L_{\max} = L + x_{\max} \quad \text{ou}$$

$$L_{\max} = 40 + 20 = 60\text{m} \qquad \qquad \qquad \mathbf{L_{\max} = 60\text{ m}}$$

b) máxima aceleração a que o jovem fica submetido

i) A aceleração máxima ocorre sob resultante máxima possível e tal se dá no ponto mais baixo da trajetória pois o peso (constante) está voltado para baixo e a força elástica, voltada para cima, torna-se máxima na situação de máxima deformação (consiste na aplicação da segunda lei de Newton tendo como forças atuantes o peso e a força elástica)

ii) cálculo da força resultante máxima (ΣF)

$$\Sigma F = F_{\text{emax}} - P \rightarrow \Sigma F = k \cdot x_{\max} - m \cdot g \rightarrow$$

$$\Sigma F = 300 \cdot 20 - 100 \cdot 10 \rightarrow \mathbf{\Sigma F = 5000\text{ N}}$$

iii) cálculo da aceleração máxima

$$\Sigma F = m \cdot a_{\max} \quad \therefore \quad a_{\max} = \Sigma F / m \quad \rightarrow$$

$$a_{\max} = 5000 / 100 \quad \rightarrow \quad \mathbf{a_{\max} = 50\text{ m/s}^2}$$

Portanto, o valor da aceleração a que fica submetido o jovem ultrapassa os 30m/s^2 desejado pelos responsáveis pelo brinquedo.