

Prova do 3º Ano – 2ª fase

Gabarito

01.

- a) As forças sobre o bloco de massa m são: a força de atrito estática f , o peso mg e a força normal $N = mg$. Sobre a tábua, as forças na horizontal são: F e f (reação da força f que atua sobre o bloco). Assim, usando as leis de Newton, podemos dizer que:

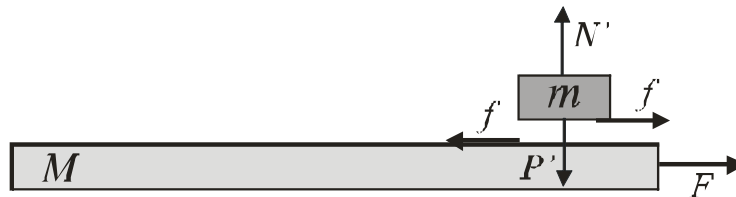


Fig. 1

Em m : $f = m a_1$

Em M : $F - f = M a_2$

Enquanto não houver deslizamento, $a_1 = a_2 = a$. Então,

$$\begin{cases} F - f = M a \\ f = m a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{f}{m} \quad (01)$$

Assim,

$$F - f = M \frac{f}{m} \Rightarrow F = \frac{(M + m)}{m} f$$

Para não haver deslizamento: $f \leq f_{e\max} \Rightarrow f \leq \mu_e N \Rightarrow f \leq \mu_e m g$,

onde $f_{e\max}$ é a força de atrito estático máxima. Logo,

$$F \leq \frac{(M + m)}{m} \mu_e m g \Rightarrow F \leq (M + m) \mu_e g$$

Assim, ocorrerá deslizamento para $F > (M + m) \mu_e g$

- b) Se há deslizamento, $f = f_c = \mu_c N = \mu_c m g$, onde f_c é a força de atrito cinético. Usando as equações (01), temos,

$$\begin{cases} f_c = m a_1 = \mu_c m g \Rightarrow a_1 = \frac{\mu_c m g}{m} \Rightarrow a_1 = \mu_c g \\ F - f_c = M a_2 \Rightarrow F - \mu_c m g = M a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{F - \mu_c m g}{M} \end{cases}$$

Assim, a aceleração relativa entre as duas massas é,

$$a_2 - a_1 = \frac{F - \mu_c m g}{M} - \mu_c g \Rightarrow a_2 - a_1 = \frac{F - (M + m)\mu_c g}{M}$$

Em um referencial em que a tábua está em repouso, o bloco move-se, partindo do repouso, com aceleração $a = a_2 - a_1$, para a esquerda. O tempo gasto pelo bloco para deslocar-se até o final da prancha pode ser calculado pela equação da cinemática:

$$\Delta s = v_o t + \frac{a t^2}{2} \Rightarrow \ell = \frac{F - (M + m)\mu_c g}{2M} t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 = \frac{2M\ell}{F - (M + m)\mu_c g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2M\ell}{F - (M + m)\mu_c g}}$$

02.

a) A figura abaixo mostra as forças que atuam sobre o corpo nos pontos A e C.

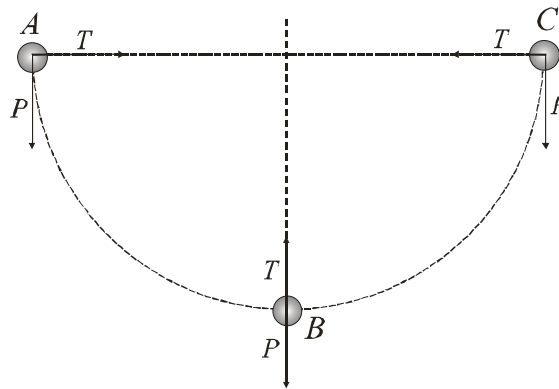


Fig. 2

No ponto A, a componente vertical do vetor aceleração é g e está no sentido vertical para baixo. De maneira análoga, no ponto C, a componente vertical do vetor aceleração é g e está no sentido vertical para baixo.

No ponto B, a força resultante será $T - P$ e, portanto, a aceleração resultante estará dirigida verticalmente para cima. Neste ponto, o vetor aceleração não possui componente horizontal tendo apenas componente vertical que corresponde à aceleração centrípeta do corpo.

b) Como o movimento do corpo é circular, existe uma força resultante centrípeta sobre o corpo. As forças responsáveis pela resultante centrípeta dependem da posição considerada.

Consideremos então um ponto arbitrário D ao longo da trajetória. Neste ponto, as forças atuantes sobre o corpo são a tração, T , e o peso, P .

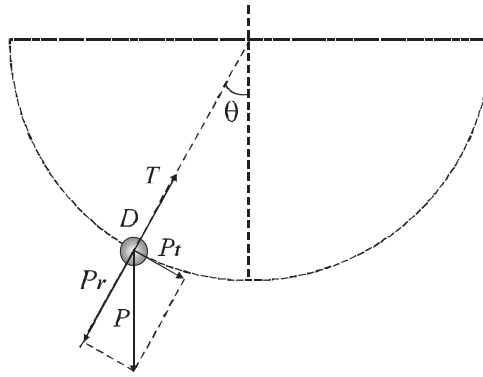


Fig. 3

Decompondo a força P nas direções radial e tangencial, podemos escrever que,

$$\begin{cases} T - P_r = m a_r \\ P_t = m a_t \end{cases}$$

onde, P_r é a componente radial da força peso, $a_r = \frac{v^2}{\ell}$ é a componente radial do vetor aceleração (conhecida como aceleração centrípeta), P_t é a componente tangencial da força peso, e a_t a componente tangencial do vetor aceleração (que é a responsável pela variação no módulo do vetor velocidade durante o movimento circular realizado pelo corpo).

Assim,

$$T - m g \cos \theta = \frac{m v^2}{\ell} \Rightarrow T = m g \cos \theta + \frac{m v^2}{\ell} \quad (1)$$

Para calcular a velocidade, v , no ponto D, usaremos a lei da Conservação da Energia.

Considerando o referencial de Energia Potencial nula no plano horizontal superior, temos que:

$$E_{p_o} = 0 \quad e \quad E_{c_o} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_o = 0.$$

No ponto D,

$$E = E_c + E_p \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} m v^2 - m g \ell \cos \theta \Rightarrow v^2 = 2 g \ell \cos \theta \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1), obtemos,

$$T = m g \cos \theta + \frac{2 m g \ell \cos \theta}{\ell} \Rightarrow T = 3 m g \cos \theta \quad (3)$$

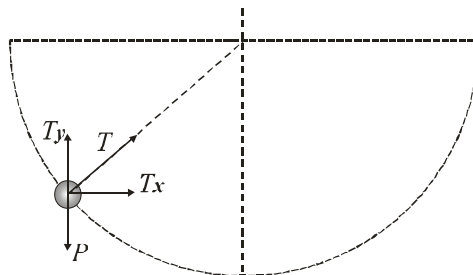


Fig. 4

Para que o vetor aceleração esteja na direção horizontal, devemos decompor a tração na corda no ponto D de modo que a componente vertical da mesma se anule com a força peso e apenas o componente horizontal da tração permaneça. Desta forma, o vetor aceleração terá apenas componente horizontal. Então,

$$T_y = P \Rightarrow T \cos \theta = m g \Rightarrow T = \frac{m g}{\cos \theta} \quad (4)$$

Comparando as equações (3) e (4), obtemos, finalmente, o ângulo desejado, isto é,

$$3 m g \cos \theta = \frac{m g}{\cos \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \arccos \theta = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

03. A equação dos gases ideais é dada por $PV = nRT$

a) No processo $1 \rightarrow 2$ o volume varia linearmente com a temperatura. Da equação acima esta variação só é linear se P for mantido constante. Assim este é um processo de expansão isobárica (mesma pressão), indicado no diagrama PV da figura abaixo, onde $P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_2}{V_2}$

O processo $2 \rightarrow 3$ é isocórico (ou isovolumétrico), onde a pressão passa do valor P_1 acima para o valor $P_2 = \frac{nRT_1}{V_2}$. Note que, comparando as duas expressões da pressão, obtemos $P_1 > P_2$, pois $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$

O processo $3 \rightarrow 1$ é isotérmico, de modo que a curva descrita é de uma função que varia com o inverso do volume

O gráfico PV destes processos é mostrado abaixo.

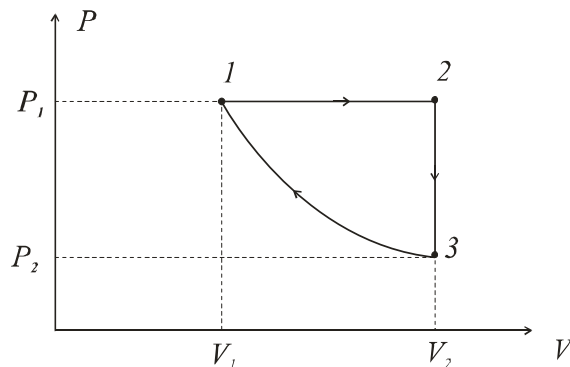


Fig. 5

b) Para descrever os processos de troca de calor, usamos a primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W \quad (1)$$

Note que para gases perfeitos a energia interna U é função crescente da temperatura

- Processo $1 \rightarrow 2$,

$$T_2 > T_1 \Rightarrow \Delta U > 0.$$

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta W > 0 \text{ (o sistema realiza trabalho na expansão } V_1 \rightarrow V_2 \text{ à pressão constante).}$$

Comparando com (1), devemos ter então $\Delta Q > 0$, ou seja, o sistema recebe calor

- Processo $2 \rightarrow 3$,

$V_2 = V_1 \Rightarrow \Delta W = 0$, isto é, não há realização de trabalho

$T_3 = T_1 < T_2 \Rightarrow \Delta U < 0$

Desta forma $\Delta Q < 0$, ou seja, o sistema libera calor.

- Processo $3 \rightarrow 1$

Este processo é isotérmico, de modo que $\Delta U = 0$. Assim $\Delta Q = \Delta W$. Contudo, como há uma compressão $V_2 \rightarrow V_1$, logo $\Delta W < 0$, ou seja o meio realiza trabalho sobre o sistema. Desta forma $\Delta Q < 0$, ou seja, o sistema cede calor para o meio.

04. Para um processo adiabático, temos que

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow 3 \times 9^{3/2} = P_2 \times 1^{3/2} \Rightarrow P_2 = 81 \text{ atm}$$

e

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

onde $T_1 = 327^\circ\text{C} = 600 \text{ K}$. Logo:

$$\frac{3 \times 9}{600} = \frac{81 \times 1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1800 \text{ K}$$

05.

a) A densidade linear da corda vale $\mu = \frac{m}{l} = \frac{0,5}{20} = \frac{1}{40} \text{ kg/m}$.

Assim, a velocidade de propagação da onda ao longo da corda é dada por,

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{1000}{1/40}} \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$

e dessa forma,

$$v = \lambda f \Rightarrow 200 = \lambda 5 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ m}$$

b) Se $T' = 2T \Rightarrow v' = \sqrt{\frac{2T}{\mu}} \Rightarrow v' = \sqrt{2} v$

Mas,

$$v' = \lambda f' \Rightarrow v\sqrt{2} = \lambda f' \Rightarrow f' = \sqrt{2} \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f' = f\sqrt{2}$$

Assim, a frequência deverá ser aumentada para $f' = 5\sqrt{2} \text{ hz}$

06. O comprimento de onda da luz ao passar do ar (onde $n = 1$) para o meio 1 é alterado para $\lambda_1 = \frac{\lambda}{n_1}$.

Substituindo os dados fornecidos, o índice de refração do meio 1 será $n_1 = 1,5$.

O índice de refração do meio 2 é obtido por $n_2 = \frac{c}{v_2}$, o que nos leva a $n_2 = 2$

a) Para determinar a distância focal das lentes, usamos a equação dos fabricantes:

$$\frac{1}{f} = \frac{(n - n_o)}{n_o} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

onde n_o é o índice de refração do meio onde a lente está imersa. Adotamos a convenção de sinais onde o raio de curvatura é positivo se a superfície, *quando vista pelo feixe incidente*, é convexa e negativo quando côncava. Como uma das superfícies é plana, seu raio de curvatura tende a infinito. Sendo o meio externo o ar, as distâncias focais serão:

Para a lente plano convexa: $f_1 = 80 \text{ cm}$

Para a lente plano côncava: $f_2 = -40 \text{ cm}$

Se as lentes estão em contato, a distância focal da lente composta é dada por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

o que nos conduz a $f = -80 \text{ cm}$ (lente divergente)

b) A posição q da imagem pode ser calculada pela equação das lentes:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$$

Como $p = 20 \text{ cm}$, obtemos

$$q = -16 \text{ cm}$$

A imagem será, portanto virtual.

O aumento é calculado pela expressão:

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p}$$

Usando os valores encontrados anteriormente, obtemos

$M = \frac{4}{5}$, o que nos conduz a $h' = 4 \text{ cm}$. A imagem será virtual e direita.

07. a) O custo cobrado pela empresa é o da energia consumida. Se P é a potência usada, então a energia consumida durante o tempo Δt será: $\Delta E = P \Delta t$.

Se o custo, para cada $1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh}$ consumido, é de R\$0,60, então a energia usada na ligação em série será:

$$\Delta E_s = \frac{150,00}{0,60} 10^3 = 250 \times 10^3 \text{ Wh}$$

Como $\Delta t = 10^3 \text{ h}$, a potência dissipada da ligação em série será: $P_s = 250 \text{ W}$.

Numa ligação em série a resistência é $R_s = R_A + R_B$.

Como $P_s = \frac{V_s^2}{R_s} = \frac{250^2}{R_s}$, então

$$R_A + R_B = 250 \Omega \quad (1)$$

Para a ligação em paralelo, obtemos:

$$\Delta E_s = \frac{144,00}{0,60} 10^3 = 240 \times 10^3 \text{ Wh}$$

Resultando $P_p = 240 \text{ W}$

Por outro lado $P_p = \frac{V_p^2}{R_p} = \frac{120^2}{R_p}$

Então $R_p = 60 \Omega$

Na associação de 2 resistores em paralelo, a resistência equivalente será:

$$R_p = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B} = 60 \Omega \quad (2)$$

Resolvendo (1) e (2), encontramos

$$R_A = 100 \Omega \text{ e } R_B = 150 \Omega$$

b) Na associação em paralelo, como cada lâmpada é submetida à mesma tensão, tem-se:

$$P_A = \frac{V_p^2}{R_A} = \frac{120^2}{100} = 144 \text{ W} . \text{ De maneira análoga encontramos } P_B = 96 \text{ W}$$

Na associação em série, como a tensão sobre cada lâmpada não é a mesma, é melhor usar a expressão $P = R I^2$

Como a corrente é a mesma em cada lâmpada e igual à corrente total que atravessa o circuito, temos que

$$I = \frac{V_s}{R_s} = \frac{V_s}{R_A + R_B},$$

então

$$P_A = R_A \left(\frac{V_s}{R_A + R_B} \right)^2 \quad \text{e} \quad P_B = R_B \left(\frac{V_s}{R_A + R_B} \right)^2$$

o que nos conduz a $P_A = 100 \text{ W}$ e $P_B = 150 \text{ W}$

08.

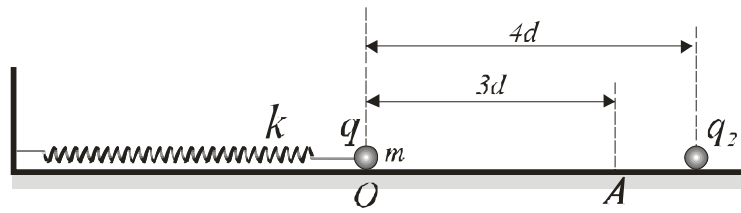


Fig. 6

a) No ponto A, que está à distância $3d$ do ponto de repouso O, a esfera carregada sofre uma força de restauração devido à mola e outra, em sentido oposto, devido a outra carga, que está a uma distância d de A. A força total sobre a esfera é dada por:

$$F_T = K \frac{12q^2}{d^2} - 3kd, \text{ onde } K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{ é a constante eletrostática.}$$

Como a esfera se encontra no equilíbrio, então $F_T = 0$, e:

$$3kd = K \frac{12q^2}{d^2}$$

$$\text{Logo } k = 4K \frac{q^2}{d^3}$$

b) A energia potencial eletrostática de duas cargas puntiformes, separadas por uma distância r , é dada por

$$E_p = K \frac{q_1 q_2}{r}.$$

Para os dados do problema teremos: $E_p = -12K \frac{q^2}{d}$

c) Como não há atrito, após a retirada da carga q_2 a esfera irá executar um movimento harmônico simples

(MHS) com amplitude $x_{\max} = 3d$ e frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. O período de oscilação é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Usando o valor de k encontrado no primeiro item, obtemos:

$$T = \pi \frac{d}{q} \sqrt{\frac{md}{K}}$$

d) No movimento descrito pela esfera, a energia cinética é nula nos extremos de oscilação e máxima em O.

Por outro lado a energia potencial é máxima nos extremos, e nula em O. Como a energia total se conserva, seu valor é igual à energia potencial máxima (ou à energia cinética máxima). Assim

$$E_T = \frac{k x_{\max}^2}{2} = \frac{k(3d)^2}{2}$$

Substituindo o valor de k , obtém-se

$$E_T = \frac{18Kq^2}{d}$$