

FEZ

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Aprovou!

Elite Resolve

UNICAMP 2011
2ª fase

PORTUGUÊS
E MATEMÁTICA

www.elitecampinas.com.br

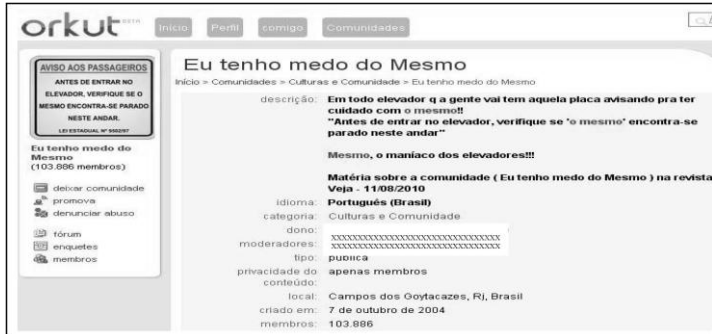
os melhores **gabaritos** da internet

LÍNGUA PORTUGUESA

QUESTÃO 01

A comunidade do Orkut “Eu tenho medo do Mesmo” foi criada em função do aviso bastante conhecido dos usuários de elevadores: “Antes de entrar no elevador, verifique se o mesmo encontra-se parado neste andar”.

- a) Explique o que torna possível o jogo de palavras “Mesmo, o maníaco dos elevadores” usado pelos membros dessa comunidade.
- b) Reescreva o aviso de forma que essa leitura não seja mais possível.



(Adaptado de <http://www.orkut.com.br/Main#community?cmm=525458>. Acesso em 20/12/2010)

Resolução

a) No texto original dos elevadores – Antes de entrar no elevador, verifique se o mesmo encontra-se parado neste andar -, a expectativa é que se considere que o vocábulo “mesmo” tem função de pronome, referindo-se a elevador. Contudo, a presença do artigo “o” antes de “mesmo” permite o jogo de palavras empreendido pela comunidade do Orkut “Eu tenho medo do Mesmo”, já que o vocábulo passa a ser lido como um substantivo. Além disso, a comunidade grava o termo “Mesmo” com letra maiúscula, transformando-o em nome próprio, o que torna o jogo de palavras ainda mais divertido: o usuário do elevador, em vez de tomar cuidado para que entre no elevador apenas após verificar se o equipamento está no andar para que não ocorram acidentes, deve atentar se o “Mesmo” está no andar, como se fosse alguém que deve ser temido.

b) Se a função do “mesmo” é pronominal, então basta que se utilize um pronome tradicional em seu lugar, por exemplo: Antes de entrar no elevador, verifique se ele encontra-se parado neste andar. Outra opção é alterar a estrutura das orações: Verifique se o elevador encontra-se parado neste andar antes de entrar; Antes de entrar, verifique se o elevador encontra-se parado neste andar.

QUESTÃO 02

Consumir suplementos de vitaminas depois de praticar exercícios físicos pode reduzir a sensibilidade à insulina, o hormônio que conduz a glicose às células de todo o corpo. Temporariamente, um pouco de estresse oxidativo – processo combatido por algumas vitaminas e que danifica as células – ajuda a evitar o diabetes tipo 2, causado pela resistência à insulina, concluíram pesquisadores das universidades de Jena, na Alemanha, e Harvard, nos Estados Unidos. Desse estudo, publicado em maio na PNAS, participaram 40 pessoas, metade delas com treinamento físico prévio, metade sem. Os dois grupos foram divididos em subgrupos que tomaram ou não uma combinação de vitaminas C e E. Todos os subgrupos praticaram exercícios durante quatro semanas e passaram por exames de avaliação de sensibilidade da glicose à insulina antes e após esse período. Apenas exercícios físicos, sem doses adicionais de vitaminas, promovem a longevidade e reduzem o diabetes tipo 2. Ao contrário do que se pensava, os resultados negam que o estresse oxidativo seja um efeito colateral indesejado da atividade física vigorosa: ele é na verdade parte do mecanismo pelo qual quem se exercita é mais saudável. A conclusão é clara: nada de antioxidantes depois de correr. (Adaptado de “Quando vitaminas atrapalham”. *Revista Pesquisa FAPESP* 160, p.40, junho de 2009.)

a) Por se tratar de um texto de divulgação científica, apresenta recursos linguísticos próprios a esse gênero. Quais são eles? Transcreva dois trechos em que esses recursos estão presentes.

b) O experimento em questão concluiu que as vitaminas atrapalham. Explique como os pesquisadores chegaram a essa conclusão.

Resolução

a) Os textos de divulgação científica são produzidos com o intuito de traduzir as descobertas científicas a um público considerado relativamente leigo. Nesse sentido, trata-se de um gênero textual de caráter expositivo e informativo que pode se utilizar de paráfrases do texto científico original, adaptações, explicações, parênteses explicativos, recursos figurativos e interlocução com o público leitor, além de ser possível apresentarem-se por meio de certo nível de coloquialismo.

Todo o texto tem o caráter expositivo e informativo, como apresentar em qual estudo e de qual universidade sintetizara as informações, bem como expor resumidamente os procedimentos da pesquisa. Além disso, outros

recursos podem ser encontrados. Há dois momentos em que se explicita o parêntese explicativo (uma explicação ou esclarecimento) com o intuito de esclarecer o sentido de duas expressões que podem não ser conhecidas do grande público: *insulina* e *estresse oxidativo*. Para a primeira deve-se transcrever a passagem “o hormônio que conduz a glicose às células de todo o corpo” e para a segunda “processo combatido por algumas vitaminas e que danifica as células”.

A sentença final “A conclusão é clara (...) correr.” revela a interlocução com o leitor. Apesar de não explícito deve-se perceber elíptico na sentença um verbo com valor de conselho, portanto uma sentença de valor imperativo: “nada de (usar) antioxidantes depois de correr”. Tal expressão é típica da linguagem cotidiana e não científica, estabilizada no sentido de sugerir ou ordenar que o interlocutor se prive de algo.

b) O texto apresenta os procedimentos da pesquisa em questão que levaram os pesquisadores à conclusão. Foram divididos dois grupos de 40 pessoas, metade com treinamento físico e metade sem em subgrupos, que praticaram atividades físicas por quatro semanas, tomando ou não vitaminas C e E. A partir disso puderam medir a resistência do corpo à insulina e tirar a conclusão.

QUESTÃO 03

os dicionários de meu pai

Pouco antes de morrer, meu pai me chamou ao escritório e me entregou um livro de capa preta que eu nunca havia visto. Era o dicionário analógico de Francisco Ferreira dos Santos Azevedo. Ficava quase escondido, perto dos cinco grandes volumes do dicionário Caldas Aulete, entre outros livros de consulta que papai mantinha ao alcance da mão numa estante giratória. Isso pode te servir, foi mais ou menos o que ele então me disse, no seu falar meio grunhido. E por um bom tempo aquele livro me ajudou no acabamento de romances e letras de canções, sem falar das horas que eu o folheava à toa. Palavra puxa palavra e escarafunchar o dicionário analógico foi virando para mim um passatempo (desenfado, espargimento, entretém, solaz, recreio, filistria). O resultado é que o livro, herdado já em estado precário, começou a se esfarelar nos meus dedos. Encostei-o na estante das relíquias ao descobrir, num sebo atrás da Sala Cecília Meireles, o mesmo dicionário em encadernação de percalina. Com esse livro escrevi novas canções e romances, decifrei enigmas, fechei muitas palavras cruzadas. E ao vê-lo dar sinais de fadiga, saí de sebo em sebo pelo Rio de Janeiro para me garantir um dicionário analógico de reserva. Encontrei dois, mas não me dei por satisfeito, fiquei viado no negócio. Dei de vasculhar livrarias país afora, só em São Paulo adquiri meia dúzia de exemplares, e ainda rematei o último à venda na Amazon.com antes que algum aventureiro o fizesse. Eu já imaginava deter o monopólio (açambarcamento, exclusividade, hegemonia, senhorio, império) de dicionários analógicos da língua portuguesa, não fosse pelo senhor João Ubaldo Ribeiro, que ao que me consta também tem um, quicá carcomido pelas traças (brocas, carunchos, busanos, cupins, térmitas, cáries, lagartas-rosadas, gafanhotos, bichos-carpinteiros). Hoje sou surpreendido pelo anúncio dessa nova edição do dicionário analógico de Francisco Ferreira dos Santos Azevedo. Sinto como se invadissem minha propriedade, revirassem meus baús, espalhassem aos ventos meu tesouro. Trata-se para mim de uma terrível (funesta, nefasta, macabra, atroz, abominável, dilacerante, miseranda) notícia. (Adaptado de Francisco Buarque de Holanda, em Francisco F. dos S. Azevedo, *Dicionário Analógico da Língua Portuguesa: ideias afins/thesaurus*. 2ª edição atualizada e revista, Rio de Janeiro: Lexikon, 2010.)

a) A partir do texto de Chico Buarque que introduz o dicionário analógico recentemente reeditado, proponha uma definição para esse tipo de dicionário.

b) Mostre a partir de que pistas do texto sua definição foi elaborada.

Resolução

a) Dicionário analógico, cujo adjetivo “analógico” provém do substantivo analogia – que significa basicamente comparação – é um dicionário de sinônimos, onde se encontram outras opções vocabulares, de mesmo sentido, para diversos termos.

b) As pistas mais evidentes no texto são os termos utilizados pelo autor (passatempo, monopólio, traças, terrível), cujos sinônimos são enumerados entre parênteses após a utilização da palavra original. Isso fornece pistas do uso que se faz de um dicionário analógico: procuram-se sinônimos para as palavras desejadas. Além disso, Chico Buarque esclarece que o livro o ajudou muito no acabamento de romances e letras de canções, além do próprio ato de folheá-lo aleatoriamente. Tais fatos são também pistas, pois uma obra com tal função é de bastante utilidade para um escritor, como o autor em questão. Mais ainda, Chico Buarque, com o tal livro, decifrou enigmas e palavras cruzadas, e a estratégia de consultar um dicionário analógico para tais feitos é bastante pertinente.

QUESTÃO 04



- a) Nessa tira de Laerte a graça é produzida por um deslizamento de sentido. Qual é ele?
b) Descreva esse deslizamento quadro a quadro, mostrando a relação das imagens com o que é dito.

Resolução

a) O sentido do termo "afinador de piano". Trata-se de uma profissão que consiste em "afinar" o instrumento musical em questão, no sentido de ajustar o instrumento para que este produza sons nas frequências corretas. No quadrinho, contudo, o contratante do serviço interpreta que um "afinador de piano" torna o instrumento mais fino, de espessura menor, para que, no caso, o instrumento caiba melhor em sua sala.
b) No primeiro quadro, o termo afinador de piano é utilizado em seu sentido esperado: observa-se que o profissional segura um diapasão, instrumento utilizado para a afinação de instrumentos. No segundo quadro, o contratante do serviço já desliza o sentido do termo, pois explica o que deseja, utilizando também gestos: a diminuição da espessura do piano que se encontra em sua sala, atrapalhando o espaço do ambiente. No terceiro quadro, conclui-se a piada do quadrinho: o profissional certamente sentiu-se ofendido pelo pedido do consumidor e o agrediu com o piano. O contratante, por sua vez, não entende o ocorrido, pois considera o profissional um "cara grosso", sem educação, por tê-lo agredido, indicando a continuidade de seu desconhecimento acerca do sentido correto do termo "afinador de piano". Cabe assinalar que a utilização do termo "grosso", neste quadrinho, dialoga perfeitamente com o conteúdo anterior da tirinha (deslize de sentido da acepção correta do termo "afinador de piano" para o campo semântico da espessura – fino X grosso), realçando o efeito de humor produzido.

QUESTÃO 05

Gramática

Composição de Sandra Peres e Luiz Tatit (*Palavra Cantada*)

O substantivo É o substituto do conteúdo	Um homem de letras Dizendo ideias Sempre se inflama	Nosso verbo ser É uma identidade Mas sem projeto	Todo barbarismo É o português Que se repeliu
O adjetivo É a nossa impressão sobre quase tudo	Um homem de ideias Nem usa letras Faz ideograma	E se temos verbo Com objeto É bem mais direto	O neologismo É uma palavra Que não se ouviu
O diminutivo É o que aperta o mundo E deixa miúdo	Se altera as letras E esconde o nome Faz anagrama	No entanto falta Ter um sujeito Pra ter afeto	Já o idiotismo É tudo que a língua Não traduziu
O imperativo É o que aperta os outros e deixa mudo	Mas se mostro o nome Com poucas letras É um telegrama	Mas se é um sujeito Que se sujeita Ainda é objeto	Mas tem idiotismo Também na fala De um imbecil

- a) Nessa letra de música são atribuídos sentidos às classificações gramaticais. Escolha duas delas e explique o sentido explorado, justificando sua pertinência ou não.
b) Nas duas últimas estrofes, há um deslocamento no uso de 'idiotismo'. Explique-o.

Resolução

a) Nesta questão o candidato poderia escolher entre algumas possibilidades. O poema metalinguístico traz alguns termos usados em classificações gramaticais. O candidato deveria reconhecer quais termos podem ser tidos gramaticalmente e interpretar o jogo metafórico que lhes atribui sentido. Posteriormente deveria argumentar no sentido de revelar a adequação ou não destes sentidos em relação às teorias gramaticais conhecidas do candidato. Não havia necessidade de usar metalinguagem tradicional ao explicar as escolhas feitas.
Temos as seguintes expressões e as justificativas possíveis:

- (1) Substantivo: pode ser entendido como o substituto do conteúdo, já que se trata de uma classe de palavras que nomeia os seres, as coisas, as abstrações. O candidato também poderia explorar que não apenas substantivos trazem conteúdos, mas também os adjetivos, inúmeros verbos, advérbios.
(2) Adjetivo: o adjetivo pode ser entendido como a classe de palavra que revela nossas impressões sobre as coisas, seres e abstrações, podendo ser entendido também como um habitual modificador de substantivos conferindo certas qualidades a estes.

(3) Diminutivo: pode ser entendido como um recurso morfológico que "aperta o mundo/E deixa miúdo". Normalmente este recurso serve a apresentar as coisas em uma intensidade menor, como em "casa/casinha". No entanto, pode servir também como um recurso irônico no sentido de demonstrar inferioridade de um ser "O que você está pensando, mocinha?". Também poderia revelar afetividade como em "Ah, mãezinha, que saudade!".

(4) Imperativo: o modo imperativo é utilizado em expressões que marcam ordem, pedido, sugestão, súplica. Portanto o candidato pode argumentar em favor da pertinência ou não da ideia de que "aperta (induz/obriga/impõe a) os outros", já que o poema sugere que o imperativo apenas é utilizado no sentido de ordenar ou pedir. Pode ser utilizado também para sugerir como em: "Alimente-se de modo saudável".

(5) Verbo ser: é o verbo da identificação do sujeito ou das coisas, não tendo um significante se não em relação a outros elementos de uma oração, o que habitualmente é classificado como Verbo de Ligação. Como seu conteúdo se revela em relação a outros elementos, pode ser considerado um verbo "sem projeto", sem conteúdo em si.

(6) Objeto direto: quando se tem um enunciado com objeto (direto ou indireto) a oração pode ser considerada metaforicamente "mais direta", clara ou objetiva que outra que traga um verbo transitivo sem objeto.

(7) Sujeito: O termo sujeito explora, além do sentido gramatical, o sentido de "ser-humano". No entanto, na gramática tradicional o sujeito é classificado como "o termo sobre o qual recai a predicação da oração e com o qual o verbo concorda", podendo estar preenchido por uma coisa, um ser ou objetos que existem no mundo ou imaginação humana. Não necessariamente, portanto, permeado de afetividade, que seria uma propriedade humana.

(8) Barbarismo: é considerado pela gramática normativa como um desvio à norma padrão da língua portuguesa, logo sendo repellido pelos puristas, mas não perdendo a propriedade de pertencer à língua portuguesa. Um exemplo de barbarismo: "Pra mim ser/fazer e etc". O uso de formas análogas a esta recebe julgamentos de valor negativo, sendo repelidas pela tradição gramatical. Deve-se ressaltar, no entanto, que linguisticamente tal forma compõe a Língua Portuguesa, sobretudo a modalidade oral de grupos que tiveram menor contato com as normas da língua.

(9) Neologismo: neologismo é a construção de uma palavra derivada de outras existentes na língua, revelando certo caráter polissêmico ou metafórico. De fato é uma palavra que nunca se ouviu, mas em alguns casos neologismos surgem de palavras já existentes com sentidos modificados.

(10) Idiotismo: também conhecido por expressão idiomática. Trata-se de uma sentença de caráter metafórico de uso comum a uma comunidade de falantes, mas não facilmente traduzível para outras línguas. Tais expressões são tão habituais que nem sempre tais falantes a reconhecem como metáforas, mas só podem ser compreendidas em seu sentido quando ordenadas de um modo específico e estável: "nem que a vaca tussa", "a vaca foi pro brejo", "testa-de-ferro", "o barco afundou", "macacos me mordam", "abrir o jogo", "baixar a bola", "ficar de boa" e etc. Variam de região para região, de faixa etária, de grupo social e etc.

Fonte: *Dicionário eletrônico Houaiss*

b) Como dito anteriormente, idiotismo é um sinônimo da expressão idiomática. Na 15ª estrofe o termo corresponde ao sentido habitual, na última estrofe ocorre o deslocamento do termo que pode ser entendido em dois sentidos: o primeiro que corresponde ao habitual e o segundo que remete ao sentido de idiota (pessoa estúpida, vaidosa, pretensiosa). Este sentido é reforçada pelo uso de *imbecil*, que pode ser um dos sinônimos de *idiota*. Também pode se pensar que idiotismo é um neologismo que se utiliza de uma palavra já existente na língua com outro significado. Analisando a palavra morfológicamente, teríamos o uso do adjetivo idiota acrescido do sufixo *-ismo* (*ato ou ação de algo*). Ou seja, idiotismo seria a ação de ser idiota.

QUESTÃO 06

Entre Luz e Fusco

Entre luz e fusco, tudo há de ser breve como esse instante. Nem durou muito a nossa despedida, foi o mais que pôde, em casa dela, na sala de visitas, antes do acender das velas; aí é que nos despedimos de uma vez. Juramos novamente que havíamos de casar um com o outro, e não foi só o aperto de mão que selou o contrato, como no quintal, foi a conjunção das nossas bocas amorosas... talvez risque isso na impressão, se até lá não pensar de outra maneira; se pensar, fica. E desde já fica, porque, em verdade, é a nossa defesa. O que o mandamento divino quer é que não juremos *em vão* pelo santo nome de Deus. Eu não ia mentir ao seminário, uma vez que levava um contrato feito no próprio cartório do céu. Quanto ao selo, Deus, como fez as mãos limpas, assim fez os lábios limpos, e a malícia está antes na tua cabeça perversa que na daquele casal de adolescentes... oh! minha doce companheira da meninice, eu era puro, e puro fiquei, e puro entrei na aula de S. José, a buscar de aparência a investidura sacerdotal, e antes dela a vocação. Mas a vocação eras tu, a

investidura eras tu. (Machado de Assis, *Dom Casmurro*. Cotia: Ateliê Editorial, 2008, p. 195-196.)

- a) Em que medida a imagem presente no título desse capítulo de *Dom Casmurro* define a natureza da narrativa do romance?
b) No emprego da segunda pessoa, não há coincidência do interlocutor. Indique duas marcas linguísticas que evidenciam essa não coincidência, explicitando qual é o interlocutor em cada caso.

Resolução

a) A expressão idiomática 'entre luz e fusco' se estrutura a partir de uma antítese como 'claro x escuro'. Como se pode verificar no próprio fragmento apresentado para a questão, há momentos em que o narrador hesita entre diferentes possíveis escolhas. Neste caso a hesitação ocorre acerca de manter ou omitir a referência a um beijo que teria selado certo juramento. É certo que hesitações como essa são recorrentes e dentre elas se destaca o fato de o narrador pretender e se propor a ser descritivo, claro e exato, mas em muitos momentos mostrar-se reticente e hesitante. Desta forma, a propalada pretensão de clareza e exatidão esbarra na falta de certeza e de provas.

b) Se confrontarmos dois fragmentos podemos confirmar que de fato há duas diferentes referências aludidas pela 2ª pessoa no trecho apresentado para a questão:

"(...) a malícia está antes na tua cabeça perversa". Neste caso, o termo 'tua' faz referência à cabeça do leitor;

Enquanto que no fragmento: "(...) Mas a vocação eras tu, a investidura eras tu", o termo 'tu' se refere à 'doce companheira da meninice', ou seja, refere-se a Capitu.

QUESTÃO 07**Poética I**

De manhã, escureço
De dia, tardo
De tarde anoiteço
De noite ardo

Outros que contem
Passo por passo
Eu morro ontem

A oeste a morte
Contra quem vivo
Do sul cativo
O este é meu norte.

Nasço amanhã
Tudo onde há espaço.
-- Meu tempo é quando.

Nova York, 1950

(Vinicius de Moraes, *Antologia poética*. São Paulo: Companhia das Letras, 2009, p.272.)

a) A poesia é um lugar privilegiado para constataremos que a língua é muito mais produtiva do que preveem as normas gramaticais. Isso é particularmente visível no modo como o poema explora os marcadores temporais e espaciais. Comente dois exemplos presentes no poema que confirmem essa afirmação.

b) As duas últimas estrofes apresentam uma *oposição* entre o *eu lírico* e os *outros*. Explique o sentido dessa oposição.

ERRATA: Esta questão apresenta um erro de transcrição na última estrofe do poema *Poética I*, de Vinicius de Moraes. Onde consta "**Tudo onde há espaço**" deveria ser "**Ando onde há espaço**". A Comvest informa que a banca levará em conta as duas formas na correção da questão.

Resolução

a) A título de confirmação do que aparece afirmado no enunciado, poderíamos mencionar, por exemplo:

- Do ponto de vista do aspecto espacial, o verso 8;
- Do ponto de vista do aspecto temporal, os versos 11 ou 12;
- Do ponto de vista puramente gramatical, por exemplo, o verso 'O este é meu norte' poderia ser interpretado como absurdo. No entanto, por se tratar de um verso, ele deve ser interpretado à luz de outros critérios. Neste caso, ele apresenta uma dupla possibilidade de leitura pela semelhança prosódica entre 'o este' e 'oeste' além de enfatizar a diferença que o eu-poemático estabelece entre seu modo de ser e criar e o modo como usualmente as pessoas são e criam;
- Os versos 11 e 12 (eu morro ontem/nasço amanhã), por sua vez, causam estranheza pela discrepância temporal entre o presente (morro) e o passado (ontem). Isso seria agramatical em contexto mais denotativo. No entanto, na linguagem poética confere dimensão metafórica ao discurso. É como se ele se revoltasse contra a 'certeza' da morte e se propusesse a (re-)nascer no dia seguinte.

b) Tal oposição se apresenta como uma forma deliberada de rejeitar a tradição (entendida como previsibilidade e senso-comum). Desse modo, o eu-poemático pondera que, caso houvesse necessidade de um relato linear (contem / passo por passo) que outros o fizessem (outros que contem). Nesse caso, segundo a enumeração (versos 12 – 14) ele se mostra como o diferente; semelhante ao 'gauche' drummondiano; Isso se confirma quer seja a partir da grafia correta para o verso 13:

• *ando onde há espaço*

quanto na grafia incorreta apresentada na prova:

• *tudo onde há espaço*

QUESTÃO 08

Leia os seguintes trechos de *O cortiço* e *Vidas secas*:

O rumor crescia, condensando-se; o zunzum de todos os dias acentuava-se; já se não destacavam vozes dispersas, mas um só ruído compacto que enchia todo o cortiço. (...). Sentia-se naquela fermentação sanguínea, naquela gula viçosa de plantas rasteiras que mergulhavam os pés vigorosos na lama preta e nutritiva da vida, o prazer animal de existir, a triunfante satisfação de respirar sobre a terra.

(Aluísio Azevedo, *O cortiço. Ficção completa*. Rio de Janeiro: Nova Aguillar, 2005, p. 462.)

Fabiano ia satisfeito. Sim senhor, arrumara-se. Chegara naquele estado, com a família morrendo de fome, comendo raízes. Caíra no fim do pátio, debaixo de um juazeiro, depois tomara conta da casa deserta. Ele, a mulher e os filhos tinham-se habituado à camarinha escura, pareciam ratos – e a lembrança dos sofrimentos passados esmorecera. (...)

– Fabiano, você é um homem, exclamou em voz alta.

Conteve-se, notou que os meninos estavam perto, com certeza iam admirar-se ouvindo-o falar só. E, pensando bem, ele não era homem: era apenas um cabra ocupado em guardar coisas dos outros. Vermelho, queimado, tinha os olhos azuis, a barba e os cabelos ruivos; mas como vivia em terra alheia, cuidava de animais alheios, descobria-se, encolhia-se na presença dos brancos e julgava-se cabra.

Olhou em torno, com receio de que, fora os meninos, alguém tivesse percebido a frase imprudente. Corrigiu-a, murmurando:

– Você é um bicho, Fabiano.

Isto para ele era motivo de orgulho. Sim senhor, um bicho, capaz de vencer dificuldades.

Chegara naquela situação medonha – e ali estava, forte, até gordo, fumando seu cigarro de palha.

– Um bicho, Fabiano. (...)

Agora Fabiano era vaqueiro, e ninguém o tiraria dali. Aparecera como um bicho, entocara-se como um bicho, mas criara raízes, estava plantado.

(Graciliano Ramos, *Vidas secas*. Rio de Janeiro: Editora Record, 2007, p.18-19.)

a) Ambos os trechos são narrados em terceira pessoa. Apesar disso, há uma diferença de pontos de vista na aproximação das personagens com o mundo animal e vegetal. Que diferença é essa?

b) Explique como essa diferença se associa à visão de mundo expressa em cada romance.

Resolução

a) De fato há diferença de pontos de vista. No fragmento 1 (bem como no romance do qual fora extraído como um todo) prevalece um olhar depreciativo. Os personagens, em sua maioria, são caracterizados como resultantes de um processo de degeneração. Por isso, a aproximação entre eles e o mundo animal ou vegetal sirva ao propósito de 'nivelar por baixo', conforme sugere o adjetivo em 'plantas rasteiras'. No fragmento 2 (bem como em alguns outros momentos da obra do qual fora extraído), a aproximação entre o humano e o mundo vegetal ou dos demais animais não ocorre com o intuito de rebaixar o humano. Neste caso, o uso do discurso indireto livre com algumas frases em discurso direto acaba por traduzir ao leitor as impressões do personagem Fabiano, para quem as plantas e os demais animais representam uma vitória na luta pela sobrevivência;

b) No romance naturalista *O Cortiço* se verifica uma visão higienista (também chamada sanitaria) segundo a qual a falta de racionalidade e de planejamento faz com que a sociedade funcione como um organismo debilitado (doente). Neste caso, privados da razão que humanizaria, os indivíduos se comportariam como animais irracionais. Portanto, o intuito do escritor naturalista ao associar o humano ao animal é depreciativo. No romance modernista *Vidas Secas*, por sua vez, o intuito do autor é de outro tipo. Graciliano Ramos está mais preocupado em caracterizar o modo truncado (porém humano) como Fabiano procura 'pensar' sobre sua própria existência e identificar nela semelhança com a existência de outras formas de vida (plantas e animais).

QUESTÃO 09

Leia a passagem seguinte, de *Capitães da areia*:

Pedro Bala olhou mais uma vez os homens que nas docas carregavam fardos para o navio holandês. Nas largas costas negras e mestiças brilhavam gotas de suor. Os pescos musculosos iam curvados sob os fardos. E os guindastes rodavam ruidosamente. Um dia iria fazer uma greve como seu pai... Lutar pelo direito... Um dia um homem assim como João de Adão poderia contar a outros meninos na porta das docas a sua história, como contavam a de seu pai. Seus olhos tinham um intenso brilho na noite recém-chegada. (Jorge Amado, *Capitães da areia*. São Paulo: Companhia das Letras, 2008, p. 88.)

a) Que consequências a descoberta de sua verdadeira origem tem para a personagem de Pedro Bala?

b) Em que medida o trecho acima pode definir o contexto literário em que foi escrito o romance de Jorge Amado?

Resolução

a) Tal descoberta é crucial na transformação da personagem Pedro Bala e no modo como passa a definir seus objetivos e repensar algumas de suas atitudes. Tanto do ponto de vista literário (raízes da heroicidade e liderança do protagonista) quanto da representação do aspecto sócio-político (tomada de consciência da opressão e da importância do engajamento para a transformação social), tal descoberta é importante. Após tomar conhecimento da história de seu pai, além de sentir uma melhora em sua auto-estima (pois já não se via apenas como um pária social), Pedro Bala pôde ainda repensar algumas de suas práticas, que foram redimensionadas pela tomada de consciência que muitos eram os oprimidos.

b) O romance Capitães da Areia foi publicado em 1937 (quando o autor tinha 25 anos). O ano de 1937 é marcado pelo começo do Estado Novo. Os mecanismos cerceadores da liberdade acionados pelo regime de caráter totalitário, não impediram que em vários pontos do Brasil ocorressem eventos indicativos da insatisfação por parte de setores da população. Nesse contexto, merecem destaque as greves organizadas por doqueiros e demais trabalhadores portuários. Vale mencionar ainda o detalhe enfatizado por Jorge Amado na caracterização dos trabalhadores (*Nas largas costas negras*), que acaba por sugerir uma aproximação entre eles e a condição de 'escravos'. Além disso, o personagem João de Adão foi inspirado num grande capoeira que se destacou em décadas anteriores à publicação do livro.

Estas e outras características são condizentes com o contexto literário em que a obra fora publicada: neorealismo. Contexto em que vários autores pretendiam representar a sociedade de modo crítico e denunciante.

QUESTÃO 10

Leia os seguintes trechos de *Memórias de um sargento de milícias* e *Vidas secas*, que descrevem o estado de ânimo das personagens ao final de uma festa:

Acabado o fogo, tudo se pôs em andamento, levantaram-se as esteiras, espalhou-se o povo. D. Maria e sua gente puseram-se também em marcha para casa, guardando a mesma disposição com que tinham vindo. Desta vez porém Luisinha e Leonardo, não é dizer que vieram de braço, como este último tinha querido quando foram para o Campo, foram mais adiante do que isso, vieram de mãos dadas muito familiar e ingenuamente. Este ingenuamente não sabemos se se poderá com razão aplicar ao Leonardo. Conversaram por todo o caminho como se fossem dois conhecidos muito antigos, dois irmãos de infância, e tão distraídos iam que passaram à porta da casa sem parar, e já estavam muito adiante quando os *sios* de D. Maria os fizeram voltar. A despedida foi alegre para todos e tristíssima para os dois. (Manuel Antonio de Almeida, *Memória de um sargento de milícias*. São Paulo: Ática, 2004, Capítulo XX - "O fogo no Campo", p. 71.)

Baleia cochilava, de quando em quando balançava a cabeça e franzia o focinho. A cidade se enchera de suores que a desconcertavam.

Sinha Vitória enxergava, através das barracas, a cama de seu Tomás da bolandeira, uma cama de verdade.

Fabiano roncava de papo para cima, as abas do chapéu cobrindo-lhe os olhos, o quengo sobre as botinas de vaqueta. Sonhava, agoniado, e Baleia percebia nele um cheiro que o tornava irreconhecível. Fabiano se agitava, soprando. Muitos soldados amarelos tinham aparecido, pisavam-lhe os pés com enormes reiuínas e ameaçavam-no com facões terríveis. (Graciliano Ramos, *Vidas secas*. Rio de Janeiro: Record, 2007, p. 82-83.)

a) Explique as diferenças do estado de ânimo das personagens ao final dos dois episódios.

b) A partir dessa diferença, explique o significado que as duas festas têm em cada um dos romances.

Resolução

Há certa ambiguidade no enunciado. Pode-se entender que as 'diferenças' ocorram entre o estado de ânimo de Leonardo e de Luisinha em relação aos demais mencionados no fragmento 1 (Dona Maria e sua gente) ou ainda que as 'diferenças' ocorram entre os personagens do fragmento 1 e os do fragmento 2. Em decorrência do modo como o enunciado 10b foi redigido, parece-nos mais adequado considerar a 2ª possibilidade mencionada. Logo, temos:

a) No episódio descrito no fragmento 1, prevalece a satisfação das personagens em relação ao passeio que fizeram, no qual puderam vislumbrar 'os fogos', que eram novidade para Luisinha. Por isso, ela ficara vivamente impressionada com o espetáculo e Leonardo, por sua vez, ficara feliz pelo fato de a menina abraçá-lo enquanto olhava fascinada para os fogos; No episódio descrito no fragmento 2, por sua vez, as personagens são representadas de modo que se potencializa sua 'frustração', 'desconcerto', 'agonia'. Ou seja, insatisfeitos.

b) Na narrativa considerada no fragmento 1, a referida festa possibilita o 1º encontro 'romântico' entre o personagem protagonista Leonardo e a sua primeira amada, Luisinha. Na narrativa representada no fragmento 2, por

sua vez, a festa explicita o quanto os personagens (sobretudo os membros da família) se encontram distantes do que pretendia Sinha Vitória. Ou seja, a festa é o contexto em que se evidencia a condição precária dos personagens. É esta a constatação responsável pela frustração deflagrada na família e que pode ser percebida no fragmento a partir de alguns termos como:

"(...) suores que a desconcertavam"; "Sinha Vitória enxergava através das barracas (...) uma cama de verdade" e "Fabiano (...) Sonhava agoniado";

QUESTÃO 11

Os trechos abaixo, do *Auto da barca do inferno* e das *Memórias de um sargento de milícias*, tratam, de maneira cômica, dos "pecados" de duas personagens que, cada uma a seu modo, representam uma autoridade. Leia-os com atenção e responda às questões propostas em seguida.

Frade Ah, Corpo de Deus consagrado! Pela fé de Jesus Cristo, qu'eu não posso entender isto! Eu hei-de ser condenado? Um padre tão namorado e tanto dado à virtude! Assi Deus me dê saúde que eu estou maravilhado! Diabo Não façamos mais detença.	Embarcai e partiremos: tomarei um par de remos. Frade Não ficou isso n'avença! Diabo Pois dada está já a penitência! Frade Par Deus! Essa seri'ela! Não vai em tal caravela minha senhora Florença. Como? Por ser namorado	e folgar com ua mulher se há um frade de se perder, com tanto salmo rezado? Diabo Ora estás bem aviado! Frade Mas estás bem corregido! Diabo Devoto padre marido, haveis de ser cá pingado...
---	---	--

(Gil Vicente, *Auto da barca do inferno*. São Paulo: Ática, 2006, p. 35-36.)

Os leitores estão já curiosos por saber quem é *ela*, e têm razão; vamos já satisfazê-los. O major era pecador antigo, e no seu tempo fora daqueles de quem se diz que não deram o seu quinhão ao vigário: restava-lhe ainda hoje alguma coisa que às vezes lhe recordava o passado: essa alguma coisa era a Maria-Regalada que morava na Prainha. Maria-Regalada fora no seu tempo uma mocetona de truz, como vulgarmente se diz: era de um gênio sobremaneira folgazão, vivia em contínua alegria, ria-se de tudo, e de cada vez que se ria fazia-o por muito tempo e com muito gosto: daí é que vinha o apelido – *regalada* – que haviam juntado ao seu nome. (Manuel Antonio de Almeida, *Memória de um sargento de milícias*. São Paulo: Ática, 2004, Capítulo XLV - "Empenhos", p. 142.)

a) O que há de comum na caracterização da conduta do Frade, na peça, e do major Vidigal, no romance?

b) Que diferença entre as obras faz com que essas personagens tenham destinos distintos?

Resolução

a) As personagens entregam-se à luxúria com suas amantes: o Frade com Florença e o Major Vidigal com Maria-Regalada. Tal atitude é caracterizada como "pecado" em ambas as obras, apesar do desfecho diverso de cada uma das personagens.

b) Em *Auto da Barca do Inferno*, de Gil Vicente, os valores morais são fortemente pregados. Os pecadores, invariavelmente, eram destinados à barca do Diabo, rumo ao Inferno. No caso em questão, apesar de o Frade, por se julgar um membro da Igreja e ter rezado muitos salmos, achar que seus pecados já estão redimidos, seu destino é ser castigado, por não ter honrado sua função, por exemplo, ao desrespeitar o celibato. O mesmo destino têm todos os pecadores mostrados na obra, com exceção do parvo (cuja ingenuidade foi responsável por sua salvação) e dos Quatro Cavaleiros Cruzados (que morreram em nome da fé católica). Já em *Memórias de um Sargento de Milícias*, de Manuel Antônio de Almeida, a dicotomia moral X imoral é relativizada: nenhuma das personagens tem retidão moral irretocável, portanto, os "pecados" de Major Vidigal não são responsáveis por um castigo, mas constitutivos da realidade representada na obra. É verdade que o major é justamente o extremo da moral – contrapondo-se, por exemplo, ao protagonista Leonardinho, vagabundo inveterado cujo desfecho é bem-sucedido apesar disso –, e o aceite da troca de favores que ocorre no capítulo em questão, "Empenhos", parece fugir das suas normas de conduta até então descritas. Contudo, o que ocorre é seu nivelamento em relação às outras personagens do romance, cujas atitudes nem sempre "morais" não lhes causaram prejuízos em seus respectivos desfechos.

QUESTÃO 12

Pensando nos pares amorosos, já se afirmou que "há n'O cortiço um pouco de *Iracema* coada pelo Naturalismo." (Antonio Candido, "De cortiço em cortiço", em *O discurso e a cidade*. São Paulo: Duas Cidades, 1993, p.142.)

Partindo desse comentário, leia o trecho abaixo e responda às questões. O chorado arrastava-os a todos, despoticamente, desesperando aos que não sabiam dançar. Mas, ninguém como a Rita; só ela, só aquele

demônio, tinha o mágico segredo daqueles movimentos de cobra amaldiçoada; aqueles requebros que não podiam ser sem o cheiro que a mulata soltava de si e sem aquela voz doce, quebrada, harmoniosa, arrogante, meiga e suplicante. (...) Naquela mulata estava o grande mistério, a síntese das impressões que ele recebeu chegando aqui: ela era a luz ardente do meio-dia; ela era o calor vermelho das sestras da fazenda; era o aroma quente dos trevos e das baunilhas, que o atordoara nas matas brasileiras; era a palmeira virginal e esquiva que se não torce a nenhuma outra planta; era o veneno e era o açúcar gostoso; era o sapoti mais doce que o mel e era a castanha do caju, que abre feridas com o seu azeite de fogo; ela era a cobra verde e traçoeira, a lagarta viscosa, a muriçoca doida, que esvoaçava havia muito tempo em torno do corpo dele, assanhando-lhe os desejos, acordando-lhe as fibras embambedicadas pela saudade da terra, picando-lhe as artérias, para lhe cuspir dentro do sangue uma centelha daquele amor setentrional, uma nota daquela música feita de gemidos de prazer, uma larva daquela nuvem de cantáridas que zumbiam em torno da Rita Baiana e espalhavam-se pelo ar numa fosforescência afrodisíaca. Isto era o que Jerônimo sentia, mas o que o tonto não podia conceber. De todas as impressões daquele resto de domingo só lhe ficou no espírito o entorpecimento de uma desconhecida embriaguez, não de vinho, mas de mel chuchurreado no cálice de flores americanas, dessas muito alvas, cheirosas e úmidas, que ele na fazenda via debruçadas confidencialmente sobre os limosos pântanos sombrios, onde as oiticas trescalam um aroma que entristece de saudade. (...) E ela só foi ter com ele, levando-lhe a chávena fumegante da perfumosa bebida que tinha sido a mensageira dos seus amores; assentou-se ao rebordo da cama e, segurando com uma das mãos o pires, e com a outra a xícara, ajudava-o a beber, gole por gole, enquanto seus olhos o acarinhavam, cintilantes de impaciência no antegozo daquele primeiro enlace.

Depois, atirou fora a saia e, só de camisa, lançou-se contra o seu amado, num frenesi de desejo doido. (Aluísio Azevedo, *O Cortiço. Ficção Completa*. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 2005, p. 498 e 581.)

a) Na descrição acima, identifique dois aspectos que permitem aproximar Rita Baiana de Iracema, mostrando os limites dessa semelhança.

b) Identifique uma semelhança e uma diferença entre Jerônimo e Martim.

Resolução

a) Iracema é uma heroína romântica idealizada. Seus traços físicos são comparados a elementos da natureza brasileira, os quais, apesar de belos, têm beleza inferior à de Iracema. Somente ela é a detentora do segredo da jurema, característica deveras importante para sua tribo: é a virgem índia que prepara a bebida utilizada nos rituais sagrados da tribo Tabajara. A exemplo de Iracema, Rita Baiana também é, de certa forma, idealizada: somente ela dançava daquela forma hipnotizante. Seus traços físicos também são comparados a elementos da natureza: luz ardente do meio-dia, aroma quente dos trevos e das baunilhas, atordoava as matas brasileiras. Contudo, essas mesmas características que as aproximam afastam as duas personagens: Iracema é símbolo de pureza; Rita Baiana é pura malícia. A virgindade de Iracema tem extremo valor (tanto que ter se entregado a Martim fadou-a à morte); Rita Baiana é uma mulher independente, ciente de sua sensualidade, e pôde entregar-se a Jerônimo e a outros homens sem sofrer sanções por isso. Considerando-se o comentário de Antonio Candido, é verdade que há, em Rita Baiana, personagem de *O Cortiço*, um pouco de Iracema coada pelo Naturalismo, o qual explicita-se em toda a descrição do trecho da obra de Aluísio Azevedo: a semelhança de Rita Baiana com a serpente é zoormorfização, assim como seu frenesi de desejo doido ao entregar-se a Jerônimo, sintoma de puro instinto animal. Tal caracterização é inexistente e inconsistente para Iracema, o que delimita muito bem o distanciamento e o caráter singular da idealização de cada uma delas.

b) Martim é o amado de Iracema; Jerônimo, o de Rita Baiana. Ambos mantêm com seu respectivo par uma relação “proibida” na sociedade a que pertencem. Entre Iracema e Martim, há o distanciamento de duas culturas, pois ele é o estrangeiro e ela a índia cuja virgindade deveria ser guardada para a perpetuação dos rituais sagrados de sua tribo. É um amor proibido, como é o que existe entre Rita Baiana e Jerônimo, já que ele é casado com Piedade. Contudo, a conduta de ambos difere diametralmente. Martim só se entregou sexualmente a Iracema por estar sob efeito da bebida de Tupã, preparada pela própria índia. Achou que estivesse apenas em sonho possuindo Iracema. Se assim não fosse, sua honra não lhe permitiria infringir as regras da tribo Tabajara, de quem era hóspede sagrado. Jerônimo, por sua vez, sinalizou claramente seu interesse por Rita Baiana, a despeito do compromisso sacramentado que tinha com sua esposa Piedade. Seu comportamento mudou em relação à família, graças ao seu desejo de ficar com a amante. A retidão de caráter, característica de Martim, não se encontra em Jerônimo, que se entregou aos seus desejos conscientemente.

MATEMÁTICA

QUESTÃO 13

Uma empresa imprime cerca de 12.000 páginas de relatórios por mês, usando uma impressora jato de tinta colorida. Excluindo a amortização do

valor da impressora, o custo de impressão depende do preço do papel e dos cartuchos de tinta. A resma de papel (500 folhas) custa R\$ 10,00. Já o preço e o rendimento aproximado dos cartuchos de tinta da impressora são dados na tabela abaixo.

Cartucho (cor/modelo)	Preço (R\$)	Rendimento (páginas)
Preto BR	R\$ 90,00	810
Colorido BR	R\$ 120,00	600
Preto AR	R\$ 150,00	2400
Colorido AR	R\$ 270,00	1200

a) Qual cartucho preto e qual cartucho colorido a empresa deveria usar para o custo por página ser o menor possível?

b) Por razões logísticas, a empresa usa apenas cartuchos de alto rendimento (os modelos do tipo AR) e imprime apenas em um lado do papel (ou seja, não há impressão no verso das folhas). Se 20% das páginas dos relatórios são coloridas, quanto a empresa gasta mensalmente com impressão, excluindo a amortização da impressora? Suponha, para simplificar, que as páginas coloridas consomem apenas o cartucho colorido

Resolução

a) As relações entre preço e rendimento (custo por página) para cada cartucho são dadas abaixo:

Cartucho (cor/modelo)	Preto BR	Colorido BR	Preto AR	Colorido AR
Custo por página (R\$/página)	$\frac{90}{810} = \frac{1}{9}$	$\frac{120}{600} = \frac{1}{5}$	$\frac{150}{2400} = \frac{1}{16}$	$\frac{270}{1200} = \frac{9}{40}$

Comparando os cartuchos pretos, o de menor custo por página é o Preto AR, pois $16 > 9 \Rightarrow \frac{1}{16} < \frac{1}{9}$. Já entre os cartuchos coloridos, o de menor

custo por página é o Colorido BR, visto que $\frac{9}{40} > \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.

b) As páginas com conteúdo colorido serão $\frac{20}{100} \cdot 12.000 = 2.400$, sobrando $12.000 - 2.400 = 9.600$ páginas em preto e branco.

O custo de cada folha é $\frac{R\$10,00}{500} = R\$0,02$, sendo o total dado por $R\$0,02 \cdot 12.000 = R\$240,00$. Para imprimir as páginas coloridas são gastos $\frac{2.400}{1.200} = 2$ cartuchos, equivalendo a $2 \cdot R\$270,00 = R\$540,00$. O

número de cartuchos pretos é $\frac{9.600}{2.400} = 4$, a um custo de $4 \cdot R\$150,00 = R\$600,00$. Assim, o total gasto será: $R\$240,00 + R\$540,00 + R\$600,00 = R\$1.380,00$.

QUESTÃO 14

Uma grande preocupação atual é a poluição, particularmente aquela emitida pelo crescente número de veículos automotores circulando no planeta. Ao funcionar, o motor de um carro queima combustível, gerando CO_2 , além de outros gases e resíduos poluentes.

a) Considere um carro que, trafegando a uma determinada velocidade constante, emite 2,7 kg de CO_2 a cada litro de combustível que consome. Nesse caso, quantos quilogramas de CO_2 ele emitiu em uma viagem de 378 km, sabendo que fez 13,5 km por litro de gasolina nesse percurso?

b) A quantidade de CO_2 produzida por quilômetro percorrido depende da velocidade do carro. Suponha que, para o carro em questão, a função $c(v)$ que fornece a quantidade de CO_2 , em g/km, com relação à velocidade v , para velocidades entre 20 e 40 km/h, seja dada por um polinômio do segundo grau. Determine esse polinômio com base nos dados da tabela abaixo.

Velocidade (km/h)	Emissão de CO_2 (g/km)
20	400
30	250
40	200

Resolução

a) As relações dadas no enunciado do item são:

I) 2,7 kg de CO_2 /litro de combustível

II) 13,5 km/litro de combustível

Como o carro percorreu 378 km e o item pede a massa, em kg, de CO_2 emitida, chega-se a:

$$\frac{2,7 \text{ kg}}{1 \text{ L}} \cdot \frac{1 \text{ L}}{13,5 \text{ km}} \cdot 378 \text{ km} = 75,6 \text{ kg}$$

b) A função (polinômio de segundo grau) pode ser escrita como $c(v) = a \cdot v^2 + m \cdot v + k$. Substituindo os valores da tabela, obtêm-se o sistema abaixo:

$$\begin{cases} 400 \cdot a + 20 \cdot m + k = 400 & (I) \\ 900 \cdot a + 30 \cdot m + k = 250 & (II) \\ 1600 \cdot a + 40 \cdot m + k = 200 & (III) \end{cases}$$

Subtraindo (II) de (III) e, em seguida, (I) de (II) chega-se ao novo sistema:

$$\begin{cases} 700 \cdot a + 10 \cdot m = -50 & (IV) \\ 500 \cdot a + 10 \cdot m = -150 & (V) \end{cases}$$

Ao subtrair (V) de (IV) tem-se:

$$200 \cdot a = 100 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

Substituindo o valor de a em (V) resulta em:

$$500 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot m = -150 \Rightarrow 10 \cdot m = -400 \Rightarrow m = -40$$

Por fim, a substituição dos valores de a e m em (I) leva a:

$$400 \cdot \frac{1}{2} + 20 \cdot (-40) + k = 400 \Rightarrow k = 400 - 200 + 800 = 1000$$

Com isso, o polinômio pedido é:

$$c(v) = \frac{v^2}{2} - 40 \cdot v + 1000$$

QUESTÃO 15

O perfil lipídico é um exame médico que avalia a dosagem dos quatro tipos principais de gorduras (lipídios) no sangue: colesterol total (CT), colesterol HDL (conhecido como "bom colesterol"), colesterol LDL (o "mau colesterol") e triglicérides (TG). Os valores desses quatro indicadores estão relacionados pela fórmula de Friedewald: $CT = LDL + HDL + TG/5$. A tabela abaixo mostra os valores normais dos lipídios sanguíneos para um adulto, segundo o laboratório SangueBom.

Indicador	Valores normais
CT	Até 200 mg/dl
LDL	Até 130 mg/dl
HDL	Entre 40 e 60 mg/dl
TG	Até 150 mg/dl

a) O perfil lipídico de Pedro revelou que sua dosagem de colesterol total era igual a 198 mg/dl, e que a de triglicérides era igual a 130 mg/ml. Sabendo que todos os seus indicadores estavam normais, qual o intervalo possível para o seu nível de LDL?

b) Acidentalmente, o laboratório SangueBom deixou de etiquetar as amostras de sangue de cinco pessoas. Determine de quantos modos diferentes seria possível relacionar essas amostras às pessoas, sem qualquer informação adicional. Na tentativa de evitar que todos os exames fossem refeitos, o laboratório analisou o tipo sanguíneo das amostras, e detectou que três delas eram de sangue O+ e as duas restantes eram de sangue A+. Nesse caso, supondo que cada pessoa indicasse seu tipo sanguíneo, de quantas maneiras diferentes seria possível relacionar as amostras de sangue às pessoas?

ERRATA: o item a) apresenta uma troca de unidade (onde consta 130mg/ml, deveria constar 130mg/dl), o que foi devidamente comunicado aos candidatos no início da prova. Mesmo assim, a Comvest informa que aceitará resoluções que considerem ambas as unidades (ml ou dl).

Resolução

a) Considerando a errata:

Substituindo os valores dados na fórmula de Friedewald, tem-se a relação:

$$198 = LDL + HDL + \frac{130}{5} \Rightarrow LDL = 198 - 26 - HDL$$

$$\therefore LDL = 172 - HDL (mg / dl)$$

Os valores limites para o LDL relativos aos limites dos valores para o HDL são:

$$HDL = 40 \text{ mg / dl} \Rightarrow LDL = 172 - 40 = 132 \text{ mg / dl}$$

$$HDL = 60 \text{ mg / dl} \Rightarrow LDL = 172 - 60 = 112 \text{ mg / dl}$$

Como o valor de LDL deve estar dentro dos limites de normalidade ($0 \leq LDL \leq 130 \text{ mg / dl}$), o intervalo que abrange os dois intervalos anteriores é:

$$112 \text{ mg / dl} \leq LDL \leq 130 \text{ mg / dl}$$

Observação: Desconsiderando a errata, o valor de triglicérides será

$$\frac{130 \text{ mg}}{1 \text{ ml}} \cdot \frac{100 \text{ ml}}{1 \text{ dl}} = 13.000 \text{ mg / dl} :$$

A relação obtida passa a ser:

$$198 = LDL + HDL + \frac{13000}{5} \Rightarrow LDL = 198 - 2600 - HDL$$

$$\therefore LDL = -2402 - HDL (mg / dl)$$

Ao substituir quaisquer dos valores de HDL serão obtidos valores negativos para LDL, o que leva a um intervalo vazio.

b) Na primeira situação, ao ordenar as pessoas e distribuir as amostras entre elas, serão obtidas:

$$\overline{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \text{ maneiras}$$

Outra forma de pensar, nesse caso, é que se trata de uma permutação das 5 amostras, ou seja: $P_5 = 5! = 120$

Na segunda situação, para o tipo A+ serão distribuídas 2 amostras e para o tipo O+, 3 amostras:

$$\frac{A+ \ A+ \ O+ \ O+ \ O+}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 12 \text{ maneiras}$$

Pensando em permutações, para cada permutação das amostras do tipo A+ ocorrerá a permutação das amostras do tipo O+, resultando em: $P_2 \cdot P_3 = 2! \cdot 3! = 12$.

QUESTÃO 16

Um grupo de pessoas resolveu encomendar cachorros-quentes para o lanche. Entretanto, a lanchonete enviou apenas 15 sachês de mostarda e 17 de catchup, o que não é suficiente para que cada membro do grupo receba um sachê de cada molho. Desta forma, podemos considerar que há três subgrupos: um formado pelas pessoas que ganharão apenas um sachê de mostarda, outro por aquelas que ganharão apenas um sachê de catchup, e o terceiro pelas que receberão um sachê de cada molho.

a) Sabendo que, para que cada pessoa ganhe ao menos um sachê, 14 delas devem receber apenas um dos molhos, determine o número de pessoas do grupo.

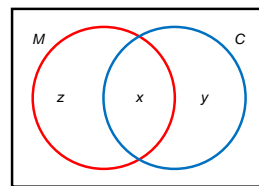
b) Felizmente, somente 19 pessoas desse grupo quiseram usar os molhos. Assim, os sachês serão distribuídos aleatoriamente entre essas pessoas, de modo que cada uma receba ao menos um sachê. Nesse caso, determine a probabilidade de que uma pessoa receba um sachê de cada molho.

Resolução

Primeiro, analisaremos o número mínimo de pessoas:

Por hipótese, o total de sachês (15 sachês de mostarda e 17 de catchup) não é suficiente para que cada membro do grupo receba um sachê de cada molho. Logo, concluímos que o número mínimo de membros do grupo é 16.

a) Chamando de C o conjunto dos membros que recebem o sachê de catchup, M o conjunto dos membros que recebem o sachê de mostarda, x o número de membros que recebem um sachê de cada molho, y o número de membros que recebem apenas um sachê de mostarda e z o número de membros que recebem apenas um sachê de catchup, podemos montar o seguinte diagrama de Venn-Euler:



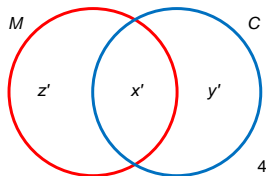
$$\begin{cases} x + y = 17 \\ x + z = 15 \\ y + z = 14 \end{cases}$$

$$\text{Resolvendo, temos: } \begin{cases} x = 9 \\ y = 8 \\ z = 6 \end{cases}$$

Assim, o total de membros do grupo é dado por:

$$x + y + z = 9 + 8 + 6 \Leftrightarrow x + y + z = 23$$

b) A partir do trecho do enunciado: "Desta forma, podemos considerar que há três subgrupos: um formado pelas pessoas que ganharão apenas um sachê de mostarda, outro por aquelas que ganharão apenas um sachê de catchup, e o terceiro pelas que receberão um sachê de cada molho.", entenderemos que uma pessoa possa receber, no máximo, dois sachês, sendo um de cada molho. Com isso, podemos montar um outro diagrama, com as variáveis definidas de modo análogo ao item anterior:



Logo, nessa situação, temos:
$$\begin{cases} x' + y' + z' = 19 \\ x' + y' = 17 \\ x' + z' = 15 \end{cases} \Rightarrow x' = 13.$$

Assim, a probabilidade pedida é:

$$p = \frac{\text{total de membros que recebem um sachê de cada molho}}{\text{total de membros que usam molho}} \Leftrightarrow$$

$$p = \frac{x'}{x' + y' + z'} \Leftrightarrow p = \frac{13}{19}$$

QUESTÃO 17

No mês corrente, uma empresa registrou uma receita de R\$ 600 mil e uma despesa de R\$ 800 mil. A empresa estuda, agora, alternativas para voltar a ter lucro.

a) Primeiramente, assuma que a receita não variará nos próximos meses, e que as despesas serão reduzidas, mensalmente, em exatos R\$ 45 mil. Escreva a expressão do termo geral da progressão aritmética que fornece o valor da despesa em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Calcule em quantos meses a despesa será menor que a receita.

b) Suponha, agora, que a receita aumentará 10% a cada mês, ou seja, que a receita obedecerá a uma progressão geométrica (PG) de razão $11/10$. Nesse caso, escreva a expressão do termo geral dessa PG em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Determine qual será a receita acumulada em 10 meses. Se necessário, use $1,1^2 = 1,21$; $1,1^3 \approx 1,33$ e $1,1^5 \approx 1,61$.

Resolução

Para a resolução desse exercício, como n é o número de meses transcorridos a partir do mês corrente, adotaremos como $n = 0$ exatamente o mês corrente.

a) Sendo $D(n)$ o valor da despesa, decorridos n meses, a expressão do termo geral da PA em que ocorre uma redução de R\$ 45 mil ao mês é:

$$D(n) = 800000 - 45000 \cdot n$$

Dessa forma, a condição para que a despesa seja menor que a receita, que é constante, é dada por:

$$D(n) = 800 \cdot 10^3 - 45 \cdot 10^3 \cdot n < 600 \cdot 10^3 \Leftrightarrow$$

$$45 \cdot n > 200 \Leftrightarrow n > \frac{40}{9} \approx 4,44...$$

O primeiro valor inteiro que satisfaz essa condição é **5 meses transcorridos**.

b) Sendo $R(n)$ o valor da receita, decorridos n meses, a expressão do termo geral da PG em que ocorre um aumento de 10% ao mês é:

$$R(n) = (600 \cdot 10^3) \cdot 1,1^n$$

Para a segunda parte do item (b), o enunciado não deixa claro o que é a receita acumulada em 10 meses, havendo então algumas interpretações possíveis:

(I) A receita acumulada em 10 meses inclui o valor inicial ($n = 0$), sendo obtida através da soma dos termos da PG que possui 11 termos ($n = 0$ a $n = 10$), razão 1,1 e primeiro termo 600 mil:

$$R_a = (600 \cdot 10^3) \cdot \frac{1,1^{11} - 1}{1,1 - 1} \approx (600 \cdot 10^3) \cdot \frac{2,85 - 1}{0,1} = 11100 \cdot 10^3$$

A receita acumulada neste caso seria, então, **11 milhões e 100 mil reais**.

(II) A receita acumulada em 10 meses inclui apenas os 10 meses transcorridos após o mês inicial, ou seja, inclui os meses de $n = 1$ a $n = 10$:

$$(R(1) = (600 \cdot 10^3) \cdot 1,1 = 660 \cdot 10^3) \text{ a } n = 10:$$

$$R_a = (660 \cdot 10^3) \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} \approx (660 \cdot 10^3) \cdot \frac{2,59 - 1}{0,1} = 10500 \cdot 10^3$$

A receita acumulada nesse caso seria de **10 milhões e 500 mil reais**.

(III) A receita acumulada inclui a soma dos valores correspondentes a $n = 0$ até $n = 9$ (incluindo assim o valor do mês corrente):

$$R_a = (600 \cdot 10^3) \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} \approx (600 \cdot 10^3) \cdot \frac{2,59 - 1}{0,1} = 9540 \cdot 10^3$$

E assim a receita acumulada seria de **9 milhões e 540 mil reais**.

Observação: para obter as potências de $1,1^{11}$ e $1,1^{10}$ podem ser utilizadas diversas combinações dos valores dados no enunciado. Para essa resolução foram utilizados os produtos

$$\begin{cases} 1,1^{10} = (1,1^5)^2 \approx 1,61 \cdot 1,61 \approx 2,59 \\ 1,1^{11} = 1,1^{10} \cdot 1,1 \approx 2,59 \cdot 1,1 \approx 2,85 \end{cases}$$

Nota: A ambiguidade do enunciado do item (b) pode ter confundido muitos alunos durante a prova, dada a variedade de possíveis interpretações. Sugerimos que a Banca Examinadora da Unicamp aceite todas as respostas possíveis.

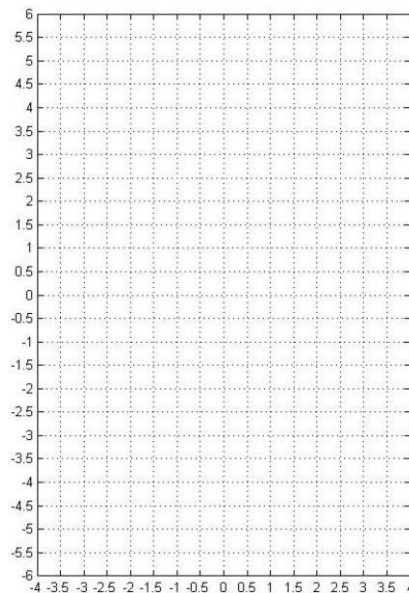
QUESTÃO 18

Define-se como ponto fixo de uma função f o número real x tal que $f(x) = x$. Seja dada a função

$$f(x) = \frac{1}{\left(x + \frac{1}{2}\right)} + 1.$$

a) Calcule os pontos fixos de $f(x)$.

b) Na região quadriculada abaixo, represente o gráfico da função $f(x)$ e o gráfico de $g(x) = x$, indicando explicitamente os pontos calculados no item (a).



Resolução

a) Para $x \neq -\frac{1}{2}$, temos que:

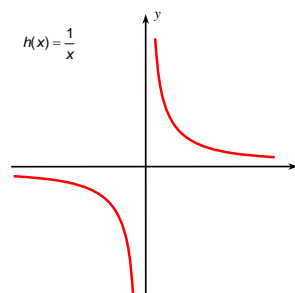
$$f(x) = x \Leftrightarrow \frac{1}{\left(x + \frac{1}{2}\right)} + 1 = x \Leftrightarrow (x - 1) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

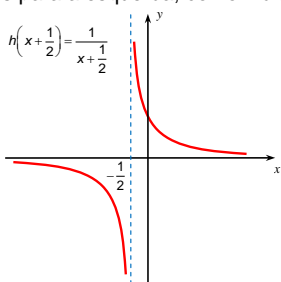
Assim, os pontos fixos seriam $(-1, -1)$ e $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

b) Vamos considerar a função auxiliar $h: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ tal que

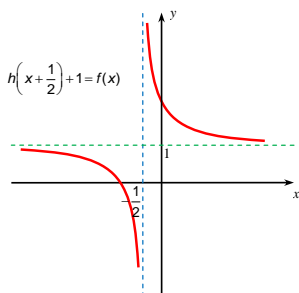
$h(x) = \frac{1}{x}$. O gráfico dessa função é uma hipérbole com assíntota horizontal $y = 0$ e assíntota vertical $x = 0$:



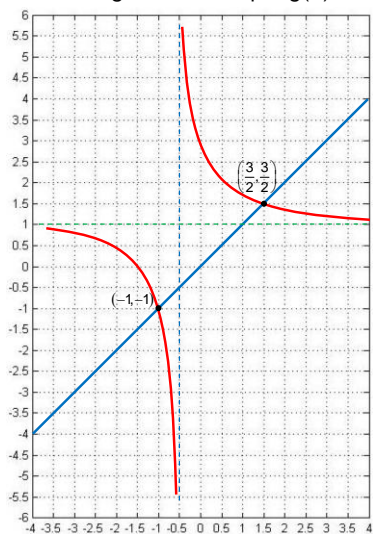
A composição $h\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{x + \frac{1}{2}}$ provoca uma translação horizontal do gráfico de 0,5 unidades para a esquerda, como indicado a seguir:



Ao adicionarmos uma unidade na imagem, obtemos a composta $h\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} + 1 = f(x)$, que corresponde a uma translação vertical de uma unidade para cima:

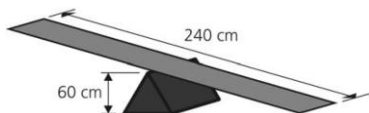


Representamos então o gráfico dessa função $f(x)$ juntamente com o gráfico da função identidade $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = x$:

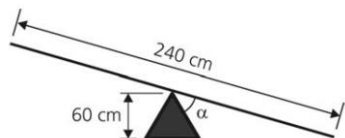


QUESTÃO 19

Considere uma gangorra composta por uma tábua de 240 cm de comprimento, equilibrada, em seu ponto central, sobre uma estrutura na forma de um prisma cuja base é um triângulo equilátero de altura igual a 60 cm, como mostra a figura. Suponha que a gangorra esteja instalada sobre um piso perfeitamente horizontal.

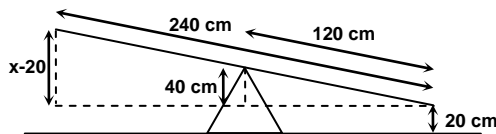


- Desprezando a espessura da tábua e supondo que a extremidade direita da gangorra está a 20 cm do chão, determine a altura da extremidade esquerda.
- Supondo, agora, que a extremidade direita da tábua toca o chão, determine o ângulo α formado entre a tábua e a lateral mais próxima do prisma, como mostra a vista lateral da gangorra, exibida abaixo.



Resolução

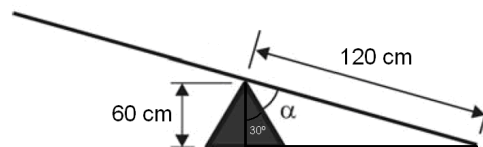
a) A figura, em corte, da situação descrita encontra-se abaixo:



Por semelhança de triângulos obtém-se:

$$\frac{x-20}{40} = \frac{240}{120} \Rightarrow x-20 = 80 \Rightarrow x = 100 \text{ cm}$$

b) Redesenhando a figura dada, tem-se:

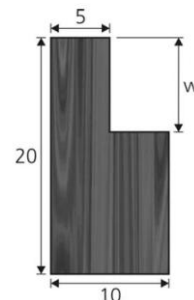


O ângulo de 30° é obtido pelo fato de as alturas de um triângulo equilátero coincidirem com suas bissetrizes. Através do cosseno do ângulo que inclui α , obtém-se:

$$\cos(\alpha + 30^\circ) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha + 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

QUESTÃO 20

Uma placa retangular de madeira, com dimensões 10 x 20 cm, deve ser recortada conforme mostra a figura ao lado. Depois de efetuado o recorte, as coordenadas do centro de gravidade da placa (em função da medida w) serão dadas por



$$x_{CG}(w) = \frac{400 - 15w}{80 - 2w} \text{ e}$$

$$y_{CG}(w) = \frac{400 + (w - 20)^2}{80 - 2w}$$

em que x_{CG} é a coordenada horizontal e y_{CG} é a coordenada vertical do centro de gravidade, tomando o canto inferior esquerdo como a origem.

- Defina $A(w)$, a função que fornece a área da placa recortada em relação a w . Determine as coordenadas do centro de gravidade quando $A(w) = 150 \text{ cm}^2$.
- Determine uma expressão geral para $w(x_{CG})$, a função que fornece a dimensão w em relação à coordenada x_{CG} , e calcule y_{CG} quando $x_{CG} = 7/2 \text{ cm}$.

Resolução

a) Analisando a placa retangular de madeira, a área sombreada é igual à área do retângulo de medidas 10cm e 20cm menos a área de um retângulo de medidas 5cm e (w) cm. Logo, $A(w) = 200 - 5w$.

Para que $A(w)$ seja igual a 150 cm^2 , temos que:

$$A(w) = 150 = 200 - 5w \Leftrightarrow w = 10 \text{ cm}$$

Para $w = 10 \text{ cm}$, temos que:

$$\begin{cases} x_{CG}(w) = \frac{400 - 15w}{80 - 2w} \\ y_{CG}(w) = \frac{400 + (w - 20)^2}{80 - 2w} \end{cases}, \text{ substituindo } w=10 \text{ cm, temos:}$$

$$\begin{cases} x_{CG}(10) = \frac{400 - 15 \cdot 10}{80 - 2 \cdot 10} = \frac{25}{6} \text{ cm} \\ y_{CG}(10) = \frac{400 + (10 - 20)^2}{80 - 2 \cdot 10} = \frac{25}{3} \text{ cm} \end{cases}$$

b) Obter uma expressão geral para $w(x_{CG})$ é obter a função inversa de $x_{CG}(w)$. Para tal, basta isolar a variável w na expressão de $x_{CG}(w)$ dada. Assim:

$$x_{CG}(w) = \frac{400 - 15w}{80 - 2w} \Leftrightarrow 80x_{CG}(w) - 2w \cdot x_{CG}(w) = 400 - 15w \Leftrightarrow$$

$$w(15 - 2x_{CG}(w)) = 400 - 80x_{CG}(w) \Leftrightarrow w(x_{CG}) = \frac{400 - 80x_{CG}(w)}{15 - 2x_{CG}(w)}$$

Por hipótese, quando $x_{CG} = \frac{7}{2} \text{ cm}$, temos

$$w\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{400 - 80\left(\frac{7}{2}\right)}{15 - 2\left(\frac{7}{2}\right)} \Leftrightarrow w\left(\frac{7}{2}\right) = 15 \text{ cm}.$$

Quando $w = 15 \text{ cm}$, temos que

$$y_{CG}(w) = \frac{400 + (w - 20)^2}{80 - 2w} \Leftrightarrow y_{CG}(15) = \frac{400 + (15 - 20)^2}{80 - 2 \cdot 15} = \frac{425}{50} \Leftrightarrow y_{CG}(15) = 8,5 \text{ cm}$$

QUESTÃO 21

Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após T anos de uso é dado pela seguinte função:

$$P(T) = 100 \cdot (1 - 2^{-0,1T})$$

a) Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas?

b) Os novos computadores dessa empresa vêm com um processador menos suscetível a falhas. Para o modelo mais recente, embora o percentual de processadores que apresentam falhas também seja dado por uma função na forma $Q(T) = 100 \cdot (1 - 2^{-cT})$, o percentual de processadores defeituosos após 10 anos de uso equivale a 1/4 do valor observado, nesse mesmo período, para o modelo antigo (ou seja, o valor obtido empregando-se a função $P(T)$ acima). Determine, nesse caso, o valor da constante c . Se necessário, utilize $\log_2(7) \approx 2,81$.

Resolução

a) Notando que $P(T)$ varia entre 0 e 100, tomamos $P(T) = 75$:

$$100 \cdot (1 - 2^{-0,1T}) = 75 \Leftrightarrow 1 - 2^{-0,1T} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow 2^{-0,1T} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow$$

$$2^{-0,1T} = 2^{-2} \Leftrightarrow -0,1T = -2 \Leftrightarrow T = 20 \text{ anos}$$

b) Para $T = 10$, temos, de acordo com o enunciado:

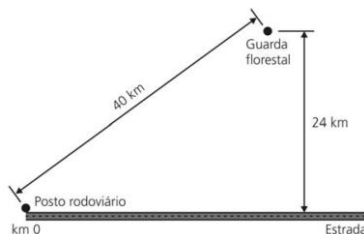
$$Q(10) = \frac{1}{4} \cdot P(10) \Leftrightarrow 100 \cdot (1 - 2^{-c \cdot 10}) = \frac{1}{4} \cdot 100 \cdot (1 - 2^{-0,1 \cdot 10}) \Leftrightarrow$$

$$1 - 2^{-c \cdot 10} = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 2^{10 \cdot c} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow 10 \cdot c = \log_2\left(\frac{7}{8}\right) \Leftrightarrow$$

$$c = \frac{1}{10} \cdot (\log_2 7 - \log_2 8) \approx \frac{1}{10} \cdot (2,81 - 3) \Leftrightarrow c \approx -0,019$$

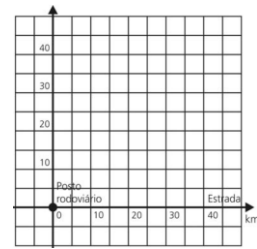
QUESTÃO 22

Suponha um trecho retilíneo de estrada, com um posto rodoviário no quilômetro zero. Suponha, também, que uma estação da guarda florestal esteja localizada a 40 km do posto rodoviário, em linha reta, e a 24 km de distância da estrada, conforme a figura ao lado.



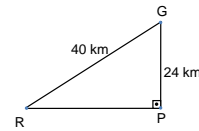
a) Duas antenas de rádio atendem a região. A área de cobertura da primeira antena, localizada na estação da guarda florestal, corresponde a um círculo que tangencia a estrada. O alcance da segunda, instalada no posto rodoviário, atinge, sem ultrapassar, o ponto da estrada que está mais próximo da estação da guarda florestal. Explícite as duas desigualdades que definem as regiões circulares cobertas por essas antenas, e esboce essas regiões no gráfico abaixo, identificando a área coberta simultaneamente pelas duas antenas.

b) Pretende-se substituir as antenas atuais por uma única antena, mais potente, a ser instalada em um ponto da estrada, de modo que as distâncias dessa antena ao posto rodoviário e à estação da guarda florestal sejam iguais. Determine em que quilômetro da estrada essa antena deve ser instalada.



Resolução

a) Por hipótese, podemos construir o seguinte triângulo retângulo:



Onde os pontos são:

G: guarda florestal;

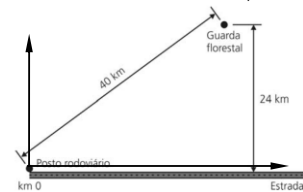
R: posto rodoviário;

P: projeção da guarda florestal sobre a estrada.

Aplicando o teorema de Pitágoras nesse triângulo, temos:

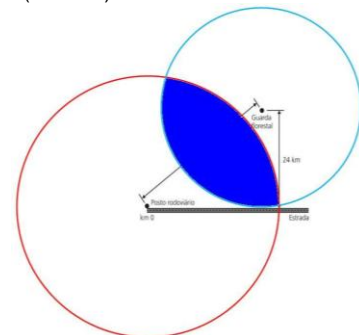
$$GR^2 = RP^2 + GP^2 \Leftrightarrow 40^2 = RP^2 + 24^2 \Leftrightarrow RP = 32 \text{ km}$$

Traçando os eixos coordenados como definido, temos:



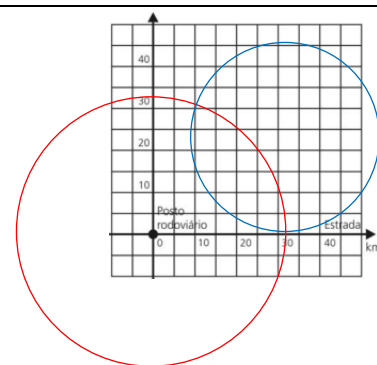
Portanto, temos as seguintes coordenadas para os pontos definidos no triângulo GPR: $R(0,0)$, $G(32,24)$ e $P(32,0)$.

Assim, o esboço das regiões, assim como a área coberta simultaneamente pelas duas antenas (em azul):

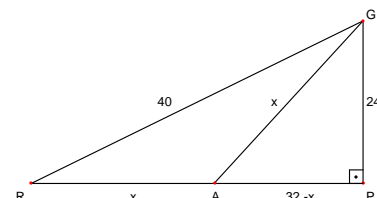


Representando as circunferências no sistema de eixos ortogonal, as suas

$$\text{desigualdades são: } \begin{cases} (x - 32)^2 + (y - 24)^2 \leq 24^2 \\ x^2 + y^2 \leq 32^2 \end{cases}$$



b) Podemos entender a situação descrita a partir do enunciado no triângulo a seguir:



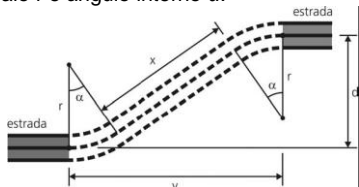
Sendo A é o ponto onde será instalada a antena, e usando o fato de que $GA = RA$, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras no Triângulo GAP, obtendo: $GA^2 = AP^2 + GP^2 \Leftrightarrow x^2 = (32 - x)^2 + 24^2 \Leftrightarrow 64x = 1600 \Leftrightarrow$

$$x = 25 \text{ km}$$

Logo, a antena deverá ser instalada no quilômetro 25 da estrada.

QUESTÃO 23

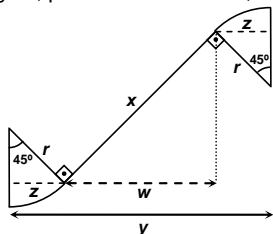
Um engenheiro precisa interligar de forma suave dois trechos paralelos de uma estrada, como mostra a figura abaixo. Para conectar as faixas centrais da estrada, cujos eixos distam d metros um do outro, o engenheiro planeja usar um segmento de reta de comprimento x e dois arcos de circunferência de raio r e ângulo interno α .



- a) Se o engenheiro adotar $\alpha = 45^\circ$, o segmento central $x = d\sqrt{2} - 2r(\sqrt{2} - 1)$. Nesse caso, supondo que $d = 72 \text{ m}$, e $r = 36 \text{ m}$, determine a distância y entre as extremidades dos trechos a serem interligados.
- b) Supondo, agora, que $\alpha = 60^\circ$, $r = 36 \text{ m}$ e $d = 90 \text{ m}$, determine o valor de x .

Resolução

a) Redesenhando a figura, para o caso $\alpha = 45^\circ$, obtém-se:



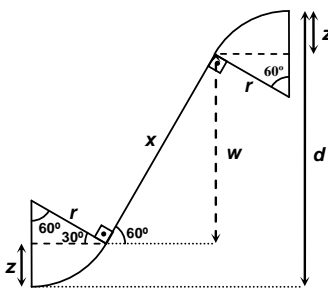
Onde z e w são os lados dos quadrados cujas diagonais são, respectivamente, r e x , sendo dados por:

$$z\sqrt{2} = r \Rightarrow z = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{36}{\sqrt{2}} = 18\sqrt{2} \text{ m}; \quad w\sqrt{2} = x = d\sqrt{2} - 2 \cdot r \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

Substituindo $d = 72 \text{ m}$ e $r = 36 \text{ m}$, encontramos $w = 36\sqrt{2} \text{ m}$.

Portanto, o valor de y é: $y = 2 \cdot z + w = 2 \cdot 18\sqrt{2} + 36\sqrt{2} = 72\sqrt{2} \text{ m}$

b) Redesenhando a figura, para o caso $\alpha = 60^\circ$, obtém-se:



O valor de z é metade do valor de r , pois:

$$\text{sen} 30^\circ = \frac{r - z}{r} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cdot r - 2 \cdot z = r \Rightarrow z = \frac{r}{2}$$

Através do seno de 60° , podemos determinar w .

$$\text{sen} 60^\circ = \frac{w}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow w = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

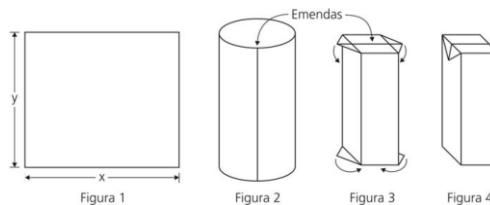
Finalmente, substituindo-se os valores acima na relação:

$$d = 2 \cdot z + w = 2 \cdot \frac{r}{2} + \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 90 = 36 + \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 54$$

$$x = 36\sqrt{3} \text{ m}$$

QUESTÃO 24

A caixa de um produto longa vida é produzida como mostra a sequência de figuras abaixo. A folha de papel da figura 1 é emendada na vertical, resultando no cilindro da figura 2. Em seguida, a caixa toma o formato desejado, e são feitas novas emendas, uma no topo e outra no fundo da caixa, como mostra a figura 3. Finalmente, as abas da caixa são dobradas, gerando o produto final, exibido na figura 4. Para simplificar, consideramos as emendas como linhas, ou seja, desprezamos a superposição do papel.

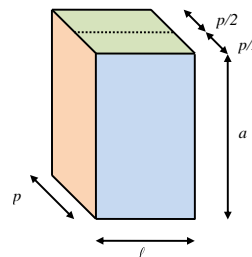


a) Se a caixa final tem 20 cm de altura, $7,2 \text{ cm}$ de largura e 7 cm de profundidade, determine as dimensões x e y da menor folha que pode ser usada na sua produção.

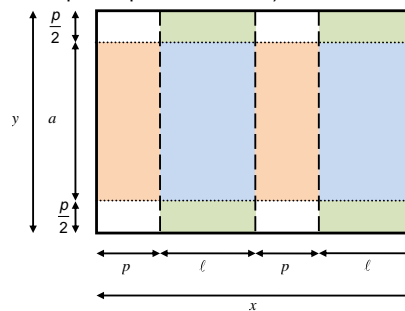
b) Supondo, agora, que uma caixa tenha seção horizontal quadrada (ou seja, que sua profundidade seja igual a sua largura), escreva a fórmula do volume da caixa final em função das dimensões x e y da folha usada em sua produção.

Resolução

Chamaremos de a a altura da caixa final, de p a profundidade da caixa final e de ℓ a largura da caixa final, como esquematizado na figura a seguir.



Planificando (a parte em branco corresponde à dobra que faria sobreposição nas tampas superior e inferior):



De acordo com as emendas e com as dobraduras feitas:

$$\begin{cases} x = 2 \cdot (\ell + p) \\ y = a + p \end{cases}$$

a) Como $a = 20 \text{ cm}$, $\ell = 7,2 \text{ cm}$ e $p = 7 \text{ cm}$, temos que:

$$\begin{cases} x = 2 \cdot (\ell + p) = 2 \cdot (7 + 7,2) \\ y = a + p = 20 + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28,4 \text{ cm} \\ y = 27 \text{ cm} \end{cases}$$

b) Supondo que $\ell = p$, temos:

$$\begin{cases} x = 2 \cdot (\ell + p) = 4\ell \\ y = a + p = a + \ell \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell = \frac{x}{4} \\ a = y - \frac{x}{4} \end{cases}$$

Sabendo que o volume da caixa é dado por $V = A_B \cdot H$, onde $H = a$ e A_B = área da seção horizontal da caixa, temos:

$$\begin{cases} A_B = \ell^2 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16} \\ H = a = y - \frac{x}{4} \end{cases}$$

Portanto, o volume da caixa é dado por:

$$V = A_B \cdot H = \frac{x^2}{16} \cdot \left(y - \frac{x}{4}\right) \Leftrightarrow V = \frac{x^2 \cdot y}{16} - \frac{x^3}{64}$$

Como observação, note que além das restrições naturais $x > 0$ e $y > 0$, essa fórmula só faz sentido para $y > \frac{x}{4}$, de modo que se tenha $V > 0$.

Equipe desta resolução

Matemática

Rodrigo do Carmo Silva
Felipe Costa Mercadante

Português

Vanessa Alberto
Vitor Hugo Haidar da Silva
Wellington Silva Fernandes

Revisão

Fabiano Gonçalves Lopes
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani
Vagner Figueira de Faria

Digitação, Diagramação e Publicação

Carolina Marcondes Garcia Ferreira