

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

ELITE RESOLVE
UNICAMP 2007
2ª FASE

MATEMÁTICA

www.elitecampinas.com.br
(19) 3251 1012

MATEMÁTICA

QUESTÃO 1

“Pão por quilo divide opiniões em Campinas” (*Correio Popular*, 21/10/2006).

Uma padaria de Campinas vendia pães por unidade, a um preço de R\$0,20 por pãozinho de 50g. Atualmente a mesma padaria vende o pão por peso, cobrando R\$4,50 por quilograma do produto.

- a) Qual foi a variação percentual do preço do pãozinho provocada pela mudança de critério para o cálculo do preço?
- b) Um consumidor comprou 14 pãezinhos de 50 g, pagando por peso, ao preço atual. Sabendo que os pãezinhos realmente tinham o peso previsto, calcule quantos reais o cliente gastou nessa compra.

Resolução

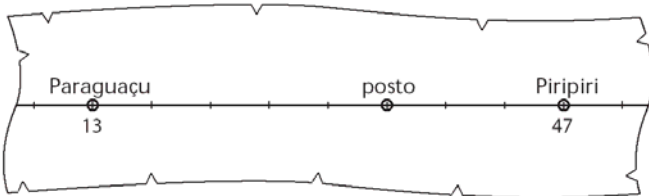
a) Em 1 quilo temos 20 partes de 50 gramas. De acordo com o enunciado, se a unidade do pãozinho custa R\$0,20, o quilo custará $20 \times R\$ 0,20 = R\$ 4,00$; assim, como o preço passou a ser R\$4,50 por quilo, temos uma variação de R\$0,50 sobre R\$4,00, que nos dá uma variação de 12,5%.

b) Por hipótese, o peso comprado foi de $14 \times 50g = 700g = 0,7 \text{ kg}$.

Portanto, o gasto com essa compra foi de $0,7 \times R\$ 4,50 = R\$ 3,15$.

QUESTÃO 2

A figura abaixo mostra um fragmento de mapa, em que se vê um trecho reto da estrada que liga as cidades de Paraguaçu e Piripiri. Os números representados no mapa representam as distâncias, em quilômetros, entre cada cidade e o ponto de início da estrada (que não aparece na figura). Os traços perpendiculares à estrada estão uniformemente espaçados de 1 cm.



- a) Para representar a escala de um mapa, usamos a notação 1:X, onde X é a distância real correspondente à distância de 1 unidade do mapa. Usando essa notação, indique a escala do mapa dado acima.
- b) Repare que há um posto exatamente sobre um traço perpendicular à estrada. Em que quilômetro (medido a partir do ponto de início da estrada) encontra-se tal posto?
- c) Imagine que você tenha que reproduzir o mapa dado usando a escala 1:500000. Se você fizer a figura em uma folha de papel, qual será a distância entre Paraguaçu e Piripiri?

Resolução

a) A cidade de Paraguaçu se encontra no quilômetro 13, enquanto a cidade de Piripiri se encontra no quilômetro 47. Assim, a distância entre as duas cidades é $47 - 13 = 34 \text{ km}$. Observando o mapa, temos as cidades estão separadas por 8 cm, ou seja:

$$8 \text{ cm} : 34 \text{ km} \Rightarrow 1 \text{ cm} : \frac{34}{8} \text{ km} \Rightarrow$$

$$1 \text{ cm} : 4,25 \text{ km} = 425000 \text{ cm}.$$

Assim, a escala do mapa é 1:425000.

b) A distância entre o posto e Paraguaçu, no mapa, é de 5 cm, o que equivale a uma distância real de $5 \cdot 4,25 = 21,25 \text{ km}$. Assim, o posto se encontra a 21,25 km de Paraguaçu, e esta se encontra a 13 km do início da estrada, portanto, o posto está a $21,25 + 13 = 34,25 \text{ km}$ do início da estrada.

c) A distância entre as cidades é de 34 km. Utilizando-se a escala 1:500000, temos que cada centímetro corresponderá a uma distância de 5 km. Assim, a distância, em centímetros, entre as duas cidades é dada por $\frac{34}{5} = 6,8 \text{ cm}$.

QUESTÃO 3

Por norma, uma folha de papel A4 deve ter 210 mm x 297 mm. Considere que uma folha A4 com 0,1 mm de espessura é seguidamente dobrada ao meio, de forma que a dobra é sempre perpendicular à maior dimensão resultante até a dobra anterior.

- a) Escreva a expressão do termo geral da progressão geométrica que representa a espessura do papel dobrado em função do número k de dobras feitas.
- b) Considere que, idealmente, o papel dobrado tem o formato de um paralelepípedo. Nesse caso, após dobrar o papel seis vezes, quais serão as dimensões do paralelepípedo?

Resolução

a) Por hipótese, a seqüência dos números de dobras, k, forma uma PG de razão 2. Assim, temos:

Número de dobras	Espessura (mm)
0	0,1
1	0,2
2	0,4
3	0,8
.	.
.	.
k	$0,1 \cdot 2^k$

Logo, a expressão do termo geral dessa PG é $0,1 \cdot 2^k$.

b) Ao dobrar seis (6) vezes, temos que a altura do paralelepípedo formado é $0,1 \cdot 2^6 = 6,4 \text{ mm}$.

Para calcular as outras duas dimensões, consideremos o número de dobras.

Por hipótese, a dobra será feita na perpendicular à maior dimensão; assim, a dobra 1 será com relação ao lado de 297mm, resultando em 148,5mm e 210mm para as dimensões.

A dobra 2 será com relação ao lado de 210mm, resultando em 148,5mm e 105mm para as dimensões.

Continuando com este procedimento, temos que cada um desses lados será dividido mais 2 vezes.

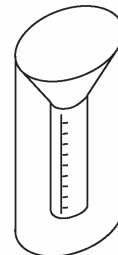
Como em cada dobra, a dimensão divide-se por dois, temos que em duas dobras, a dimensão irá se dividir em 4, portanto, uma das dimensões será de $\frac{148,5}{4} = 37,125 \text{ mm}$ e a outra será de

$$\frac{105}{4} = 26,25 \text{ mm}.$$

Logo, as dimensões do paralelepípedo são, em milímetros: $6,4 \times 26,25 \times 37,125$

QUESTÃO 4

Um pluviômetro é um aparelho utilizado para medir a quantidade de chuva precipitada em determinada região. A figura de um pluviômetro padrão é exibida ao lado. Nesse pluviômetro, o diâmetro da abertura circular existente no topo é de 20 cm. A água que cai sobre a parte superior do aparelho é recolhida em um tubo cilíndrico interno. Esse tubo cilíndrico tem 60 cm de altura e sua base tem 1/10 da área da abertura superior do pluviômetro. (Obs.: a figura não está em escala).



- a) Calcule o volume do tubo cilíndrico interno.
- b) Supondo que, durante uma chuva, o nível da água no cilindro interno subiu 2 cm, calcule o volume de água precipitado por essa chuva sobre um terreno retangular com 500m de comprimento por 300 m de largura.

Resolução

Como o diâmetro da abertura é de 20cm, o raio da mesma é de 10cm, e a sua área é de $100\pi\text{cm}^2$. Como a área do cilindro interno é 1/10 da área superior, então a área do cilindro interno é $10\pi\text{cm}^2$.

a) O volume do cilindro interno é calculado por $V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot \text{altura}$; como a altura é 60cm, temos que seu volume é $V_{\text{cilindro}} = 60 \times 10\pi \Rightarrow V_{\text{cilindro}} = 600\pi\text{cm}^3$.

b) Para calcular o volume precipitado, temos que calcular a área do terreno retangular do enunciado, e a altura de água que foi precipitada no terreno. A área do terreno retangular do enunciado com medidas de 300m e 500m, é de $300 \cdot 500 = 150000\text{m}^2$.

A altura de água precipitada é diretamente proporcional à área de captação; a área de captação do pluviômetro é a área da abertura circular no topo. Como tal área é **10 vezes maior** do que a área do cilindro interno, a altura da água no terreno é **10 vezes menor** do que a altura no cilindro interno; logo, o volume de água é:

$$V_{\text{água}} = 150000 \cdot \frac{0,02}{10} \text{m}^3 = 300\text{m}^3.$$

QUESTÃO 5

Um restaurante a quilo vende 100 kg de comida por dia, a R\$ 15,00 o quilograma. Uma pesquisa de opinião revelou que, a cada real de aumento no preço no quilo, o restaurante deixa de vender o equivalente a 5 kg de comida. Responda às perguntas abaixo, supondo corretas as informações da pesquisa e definindo a receita do restaurante como o valor total pago pelos clientes.

a) Em que caso a receita do restaurante será maior: se o preço subir para R\$ 18,00 / kg ou para R\$ 20,00 / kg?

b) Formule matematicamente a função $f(x)$, que fornece a receita do restaurante como função da quantia x , em reais, a ser acrescida ao valor atualmente cobrado pelo quilo da refeição.

c) Qual deve ser o preço do quilo da comida para que o restaurante tenha a maior receita possível?

Resolução

a) Se o preço subisse para R\$ 18,00 por quilo, o restaurante deixará de vender o equivalente a $(18 - 15) \times 5 = 15$ kg de comida. Assim, a receita nesse caso seria:
 $18 \times (100 - 15) = \text{R\$ } 1530,00$

Se o preço subisse para R\$ 20,00 o quilo, o restaurante deixará de vender o equivalente a $(20 - 15) \times 5 = 25$ kg de comida. Assim, a receita nesse caso seria:
 $20 \times (100 - 25) = \text{R\$ } 1500,00$

b) A cada x reais que o preço por quilo aumenta, o restaurante passa a vender $5x$ quilos de comida **a menos**. Ou seja, se o preço por quilo passa a ser $(15 + x)$, a quantidade vendida passa a ser $(100 - 5x)$. Adicionalmente, nada é dito sobre o que ocorre com a venda, se o preço baixar para menos de R\$ 15,00/kg, assim $f(x)$ não pode ser definida com os dados do enunciado para valores de x negativos. Logo:

$$f(x) = (15 + x)(100 - 5x) = -5x^2 + 25x + 1500, \quad x > 0.$$

c) Sendo o gráfico da função f uma parábola de concavidade negativa (voltada para baixo), ela atinge um ponto de máximo cujas coordenadas são $(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$.

Em particular, $x_v = -\frac{25}{2 \cdot (-5)} = 2,5$

Assim o preço por quilo que dá a maior receita possível é:
 $15 + 2,5 = \text{R\$ } 17,50$.

NOTA: para este item deve-se assumir também que o preço mínimo é R\$ 15,00/kg, uma vez que nada se pode afirmar sobre as vendas para preços abaixo de R\$ 15/kg.

QUESTÃO 6

Dois prêmios iguais serão sorteados entre dez pessoas, sendo sete mulheres e três homens. Admitindo que uma pessoa não possa ganhar os dois prêmios, responda às perguntas abaixo.

a) De quantas maneiras diferentes os prêmios podem ser distribuídos entre as dez pessoas?

b) Qual é a probabilidade de que dois homens sejam premiados?

c) Qual é a probabilidade de que ao menos uma mulher receba um prêmio?

Resolução

a) Devemos escolher duas pessoas entre as dez possíveis, sendo que a ordem em que essas pessoas são escolhidas não importa, já que os prêmios são iguais. Assim, o número de possibilidades é

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45.$$

b) Temos que escolher dois homens dentre os três possíveis, e isso pode ser feito de $\binom{3}{2} = 3$ maneiras distintas, de modo que a

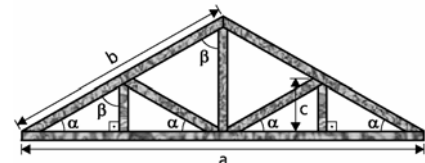
probabilidade pedida é: $\frac{3}{45} = \frac{1}{15}$.

c) O evento [ao menos uma mulher sorteada] é o evento complementar ao evento considerado no item (b), [dois homens sorteados]. Assim, a probabilidade que pelo menos uma mulher seja sorteada é:

$$1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

QUESTÃO 7

Na execução da cobertura de uma casa, optou-se pela construção de uma estrutura, composta por barras de madeira, com o formato indicado abaixo.



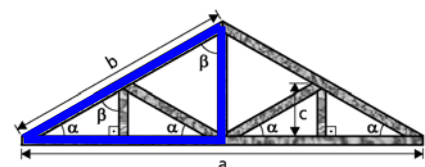
Resolva as questões abaixo supondo que $\alpha = 15^\circ$. **Despreze a espessura das barras** de madeira e não use aproximações em seus cálculos.

a) calcule os comprimentos b e c em função de a , que corresponde ao comprimento da barra da base da estrutura.

b) Assumindo, agora, que $a = 10$ m, determine o comprimento total da madeira necessária para construir a estrutura.

Resolução

a) De acordo com a figura, temos que b é a hipotenusa do triângulo retângulo cujo cateto adjacente à α é $\frac{a}{2}$:



Assim, temos que $\cos\alpha = \frac{a}{2b} \Rightarrow b = \frac{a}{2\cos 15^\circ}$. (I)

Ainda de acordo com a figura, temos que o triângulo cujo cateto oposto à α é c , é semelhante ao triângulo retângulo cujo cateto adjacente à α é $\frac{a}{2}$; logo, temos:

$$\text{tg}\alpha = \frac{c}{\frac{a}{2}} \Rightarrow c = \frac{a}{4} \text{tg}\alpha \Rightarrow c = \frac{a}{4} \text{tg}15^\circ. \quad \text{(II)}$$

Usando as fórmulas de soma e subtração de arcos e arco metade, temos:

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \text{sen} 45^\circ \cdot \text{sen} 30^\circ \Rightarrow$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad \text{(III)}$$

$$\text{tg}15^\circ = \sqrt{\frac{1 - \cos 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ}} \Rightarrow \text{tg}15^\circ = 2 - \sqrt{3}. \quad \text{(IV)}$$

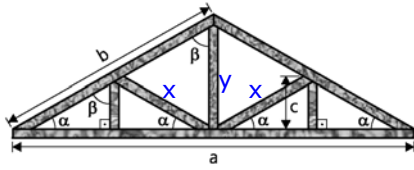
Logo, de (I) e (III), temos:

$$b = \frac{a}{2} \left(\frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \right) \Rightarrow b = a \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \right)$$

De (II) e (IV), temos:

$$c = \frac{a}{4} \cdot (2 - \sqrt{3})$$

b) O comprimento total de madeira utilizado, de acordo com a figura é:
 $C = a + 2b + 2c + 2x + y$, (V)
 onde x e y são dados na figura a seguir:



Da figura, temos:

$$\text{sen}\alpha = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{c}{\text{sen}15^\circ} \text{ e } \text{tg}\alpha = \frac{y}{\frac{a}{2}} \Rightarrow y = \frac{a}{2} \text{tg}15^\circ = \frac{a}{2}(2 - \sqrt{3}).$$

Usando a fórmula de adição de arcos, temos:

$$\text{sen}15^\circ = \text{sen}(45^\circ - 30^\circ) = \text{sen}45^\circ \cos 30^\circ - \text{sen}30^\circ \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Logo, $x = \frac{c}{\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}$. Racionalizando, temos: $\Rightarrow x = c(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

Assim, substituindo c:

$$x = \frac{a}{4}(2 - \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \Rightarrow x = \frac{a}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

Substituindo os valores de b, c, x e y na equação (V), vem:

$$C = a + 2 \cdot \frac{a}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + 2 \cdot \frac{a}{4}(2 - \sqrt{3}) + 2 \cdot \frac{a}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + \frac{a}{2}(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow$$

$$C = a + \frac{3a}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) + a(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow$$

$$C = 3a + \frac{3a}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - a\sqrt{3}$$

Como a = 10 m, então

$$C = 30 + 15(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 10\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$C = 5(6 + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}).$$

QUESTÃO 8

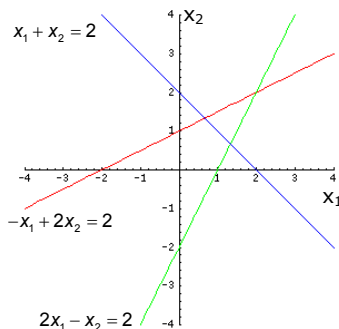
Seja dado o sistema linear:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

- Mostre graficamente que esse sistema não tem solução. Justifique.
- Para determinar uma solução aproximada de um sistema linear $Ax = b$ impossível, utiliza-se o método dos quadrados mínimos, que consiste em resolver o sistema $A^T Ax = A^T b$. Usando esse método, encontre uma solução aproximada pra o sistema dado acima. Lembre-se de que as linhas de M^T (a transposta de uma matriz M) são iguais às colunas de M.

Resolução

a) Cada uma das equações representa uma reta no plano cartesiano. O gráfico que mostra as três retas é:



Como não existe nenhum ponto comum às três retas simultaneamente, então não existe nenhum par (x_1, x_2) de números

reais que satisfaça às três equações simultaneamente, ou seja, o sistema linear dado é impossível.

b) A matriz dos coeficientes é $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

E temos também $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Assim: $A^T A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$
 $A^T b = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$

Logo, o sistema que queremos resolver agora é:

$$\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 = 4 \\ -3x_1 + 6x_2 = 4 \end{cases}$$

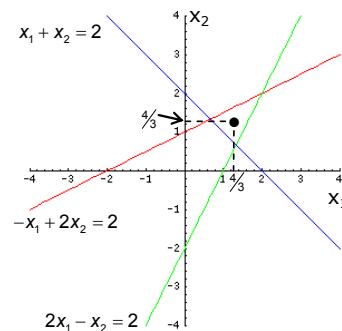
Multiplicando a primeira equação por 2 e somando com a segunda, temos:

$$2 \cdot (6x_1 - 3x_2) + (-3x_1 + 6x_2) = 2 \cdot 4 + 4 \Rightarrow x_1 = \frac{4}{3}$$

Substituindo na segunda equação do último sistema, encontramos

$$x_2 = \frac{4}{3}. \text{ Portanto, } S = \left\{ \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \right) \right\}. \text{ Note que a solução é também o}$$

baricentro do triângulo formado pelas 3 retas. Podemos ainda visualizar graficamente esta solução:



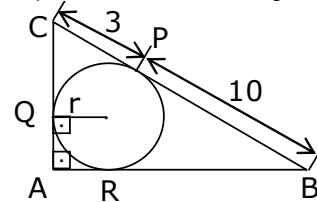
QUESTÃO 9

Em um triângulo com vértices A, B e C, inscrevemos um círculo de raio r. Sabe-se que o ângulo A tem 90° e que o círculo inscrito tangencia o lado BC no ponto P, dividindo esse lado em dois trechos com comprimentos $\overline{PB} = 10$ e $\overline{PC} = 3$.

- Determine r
- Determine \overline{AB} e \overline{AC} .
- Determine a área da região que é, ao mesmo tempo, interna ao triângulo e externa ao círculo.

Resolução

A partir do enunciado, podemos construir a seguinte figura:



Chamando de Q e R os outros pontos de tangência, e usando a propriedade das secantes, temos:

$$\overline{PC} = \overline{QC} \Rightarrow \overline{QC} = 3$$

$$\overline{PB} = \overline{BR} \Rightarrow \overline{BR} = 10$$

Como o raio r da circunferência é perpendicular aos catetos, $\overline{AR} = \overline{AQ} = r$

Por pitágoras, temos:

$$(\overline{BC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{AC})^2 \Rightarrow 13^2 = (10+r)^2 + (3+r)^2 \Rightarrow r^2 + 13r - 30 = 0 \Rightarrow r = 2 \text{ ou } r = -15.$$

Logo, $r = 2$.

b) Pela figura construída, $\overline{AB} = \overline{BR} + r \Rightarrow \overline{AB} = 12$ e

$$\overline{AC} = r + \overline{QC} \Rightarrow \overline{AC} = 5 \text{ cm}.$$

c) A área pedida é: $A_{\text{triângulo}} - A_{\text{círculo}}$.

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{AB}}{2} \Rightarrow A_{\text{triângulo}} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot 2^2 \Rightarrow A_{\text{círculo}} = 4\pi;$$

Portanto, a área pedida é $30 - 4\pi$ unidades de área.

QUESTÃO 10

O decaimento radioativo do estrôncio 90 é descrito pela função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-bt}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, b é uma constante real e P_0 é a concentração inicial do estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante $t = 0$.

a) Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante b .

b) Dada uma concentração inicial P_0 , de estrôncio 90, determine o tempo necessário para que a concentração seja reduzida a 20% de P_0 . Considere $\log_2 10 \approx 3,32$.

Resolução

$$a) \frac{P_0}{2} = P_0 \cdot 2^{-b \cdot 29} \Rightarrow 2^{-29b} = 2^{-1} \Rightarrow -29b = -1 \Rightarrow b = \frac{1}{29}$$

b) Tendo o valor de b , obtemos a função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-\frac{t}{29}}$.

$$\frac{20}{100} P_0 = P_0 \cdot 2^{-\frac{t}{29}} \Rightarrow \frac{2}{10} = 2^{-\frac{t}{29}} \Rightarrow \frac{1}{5} = 2^{-\frac{t}{29}}$$

$$10^{-1} = 2^{-\left(\frac{t}{29} + 1\right)} \Rightarrow \log_2 10^{-1} = \log_2 2^{-\left(\frac{t}{29} + 1\right)}$$

$$-\log_2 10 = -\left(\frac{t}{29} + 1\right) \Rightarrow 3,32 = \frac{t}{29} + 1 \Rightarrow t = 67,28 \text{ anos}.$$

QUESTÃO 11

Seja dada a reta $x - 3y + 6 = 0$ no plano xy .

a) Se P é um ponto qualquer desse plano, quantas retas do plano passam por P e formam um ângulo de 45° com a reta dada acima?

b) Para o ponto P com coordenadas $(2;5)$, determine as equações das retas mencionadas no item (a).

Resolução

a) O ângulo α entre duas retas é dado por:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_r - m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right|$$

Como $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1 > 0$

Sendo o valor do lado esquerdo positivo, a equação modular admitirá duas respostas distintas para m_s (com m_r conhecido) e, portanto, existem **duas** retas que satisfazem às condições do enunciado (o gráfico ilustrando tal situação está no final do item b).

$$b) x - 3y + 6 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 2 \Rightarrow m_r = \frac{1}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_r - m_s}{1 + m_r \cdot m_s} \right| \Rightarrow 1 = \left| \frac{\frac{1}{3} - m_s}{1 + \frac{1}{3} \cdot m_s} \right| \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3} - m_s = \pm \left(1 + \frac{1}{3} m_s\right) \Rightarrow m_s = -\frac{1}{2} \text{ ou } m_s = 2$$

A equação das retas procuradas pode ser obtida através da equação:

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0)$$

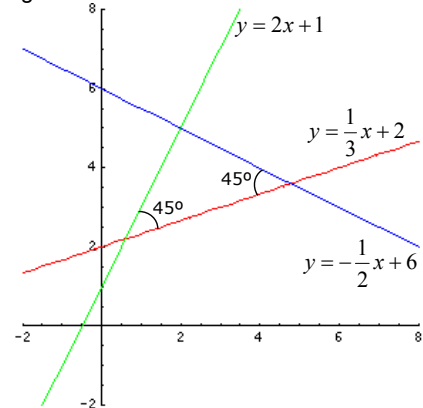
(I) Para $m_s = -\frac{1}{2}$, temos:

$$y - 5 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 6$$

(II) Para $m_s = 2$, temos:

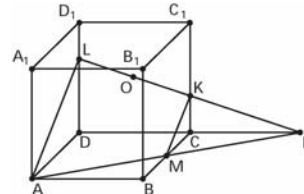
$$y - 5 = 2 \cdot (x - 2) \Rightarrow y = 2x + 1$$

Observação: o gráfico das retas envolvidas seria:



QUESTÃO 12

Seja $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ um cubo com aresta de comprimento 6 cm e sejam M o ponto médio de BC e O o centro da face $CDD_1 C_1$, conforme mostrado na figura.



a) Se a reta AM intercepta a reta CD no ponto P e a reta PO intercepta a reta CC_1 e DD_1 em K e L , respectivamente, calcule o comprimento dos segmentos CK e DL .

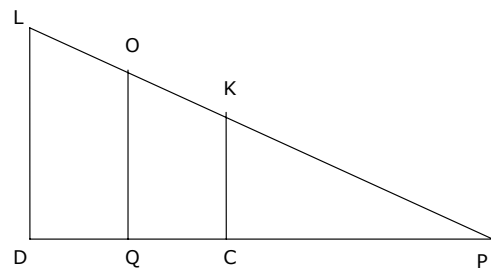
b) Calcule o volume do sólido com vértices A, D, L, K, C e M .

Resolução

a) Da semelhança dos triângulos PAD e PMC , temos que:

$$\frac{PD}{DA} = \frac{PC}{CM} \Rightarrow \frac{PC+6}{6} = \frac{PC}{3} \Rightarrow PC = 6 \text{ cm}.$$

Traçando uma reta paralela ao segmento LD pelo ponto O , obtemos:



Da semelhança dos triângulos PKC e POQ e observando que $QO = QC = 3$, pois O é o centro da face à qual pertence, temos:

$$\frac{CK}{QO} = \frac{CP}{QP} \Rightarrow \frac{CK}{3} = \frac{6}{6+3} \Rightarrow CK = 2 \text{ cm}$$

Da semelhança dos triângulos PLD e POQ , temos:

$$\frac{LD}{OQ} = \frac{PD}{PQ} \Rightarrow \frac{LD}{3} = \frac{6+6}{6+3} \Rightarrow LD = 4 \text{ cm}$$

b) O sólido considerado é um tronco de pirâmide, sendo seu volume dado pela diferença entre os volumes das pirâmides $PADL$ e $PMCK$, ambas com vértice em P . Logo:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{AD \cdot DL}{2} \cdot PD - \frac{1}{3} \cdot \frac{MC \cdot CK}{2} \cdot PC$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 4}{2} \cdot 12 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 6 = 42 \text{ cm}^3$$

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

ELITE RESOLVE
UNICAMP 2007
2ª FASE

INGLÊS

www.elitecampinas.com.br
(19) 3251 1012

INGLÊS

QUESTÃO 13

O que segue é uma paródia de textos publicitários. Nela, faz-se, de forma irônica, críticas a aspectos da vida moderna enquanto se “anuncia um produto”. Leia e responda à questão 13:



Adaptado de <http://adbuster.org/spoofads/misc/>

- a) Em que tipo de embalagem o “produto anunciado” é vendido?
- b) Explícite duas das críticas feitas na paródia.

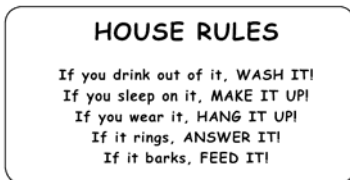
Resolução

- a) O produto em questão é oferecido em uma lata (can). Isso pode causar estranhamento ao candidato, pois há também o verbo modal “can” que pode ter o sentido de capacidade ou permissão. No caso da figura aparece o substantivo “can” que quer dizer “lata”.
- b) O anúncio em questão faz críticas à vida moderna. De acordo com ele, o excesso de trabalho provoca a decadência (wane) dos homens: “Job stress making him impotent?” (“Estresse do trabalho tornando-o impotente?”).

Há também a crítica bem humorada à busca incessante de conforto e ao excesso de materialismo (inclusive a hora de ter filhos), uma vez que a mulher moderna, de acordo com o “anúncio” pode comprar o material genético de seus sonhos para gerar seu filho, dispensando assim a necessidade da presença masculina e até mesmo o romance e os sentimentos que normalmente estariam envolvidos na maternidade: “Go modern, of course! MAN IN A CAN offers you the perfect genetic material for the children of your dreams.” (“Ser moderna, é claro! HOMEM EM LATA oferece a você o material genético perfeito para a criança dos seus sonhos.”).

QUESTÃO 14

Uma mãe cujos filhos adolescentes não se empenham nos afazeres domésticos redigiu algumas regras familiares que estão reproduzidas no quadro abaixo. Segundo o quadro, o que ela espera que seus filhos façam?



Resolução

As regras dizem respeito à manutenção da casa (house rules). A mãe espera que seus filhos lavem a louça que usaram, arrumem as camas que dormiram, pendurem as roupas que vestiram, atendam ao telefone, e alimentem o cachorro. A questão exigia apenas algum conhecimento de vocabulário do candidato para que ele não deixasse de citar alguma das 5 regras. Temos aqui uma clara divisão da grade de correção, em que certamente os 5 pontos serão distribuídos entre cada uma das regras que o candidato citar em seu caderno de respostas.

Texto

O texto abaixo se refere a um manual de instruções que acompanha um gravador digital. Considere-o para responder às questões 15 e 16.

CARE AND USE	
<ul style="list-style-type: none"> □ To reduce risk of radio interference caused by headphone-, earphone- or microphone cable, only use adequate accessories with cable length less than 3 m. □ To avoid product damage, do not store this unit in humid or dusty areas. □ Keep objects that are sensitive to magnetic fields (such as bank cards) away from this unit. Such items may lose data or stop working. □ Do not attempt to disassemble this unit. Disassembly may result in high-voltage electrical shock. 	<ul style="list-style-type: none"> □ Do not peel off the covering on batteries and do not use if its covering has been peeled off. □ Align the poles (+) and (-) correctly when inserting the batteries. □ Avoid placing this unit in trunks of cars. Exposure to intense heat may cause the batteries to leak or explode. □ Mishaping of batteries can cause electrolyte leakage which can damage items the fluid contacts and may cause a fire. If electrolyte leaks from the batteries, consult your dealer.

QUESTÃO 15

Por que não se recomenda deixar o gravador em porta-malas de carros?

Resolução

A resposta para a questão se encontra no sétimo item das instruções. O candidato atento faria a relação entre a palavra “cars” e perceberia que “trunk” é porta-malas. O item afirma que não se deve deixar o gravador em porta-malas de carros, pois a exposição a calor intenso pode causar vazamento ou explosão das pilhas.

QUESTÃO 16

- a) Em que circunstância o usuário do gravador pode levar um choque elétrico?
- b) Além do porta-malas, onde mais o gravador não pode ser guardado?
- c) Caso o gravador seja mantido próximo a um cartão de crédito, por exemplo, o que pode ocorrer com o cartão?

Resolução


- a) A resposta a esta questão se encontra no quarto item. O usuário que tentar desmontar (disassemble) o produto pode levar um choque elétrico (result in high-voltage electrical shock).
- b) O produto também não deve ser armazenado em locais úmidos ou com poeira. Esta afirmação pode ser encontrada no segundo item: “To avoid product damage, do not store this unit in humid or dusty areas.”
- c) O terceiro item pede que se mantenha o gravador distante de objetos sensíveis a campos magnéticos, pois estes objetos podem perder seus dados ou parar de funcionar. Este é o caso dos cartões de crédito.

Texto

O texto abaixo é parte de uma matéria publicada em 20 de janeiro de 2005, na revista *The Economist*. Leia-o e responda às questões 17, 18 e 19.

Footloose
A growing export trade in soccer players

MANY Brazilians resent the fact that their country is often known abroad only for samba and football. Yet while its booming exports range from iron ore to aircraft, they also include footballers. Since the early 1990s, the number of players leaving the country to play for clubs abroad each year has risen from 130 to 850, making Brazil the world's biggest exporter of footballers.



There's many more where he came from

Sadly, export success reflects domestic decay. Last year, an average match in the national championship attracted fewer than 8,000 supporters (compared with 35,000 in the Britain's Premier League). One problem is corrupt management: a Senate inquiry in 2001 found widespread tax evasion and money laundering.

Without professional management, clubs find it hard to pay top wages and players struggle to attract commercial endorsements.

Manchester United and Real Madrid (with a Brazilian coach and stars) are global brands. But not since Pelé's Santos in the 1960's has a Brazilian club achieved international fame. Even in the 1980s, heroes such as Zico and Socrates went abroad only after long campaigns for local clubs. Today's stars, such as Ronaldinho Gaucho (pictured), had the briefest of club careers in Brazil before signing for European teams.

Brazilian players cost European clubs less than local footballers of equivalent talent. Many fail to adapt to the change in climate and language. Some do and never return: Tunisia's squad at the 2002 World Cup included a naturalized Brazilian. He is an exception. According to the Brazilian Football Confederation (CBF), Brazil imported 499 players last year. Nearly all were ageing returnees.

QUESTÃO 17

- a) O Brasil é considerado o maior exportador mundial de jogadores de futebol. Que situação adversa, no entanto, esse fato reflete?
b) Qual é, segundo o texto, um dos problemas que explicam essa situação?
c) Que dado teria revelado a gravidade desse problema?

Resolução

- a) Este fato reflete a decadência do futebol dentro do próprio país ("Sadly, export success reflects domestic decay."
b) Um dos problemas que explicam a situação é a administração corrupta dos clubes, "One problem is corrupt club management"
c) Uma investigação feita pelo senado em 2001 encontrou evasão de divisas e lavagem de dinheiro como duas práticas muito usadas pelos administradores do futebol ("a Senate inquiry in 2001 found widespread tax evasion and money laundering.").

QUESTÃO 18

De acordo com o texto, quais são as conseqüências da administração amadorística dos clubes de futebol brasileiro?

Resolução

A resposta a esta questão se encontra no 3º parágrafo: A administração amadorística no futebol brasileiro tem como conseqüências a incapacidade dos clubes em pagar grandes salários, e os jogadores têm dificuldades em atrair patrocinadores ou contratos comerciais.

Além disso, atualmente, atletas como Ronaldinho Gaúcho têm carreiras curtíssimas em seus clubes antes de ir para outros países. Com isso, desde o Santos de Pelé o Brasil não possui nenhum clube de expressão internacional, em um mundo em que Real Madrid e Manchester United são marcas mundiais.

NOTA: Esta questão é típica do vestibular Unicamp, com enunciado vago, leva o aluno a citar menos razões do que deveria, fazendo-o perder pontos que conquistaria se estivesse familiarizado com o vestibular da Unicamp.

QUESTÃO 19

- a) Por que, segundo o texto, os jogadores brasileiros são atraentes para os clubes de futebol europeus?
b) O que o texto afirma sobre os 499 jogadores de futebol que o Brasil importou em 2004?

Resolução

- a) De acordo com o texto, os jogadores brasileiros são atraentes para os clubes europeus porque custam menos do que jogadores do próprio país de nível equivalente.
b) No último parágrafo o texto cita o caso de um atleta brasileiro, naturalizado tunisiano, que jogou a copa de 2002 por este país, e afirma que este é um caso raro, uma exceção. Existe muita dificuldade de adaptação dos brasileiros em outros países, por isso houve um número de 499 jogadores que o Brasil importou no ano passado, e quase todos eram brasileiros já mais velhos que retornavam ao país.

QUESTÃO 20

O trecho a seguir, adaptado de *Henry V*, de Shakespeare, mostra um diálogo entre Henry, rei da Inglaterra, e Katherine, filha do rei da França. Henry aproveita o fato de Katherine não dominar o inglês para lhe fazer um galanteio baseado em um jogo de palavras. Leia o trecho e responda à questão 20.

Katherine: Your majesty shall mock at me; I cannot speak your English.
King Henry: O fair Katherine, if you will love me soundly with your French heart, I will be glad to hear you confess it brokenly with your English tongue. Do you like me, Kate?
Katherine: *Pardonnez-moi*, I cannot tell you what is 'like me'.
King Henry: An angel is like you, Kate, and you are like an angel.

Vocabulário de apoio:

Pardonnez-moi: pardon me

- a) Por que o jogo de palavras presente no texto é possível?
b) Katherine receia que Henry zombe dela devido ao seu pouco conhecimento de língua inglesa. Que argumento ele usa para tranquilizá-la?

Resolução

a) Katherine não entende um trecho da fala do rei e mostra isso a ele dizendo "Pardonnez-moi, I cannot tell you what is 'like me'." Esta fala poderia ter duas traduções e/ou interpretações. A primeira para o contexto seria: "Perdão, eu não consigo entender o que é 'gosta de mim'." Afirmando que ela não havia entendido algo que o rei lhe disse, mas poderia haver também a tradução: "Perdão, eu não consigo entender o que é como eu." Abrindo margem ao galanteio do rei, que responde: "An angel is like you, Kate, and you are like an angel." Que seria, em português: "Um anjo é como você, Kate, e você é como um anjo."

A abertura ao jogo de palavras se dá devido às duas funções morfológicas diferentes que a palavra "like" assumiu no contexto dado. Na primeira interpretação "like" aparece como o verbo "gostar", na segunda, "like" aparece como a conjunção "como", dando margem ao galanteio.

b) Com o objetivo de tranquilizá-la, o rei afirma que se ela o ama verdadeiramente com seu coração francês ele ficará feliz em ouvi-la afirmar isso em língua inglesa. Em outras palavras, ele quer que ela manifeste seu sentimento de maneira verdadeira, sem se preocupar com o uso correto do inglês ("if you love me soundly with your French heart, I'll be glad to hear you confess it brokenly with your English tongue.").

Texto

Leia o texto abaixo e responda às questões 21 e 22.



Getting Enough Sleep? By Emily Soon

One of the greatest things about growing older is that you get to stay up later. And it's not just your parents who make the decision. Your body gives you permission to enjoy the darker hours too. Recent research has shown that brain changes during teen years make it easier for kids to stay up late.

But just because you can stay up late, it doesn't mean you should, scientists say. Young people who don't get enough sleep are often late for school, or they miss it completely, says a recent study by the National Sleep Foundation (NSF). Sleepy kids also tend to be bad-tempered and unhappy. And their grades suffer.

Our sleep-wake schedules may seem to be ruled by need to get to school or work in time, but they're really under the control of our body's internal clock. Every mammal has a "master clock" in its brain that tells its body what time it is and when it needs to sleep. Scientists recently discovered cells in the brain that collect information about light directly from the eyes. When light comes in, our internal clock thinks that it's daytime. Then, as darkness arrives, the body secretes a chemical called melatonin, which tells that it's nighttime. As we approach our teen years, melatonin secretion comes at a later time. That's why children who usually go to bed at 8:30 or 9 p.m. all of a sudden start having trouble falling asleep.

QUESTÃO 21

O que acontece, segundo o texto, com jovens que costumam dormir menos do que o necessário?

Resolução

De acordo com o segundo parágrafo do texto, Jovens que dormem menos do que é necessário tendem a chegar atrasados na escola ou perder as aulas, ("Young people who don't get enough sleep are often late for school or miss it completely."), além disso, jovens com sono tendem a ser mal humorados e infelizes, e estes fatores se refletem em suas notas ("Sleepy kids also tend to be bad-tempered and unhappy. And their grades suffer.").

QUESTÃO 22

- a) Para que serve o relógio interno?
b) Nosso corpo produz uma substância química denominada melatonina. Qual é a função dessa substância e como ela nos afeta quando nos aproximamos da adolescência?

Resolução

- a) De acordo com o terceiro parágrafo do texto, o relógio interno dos mamíferos diz ao corpo que horas são e quando ele precisa dormir ("Every mammal has a master clock in its brain that tells its body what time it is and when it needs to sleep.").
- b) A melatonina é um componente químico do nosso corpo que tem a função de avisar o relógio biológico sobre a chegada da noite. Na adolescência a melatonina é secretada mais tarde do que na infância, fazendo com que passemos a dormir mais tarde.

Texto

A passagem abaixo foi tirada do livro *Guliver's Travel*, de Jonathan Swift (1667-1745). Em tom irônico, o autor satiriza e critica a futilidade e a brutalidade das guerras que ocorriam na Europa em sua época. Leia o texto e responda às questões 23 e 24.

He asked me what were the usual causes or motives that made one country go to war with another, I answered they were innumerable, but I should only mention a few of the chief. Sometimes, the ambition of princes, who never think they have land or people enough to govern; sometimes the corruption of the ministers, who engage their master in war in order to stifle the clamour of the subjects against the evil administration. [...] Sometimes the one prince quarrels with another, for fear the other should quarrel with him. Sometimes a war is entered upon because the enemy is too strong, and sometimes because is too weak. Sometimes our neighbours want the things which we have, or have the things which we want, and we both fight, till they take ours or give us theirs. It is a very justifiable cause of war to invade a country among themselves. If a prince sends force into a nation where the people are poor and ignorant, he may lawfully put half of them to death, and make slaves of the rest, in order to civilize and reduce them from their barbarous way of living.

QUESTÃO 23

Segundo o narrador, de que forma ministros corruptos podem provocar uma guerra?

Resolução

Segundo o texto, ministros corruptos podem provocar uma guerra apenas para distrair o seu rei e acalmar o clamor de outras pessoas a respeito de suas administrações fraudulentas ("who engage their master in a war in order to stifle the clamour of the subjects against their evil administration.").

QUESTÃO 24

Ainda Segundo o narrador da passagem, o que um príncipe pode legitimamente fazer quando envia suas forças contra um povo pobre e ignorante? Quais seriam os objetivos dessas ações?

Resolução

De acordo com o texto, quando um príncipe envia suas forças sobre um povo pobre e ignorante, ele pode, com amparo da lei, matar metade deste povo e escravizar a outra metade, com o intuito de civilizá-los e retirá-los de seu meio de vida bárbaro ("If a prince sends forces into a nation where the people are poor and ignorant, he may lawfully put half of them to death, and make slaves of the rest, in order to civilize and reduce them from their barbarous way of living.").