

VESTIBULAR MEIO DE ANO 2009

3. PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS
ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

1. CONFERIR SEU NOME, NÚMERO DE INSCRIÇÃO E NÚMERO DA CARTEIRA IMPRESSOS NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

MATEMÁTICA

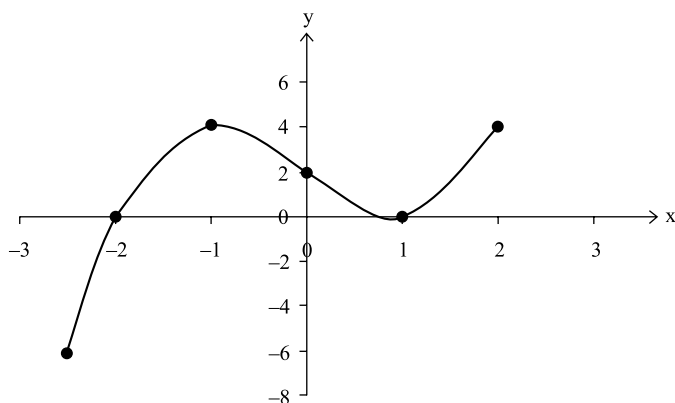
01. Carla foi escrevendo nas casas de um tabuleiro 100 por 100 os múltiplos positivos de 5, em ordem crescente, conforme a figura:

5	10	15	20	25	...	495	500
1000	995	990	985	980	...	510	505
1005	→	→	→	→	...	→	→
...							
→	→	→	→	→	→	→	→
←	←	←	←	←	←	←	←
→	→	→	→	→	→	→	→
							U

Que número Carla escreveu onde se encontra a letra **U**?

02. A massa de gordura de uma pessoa corresponde a 30% de sua massa total. Essa pessoa, pesando 110 kg, fez um regime e perdeu 40% de sua gordura, mantendo os demais índices inalterados. Quantos quilos essa pessoa pesava ao final do regime?

03. O gráfico representa a função polinomial $p(x) = ax^3 + bx + c$, com a , b e c coeficientes reais, definida em \mathbb{R}^2 .



- a) Calcule os valores dos coeficientes a , b e c .
- b) Quais são as raízes de $p(x)$, com suas respectivas multiplicidades?
04. Um professor de História, conversando com os alunos do Ensino Médio, todos eleitores, a respeito das eleições municipais para Prefeito, nas quais três candidatos A, B e C disputavam o cargo, perguntou à turma de alunos em qual candidato votariam, se A e B fossem para o 2.º turno. Depois que todos responderam, e sem que nenhum tenha omitido a preferência, verificou-se que a maioria dos alunos votaria em A. Em seguida, perguntou em quem votariam, se B e C fossem para o 2.º turno. Agora, nas mesmas condições de respostas da primeira pergunta, a maioria dos alunos votaria em B. Dando-se por satisfeito, o professor retomou a aula, mas foi interpelado por um aluno que lhe perguntou se ele não iria propor a hipótese de A e C irem para o 2.º turno. O professor respondeu que não havia necessidade, pois A ganharia “de barbada”.

Esclareça se a resposta do professor estava correta ou incorreta, justificando-a matematicamente.

05. Foram estudados três tipos de alimentos, para os quais se determinou, para a mesma quantidade (1 g), que:

		VITAMINAS		
		A	B	C
ALIMENTOS	I	300	0	300
	II	100	300	400
	III	200	300	500

Diariamente, o corpo humano necessita de 1 100 unidades de vitamina A, 900 unidades de vitamina B e 2 000 unidades de vitamina C.

Encontre todas as possíveis quantidades dos alimentos I, II e III que fornecem as unidades de vitaminas desejadas para serem ingeridas diariamente.

06. Identifique a cônica que representa o lugar geométrico dos pontos (x, y) do plano que satisfaz a equação

$$\det \begin{bmatrix} 2x^2 + y^2 & x & y \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 69$$

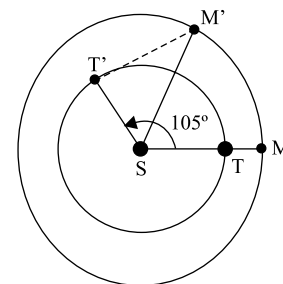
07. Pesquisas realizadas em populações de duas culturas de bactérias apontam que uma população cresce 3% ao dia e a outra cresce 14% ao dia. Sabendo-se que a população total das culturas, hoje, é de 22 milhões de bactérias, e que a 1.ª população é 10 vezes maior que o número de bactérias da 2.ª população, determine o intervalo de tempo, da forma $[d, d+1]$, onde d = dias, necessário para que essas populações se igualem.

Dados: $\log 1,03 = 0,012$ e $\log 1,14 = 0,057$

08. Em 2009, comemora-se o “Ano Internacional da Astronomia” em homenagem aos quatro séculos das primeiras observações telescópicas do céu, feitas por Galileu Galilei (1564 – 1642). Entretanto, para historiadores da ciência, o ano de 1543 é tido como o de início da ciência moderna devido aos trabalhos de Nicolau Copérnico (1473-1543), baseados no heliocentrismo e na uniformidade dos movimentos planetários em torno do Sol.

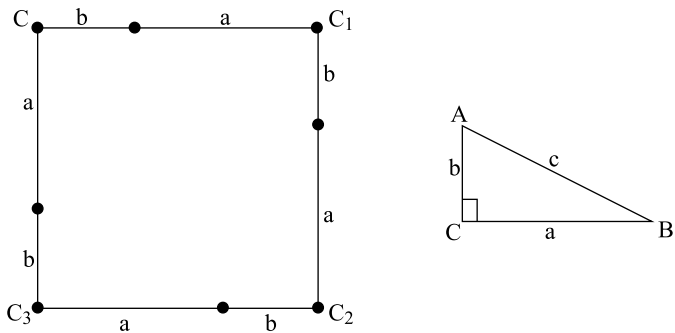
Aplicando alguns dos conhecimentos desenvolvidos por Copérnico ao planeta Marte, cuja órbita é maior que a da Terra, tem-se:

Conforme figura ao lado, suponha que Marte, em M , esteja em oposição à Terra, em T , e o Sol esteja em S . Observando Marte sempre à meia-noite, a partir dessa oposição, verifica-se que ele vai descendo progressivamente e atingirá o horizonte terrestre após 106 dias. Nessa situação, a Terra estará em T' , Marte em M' , e o ângulo $ST'M'$ será de 90° . Sabe-se que o período sideral (tempo de revolução do planeta em torno do Sol) de Marte é de 687 dias e que a distância Terra-Sol é de, aproximadamente, 149 500 000 km. Determine, aproximadamente, a distância de Marte ao Sol.



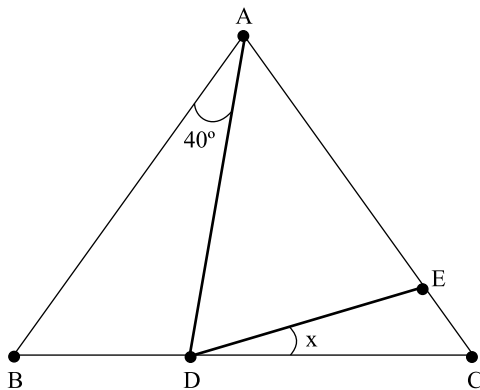
Dado: $\cos 49^\circ = 0,66$

09. A história da matemática mostra que, embora o Teorema de Pitágoras fosse conhecido pelos chineses mil anos antes do nascimento do geômetra grego, esta importante relação métrica do triângulo retângulo recebe seu nome devido ao fato de ser atribuída a ele sua primeira prova matemática. Para isto, Pitágoras utilizou o conceito de área de um quadrado de lado formado pelos segmentos de reta “a” e “b”, onde $a, b \in \mathbb{R}^*$.



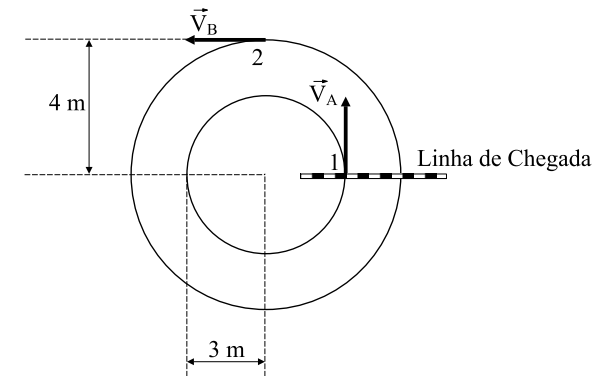
Sendo dados o quadrado $CC_1C_2C_3$ e o triângulo retângulo ABC , prove que “o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”.

10. Na figura, o triângulo ABC é isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$), bem como o triângulo ADE ($\overline{AD} = \overline{AE}$).



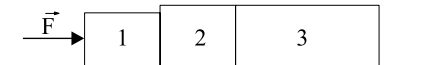
Sabendo que o ângulo $\hat{B}\hat{A}\hat{D}$ mede 40° , determine o valor, em graus, do ângulo $x = \hat{E}\hat{D}\hat{C}$.

11. Como indica a figura, dois atletas, A e B, percorrem uma pista circular em duas faixas diferentes, uma de raio 3 m e outra de raio 4 m, com velocidades constantes em módulo. Num certo instante, os atletas passam simultaneamente pelos pontos 1 e 2 indicados, estando o atleta B à frente do atleta A por um ângulo de $\frac{\pi}{2}$.



A partir desse instante, os dois atletas demoram o mesmo intervalo de tempo para cruzarem juntos, pela primeira vez, a Linha de Chegada. Determine a razão R entre o módulo da velocidade tangencial do atleta A em relação ao atleta B.

12. Três blocos, 1, 2 e 3, de massas respectivamente iguais a m_1 , m_2 e m_3 , encontram-se sobre um plano horizontal, podendo se deslocar sem atrito. Os blocos estão sob ação da aceleração da gravidade \vec{g} e de uma força \vec{F} , como mostra a figura.



Determine a aceleração do sistema e a força F_{23} que o bloco 2 exerce sobre o bloco 3, em função de F , m_1 , m_2 e m_3 .

13. A tabela apresenta as características de dois planetas que giram ao redor de uma mesma estrela, tal como os planetas do sistema solar giram em torno do Sol.

CARACTERÍSTICAS	PLANETA 1	PLANETA 2
Período (s)	T_1	3×10^7
Distância média do planeta à estrela (m)	1×10^{13}	1×10^{11}

Sabendo-se que a 3.^a Lei de Kepler afirma que o quadrado do período de revolução (T^2) de cada planeta em torno de uma estrela é diretamente proporcional ao cubo da distância média (d^3) desse planeta à estrela, determine o período de revolução T_1 do planeta 1, em segundos, em relação à estrela.

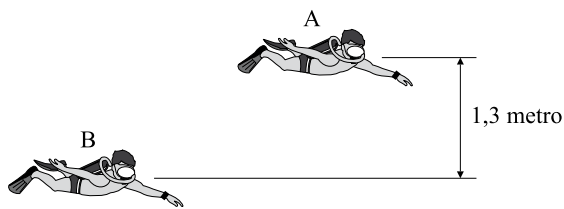
14. A tabela relaciona as massas que foram dependuradas na extremidade de uma mola e os diferentes comprimentos que ela passou a ter, devido à deformação que sofreu.

Massas (g)	Comprimento da mola (cm)
0	12
100	17
200	22
300	27

Determine o trabalho, em joules, realizado pela força elástica da mola quando deformada de 20 cm. Considere a mola ideal e admita a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 .

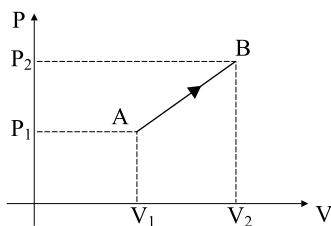
15. Dois mergulhadores, A e B, estão submersos em um tanque, a diferentes profundidades, de forma que a distância vertical entre eles é de 1,3 metro, como indica a figura. Sabendo-se que o manômetro localizado no pulso do mergulhador B indica uma pressão de 880 mmHg, determine essa pressão, em pascal, e a indicação do manômetro do mergulhador A, em mmHg.

Admita que a densidade do mercúrio é 13 vezes maior que a da água e que a pressão atmosférica na superfície do tanque seja de 760 mmHg ou $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.

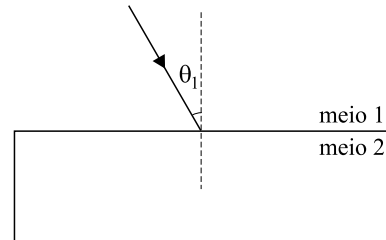


16. O gráfico da pressão (P) em função do volume (V) representa a transformação gasosa AB sofrida por uma determinada amostra de gás ideal. Sabe-se que $V_2 = 2 V_1$, $P_2 = 2 P_1$ e que, em A, a temperatura absoluta do gás é T_1 .

Determine o trabalho realizado pelo gás, em função de P_1 e V_1 , e sua temperatura em B, em função de T_1 .



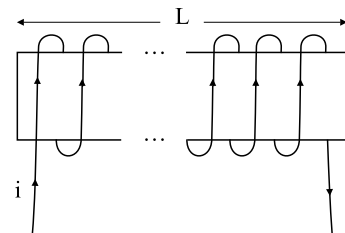
17. Considere que um raio de luz monocromática, que se propaga num meio material com índice de refração n_1 , incida sobre a superfície perfeitamente plana e polida de outro meio material, de índice de refração n_2 , com ângulo $\theta_1 = 30^\circ$. Sabendo que a razão entre os índices de refração do meio 1 e do meio 2 vale $\sqrt{2}$, faça, no caderno de respostas, um desenho do raio de luz refratado, indicando o desvio angular que esse raio de luz sofre ao ser refratado (diferença entre os ângulos de refração e de incidência) e explique o que aconteceria se o ângulo de incidência θ_1 fosse igual a 60° .



18. Um pai, desejando brincar com seu filho com a sombra de um boneco projetada na parede, acende uma lâmpada, considerada uma fonte de luz puntiforme, distante 2 metros do boneco e 6 metros da parede na qual a sombra será projetada.

Admitindo que a altura do boneco seja igual a 20 cm, qual a altura da sombra projetada na parede? Faça um desenho, na folha de respostas, representando os raios de luz a partir da lâmpada até a parede e indicando a posição do boneco e a região de sombra.

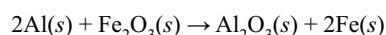
19. Um professor deseja construir um eletroímã que seja capaz de gerar um campo magnético \vec{B} de intensidade $12 \times 10^{-3} \text{ T}$. Para isso, enrola um fio de cobre em torno de um cilindro de ferro, como indica a figura.



Sabendo que a expressão para determinação da intensidade do campo magnético é $B = \frac{\mu i N}{L}$, que a permeabilidade magnética do ferro é $\mu = 3 \times 10^{-4} \text{ T.m/A}$ e que a intensidade de corrente i que percorrerá o fio será de 2,0 A, determine $\frac{N}{L}$, número de espiras por metro de solenoide. Admitindo que a corrente elétrica circule em torno do cilindro de ferro como indicado na figura, refaça, no caderno de respostas, o desenho do eletroímã, nele indicando o sentido do campo magnético gerado.

QUÍMICA

20. Sob certas circunstâncias, como em locais sem acesso a outras técnicas de soldagem, pode-se utilizar a reação entre alumínio (Al) pulverizado e óxido de ferro (Fe_2O_3) para soldar trilhos de aço. A equação química para a reação entre alumínio pulverizado e óxido de ferro (III) é:

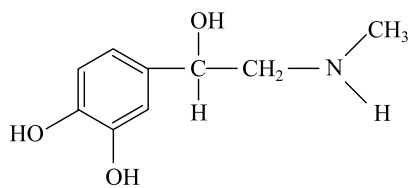


O calor liberado nessa reação é tão intenso que o ferro produzido é fundido, podendo ser utilizado para soldar as peças desejadas.

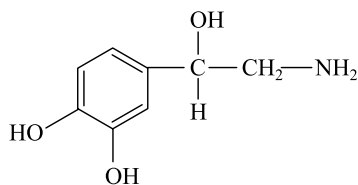
Conhecendo-se os valores de entalpia de formação para o $\text{Al}_2\text{O}_3(s) = -1\,676 \text{ kJ/mol}$ e para o $\text{Fe}_2\text{O}_3(s) = -824 \text{ kJ/mol}$, nas condições padrão (25°C e 1 atmosfera de pressão), calcule a entalpia dessa reação nessas condições. Apresente seus cálculos.

O enunciado a seguir refere-se às questões de números 21 e 22.

No ser humano, a transmissão do estímulo nervoso de uma célula para outra, no espaço sináptico, envolve os neurotransmissores, dentre os quais se encontram a adrenalina e a noradrenalina, que são produzidos pelo organismo a partir da fenilalanina e cujas fórmulas estruturais são:



Adrenalina

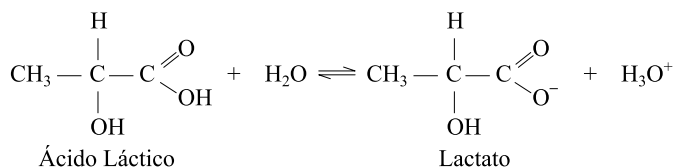


Noradrenalina

21. As funções orgânicas podem ser classificadas como apresentando caráter ácido, básico ou neutro. Considerando-se as fórmulas estruturais para a adrenalina e a noradrenalina, escreva o nome das funções orgânicas presentes e indique qual delas apresenta caráter ácido.
22. A adrenalina pode reagir com outras substâncias presentes no meio biológico, tornando-se inativa. Um mecanismo possível para sua inativação envolve a substituição do hidrogênio do grupo hidroxila na posição 3 do anel, pelo grupo metila. Escreva a fórmula estrutural para o produto dessa reação e o nome da nova função orgânica que se forma.

23. Na prática de exercícios físicos, o organismo humano utiliza a glicose como principal fonte de energia. Havendo suprimento adequado de oxigênio, obtém-se o rendimento energético máximo possível, mas quando o esforço é muito intenso, o fornecimento de oxigênio pode se tornar insuficiente, e o organismo adotar rota alternativa menos eficiente, envolvendo produção de ácido láctico, o que resulta na diminuição do pH no músculo. Após um período de descanso, o pH do músculo retorna ao seu valor normal, aproximadamente neutro.

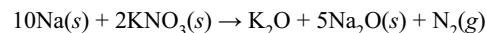
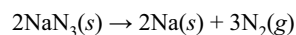
O equilíbrio entre o ácido láctico e o lactato em meio aquoso encontra-se representado na equação química:



$$K_a = 1,0 \times 10^{-4}$$

Calcule a razão entre as concentrações do íon lactato e do ácido láctico nas condições de equilíbrio químico, no músculo, quando o pH for igual a 7. Apresente seus cálculos.

24. Em 19 de março de 2009, o Presidente da República sancionou a lei que torna obrigatório, a partir de 2014, que todos os veículos de passeio e utilitários esportivos saiam equipados de fábrica com o dispositivo de segurança conhecido como “air bag”. O “air bag” é uma bolsa de náilon fino, com volume de cerca de 80 litros e que, em caso de colisão, é preenchida rapidamente (~40 ms) com N_2 gasoso. O N_2 gasoso é proveniente da seguinte sequência de reações:



Sabendo-se que a massa molar do NaN_3 é igual a 65 g/mol e considerando-se que, nas condições de reação, (I) 1 mol de NaN_3 produz, ao final do processo, 1,6 mol de N_2 com 100% de rendimento e (II) 1 mol de N_2 gasoso ocupa um volume de, aproximadamente, 25 litros, calcule a massa de NaN_3 necessária para produzir 4 (quatro) litros de N_2 nessas condições. Apresente seus cálculos.

25. Em leite adulterado, é comum encontrar peróxido de hidrogênio (H_2O_2), substância adicionada pelo fraudador com a finalidade de diminuir o desenvolvimento de micro-organismos provenientes de manipulação e estocagem inadequadas do produto. Um teste simples para a detecção dessa substância consiste em gotejar solução aquosa de iodeto de potássio em uma amostra acidificada do leite a ser analisado. Caso contenha H_2O_2 , a amostra adquirirá coloração amarelada devido à formação de iodo, uma molécula diatômica.

Escreva a equação química que representa a reação entre o peróxido de hidrogênio e o iodeto em meio ácido, com produção de iodo e água, apresentando os números de oxidação para o iodo no reagente (íon iodeto) e no produto (iodo molecular).

