

VESTIBULAR MEIO DE ANO 2008

PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

1. Conferir seu nome, número de inscrição e número da carteira na capa deste caderno.
2. Assinar com caneta de tinta azul ou preta a capa do seu caderno de respostas, no local indicado.
3. Esta prova contém 25 questões e terá duração de 4 horas.
4. O candidato somente poderá entregar o caderno de respostas e sair do prédio depois de transcorridas 2 horas, contadas a partir do início da prova.
5. Ao sair, o candidato levará este caderno e o caderno de questões da Prova de Conhecimentos Gerais.

MATEMÁTICA

01. Para aumentar as vendas de camisetas, uma loja criou uma promoção. Clientes que compram três camisetas têm desconto de 10% no preço da segunda camiseta e 20% no preço da terceira camiseta. Todas as camisetas têm o mesmo preço. Qual o desconto que, aplicado igualmente sobre o preço original das três camisetas, resulta no mesmo valor para a compra conjunta de três camisetas na promoção?
02. Escreva as equações das retas que sejam, ao mesmo tempo, perpendiculares à reta $x = y$ e tangentes à circunferência $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$.
03. Os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo formam uma progressão aritmética. Qual o comprimento da hipotenusa se o perímetro do triângulo mede 12?
04. Um tanque de combustível cilíndrico, cuja base mede 2 metros quadrados e cuja altura é de 3 metros, encontra-se completamente cheio e precisa ser esvaziado. Nesse processo, acionou-se uma bomba que retira do tanque 100 litros por minuto. Após 20 minutos, uma segunda bomba, que também retira do tanque 100 litros por minuto, foi acionada, funcionando em conjunto com a primeira. Esboce o gráfico da função que descreve a altura de combustível no tanque em função do tempo decorrido. Considere o tanque na posição vertical (base circular na horizontal) e o início do tempo no momento de acionamento da primeira bomba.
05. Uma companhia telefônica oferece aos seus clientes 2 planos diferentes de tarifas. No plano básico, a assinatura inclui 200 minutos mensais de ligações telefônicas. Acima desse tempo, cobra-se uma tarifa de R\$ 0,10 por minuto. No plano alternativo, a assinatura inclui 400 minutos mensais, mas o tempo de cada chamada desse plano é acrescido de 4 minutos, a título de taxa de conexão. Minutos adicionais no plano alternativo custam R\$ 0,04. Os custos de assinatura dos dois planos são iguais e não existe taxa de conexão no plano básico. Supondo que todas as ligações durem 3 minutos, qual o número máximo de chamadas para que o plano básico tenha um custo menor ou igual ao do plano alternativo?
06. Quantos números de nove algarismos podem ser formados contendo quatro algarismos iguais a 1, três algarismos iguais a 2 e dois algarismos iguais a 3?
07. As raízes de $x^4 - a = 0$ são os vértices de um quadrado no plano complexo. Se uma raiz é $1 + i$ e o centro do quadrado é $0 + 0i$, determine o valor de a .

08. Num determinado ambiente convivem duas espécies, que desempenham o papel de predador (C) e de presa (H). As populações dessas espécies, em milhares de indivíduos, são dadas pelas seguintes equações:

$$C(t) = 1 + \frac{1}{2} \cos(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{4})$$

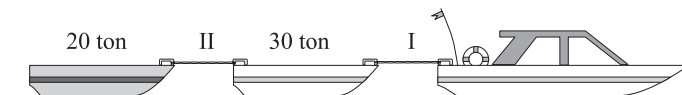
$$H(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{4})$$

onde t é o tempo em meses. Determine qual a duração do ciclo de crescimento e decrescimento das populações, isto é, a cada quanto tempo as populações voltam, simultaneamente, a ter as mesmas quantidades de indivíduos de $t = 0$.

09. A altura $y(t)$ de um projétil, lançado a 15 m do solo, numa região plana e horizontal, com velocidade vertical inicial 10 m/s, é dada por $y(t) = -5t^2 + 10t + 15$, considerando $t = 0$ como o instante do lançamento. A posição horizontal $x(t)$ é dada por $x(t) = 10\sqrt{3}t$. Determine a altura máxima e o alcance (deslocamento horizontal máximo) que o projétil atinge, considerando que ele caia no solo.
10. Considere um cubo de aresta a . Seja B um poliedro de oito faces triangulares, cujos vértices são os centros das faces do cubo. Determine a razão entre os volumes desse cubo e do poliedro B.

FÍSICA

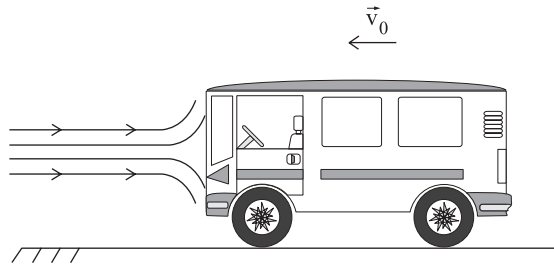
11. Um rebocador puxa duas barcas pelas águas de um lago tranqüilo. A primeira delas tem massa de 30 toneladas e a segunda, 20 toneladas. Por uma questão de economia, o cabo de aço I que conecta o rebocador à primeira barcaça suporta, no máximo, 6×10^5 N, e o cabo II, 8×10^4 N.



Desprezando o efeito de forças resistivas, calcule a aceleração máxima do conjunto, a fim de evitar o rompimento de um dos cabos.

12. Um jogador de futebol deve bater uma falta. A bola deverá ultrapassar a barreira formada 10 m à sua frente. Despreze efeitos de resistência do ar e das dimensões da bola. Considere um ângulo de lançamento de 45° , $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, e uma velocidade inicial de lançamento $v_0 = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$. Determine qual é a altura máxima dos jogadores da barreira para que a bola a ultrapasse.

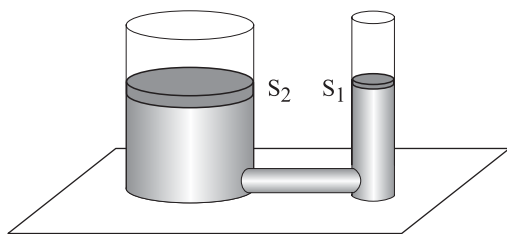
13. Um carrinho move-se para a esquerda com velocidade v_0 , quando passa a ser empurrado para a direita por um jato d'água que produz uma força proporcional ao módulo de sua velocidade, $F_v = C \cdot v$.



Tomando $C = 200 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ e $v_0 = 20 \text{ m/s}$, calcule o trabalho da força \vec{F} necessária a ser produzida pelo motor do carrinho, a fim de manter sua velocidade constante durante 10 s.

14. Em uma reportagem da revista *Pesquisa FAPESP* (n.º 117 – novembro de 2005), foi relatada uma experiência realizada no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), na qual buscava-se verificar a possibilidade real de incendiar um navio, utilizando espelhos posicionados sobre um arco de circunferência de raio R , conforme se supõe tenha sido feito por Arquimedes na cidade grega de Siracusa, em sua luta contra a invasão romana. Considerando que o navio a ser queimado estivesse a 40 m de distância do espelho, qual seria o raio de curvatura do arco de circunferência necessário, a fim de posicionar o foco desse espelho côncavo exatamente no ponto requerido? Nos seus cálculos, considere que o espelho seja ideal e que o Sol, o espelho e o navio estejam quase que alinhados.

15. Utilizando-se a balança hidráulica da figura, composta por um tubo preenchido por um fluido e lacrado por dois êmbolos de áreas diferentes, pode-se determinar a massa de um homem de 70 kg, ao colocá-lo sobre a plataforma S_2 de 1 m^2 e colocando-se um pequeno objeto sobre a plataforma S_1 de 10 cm^2 .



Determine o valor da massa do objeto colocado em S_1 , a fim de manter o sistema em equilíbrio estático.

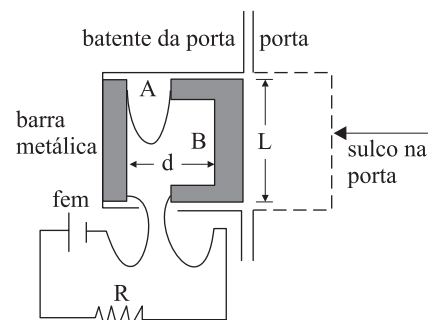
16. Uma panela de pressão com capacidade de 4 litros contém, a uma temperatura de 27°C , 3 litros de água líquida à pressão de 1 atm. Em seguida, ela é aquecida até que a temperatura do vapor seja de 127°C , o volume de água líquida caia para 2,8 litros e o número de moléculas do vapor dobre. A panela começa a deixar escapar vapor por uma válvula, que entra em ação após a pressão interna do gás atingir um certo valor máximo. Considerando o vapor como um gás ideal, determine o valor dessa pressão máxima.

17. Um tanque de gasolina de automóvel tem um volume máximo recomendado, a fim de evitar que, com o aumento da temperatura, vaze gasolina pelo “ladrão”. Considere que o tanque seja feito de aço inoxidável e tenha um volume máximo de 50 L. Calcule o volume de gasolina que sairia pelo “ladrão” caso o tanque estivesse totalmente cheio e sua temperatura subisse 20°C . Use para os coeficientes de dilatação volumétrica da gasolina e linear do aço, respectivamente:

$$\gamma_{\text{gasolina}} = 1,1 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \text{ e } \alpha_{\text{aço}} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

18. No processo de transmissão de energia elétrica, desde a usina geradora até nossas casas, existem vários estágios em que diferentes voltagens são utilizadas. Um recurso usado a fim de reduzir a perda de energia na transmissão é o da redução do valor da corrente elétrica, já que, dessa forma, a potência dissipada na forma de calor pela resistência dos fios é diminuída. Suponha que a resistência de uma dada linha de transmissão varie com a distância através da expressão $R = k \cdot L$, sendo L o comprimento dessa linha e $k = 1000 \text{ } \Omega/\text{km}$. Calcule o maior valor de L , a fim de garantir que a potência dissipada não ultrapasse 500 kW. Suponha que a tensão na linha seja de 500 kV.

19. A figura apresenta um esquema simplificado (nele não é apresentado o mecanismo de fechamento) de um projeto de “fechadura magnética”, no qual a barra B é empurrada quando uma corrente elétrica percorre o circuito formado pelas duas barras, A e B, e pelos fios de massa e resistência desprezíveis. A barra B move-se com atrito desprezível.



Supondo que a fem do circuito seja de 20 V, que a resistência $R = 2 \text{ } \Omega$, que a permeabilidade magnética do meio entre as barras seja $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$, que a distância inicial entre as barras A e B seja $d = 1 \text{ cm}$ e que a altura das barras seja de $L = 5 \text{ cm}$, determine a força entre A e B no instante em que o circuito é ligado.

QUÍMICA

20. O gás liberado na reação completa de 0,486 gramas de magnésio metálico com solução aquosa de ácido clorídrico (HCl) foi confinado em um recipiente de 100 mL à temperatura de 27 °C. Dadas a massa molar do magnésio = 24,3 g.mol⁻¹ e a constante universal dos gases R = 0,082 atm.L.mol⁻¹.K⁻¹, determine a pressão no recipiente.
21. Quando o mineral fosforita (Ca₃(PO₄)₂) é aquecido a 650 °C na presença de areia (SiO₂) e carvão (C), os produtos obtidos são silicato de cálcio (CaSiO₃), monóxido de carbono (CO) e fósforo (P₄). Dadas as massas molares: Ca₃(PO₄)₂ = 310 g.mol⁻¹, SiO₂ = 60 g.mol⁻¹, C = 12 g.mol⁻¹, CaSiO₃ = 116 g.mol⁻¹, CO = 28 g.mol⁻¹ e P₄ = 124 g.mol⁻¹, calcule a massa de fósforo (P₄) que é produzida a partir da reação de 6,2 kg de fosforita, 4,0 kg de areia e 0,6 kg de carvão, sendo este último o reagente limitante.
22. As curvas de titulação ácido/base são expressas em gráficos de pH *versus* volume adicionado de solução padrão, sendo a adição realizada até obter-se a neutralização da solução cuja concentração deseja-se conhecer. Dados experimentais de uma análise indicaram que a titulação de 90 mL de uma solução aquosa de ácido clorídrico (HCl) consumiu 9 mL de uma solução aquosa de hidróxido de sódio (NaOH) 0,1 mol.L⁻¹. Calcule os valores de pH da solução de HCl original, no ponto de equivalência e após a adição de 10,0 mL de base à solução original.
23. Um estudante mergulhou uma lâmina de zinco de massa igual a 10,0 g em uma solução de NiSO₄ e observou a deposição espontânea de níquel sobre a placa de zinco, com a conseqüente formação de ZnSO₄. No final do experimento, ele verificou que a massa da lâmina foi alterada para 9,3 g. Sabendo que a massa molar do Zn = 65,5 g.mol⁻¹ e do Ni = 58,5 g.mol⁻¹, calcule, em números de mols, a quantidade de matéria depositada.
24. Com base nos valores aproximados de ΔH para as reações de combustão do metano (gás natural) e do hidrogênio,
- $$\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\ell) \quad \Delta H = -900 \text{ kJ.mol}^{-1}$$
- $$2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\ell) \quad \Delta H = -600 \text{ kJ.mol}^{-1}$$
- e das massas molares: carbono = 12 g.mol⁻¹, hidrogênio = 1 g.mol⁻¹ e oxigênio = 16 g.mol⁻¹, calcule a massa de hidrogênio que fornece, na combustão, energia correspondente a 16 kg de metano.
25. O éster etanoato de n-octila é a substância responsável pelo aroma característico das laranjas, podendo ser sintetizada em uma única etapa de síntese. Apresente a equação para a reação de produção do éster etanoato de n-octila, empregando como reagentes um álcool e um ácido carboxílico.