Fez ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
campinas
Aprovou!

Elite Resolve

ITA 2012

Física

FÍSICA

QUESTÃO 01

Ondas acústicas são ondas de compressão, ou seja, propagam-se em meios compressíveis. Quando uma barra metálica é golpeada em sua extremidade, uma onda longitudinal propaga-se por ela com velocidade $v=\sqrt{Ea/\rho}$. A grandeza E é conhecida como módulo de Young, enquanto ρ é a massa específica e a uma constante adimensional. Qual das alternativas é condizente à dimensão de E?

a) J/m^2 **b)** N/m^2 **c)** $J/s\cdot m$

d) $kg\cdot m/s^2$ **e)** dyn/cm^3

Resolução — Alternativa B

Temos que:

$$v=\sqrt{\frac{E\cdot a}{\rho}}\Leftrightarrow E=\frac{\rho\cdot v^2}{a}$$

Sendo $[\rho]=M\cdot L^{-3}$, $[v]=L\cdot T^{-1}$ e $[a]=1$ (adimensional), vem que:

$$[E]=\frac{(M\cdot L^{-3})\cdot(L\cdot T^{-1})^2}{1}\Leftrightarrow \boxed{[E]=M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}}$$

Comparando agora com cada alternativa:

a) Como Joule (J) é unidade de energia, J/m^2 tem dimensão de:

$$\frac{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}{L^2}=M\cdot T^{-2}$$

b) Como N (Newton) é unidade de força, N/m^2 tem dimensão de:

$$\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L^2}=M\cdot L^{-1}\cdot T^{-2}$$

c) Como Joule (J) é unidade de energia, J/(s.m) tem dimensão de:

$$\frac{M\cdot L^2\cdot T^{-2}}{T\cdot L}=M\cdot L\cdot T^{-3}$$

d) Temos que kg.m/s^2 tem dimensão de:

$$\frac{M\cdot L}{T^2}=M\cdot L\cdot T^{-2}$$

e) Como dina (dyn) é unidade de força, dyn/cm^3 tem dimensão de:

$$\frac{M\cdot L\cdot T^{-2}}{L^3}=M\cdot L^{-2}\cdot T^{-2}$$

Assim, a única alternativa que apresenta unidades referentes à mesma dimensão do módulo de Young é a alternativa B.

QUESTÃO 02

Considere uma rampa plana, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal, no início da qual encontra-se um carrinho. Ele então recebe uma pancada que o faz subir até uma certa distância, durante o tempo t_s, descendo em seguida até sua posição inicial. A "viagem" completa dura um tempo total t. Sendo μ o coeficiente de atrito entre o carrinho e a rampa, a relação a t/t_s é igual a

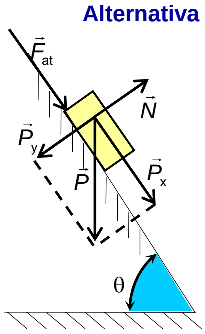
a) 2 **b)** $1+\sqrt{(\tan\theta+\mu)/|\tan\theta-\mu|}$

c) $1+\sqrt{(\cos\theta+\mu)/|\cos\theta-\mu|}$ **d)** $1+\sqrt{(\operatorname{sen}\theta+\mu)/|\cos\theta-\mu|}$

e) $1-\sqrt{(\tan\theta+\mu)/|\tan\theta-\mu|}$

Resolução — Alternativa B

Observe a figura a seguir. Quando o corpo percorre uma distância ΔS ao longo do plano inclinado representado, ele sofre a ação das forças indicadas na figura. Na subida a força de atrito possui a mesma direção e sentido que o $\vec{P}_x$ e na descida possui sentido oposto.



Assim, podemos calcular o tempo para ambas as situações. Mas antes vamos calcular a aceleração na subida e na descida. Adotaremos o sentido positivo como sendo o de descida.

Na subida:

$$\vec{F}_{res}=\vec{P}_x+\vec{F}_{at}\Rightarrow F_{res}=P_x+F_{at}\Rightarrow \cancel{m}\cdot a_s=\cancel{m}g\operatorname{sen}\theta+\cancel{m}\mu\, g\cos\theta\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_s=g\operatorname{sen}\theta+\mu\, g\cos\theta \qquad \textbf{eq. i}$$

Na descida:

$$\vec{F}_{res}=\vec{P}_x+\vec{F}_{at}\Rightarrow F_{res}=P_x-F_{at}\Rightarrow \cancel{m}\cdot a_d=\cancel{m}g\operatorname{sen}\theta-\cancel{m}\mu\, g\cos\theta$$

$$\Rightarrow a_d=g\operatorname{sen}\theta-\mu\, g\cos\theta$$

Sendo $\vec{F}_{at}$ uma força passiva, temos $P_x\geq F_{at}$, logo $a_d\geq 0$:

$$a_d=g\operatorname{sen}\theta-\mu\, g\cos\theta=g\cdot|\operatorname{sen}\theta-\mu\cos\theta| \qquad \textbf{eq. ii}$$

Na subida, temos:

$$-\Delta S=-v_0\cdot t+a\frac{t^2}{2}$$

Mas $v=-v_0+at$. Como, no ponto mais alto da trajetória v = 0, então: $v_0=at$, logo:

$$-\Delta S=-(a_st_s)\cdot t_s+a_s\frac{t_s^2}{2}\Rightarrow \Delta S=a_s\frac{t_s^2}{2}\Rightarrow$$

$$t_s=\sqrt{\frac{2\cdot\Delta S}{a_s}}$$

Na descida:

$$\Delta S=0\cdot t_d+a_d\frac{t_d^2}{2}\Rightarrow \Delta S=a_d\frac{t_d^2}{2}\Rightarrow t_d=\sqrt{\frac{2\cdot\Delta S}{a_d}}$$

O tempo de percurso (t) é dado por $t=t_s+t_d$.

A razão t/t_s será:

$$\frac{t}{t_s}=\frac{t_s+t_d}{t_s}=1+\frac{t_d}{t_s}=1+\sqrt{\frac{2\cdot\Delta S}{a_d}}\cdot\sqrt{\frac{a_s}{2\cdot\Delta S}}\Rightarrow \frac{t}{t_s}=1+\sqrt{\frac{a_s}{a_d}}$$

Substituindo as equações i e ii, obtemos:

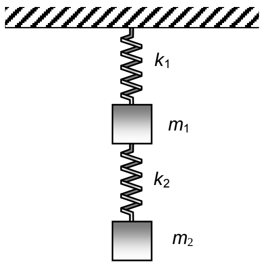
$$\frac{t}{t_s}=1+\sqrt{\frac{\operatorname{sen}\theta+\mu\cos\theta}{|\operatorname{sen}\theta-\mu\cos\theta|}}$$

Dividindo a parte superior e a inferior, dentro da raiz quadrada, por co-seno, obtemos:

$$\boxed{\frac{t}{t_s}=1+\sqrt{\frac{\tan\theta+\mu}{|\tan\theta-\mu|}}}$$

QUESTÃO 03

Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante igual a a. No seu teto está preso um conjunto de dois sistemas massa-mola acoplados em série, conforme a figura. O primeiro tem massa m_1 e constante de mola k_1, e o segundo, massa m_2 e constante de mola k_2. Ambas as molas têm o mesmo comprimento natural (sem deformação) ℓ. Na condição de equilíbrio estático relativo ao elevador, a deformação da mola de constante k_1 é *y*, e da outra, *x*. Pode-se então afirmar que (*y* - *x*) é



a) $[(k_2-k_1)m_2+k_2m_1](g-a)/k_1k_2$

b) $[(k_2+k_1)m_2+k_2m_1](g-a)/k_1k_2$

c) $[(k_2-k_1)m_2+k_2m_1](g+a)/k_1k_2$

d) $[(k_2+k_1)m_2+k_2m_1](g+a)/k_1k_2-2\ell$

e) $[(k_2-k_1)m_2+k_2m_1](g+a)/k_1k_2+2\ell$

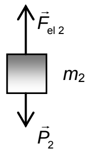
Resolução — Alternativa A/C

A primeira frase do enunciado ("Um elevador sobe verticalmente com aceleração constante igual a a") não especifica se a aceleração é vertical para cima ou para baixo. Ao longo do texto em nenhum momento ele menciona o sentido da aceleração, logo temos que considerar ambas as situações.

Na realidade, vamos resolver para um caso e, para o outro caso, como devemos inverter o sentido da aceleração, basta trocar a aceleração *a* por *-a*.

Quando o texto menciona a "condição de equilíbrio estático relativo ao elevador", nós temos um sistema acelerado para um observador em repouso relativamente à superfície da Terra. Vamos então supor uma aceleração vertical para cima e analisar as forças sobre os blocos do ponto de vista de um referencial inercial fixo no solo e assumir o sentido positivo de nosso referencial como sendo para cima:

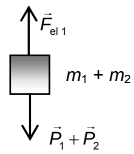
Observe a figura ao lado. Nela representamos as forças que atuam no corpo de massa m_2. Pela Segunda Lei de Newton, temos:



$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{el\,2} + \vec{P}_2 = m\vec{a} \Rightarrow F_{el\,2} - P_2 = ma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_2 \cdot x - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow x = \frac{m_2(a+g)}{k_2}$$

Observe agora a figura a seguir onde consideramos os blocos de massa m_1 e m_2 como sendo um único corpo. Assim sendo, podemos escrever:



$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{el\,1} + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{el\,1} - P_1 - P_2 = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_1 \cdot y - m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{(m_1 + m_2)\cdot(a+g)}{k_1}$$

Fazendo a diferença (y - x), obtemos:

$$y - x = \frac{(m_1 + m_2)\cdot(a+g)}{k_1} - \frac{m_2(a+g)}{k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - x = (a+g)\cdot\frac{(m_1+m_2)\cdot k_2 - m_2 \cdot k_1}{k_1 \cdot k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - x = (a+g)\cdot\frac{(m_1 \cdot k_2 + m_2 \cdot k_2 - m_2 \cdot k_1)}{k_1 \cdot k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y - x = \frac{\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g+a)}{k_1 \cdot k_2}}$$

Que daria a alternativa C. Entretanto, conforme já discutido, poderíamos adotar a aceleração com sentido para baixo, trocando portanto o sinal de a na equação obtida e fornecendo resultado igual ao da alternativa A:

$$\boxed{y - x = \frac{\left[(k_2 - k_1)m_2 + k_2 m_1\right](g-a)}{k_1 \cdot k_2}}$$

QUESTÃO 04

Apoiado sobre patins numa superfície horizontal sem atrito, um atirador dispara um projétil de massa m com velocidade v contra um alvo a uma distância d. Antes do disparo, a massa total do atirador e seus equipamentos é M. Sendo v_s a velocidade do som no ar e desprezando a perda de energia em todo o processo, quanto tempo após o disparo o atirador ouviria o ruído do impacto do projétil no alvo?

a) $\dfrac{d(v_s+v)(M-m)}{v(Mv_s - m(v_s+v))}$ **b)** $\dfrac{d(v_s+v)(M+m)}{v(Mv_s + m(v_s+v))}$

c) $\dfrac{d(v_s-v)(M+m)}{v(Mv_s + m(v_s+v))}$ **d)** $\dfrac{d(v_s+v)(M-m)}{v(Mv_s - m(v_s-v))}$

e) $\dfrac{d(v_s-v)(M-m)}{v(Mv_s + m(v_s+v))}$

Resolução — Alternativa A

Considerando que o sistema é isolado horizontalmente, conforme é descrito pelo enunciado, a quantidade de movimento durante o disparo se conserva.

Assumiremos que o tiro foi dado horizontalmente.

No início o sistema está em repouso, de modo que a quantidade de movimento inicial é nula. Imediatamente após o disparo as quantidades de movimento do projétil e do atirador serão opostas, de modo que:

$$m \cdot v - m' \cdot v' = 0 \Leftrightarrow m \cdot v = m' \cdot v' \Leftrightarrow v' = v \cdot \frac{m}{m'}$$

em que v' é a velocidade do atirador e $m' = M - m$ é a massa do atirador, e seus equipamentos, desconsiderando o projétil.

O tempo para que o projétil atinja o alvo é:

$$t_1 = \frac{d}{v}$$

Para que o som do disparo alcance o atirador, a onda terá que percorrer a distância d somada à distância percorrida pelo atirador. Considerando que o tempo desse segundo trajeto é t_2, temos:

$$v_s \cdot t_2 = d + v' \cdot (t_1 + t_2) \Leftrightarrow v_s \cdot t_2 - v' \cdot t_2 = d + v' \cdot t_1$$

$$(v_s - v') \cdot t_2 = d + v' \cdot t_1$$

Substituindo o valor de t_1 determinado anteriormente:

$$(v_s - v') \cdot t_2 = d + v' \cdot \frac{d}{v} = d \cdot \left(1 + \frac{v'}{v}\right) = d \cdot \frac{v + v'}{v}$$

$$\therefore t_2 = \frac{d}{v} \cdot \frac{v + v'}{v_s - v'}$$

Portanto, o tempo total será:

$$t_1 + t_2 = \frac{d}{v} + \frac{d}{v} \cdot \frac{v+v'}{v_s - v'} = \frac{d}{v} \cdot \left(1 + \frac{v+v'}{v_s - v'}\right) = \frac{d}{v} \cdot \frac{v_s - v' + v + v'}{v_s - v'}$$

$$\therefore t_1 + t_2 = \frac{d}{v} \cdot \frac{v_s + v}{v_s - v'}$$

Por fim, substituindo o valor da velocidade do atirador, $v' = v \cdot \dfrac{m}{m'}$, obtemos:

$$t_1 + t_2 = \frac{d}{v} \cdot \frac{v_s + v}{v_s - v \cdot \frac{m}{m'}} = \frac{d}{v} \cdot \frac{(v_s + v)\cdot m'}{v_s \cdot m' - v \cdot m}$$

Como a massa do atirador é dada por $m' = M - m$, chegamos em:

$$\boxed{t_1 + t_2 = \frac{d}{v} \cdot \frac{(v_s + v)\cdot(M - m)}{M \cdot v_s - m \cdot (v_s + v)}}$$

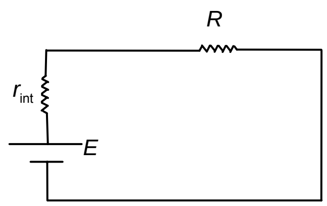
QUESTÃO 05

Um gerador elétrico alimenta um circuito cura resistência equivalente varia de 50Ω a 150Ω, dependendo das condições de uso do circuito. Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima, então, o rendimento do gerador na situação de resistência máxima, é igual a.

a) 0,25 **b)** 0,50 **c)** 0,67 **d)** 0,75 **e)** 0,90

Resolução — Alternativa D

Sabemos que para um circuito como o do enunciado (representado abaixo), a potência útil é máxima quando temos $r_{int} = R$:



Continuando com este raciocínio, o enunciado nos diz que a situação de potência útil máxima acontece quado a resistência R do circuito é mínima (e igual a $50\ \Omega$), portanto temos $r_{int} = 50\ \Omega$.

Nos resta agora calcular o rendimento do gerador para a situação de resistência máxima, quando $R = 150\ \Omega$:

$$\begin{cases} E = (R + r_{int}) \cdot i \\ \eta = \dfrac{P_{útil}}{P_{total}} = \dfrac{R \cdot i^2}{E \cdot i} \end{cases} \Rightarrow \eta = \frac{R}{R + r_{int}}$$

Substituindo R e r_{int} temos:

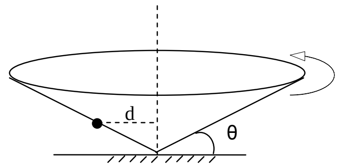
$$\eta = \frac{150}{200} \Rightarrow \boxed{\eta = 0{,}75}$$

Obs.: A utilização da frase “Lembrando que, com resistência mínima, a potência útil do gerador é máxima...” poderia levar o candidato a considerar a afirmação como um teorema, válido para qualquer circuito, o que não é verdade. Essa informação é apenas uma condição de contorno específica para a situação descrita no enunciado.

QUESTÃO 06

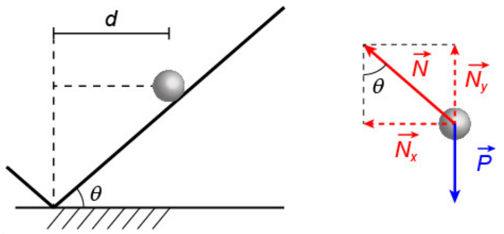
Um funil que gira com velocidade angular uniforme em torno do seu eixo vertical de simetria apresenta uma superfície cônica que forma um ângulo θ com a horizontal, conforme a figura. Sobre esta superfície, uma pequena esfera gira com a mesma velocidade angular mantendo-se a uma distância d do eixo de rotação. Nestas condições, o período de rotação do funil é dado por.

a) $2\pi\sqrt{d/g\,\text{sen}\,\theta}$
b) $2\pi\sqrt{d/g\cos\theta}$
c) $2\pi\sqrt{d/g\tan\theta}$
d) $2\pi\sqrt{d/g\,\text{sen}\,2\theta}$
e) $2\pi\sqrt{d\cos\theta/g\tan\theta}$



Resolução **Alternativa C**

Para que a esfera gire com mesma velocidade angular que o funil seu movimento deverá ser restrito a uma circunferência contida num plano perpendicular ao eixo de rotação do funil. Isso ocorrerá somente se a resultante das forças verticais que atuam sobre a esfera for nula e a resultante for centrípeta (perpendicular ao eixo de rotação). Decompondo as forças que atuam sobre a esfera, de modo a obedecer a essas condições, obtemos a figura a seguir:



Com isso, temos que:

$$N_y = P = m\cdot g$$

$$N_x = N_y\cdot \text{tg}\,\theta = m\cdot g\cdot \text{tg}\,\theta$$

Portanto, considerando a velocidade angular ω, a resultante centrípeta será:

$$R_{centrípeta} = N_x \Rightarrow m\cdot\omega^2\cdot R = m\cdot g\cdot \text{tg}\,\theta$$

Substituindo o valor do raio por *d*:

$$g\cdot \text{tg}\,\theta = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\cdot d \Leftrightarrow \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{d}{g\cdot \text{tg}\,\theta}$$

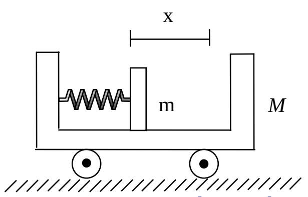
Por fim, o período será:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g\cdot \text{tg}\,\theta}}}$$

QUESTÃO 07

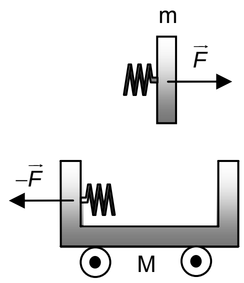
No interior de um carrinho de massa M mantido em repouso, uma mola de constante elástica *k* encontra-se comprimida de uma distância *x,* tendo uma extremidade presa e outra conectada a um bloco de massa *m,* conforme a figura. Sendo o sistema então abandonado e considerando que não há atrito, pode-se afirmar que o valor inicial da aceleração do bloco relativa ao carrinho é

a) kx/m
b) kx/M
c) $kx/(m+M)$
d) $kx(M-m)/mM$
e) $kx(M+m)/mM$



Resolução **Alternativa E**

Como não há atritos no sistema, a única força atuando horizontalmente sobre os corpos de massa *m* e *M* é a força elástica $F = k\cdot x$. Pela Lei de ação e reação, as forças agirão sobre cada um dos corpos conforme o esquema abaixo:



Considerando o instante inicial, no qual a mola está comprimida em *x*, pela segunda Lei de Newton, temos (adotando orientação para a direita como positiva):

$$\begin{cases} F = k\cdot x = m\cdot a_m \\ -F = k\cdot x = M\cdot a_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_m = \dfrac{k\cdot x}{m} \\ a_M = -\dfrac{k\cdot x}{M} \end{cases}$$

A aceleração relativa do bloco em relação ao carrinho no instante inicial é:

$$a_{relativa} = a_m - a_M = \frac{k\cdot x}{m} - \left(-\frac{k\cdot x}{M}\right) = \boxed{kx(M+m)/mM}$$

QUESTÃO 08

Um corpo movimenta-se numa superfície horizontal sem atrito, a partir do repouso, devido à ação contínua de um dispositivo que lhe fornece uma potência mecânica constante. Sendo v sua velocidade após certo tempo t, pode-se afirmar que.

a) a aceleração do corpo é constante.
b) a distância percorrida é proporcional a v^2.
c) o quadrado da velocidade é proporcional a t.
d) a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\sqrt{t}$.
e) a taxa de variação temporal da energia cinética não é constante.

Resolução **Alternativa C**

Pelo TEC (Trabalho da resultante é igual à variação de energia cinética) e, sabendo que o corpo partiu do repouso, podemos calcular o trabalho realizado pela força que age sobre o corpo até que ele atinja uma velocidade *v*:

$$\tau = \Delta E_C = \frac{m\cdot v^2}{2}$$

Como a potência é constante, sabemos que o trabalho realizado pela força que atua sobre o corpo, após um tempo *t*, é:

$$\tau = P\cdot t$$

Igualando as duas equações do trabalho, temos:

$$P\cdot t = \frac{m\cdot v^2}{2} \Leftrightarrow v^2 = \frac{2\cdot P\cdot t}{m}$$

Como tanto a potência quanto a massa são constantes, podemos notar que o quadrado da velocidade é proporcional ao tempo *t* ($v^2 \propto t$).

a) Incorreta. Como a potência é constante e a velocidade aumenta com o tempo, temos que $F = \dfrac{P}{v}$ e por isso a força atuando sobre o corpo diminui com o tempo, assim como sua aceleração.

b) Incorreta. Sabemos que a função velocidade do corpo é $v(t) = \sqrt{\dfrac{2\cdot P\cdot t}{m}}$. Ao integrar esta função pelo tempo, podemos encontrar a distância percorrida, que é $d(t) = \dfrac{2}{3}\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot P}{m}}\cdot t^{3/2} = \dfrac{m\cdot v^3}{3P}$.

d) Incorreta. Como $F = \dfrac{P}{v} = \dfrac{P}{\sqrt{\dfrac{2\cdot P\cdot t}{m}}} = \sqrt{\dfrac{m\cdot P}{2\cdot t}}$, a força que atua sobre o corpo é proporcional a $\dfrac{1}{\sqrt{t}}$.

e) Incorreta. A taxa de variação da energia cinética em função do tempo é justamente a potência fornecida, que é constante.

Também pode-se seguir o seguinte raciocínio:

Como $E_C = P\cdot t$ é uma função linear em *t*, sua taxa de variação em relação ao tempo é constante (e igual a P, a potência fornecida).

QUESTÃO 09

Acredita-se que a grande colisão de um asteróide com a Terra tenha causado a extinção dos dinossauros. Para se ter uma ideia de um impacto dessa ordem, considere um asteróide esférico de ferro, com 2 km de diâmetro, que se encontra em repouso quase no infinito, estando sujeito somente à ação da gravidade terrestre. Desprezando as forças de atrito atmosférico, assinale a opção que expressa a energia liberada no impacto, medida em número aproximado de bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

a) 1 **b)** 10 **c)** 500
d) 50.000 **e)** 1.000.000

Resolução **Alternativa D**

Para o sistema, avaliaremos a energia mecânica:

$$E_M = E_{Cin} + E_{Pot}\text{, com } E_{Pot} = -\frac{G\cdot M\cdot m}{d}$$

Como o asteróide está a uma distância muito grande da Terra, partindo do repouso, temos, inicialmente:

$$\begin{cases} E_{Pot} = \lim\limits_{d\to\infty}\left(-\dfrac{G\cdot M\cdot m}{d}\right) = 0 \\ E_{Cin} = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{M,inicial} = 0$$

No momento da colisão, temos:

$$E_{M,Final} = E_{Cin} + E_{Pot} = E_{Cin} - \frac{G\cdot M_{Terra}\cdot m_{Ast}}{R_{Terra}}$$

Conservando a energia Mecânica do sistema, calculamos a energia cinética do sistema no momento da colisão:

$$E_{M,inicial} = E_{M,final} \Rightarrow 0 = E_{Cin} - \frac{G\cdot M_{Terra}\cdot m_{Ast}}{R_{Terra}} \Rightarrow E_{Cin} = \frac{G\cdot M_{Terra}}{R_{Terra}}\cdot m_{Ast}$$

Como a aceleração da gravidade é conhecida, $g = 10$ m/s^2 , temos:

$$g = \frac{G\cdot M_{Terra}}{(R_{Terra})^2} \Rightarrow 10 = \frac{G\cdot M_{Terra}}{(R_{Terra})^2} \Rightarrow \frac{G\cdot M_{Terra}}{R_{Terra}} = 10\cdot \underbrace{R_{Terra}}_{6400\cdot 10^3\text{m}} = 64\cdot 10^6\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

Substituindo, na energia cinética do sistema no momento da colisão:

$$E_{Cin} = \frac{G\cdot M_{Terra}}{R_{Terra}}\cdot m_{Ast} = 64\cdot 10^6\cdot m_{Ast}$$

Entretanto, a massa do asteróide pode ser determinada facilmente, através de sua densidade e seu volume: $m_{Ast} = \rho_{Fe}\cdot V_{Ast}$

Assim:

$$\begin{cases} \rho_{Fe} = 8000\ \text{kg/m}^3 \\ V_{Ast} = \dfrac{4}{3}\pi(R_{Ast})^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(10^3\right)^3 = \dfrac{4\cdot 10^9}{3}\pi\ \text{m}^3 \end{cases}$$

$$m_{Ast} = 8000\cdot\frac{4\cdot 10^9}{3}\pi \Rightarrow \boxed{m_{Ast} = \frac{2^5\cdot 10^{12}}{3}\pi\ \text{kg}}$$

Logo, temos:

$$E_{Cin} = 64\cdot 10^6\cdot m_{Ast} = 64\cdot 10^6\cdot\frac{2^5\cdot 10^{12}}{3}\pi = \boxed{\frac{2^{11}\cdot 10^{18}}{3}\pi\ \text{J}}$$

De acordo com o enunciado e com os dados da prova:

$$1\text{ bomba de hidrogênio} = 10\text{ megatons de TNT} = 10\cdot 10^6\cdot\left(4\times 10^9\right)\text{J}$$

Assim:

1 bomba de hidrogênio	————	$10\cdot 10^6\cdot\left(4\times 10^9\right)$J
x bombas de hidrogênio	————	$\dfrac{2^{11}\cdot 10^{18}}{3}\pi$ J

$$x = \frac{\dfrac{2^{11}\cdot 10^{18}}{3}\pi}{10\cdot 10^6\cdot\left(4\times 10^9\right)} = 2^9\cdot 10^2\cdot\frac{\pi}{3} \cong \boxed{53616\text{ bombas de hidrogênio}}$$

Ou seja, a energia dispersada na colisão será de aproximadamente 50.000 bombas de hidrogênio de 10 megatons de TNT.

QUESTÃO 10

Boa parte das estrelas do Universo formam sistemas binários nos quais duas estrelas giram em torno do centro de massa comum, CM. Considere duas estrelas esféricas de um sistema binário em que cada qual descreve uma órbita circular em torno desse centro. Sobre tal sistema são feitas duas afirmações:

I. O período de revolução é o mesmo para as duas estrelas e depende apenas da distância entre elas, da massa total deste binário e da constante gravitacional.

II. Considere que $\vec{R}_1$ e $\vec{R}_2$ são os vetores que ligam CM ao respectivo centro de cada estrela. Num certo intervalo de tempo Δt , o raio vetor $\vec{R}_1$ varre certa área *A*. Durante este mesmo intervalo de tempo, o raio vetor $\vec{R}_2$ também varre uma área igual a *A*.

Diante destas duas proposições, assinale a alternativa correta.

a) As afirmações I e II são falsas.
b) Apenas a afirmação I é verdadeira.
c) Apenas a afirmação II é verdadeira.
d) As afirmações I e II são verdadeiras, mas a II não justifica a I.
e) As afirmações I e II são verdadeiras e, além disso, a II justifica a I.

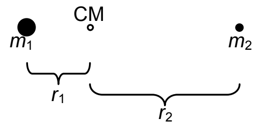
Resolução **Alternativa B**

I. Correto.

Sejam duas estrelas, de massa m_1 e m_2, distantes do centro de massa CM respectivamente r_1 e r_2. Pela equação do centro de massa, dada por

$$x_{CM} = \frac{m_1\cdot x_1 + m_2\cdot x_2 + \ldots + m_n\cdot x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

encontramos $r_1 = \dfrac{d\cdot m_2}{m_T}$ e $r_2 = \dfrac{d\cdot m_1}{m_T}$, sendo *d* a distância entre as estrelas binárias e m_T a soma das massa das duas estrelas.



Utilizando a equação da Gravitação Universal de Newton, sabendo que a resultante é centrípeta, temos para o corpo 1:

$$F_{centrípeta} = F_{gravit} \Rightarrow \frac{\cancel{m_1}\cdot v_1^2}{r_1} = \frac{G\cdot\cancel{m_1}\cdot m_2}{d^2} \Rightarrow \left(\frac{2\pi r_1}{T_1}\right)^2\frac{1}{r_1} = G\frac{m_2}{d^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \frac{G}{d^2}\cdot\frac{m_2}{r_1}$$

Como $r_1 = \dfrac{d\cdot m_2}{m_T}$, temos $\left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \dfrac{G}{d^2}\cdot\dfrac{m_2}{\dfrac{d\cdot m_2}{m_T}} \Rightarrow \boxed{T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{d^3}{G\cdot m_T}}}$

Analogamente para o corpo 2, obtemos $\left(\dfrac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \dfrac{G}{d^2}\cdot\dfrac{m_1}{r_2}$

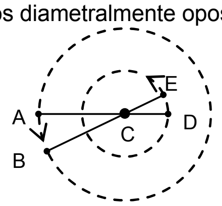
Como $r_2 = \dfrac{d\cdot m_1}{m_T}$, temos $\left(\dfrac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \dfrac{G}{d^2}\cdot\dfrac{m_1}{\dfrac{d\cdot m_1}{m_T}} \Rightarrow \boxed{T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{d^3}{G\cdot m_T}}}$

Assim, os períodos das órbitas devem ser iguais (observe que este resultado era esperado, caso contrário o centro de massa deveria ter algum movimento não retilíneo e, portanto, as estrelas binárias não seriam um sistema isolado).

II. Incorreto.

Neste caso, basta um contra exemplo.

Observe a figura a seguir. Sejam duas estrelas girando em torno de um centro comum C, partindo um do ponto A e o outro do ponto D, ambos girando no sentido anti-horário. Como ambas têm um mesmo período, se os pontos A e D forem diametralmente opostos, como na figura abaixo, então quando uma das estelas atingir o ponto B, a outra atingirá o ponto E, ambos diametralmente opostos.

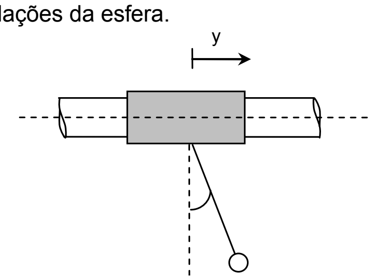


Observe que, se dissermos que decorreu um tempo Δt , então o vetor posição da estrela inicialmente em A varre uma área maior que o vetor posição da estrela inicialmente em D.

QUESTÃO 11

Um cilindro vazado pode deslizar sem atrito num eixo horizontal no qual se apoia. Preso ao cilindro, há um cabo de 40 cm de comprimento tendo uma esfera na ponta, conforme figura. Uma força externa faz com que o cilindro adquira um movimento na horizontal do tipo $y = y_o\,\text{sen}(2\pi f t)$. Qual deve ser o valor de *f* em hertz para que seja máxima a amplitude das oscilações da esfera.

a) 0,40
b) 0,80
c) 1,3
d) 2,5
e) 5,0



Resolução — Alternativa B

Para resolvermos esta questão, infelizmente teremos que assumir algumas hipóteses que não ficaram claras no enunciado.

1) O pêndulo deve realizar pequenas oscilações, com ângulos entre a vertical e o cabo não excedendo valores de aproximadamente 10º, caso contrário a frequência do oscilador dependerá do ângulo máximo de oscilação;

2) O cilindro deve realizar oscilações pequenas e com amplitude y_0 muito menor do que a amplitude de oscilação da esfera, caso contrário o movimento da esfera pode nem mesmo ser harmônico simples (mas a demonstração disso exige cálculo diferencial, que não mostraremos aqui).

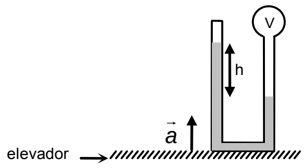
Dessa forma, o pêndulo poderá fazer aproximadamente um movimento harmônico simples (MHS).

Além disso, o candidato deve saber que para a esfera oscile com a maior amplitude possível, é necessário que aconteça o fenômeno da **ressonância**, com a frequência do cilindro igual à do pêndulo:

$$T=\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\Rightarrow\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{0,4}{10}}\Rightarrow\boxed{f\approx 0,8Hz}$$

QUESTÃO 12

No interior de um elevador encontra-se um tubo de vidro fino, em forma de U, contendo um líquido sob vácuo na extremidade vedada, sendo a outra conectada a um recipiente de volume V com ar mantido á temperatura constante. Com o elevador em repouso, verifica-se uma altura h de 10 cm entre os níveis do líquido em ambos os braços do tubo, Com o elevador subindo com aceleração constante $\vec{a}$ (ver figura), os níveis do líquido sofrem deslocamento de altura de 1,0 cm.



a) $-1{,}1\ m/s^2$

b) $-0{,}91\ m/s^2$

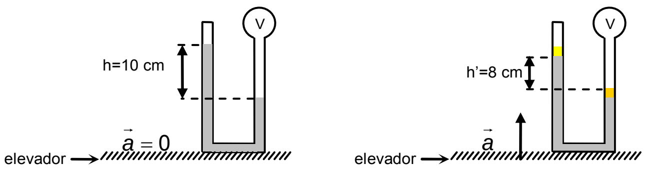
c) $0{,}91\ m/s^2$

d) $1{,}1\ m/s^2$

e) $2{,}5\ m/s^2$

Resolução — Alternativa E

Observe as figuras abaixo, nas quais está representado o deslocamento de 1 cm para cada nível do líquido, quando o elevador é acelerado para cima:



A diferença de níveis diminui para $h'=8$ cm, pois a gravidade aparente ($g'=g+a$) aumenta. Isso fica claro pois a diferença entre as pressões de gás entre nos dois ramos permanece constante. Sendo assim, um aumento na gravidade aparente implica em uma menor diferença de níveis h' ($\Delta p=\rho\cdot g\cdot h$).

Assumindo a temperatura constante e o tubo suficientemente fino (variação no nível do líquido não altera significativamente o volume ocupado pelo gás), podemos considerar que não há alteração na pressão gasosa entre as duas situações.

Dessa forma, temos:

$$p=p'\Rightarrow\cancel{\rho}\cdot g\cdot h=\cancel{\rho}\cdot g'\cdot h'\Rightarrow g\cdot h=(g+a)\cdot h'$$

$$10\cdot 10\cdot 10^{-2}=(10+a)\cdot 8\cdot 10^{-2}\Rightarrow\boxed{a=2{,}5\ m/s^2}$$

Observação: O enunciado não deixa claro se a aceleração é realmente para cima, isto pode ser notado nas alternativas a) e b), que apresentam valores negativos de *a*.

Caso considerássemos a aceleração para baixo, o desnível se daria no sentido oposto e teríamos $h'=12$ cm, resultando na seguinte relação:

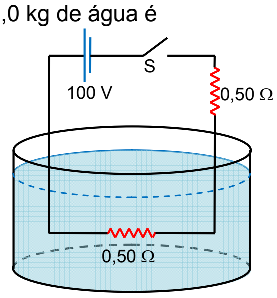
$$p=p'\Rightarrow\cancel{\rho}\cdot g\cdot h=\cancel{\rho}\cdot g'\cdot h'\Rightarrow g\cdot h=(g+a)\cdot h'$$

$$10\cdot 10\cdot 10^{-2}=(10+a)\cdot 12\cdot 10^{-2}\Rightarrow\boxed{a=-1{,}67\ m/s^2}$$

Esse valor não está presente em nenhuma alternativa.

QUESTÃO 13

Conforme a figura, um circuito elétrico dispõe de uma fonte de tensão de 100 V e de dois resistores, cada qual de 0,50 Ω. Um resistor encontra-se imerso no recipiente contendo 2,0 kg de água com temperatura inicial de 20 °C, calor específico 4,18 kJ/kg.°C e calor latente de vaporização 2230 kJ/kg. Com a chave S fechada, a corrente elétrica do circuito faz com que o resistor imerso dissipe calor, que é integralmente absorvido pela água. Durante o processo, o sistema é isolado termicamente e a temperatura da água permanece sempre homogênea. Mantido o resistor imerso durante todo o processo, o tempo necessário para vaporizar 1,0 kg de água é



a) 67,0 s.
b) 223 s.
c) 256 s.
d) 446 s.
e) 580 s.

Resolução — Alternativa E

Ao fechar a chave S, a corrente que passa a circular no circuito é dada por:

$$E=(R_1+R_2)\cdot i\Leftrightarrow 100=(0{,}5+0{,}5)\cdot i\Leftrightarrow i=100\text{ A}$$

A potência dissipada no resistor que está imerso na água vale:

$$P=R_1\cdot i^2=0{,}5\cdot 100^2=5000\text{ W}$$

Para que tenhamos 1,0 kg de água vaporizado, devemos inicialmente submeter os 2,0 kg de água a um aumento de temperatura, dos 20 C iniciais até 100 C. O calor Q_1 que deve ser absorvido pela água nessa primeira etapa é igual a:

$$Q_1=m\cdot c\cdot\Delta\theta=2{,}0\cdot 4{,}18\cdot 10^3\cdot(100-20)=668{,}8\cdot 10^3\text{ J}$$

Posteriormente, já estando à temperatura de 100 C, o calor Q_2 necessário para vaporizar 1,0 kg de água é dada por:

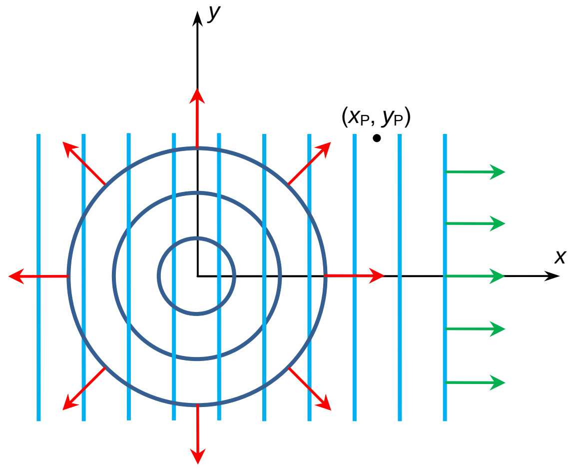
$$Q_2=m_V\cdot L_V=1{,}0\cdot 2230\cdot 10^3=2230\cdot 10^3\text{ J}$$

O tempo decorrido para que a quantidade de calor total Q_1+Q_2 seja fornecida à água é dado por:

$$P=\frac{Q_1+Q_2}{\Delta t}\Leftrightarrow 5000=\frac{(668{,}8+2230)\cdot 10^3}{\Delta t}\Leftrightarrow\boxed{\Delta t\approx 580\text{ s}}$$

QUESTÃO 14

Em uma superfície líquida, na origem de um sistema de coordenadas encontra-se um emissor de ondas circulares transversais. Bem distante dessa origem, elas têm a forma aproximada dada por $h_1(x,y,t)=h_0\cdot\text{sen}(2\pi(r/\lambda-f\,t))$, em que λ é o comprimento de onda, f é a frequência e r, a distância de um ponto da onda até a origem. Uma onda plana transversal com a forma $h_2(x,y,t)=h_0\cdot\text{sen}(2\pi(x/\lambda-f\,t))$ superpõe-se à primeira, conforme a figura. Na situação descrita, podemos afirmar, sendo $\mathbb{Z}$ o conjunto dos números inteiros, que



a) nas posições $\left(y_p^2/(2n\lambda)-n\lambda/8, y_p\right)$ as duas ondas estão em fase se $n\in\mathbb{Z}$.

b) nas posições $\left(y_p^2/(2n\lambda)-n\lambda/2, y_p\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$ e $n\neq 0$.

c) nas posições $\left(y_p^2/(2n\lambda)-(n+1/2)\lambda/2, y_p\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$ e $n\neq 0$.

d) nas posições $\left(y_p^2/((2n+1)\lambda)-(n+1/2)\lambda/2, y_p\right)$ as duas ondas estão em oposição de fase se $n\in\mathbb{Z}$.

e) na posição $\left(2y_p^2/\lambda-\lambda/8, y_p\right)$ a diferença de fase entre as ondas é de 45°.

Resolução **Alternativa D**

A diferença de caminhos entre as duas ondas que se superpõem num ponto *P* é dada por:

$$\Delta s = r - x = \sqrt{x^2+y^2}-x$$

Analisemos agora o tipo de interferência que pode ocorrer em função dessa diferença de caminhos.

(I) Para que ocorra interferência totalmente construtiva, tal diferença deve corresponder a:

$$\Delta s = n\cdot\lambda \text{, para } n\in\mathbb{Z}$$

Assim, para $n\in\mathbb{Z}$:

$$\sqrt{x^2+y^2}-x=n\cdot\lambda \Rightarrow x^2+y^2=(x+n\cdot\lambda)^2 \Leftrightarrow y^2=2\cdot x\cdot n\cdot\lambda+(n\cdot\lambda)^2$$

Para $n\neq 0$, vem que:

$$x=\frac{y^2}{2\cdot n\cdot\lambda}-\frac{n\cdot\lambda}{2}$$

Observe que essa não é a expressão apresentada na alternativa A, que é a única que fala sobre interferência construtiva.

(II) Para que ocorra interferência totalmente destrutiva, tal diferença deve corresponder a:

$$\Delta s=\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda \text{, para } n\in\mathbb{Z}$$

Assim, para $n\in\mathbb{Z}$:

$$\sqrt{x^2+y^2}-x=\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda \Rightarrow x^2+y^2=\left[x+\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda\right]^2 \Leftrightarrow$$

$$y^2=2\cdot x\cdot\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda+\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda\right]^2 \Leftrightarrow x=\frac{y^2}{(2\cdot n+1)\cdot\lambda}-\frac{1}{2}\cdot\left(n+\frac{1}{2}\right)\cdot\lambda$$

Observe que essa expressão é apresentada adequadamente na alternativa D e ao mesmo tempo invalida as alternativas B e C.

(III) Por fim, julgamos a alternativa E. Se uma das ondas estivesse defasada da outra de 45°, que corresponde a $\frac{45°}{360°}\cdot\lambda=\frac{\lambda}{8}$, teríamos:

$$\Delta s=\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda \text{, para } n\in\mathbb{Z}$$

Colocamos os dois sinais, pois qualquer uma delas pode estar adiantada de 45° em relação à outra. Assim:

$$\sqrt{x^2+y^2}-x=\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda \Rightarrow x^2+y^2=\left[x+\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda\right]^2 \Leftrightarrow$$

$$y^2=2\cdot x\cdot\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda+\left[\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda\right]^2 \Leftrightarrow x=\frac{y^2}{2\cdot\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda}-\frac{1}{2}\cdot\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda$$

Para $x=\frac{2y^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{8}$, teríamos:

$$\frac{2y^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{8}=\frac{y^2}{2\cdot\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda}-\frac{1}{2}\cdot\left(n\pm\frac{1}{8}\right)\cdot\lambda$$

Fazendo a troca de variáveis $n\pm\frac{1}{8}=k$, vem que:

$$\frac{2y^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{8}=\frac{y^2}{2\cdot k\cdot\lambda}-\frac{1}{2}\cdot k\cdot\lambda \Leftrightarrow \frac{y^2}{\lambda}\cdot\left(2-\frac{1}{2k}\right)=\lambda\cdot\left(\frac{1}{8}-\frac{k}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{y^2}{\lambda^2}\cdot\frac{(4k-1)}{2k}=\frac{1-4k}{8} \Leftrightarrow$$

$$(4k-1)\cdot\left[\frac{y^2}{\lambda^2}\cdot\frac{1}{2k}+\frac{1}{8}\right]=0 \Leftrightarrow$$

$$k=\frac{1}{4}$$

$$\text{ou } \frac{y^2}{\lambda^2}\cdot\frac{1}{2k}+\frac{1}{8}=0 \Leftrightarrow k=-\frac{4y^2}{\lambda^2}$$

Assim:

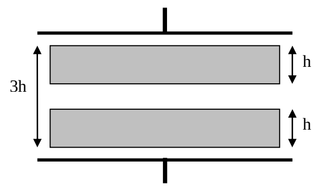
$$n\pm\frac{1}{8}=\frac{1}{4} \text{ ou } n\pm\frac{1}{8}=-\frac{4y^2}{\lambda^2} \Leftrightarrow$$

$$n=\frac{1}{8} \text{ ou } n=\frac{3}{8} \text{ ou } n=-\frac{4y^2}{\lambda^2}-\frac{1}{8} \Leftrightarrow \text{ ou } n=-\frac{4y^2}{\lambda^2}+\frac{1}{8} \Leftrightarrow$$

Para as expressões que dependem de λ existem infinitos valores de λ para os quais a expressão não é inteira, assim, como nenhum dos valores é necessariamente inteiro, concluímos que a defasagem entre as ondas não é necessariamente 45° nesse ponto.

QUESTÃO 15

Um capacitor de placas paralelas de área *A* e distância 3*h* possui duas placas metálicas idênticas, de espessura *h* e área *A* cada uma. Compare a capacitância *C* deste capacitor com a capacitância C_0 que ele teria sem as duas placas metálicas.



a) $C=C_0$

b) $C>4C_0$

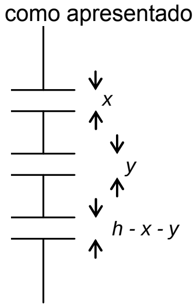
c) $0<C<C_0$

d) $C_0<C<2C_0$

e) $2C_0<C<4C_0$

Resolução **Alternativa E**

Ao inserir uma placa metálica entre as placas de um capacitor, temos como resultado dois capacitores ligados em série. Assim, com as duas placas dentro do capacitor, temos o equivalente a três capacitores, como apresentado na figura a seguir.



A capacitância equivalente C_{eq} é calculada por:

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

Sendo que a capacitância de um capacitor formado por duas placas metálicas planas de área *A* afastadas de uma distância *d* é dada por:

$$C=\varepsilon\frac{A}{d},$$

onde ε a permissividade elétrica do meio.

Logo, a C_{eq} é dada por:

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{\varepsilon A/x}+\frac{1}{\varepsilon A/y}+\frac{1}{\varepsilon A/(h-x-y)} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}}=\frac{x+y+(h-x-y)}{\varepsilon A}=\frac{h}{\varepsilon A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{eq}=\varepsilon\frac{A}{h}$$

Sabendo que a capacitância C_0 do capacitor sem as placas metálicas é $C_0=\varepsilon\frac{A}{3h}$, então temos que $C_{eq}=\varepsilon\frac{A}{h}=3C_0$, que é satisfeita apenas pela alternativa E.

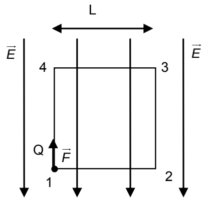
QUESTÃO 16

A figura mostra uma região espacial de campo elétrico uniforme de módulo $E = 20N/C$. Uma carga $Q = 4C$ é deslocada com velocidade constante ao longo do perímetro do quadrado de lado $L = 1m$, sob ação de uma força $\vec{F}$ igual e contrária à força coulombiana que atua na carga Q. Considere, então, as seguintes afirmações:

I. O trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q do ponto 1 para 2 é o mesmo do dispendido no seu deslocamento ao longo do caminho fechado 1-2-3-4-1.

II. O trabalho de $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 é maior que para deslocá-la de 1 para 2.

III. É nula a soma do trabalho da força $\vec{F}$ para deslocar a carga Q de 2 para 3 com seu trabalho para deslocá-la de 4 para 1.



a) todas são corretas.
b) todas são incorretas.
c) apenas a II é correta.
d) apenas a I é incorreta.
e) apenas a II e III são corretas.

Resolução — Alternativa A

Pelo enunciado sabemos que a força $\vec{F}$ tem sentido oposto ao do campo elétrico que atua sobre a região, além de possuir módulo constante e igual à força coulombiana, ou seja, $|\vec{F}| = Q \cdot |\vec{E}|$. Vamos calcular os trabalhos realizados pela força $\vec{F}$ nos trechos do quadrado de lado L:

1) $\tau_{\vec{F}(1\to2)} = |\vec{F}| \cdot L \cdot \cos(90°) = 0$

2) $\tau_{\vec{F}(2\to3)} = |\vec{F}| \cdot L \cdot \cos(0°) = |\vec{F}| \cdot L$

3) $\tau_{\vec{F}(3\to4)} = |\vec{F}| \cdot L \cdot \cos(90°) = 0$

4) $\tau_{\vec{F}(4\to1)} = |\vec{F}| \cdot L \cdot \cos(180°) = -|\vec{F}| \cdot L$

Analisando então as afirmativas:

I. Correta. O trabalho pedido neste item consiste na soma dos trabalhos realizados por $\vec{F}$ em todos os trechos, e por isso é dado por $0 + |\vec{F}| \cdot L + 0 - |\vec{F}| \cdot L = 0$, que é igual ao trabalho realizado por $\vec{F}$ no trecho $1 \to 2$.

II. Correta. Conforme calculado em (2) e (1), temos $\tau_{\vec{F}(2\to3)} = |\vec{F}| \cdot L > 0 = \tau_{\vec{F}(1\to2)}$.

III. Correta. Conforme calculado em (2) e (4), temos $\tau_{\vec{F}(2\to3)} + \tau_{\vec{F}(4\to1)} = |\vec{F}| \cdot L - |\vec{F}| \cdot L = 0$.

Portanto, todas as afirmativas são corretas.

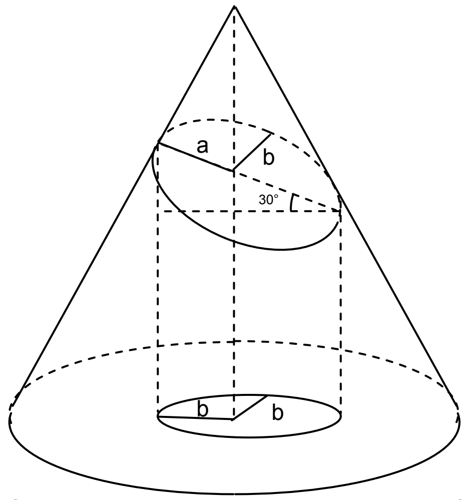
QUESTÃO 17

Uma fonte luminosa uniforme no vértice de um cone reto tem iluminamento energético (fluxo energético por unidade de área) H_A na área A da base desse cone. O iluminamento incidente numa seção desse cone que forma ângulo de 30° com a sua base, e de projeção vertical S sobre esta, é igual a

a) AH_A/S.
b) SH_A/A.
c) $AH_A/2S$.
d) $\sqrt{3}AH_A/2S$.
e) $2AH_A/\sqrt{3}S$.

Resolução — Alternativa D

Para melhor visualizar o cenário do enunciado, pode-se ver no desenho abaixo a seção em forma de elipse fazendo $30°$ com a horizontal, assim como a circunferência S, com raio igual a b (semi-eixo menor da elipse), resultado da projeção desta sobre a base.



Usando a definição de iluminamento do enunciado, e o fato de que a fonte luminosa está no vértice do cone, então o fluxo energético através da elipse, com área S', é igual ao fluxo energético através da base do cone temos (toda a luz que passa através de S' passa pela base):

$$\Phi_{S'} = H_{S'} \cdot S' = H_A \cdot A \Rightarrow$$
$$H_{S'} \cdot (\pi \cdot ab) = H_A \cdot A \qquad \textbf{(1)}$$

Observando a projeção do semi-eixo maior, *a*, da elipse S' sobre a base do cone podemos ver que o raio da circunferência *S* projetada *b* é:

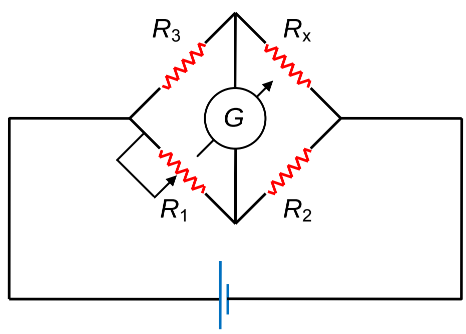
$$b = a \cdot \cos(30°) \qquad \textbf{(2)}$$

Substituindo (2) em (1) temos:

$$\frac{H_{S'} \cdot (\pi \cdot b^2)}{\cos(30°)} = H_A \cdot A \Rightarrow$$
$$H_{S'} \cdot S = \cos(30°) \cdot H_A \cdot A \Rightarrow$$
$$\boxed{H_{S'} = \sqrt{3}AH_A/2S}$$

QUESTÃO 18

Alguns tipos de sensores piezorresistivos podem ser usados na confecção de sensores de pressão baseados em pontes de Wheatstone. Suponha que o resistor R_x do circuito da figura seja um piezorresistor com variação de resistência dada por $R_x = kp + 10\ \Omega$, em que $k = 2{,}0 \times 10^{-4}$ Ω/Pa e *p*, a pressão. Usando este piezorresistor na construção de um sensor para medir pressões na faixa de 0,10 atm a 1,0 atm, assinale a faixa de valores do resistor R_1 para que a ponte de Wheatstone seja balanceada. São dados: $R_2 = 20\ \Omega$ e $R_3 = 15\ \Omega$.



a) De $R_{1min} = 25\ \Omega$ a $R_{1máx} = 30\ \Omega$
b) De $R_{1min} = 20\ \Omega$ a $R_{1máx} = 30\ \Omega$
c) De $R_{1min} = 10\ \Omega$ a $R_{1máx} = 25\ \Omega$
d) De $R_{1min} = 9{,}0\ \Omega$ a $R_{1máx} = 23\ \Omega$
e) De $R_{1min} = 7{,}7\ \Omega$ a $R_{1máx} = 9{,}0\ \Omega$

Resolução **Alternativa C**

Para que a ponte de Wheatstone esteja equilibrada, as resistências devem obedecer a seguinte relação:

$$R_1 \cdot R_x = R_2 \cdot R_3 \Rightarrow R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_x}$$

Dessa forma:

$$R_{1máx} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_{x\,min}} \text{ e } R_{1min} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_{x\,máx}}$$

Utilizando a equação dada, obtemos $R_{x\,min}$ e $R_{x\,máx}$:

$$R_x = (k \cdot p + 10)\,\Omega \Rightarrow \begin{cases} R_{x\,min} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}1 \cdot 10^5 + 10 \\ R_{x\,máx} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}0 \cdot 10^5 + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{x\,min} = 12\ \Omega \\ R_{x\,máx} = 30\ \Omega \end{cases}$$

Observe que a equação está no sistema internacional, de modo que a pressão p varia de $0{,}1\text{ atm} = 0{,}1 \cdot 10^5\text{ Pa}$ a $1{,}0\text{ atm} = 1{,}0 \cdot 10^5\text{ Pa}$.

Substituindo os resultados encontrados nas equações de $R_{1máx}$ e R_{1min}, obtemos:

$$\begin{cases} R_{1min} = \dfrac{20 \cdot 15}{30} \\ R_{1máx} = \dfrac{20 \cdot 15}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} R_{1min} = 10\,\Omega \\ R_{1máx} = 25\,\Omega \end{cases}}$$

QUESTÃO 19

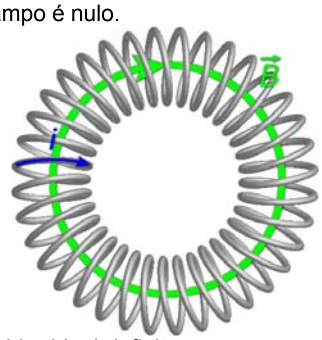
Assinale em qual das situações descritas nas opções abaixo as linhas de campo magnético formam circunferências nos espaço.

a) Na região externa de um toroide
b) Na região interna de um solenoide
c) Próximo a um ímã com formato esférico
d) Ao redor de um fio retilíneo percorrido por corrente elétrica
e) Na região interna de uma espira circular percorrida por corrente elétrica

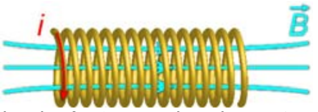
Resolução **Alternativa D**

Vamos analisar cada caso:

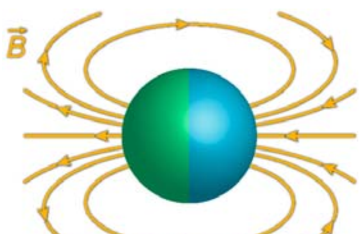
a) Para um toroide ideal, o campo no interior segue o formato do próprio toroide (que pode ser circular ou elíptico). No entanto, na região externa o campo é nulo.



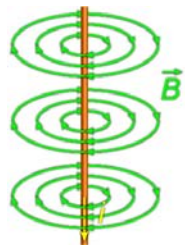
b) Em um solenoide ideal infinito o campo externo, de maneira semelhante ao toróide, é nulo e o campo interno é formado por linhas paralelas infinitas. Mesmo que o solenoide seja finito, o campo na região de borda sofrerá pequenas distorções, mas não formará uma circunferência.



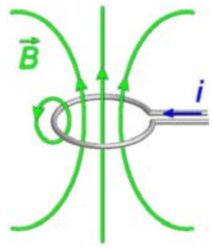
c) Um bom exemplo de ímã aproximadamente esférico é a Terra. Assim como outros ímãs, as linhas de campo apontam para o sul magnético, podendo ter diversos formatos, dependendo da estrutura interna do ímã.



d) O fio retilíneo percorrido por corrente é um exemplo clássico de linhas de campo em formato de circunferência, pois a intensidade do campo é inversamente proporcional à distância do fio. Como o lugar geométrico, sobre um plano, dos pontos equidistantes de um ponto é uma circunferência, o formato das linhas será esse.



e) Em uma espira as linhas de campo de assemelham às geradas por ímãs. Em regiões próximas do fio as linhas podem se aproximar de circunferências, como ocorre com o fio infinito, mas não chegam a essa forma porque existe interferência do campo gerado por outras porções da espira.



QUESTÃO 20

Considere as seguintes afirmações:

I. As energias do átomo de Hidrogênio do modelo de Bohr satisfazem à relação, $E_n = -13{,}6 / n^2\text{ eV}$, com $n = 1, 2, 3...$; portanto, o elétron no estado fundamental do átomo de Hidrogênio pode absorver energia menor que $13{,}6\text{ eV}$.

II. Não existe um limiar de frequência de radiação no efeito fotoelétrico.

III. O modelo de Bohr, que resulta em energias quantizadas, viola o princípio da incerteza de Heisenberg.

Então, pode-se afirmar que:

a) apenas a II é incorreta.
b) apenas a I e II são corretas.
c) apenas a I e III são incorretas.
d) apenas a I é incorreta.
e) todas são incorretas.

Resolução **Alternativa A**

I. Correta.

Se um elétron no estado fundamental mudar de nível, ele deverá receber uma energia menor que $13{,}6\text{ eV}$, pois a energia absorvida (ou, em outro sentido, emitida) por um elétron que salta do nível n_i para o nível n_f é dado por:

$$E = E_f - E_i = \frac{-13{,}6}{n_f} - \frac{-13{,}6}{n_i}$$

Se n_i é o estado fundamental, de modo que $n_i = 1$, então:

$$E = \frac{-13{,}6}{n_f} + \frac{13{,}6}{1} \Rightarrow \frac{13{,}6}{n_f} = 13{,}6 - E \Rightarrow n_f = \frac{13{,}6}{13{,}6 - E}$$

Note que se $E \to 13{,}6\text{ eV}$, então $n_f \to \infty$ e o elétron não estará mais ligado ao átomo, ou seja, o elétron torna-se livre.

Para $E > 13{,}6$ eV, o elétron, além de livre, terá uma energia cinética $K = (E - 13{,}6\text{ eV})$.

Agora, observando o enunciado, nele afirma-se que o "átomo de Hidrogênio <u>pode</u> absorver energia menor que $13{,}6\text{ eV}$" e não que pode absorver <u>somente</u> "energia menor que $13{,}6\text{ eV}$", o que é verdade, pois ele pode absorver energia menor que 13,6 eV, desde que ela seja quantizada e corresponda à diferença entre as energias de duas órbitas do átomo de Bohr.

II. Falsa.
Para o efeito fotoelétrico ocorrer, é necessário que o fóton incidente tenha uma energia mínima (limiar), o que corresponderá a uma frequencia mínima, tornando incorreto este item.
III. Correta.
O modelo de Bohr é um modelo determinista, isto é, dadas todas as condições iniciais do problema, seria possível, a princípio, determinar com total precisão a órbita exata de cada elétron. É muito provável que seja esta a justificativa desejada como resposta deste item.
Entretanto, cabe ressaltar aqui que os erros experimentais tornam impossível determinar com absoluta precisão todas as constantes utilizadas por Bohr em seu modelo, tornando impossível mostrar experimentalmente que o modelo viola o princípio da incerteza.
Uma ciência determinista admite que se conhecermos todas as condições iniciais de um problema (por exemplo, a massa e a velocidade de todos os astros do sistema solar em determinado instante), poderíamos saber exatamente qual a evolução do sistema. A mecânica quântica, sendo uma ciência probabilística, impõe que a evolução de um sistema possui um caráter probabilístico, isto é, existe uma possibilidade de evoluir em certo sentido ou em outro. Ou seja, na mecânica quântica (Nova Mecânica Quântica, pois o modelo de Bohr se enquadra no que se costuma chamar de Velha Mecânica Quântica), não faz nem sentido dizer que temos dois sistema idênticos (por exemplo, dois elétrons com a mesma velocidade no mesmo instante).
É importante mencionar também que o princípio da incerteza de Heisenberg atua em um universo microscópico, o mesmo para o qual o modelo de Bohr foi criado para explicar.

QUESTÃO 21

100 cápsulas com água, cada uma de massa $m = 1{,}0g$, são disparadas à velocidade de 10,0 m/s perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem elasticamente. Sendo as cápsulas enfileiradas com espaçamento de 1,0 cm, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Resolução

Com espaçamento de $1\text{ cm} = 0{,}01\text{ m}$ entre as cápsulas, temos o intervalo de tempo Δt entre as colisões:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{0{,}01}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10^{-3}\text{ s}$$

Cada colisão produz uma certa variação da quantidade de movimento da placa, que é igual em módulo à variação na quantidade de movimento de cada cápsula, a calcular:

$$\Delta Q_{cápsula} = m \cdot \Delta v = 0{,}001 \cdot (0 - 10) = -0{,}01\text{ kg} \cdot m / s$$

Assim, a força média exercida pelas cápsulas sobre a placa é dada por:

$$|\vec{F}_M| = \frac{|\overrightarrow{\Delta Q}|}{\Delta t} = \frac{0{,}01}{10^{-3}} = \boxed{10\text{ N}}$$

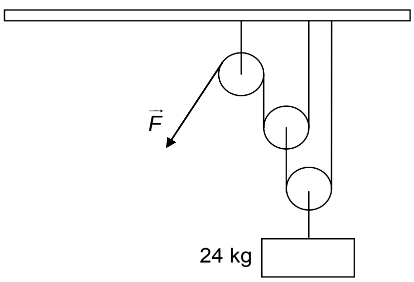
QUESTÃO 22

O arranjo de polias da figura é preso ao teto para erguer uma massa de 24 kg, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Desprezando os atritos, determine:

1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para equilibrar o sistema.

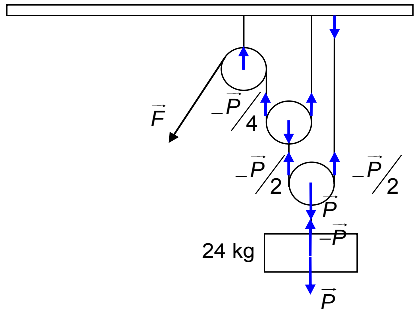
2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessário para erguer a massa com velocidade constante.

3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo, durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade constante.



Resolução

1. Uma vez que o sistema somente possui forças verticais, para que $\vec{F}$ possa equilibrá-lo, esta não pode ter componente horizontal, isto é, deve ser também vertical. Como devemos desprezar os atritos, podemos escrever as relações de forças a seguir e esboçar a figura:



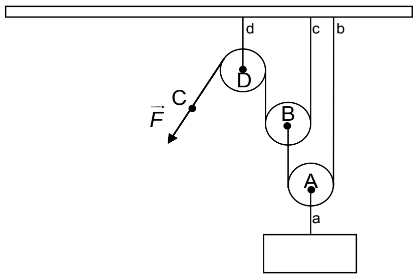
$$|\vec{F}| = \left|\frac{\vec{P}}{4}\right| \Rightarrow$$

$$F = \frac{P}{4} = \frac{24 \cdot 10}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{F = 60\text{N}}$$

2. Para que a massa seja erguida com velocidade constante, a resultante das forças no sistema deve ser nula, de modo que o equacionamento das forças é idêntico ao do item 1, isto é, $\boxed{F = 60\text{N}}$

3. Na figura a seguir, sejam A, B, C e D os pontos indicados sobre as cordas ou em suas extremidades e *a*, *b*, *c* e *d* as respectivas cordas.



Observe que, para que o ponto A se desloque, deve haver um deslocamento do ponto B. Devido à geometria do problema, podemos escrever:

$$\Delta S_A = \frac{\Delta S_B}{2}$$

Da mesma forma, $\Delta S_B = \frac{\Delta S_C}{2}$ (tomando-se o deslocamento sobre a trajetória definida pela corda *c*), portanto:

$$\Delta S_C = 2 \cdot \Delta S_B = 4 \cdot \Delta S_A$$

Dos itens anteriores, temos:

$$F = \frac{P}{4}$$

Deste modo, o módulo do trabalho realizado pela força F é dado por:

$$|\tau_F| = F \cdot \Delta S_C$$

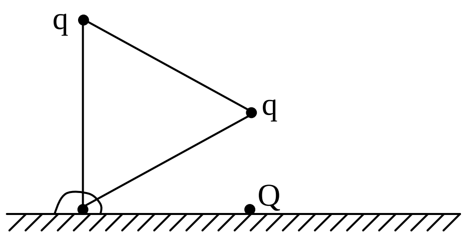
e o módulo do trabalho realizado pela força peso é dado por

$$|\tau_P| = P \cdot \Delta S_A = 4 \cdot F \cdot \frac{\Delta S_C}{4} = |\tau_F|$$

Assim, os trabalhos realizados por $\vec{F}$ e $\vec{P}$ são iguais em módulo.

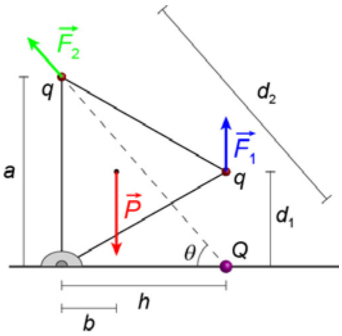
QUESTÃO 23

A figura mostra uma chapa fina de massa M com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento a, e um vértice articulado numa barra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos outros vértices encontra-se fixada numa carga elétrica q e, na barra horizontal, a uma distância $a\sqrt{3}/2$ do ponto de articulação, encontra-se fixada numa carga Q. Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude de carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.



Resolução

As forças que atuam sobre as cargas e a placa, excetuando-se a força devida ao apoio, estão abaixo:



Para que a placa esteja em equilíbrio duas condições devem ser obedecidas: a resultante das forças deve ser nula e a soma dos torques também deve se anular.
Para satisfazer a primeira condição surgirá uma força devida ao apoio para cancelar as outras, visto que é uma articulação que suporta esforços em qualquer direção.
Já para a segunda consideração, considerando o centro de rotação sobre o apoio, o torque deverá ser nulo.

Inicialmente, determinaremos algumas medidas da figura:

1) Vemos que a distância d_1 é metade de uma aresta (devido à simetria do triângulo equilátero), ou seja, $\boxed{d_1=\dfrac{a}{2}}$.

2) A distância h é a altura do triângulo equilátero, dada por $\boxed{h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}$.

3) Com isso, a distância d_2 é dada por:

$$d_2^2=a^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=a^2+\frac{3a^2}{4}=\frac{7a^2}{4}\Rightarrow\boxed{d_2=\frac{a\sqrt{7}}{2}}$$

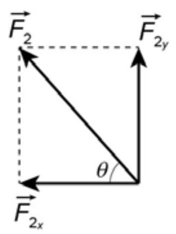
4) O braço da força peso (b) pode ser obtido lembrando-se que o baricentro (ponto de atuação do peso da placa) do triângulo equilátero divide a altura em dois segmentos, sendo que a distância do lado ao baricentro é um terço da altura. Assim, $b=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\boxed{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}}$

Agora, determinemos as forças elétricas sobre as cargas:

$$F_1=K\cdot\frac{Q\cdot q}{d_1^2}=K\cdot\frac{Q\cdot q}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=4\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}$$

$$F_2=K\cdot\frac{Q\cdot q}{d_2^2}=K\cdot\frac{Q\cdot q}{\frac{7a^2}{4}}=\frac{4}{7}\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}$$

Para facilitar o cálculo da soma dos torques, vamos decompor a força F_2 em suas componentes, lembrando que em relação ao apoio, a componente vertical não realiza torque:



Utilizando as medidas do triângulo na primeira figura, obtemos que:

$$\cos\theta=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

Com isso, a componente horizontal será:

$$F_{2_x}=F_2\cdot\cos\theta=\frac{4}{7}\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

Dessa forma, a soma dos torques em relação ao apoio será:

$$F_1\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}+F_{2_x}\cdot a-M\cdot g\cdot\frac{a\sqrt{3}}{6}=0$$

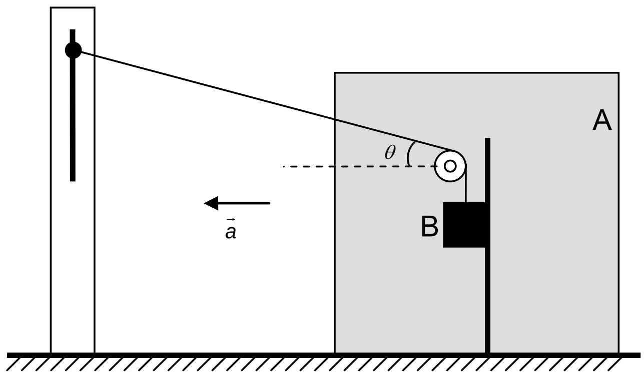
$$M\cdot g\cdot\frac{a\sqrt{3}}{6}=4\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{3}}{7\sqrt{7}}\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}\cdot a$$

$$\frac{M\cdot g}{6}=4\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{7\sqrt{7}}\right)=4\cdot\frac{K\cdot Q\cdot q}{a^2}\cdot\frac{2+7\sqrt{7}}{14\sqrt{7}}$$

$$\therefore Q=\boxed{\frac{M\cdot g\cdot a^2}{K\cdot q}\cdot\frac{7\sqrt{7}}{12\cdot\left(7\sqrt{7}+2\right)}}$$

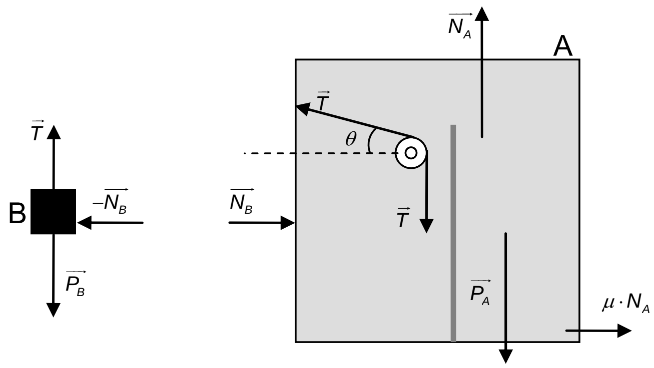
QUESTÃO 24

A figura mostra um sistema de formado por dois blocos, A e B, cada um com massa m. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta=30°$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



Resolução

Isolando os corpos, temos as forças representadas no diagrama abaixo:



Aplicando a segunda lei de Newton para o corpo B:

- Em x: $F_{Rx}=\boxed{N_B=m\cdot a}$ **Eq. (I)**

- Em y: $F_{Ry}=P_B-T=m\cdot a_y\Rightarrow\boxed{a_y=\dfrac{P_B-T}{m}}$ **Eq. (II)**

Aplicando a segunda lei de Newton para o corpo A:

- Em x:

$T\cdot\cos30°-\mu\cdot N_A-N_B=\boxed{\dfrac{T\sqrt{3}}{2}-\mu\cdot N_A-N_B=m\cdot a}$ **Eq. (III)**

- Em y:

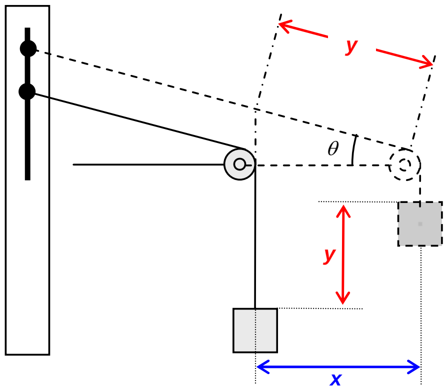
$N_A+T\cdot\text{sen}30°=T+P_A\Rightarrow N_A=T-\dfrac{T}{2}+P_A\Rightarrow\boxed{N_A=\dfrac{T}{2}+P_A}$ **Eq. (IV)**

Substituindo as equações **(I)** e **(IV)** em **(III)**:

$$\frac{T\sqrt{3}}{2} - \mu\cdot\left(\frac{T}{2}+P_A\right) - m\cdot a = m\cdot a$$

$$T\cdot\frac{\sqrt{3}-\mu}{2} - \mu P_A = 2\cdot m\cdot a \qquad \textbf{Eq. (V)}$$

Analisando o vínculo geométrico entre os blocos, a relação entre o deslocamento ***x*** do sistema e o deslocamento ***y*** do bloco B pode ser determinada.



Dessa forma, podemos obter a relação entre as acelerações (vertical e horizontal):

$$\cos\theta = \frac{x}{y} = \frac{a}{a_y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot a_y = a$$

Da equação **(II)**, temos: $a = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{P_B - T}{m}$

Substituindo em **(V)**:

$$T\cdot\frac{\sqrt{3}-\mu}{2} - \mu P_A = 2\cdot m\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{P_B - T}{m}\right)$$

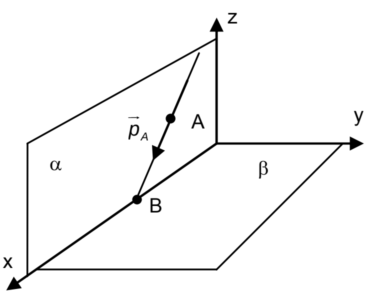
$$T = \frac{2\sqrt{3}\cdot P_B + 2\mu P_A}{3\sqrt{3}-\mu}$$

Como $P_A = P_B = m\cdot g$, temos:

$$\boxed{T = 2mg\cdot\frac{\sqrt{3}+\mu}{3\sqrt{3}-\mu}}$$

QUESTÃO 25

Átomos neutros ultrafrios restritos a um plano são uma realidade experimental em armadilhas magneto-ópticas. Imagine que possa existir uma situação na qual átomos do tipo A e B estão restritos respectivamente aos planos α e β, perpendiculares entre si, sendo suas massas tais que $m_A = 2m_B$. Os átomos A e B colidem elasticamente entre si não saindo dos respectivos planos, sendo as quantidades de movimentos iniciais $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, e as finais, $\vec{q}_A$ e $\vec{q}_B$. $\vec{p}_A$ forma um ângulo θ com o plano horizontal e $\vec{p}_B = 0$. Sabendo que houve transferência de momento entre A e B, qual é a razão das energias cinéticas de B e A após a colisão?



Resolução

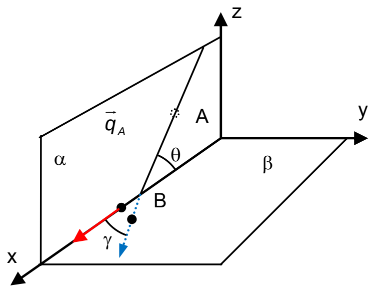
Observe a relação entre energia cinética *E* e quantidade de movimento *p*, relação esta que nos será útil:

$$E = \frac{m\cdot v^2}{2} = \frac{m^2\cdot v^2}{2m} \Rightarrow E = \left(\frac{p^2}{2m}\right)$$

Partindo do que o enunciado pede, queremos saber a relação:

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{\left(\frac{q_B^2}{2m_B}\right)}{\left(\frac{q_A^2}{2m_A}\right)} = \frac{m_A}{m_B}\cdot\frac{q_B^2}{q_A^2} = \frac{2\cancel{m_B}}{\cancel{m_B}}\cdot\frac{q_B^2}{q_A^2} \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 2\cdot\left(\frac{q_B^2}{q_A^2}\right) \qquad \textbf{(I)}$$

O enunciado nos diz que a partícula *B* continua em seu plano após a colisão. A única maneira de isso acontecer é que este átomo passe a se deslocar na intersecção entre os planos α e β. Considere, agora, que a partícula *A* forma um ângulo γ com o plano β após a colisão:



Dessa forma, as equações da conservação de quantidade de movimento para os eixos x e z são:

- Eixo x:

$$p_A\cdot\cos\theta = q_A\cdot\cos\gamma + q_B \Rightarrow \cos\gamma = \frac{p_A\cdot\cos\theta - q_B}{q_A}$$

Elevando o cosseno ao quadrado:

$$\cos^2\gamma = \frac{p_A^2\cdot\cos^2\theta - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2}{q_A^2}$$

- Eixo z:

$$p_A\cdot\text{sen}\,\theta = q_A\cdot\text{sen}\,\gamma \Rightarrow \text{sen}\,\gamma = \frac{p_A\cdot\text{sen}\,\theta}{q_A}$$

Elevando o seno ao quadrado:

$$\text{sen}^2\gamma = \frac{p_A^2\cdot\text{sen}^2\theta}{q_A^2}$$

Usando agora a relação fundamental da trigonometria:

$$\text{sen}^2\gamma + \cos^2\gamma = 1$$

$$\frac{p_A^2\cdot\text{sen}^2\theta}{q_A^2} + \frac{p_A^2\cdot\cos^2\theta - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2}{q_A^2} = 1$$

$$q_A^2 = p_A^2 - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2 \qquad \textbf{(II)}$$

Com essas relações, podemos encontrar várias respostas incluindo os dados do enunciado. Apresentaremos duas delas a seguir:

- **Solução (1):**

Dividindo a equação **(II)** por q_B^2 temos:

$$\frac{q_A^2}{q_B^2} = \frac{p_A^2 - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2}{q_B^2} \Rightarrow \frac{q_B^2}{q_A^2} = \frac{q_B^2}{p_A^2 - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2}$$

Substituindo em **(I)** obtemos:

$$\boxed{\frac{E_B}{E_A} = 2\cdot\left(\frac{q_B^2}{p_A^2 - 2\cdot p_A\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B^2}\right)}$$, que é uma resposta válida.

- **Solução (2):**

Para uma resposta mais sucinta, utilizamos a informação da colisão elástica, escrevendo então a equação da conservação de energia:

$$E_{inicial} = E_A + E_B \Rightarrow \frac{p_A^2}{2\cdot m_A} = \frac{q_A^2}{2\cdot m_A} + \frac{q_B^2}{m_A}$$

$$p_A^2 = q_A^2 + 2q_B^2 \text{ e } p_A = \sqrt{q_A^2 + 2q_B^2}$$

Substituindo em **(II)**:

$$q_A{}^2 = \left(q_A{}^2 + 2q_B{}^2\right) - 2\cdot\sqrt{q_A^2 + 2q_B^2}\cdot q_B\cdot\cos\theta + q_B{}^2 \Rightarrow \sqrt{q_A^2 + 2q_B^2} = \frac{3\cdot q_B}{2\cdot\cos\theta}$$

$$q_A^2 + 2q_B^2 = \frac{9\cdot q_B^2}{4\cdot\cos^2\theta} \Rightarrow q_B^2\cdot\left(\frac{9}{4\cdot\cos^2\theta} - 2\right) = q_A^2$$

$$\frac{q_B^2}{q_A^2} = \frac{4\cdot\cos^2\theta}{9 - 8\cdot\cos^2\theta}$$

Substituindo em **(I)**:

$$\frac{E_B}{E_A} = 2\cdot\left(\frac{4\cdot\cos^2\theta}{9 - 8\cdot\cos^2\theta}\right)$$

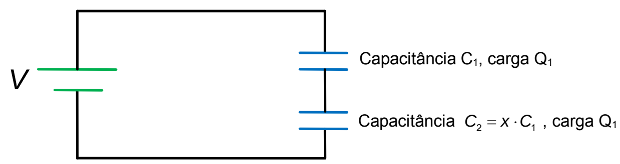
$$\boxed{\frac{E_B}{E_A} = \frac{8\cdot\cos^2\theta}{9 - 8\cdot\cos^2\theta}}$$

QUESTÃO 26

Dois capacitores em série, de capacitância C_1 e C_2, respectivamente, estão sujeitos a uma diferença de potencial V. O capacitor de capacitância C_1 tem carga Q_1 e está relacionado com C_2 através de $C_2 = xC_1$, sendo x um coeficiente de proporcionalidade. Os capacitores carregados são então desligados da fonte e entre si, sendo a seguir religados com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal. Determine o valor x para que a carga Q_2 final do capacitor de capacitância C_2 seja $Q_1/4$.

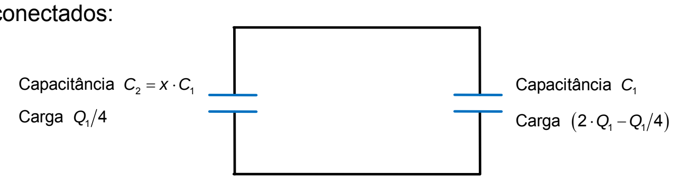
Resolução

A primeira situação, em que os capacitores estão ligados a uma fonte de FEM *V*, e em série entre si, está representada abaixo:



Sabemos que, por serem percorridos pela mesma corrente desde o início, a quantidade de carga armazenada em cada um deles é a mesma (Q_1).

Procedendo então à próxima etapa, retiramos a fonte do circuito, deixando os capacitores ligados com seus terminais de mesmo sinal conectados:



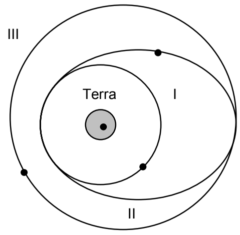
No equilíbrio desta nova situação, o enunciado diz que o capacitor C_2 terá carga $Q_1/4$. Como a carga total armazenada em ambos os capacitores era $2\cdot Q_1$, o capacitor C_1 terá carga igual a $2\cdot Q_1 - Q_1/4 = 7Q_1/4$.

Nesta situação, a diferença de potencial entre os terminais de ambos os capacitores são iguais. Logo:

$$U_1 = U_2 \Rightarrow \frac{7Q_1/4}{C_1} = \frac{Q_1/4}{x\cdot C_1} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{7}}$$

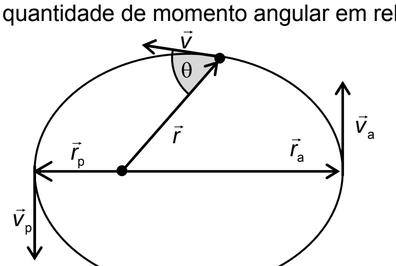
QUESTÃO 27

O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como $L = r\,p\,\text{sen}\theta$, em que r é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência, p o módulo do vetor quantidade de movimento e θ o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu movimento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere, então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si, I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III, como mostra a figura. Sendo L_I, L_{II} e L_{III} os respectivos módulos do momento angular dos satélites em suas órbitas, ordene, de forma crescente, L_I, L_{II} e L_{III}. Justifique com equação a sua resposta.



Resolução

Para determinar o momento angular total de um satélite em órbita elíptica, podemos utilizar da conservação da energia mecânica e da conservação da quantidade de momento angular em relação à Terra.



Para uma posição qualquer, temos:

$$L = r\cdot p\cdot\text{sen}\theta \text{ e } E_{mec} = \frac{m\cdot v^2}{2} - G\frac{Mm}{r}$$

Sendo $\vec{v}_p$ e $\vec{r}_p$ a velocidade e o vetor posição, respectivamente, do satélite no periélio; $\vec{v}_a$ e $\vec{r}_a$ a velocidade e o raio vetor no afélio. Para estas duas posições, calculamos a energia mecânica e o momento angular, e como eles se conservam, podemos escrever:

$$L_{\text{afélio}} = L_{\text{periélio}} \Rightarrow r_a\cdot\cancel{m}\cdot v_a = r_p\cdot\cancel{m}\cdot v_p \Rightarrow r_a\cdot v_a = r_p\cdot v_p \quad \textbf{eq. i}$$

e

$$E_{\text{afélio}} = E_{\text{periélio}} \Rightarrow \frac{\cancel{m}\cdot v_a^2}{2} - G\frac{M\cancel{m}}{r_a} = \frac{\cancel{m}\cdot v_p^2}{2} - G\frac{M\cancel{m}}{r_p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_a^2 - 2G\frac{M}{r_a} = v_p^2 - 2G\frac{M}{r_p} \quad \textbf{eq. ii}$$

Isolando v_a na equação i e substituindo na equação ii, obtemos:

$$\left(\frac{r_p\cdot v_p}{r_a}\right)^2 - 2G\frac{M}{r_a} = v_p^2 - 2G\frac{M}{r_p} \Rightarrow v_p^2\cdot\left(\frac{r_a^2 - r_p^2}{r_a^2}\right) = \frac{2GM\left(r_a - r_p\right)}{r_a\cdot r_p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_p^2 = \frac{2GMr_a\left(r_a - r_p\right)}{\left(r_a^2 - r_p^2\right)\cdot r_p} = \frac{2GMr_a\cancel{\left(r_a - r_p\right)}}{r_p\cdot\left(r_a + r_p\right)\cdot\cancel{\left(r_a - r_p\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2GMr_a}{r_p\cdot\left(r_a + r_p\right)}} \quad \textbf{eq. iii}$$

De forma equivalente, se isolarmos v_p na equação i e substituirmos na equação ii, obtemos:

$$v_a = \sqrt{\frac{2GMr_p}{r_a\cdot\left(r_a + r_p\right)}} \quad \textbf{eq. iv}$$

Entretanto, vamos utilizar a equação iii para determinar o momento angular, que será constante:

$$L = r\cdot p\cdot\text{sen}\theta = r_p\cdot m\cdot v_p\cdot\text{sen}\theta \Rightarrow L = r_p\cdot m\cdot\sqrt{\frac{2GMr_a}{r_p\cdot\left(r_a + r_p\right)}}\cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L=\sqrt{2GMm^2\frac{r_p\cdot r_a}{(r_a+r_p)}}$$

Agora, para o problema dado no enunciado, chamemos de r_I o raio da órbita I e de r_{III} o raio da órbita III. Vamos comparar o momento angular dos satélites em cada órbita, assim:

$$L_I=\sqrt{2GMm^2\frac{r_I^2}{2r_I}}\ ;\ L_{III}=\sqrt{2GMm^2\frac{r_{III}^2}{2r_{III}}}\ ;\text{ e } L_{II}=\sqrt{2GMm^2\frac{r_I\cdot r_{III}}{(r_I+r_{III})}}$$

Observando que a parte $\sqrt{2GMm^2}$ é igual para todas as trajetórias, basta verificarmos que:

$$\frac{r_{III}^2}{2r_{III}}>\frac{r_I\cdot r_{III}}{(r_I+r_{III})}>\frac{r_I^2}{2r_I}$$

o que é verdade, pois, prosseguindo, encontramos

$$\frac{r_{III}}{2}>\frac{r_I\cdot r_{III}}{(r_I+r_{III})}>\frac{r_I}{2}\Rightarrow\begin{cases}r_{III}>2\dfrac{r_I\cdot r_{III}}{(r_I+r_{III})}\\ 2\dfrac{r_I\cdot r_{III}}{(r_I+r_{III})}>r_I\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}r_I+r_{III}>2r_I\\ 2r_{III}>r_I+r_{III}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}r_{III}>r_I\\ r_{III}>r_I\end{cases}$$

conforme fornecido inicialmente no enunciado.
Portanto:

$$\boxed{L_I<L_{II}<L_{III}}$$

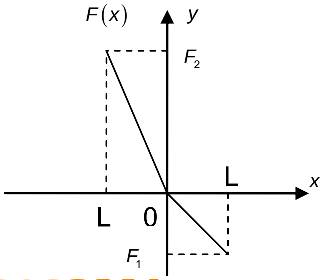
QUESTÃO 28

Uma partícula de massa m está sujeita exclusivamente à ação da força $\vec{F}=F(x)\cdot\vec{e}_x$, que varia de acordo com o gráfico da figura, sendo $\vec{e}_x$ o versor no sentido positivo de x. Se em $t=0$, a partícula se encontra em $x=0$ com velocidade v no sentido positivo de x, pedem-se:

1. O período de movimento da partícula em função de F_1, F_2, L e m.

2. A máxima distância da partícula à origem em função de F_1, F_2, L e m.

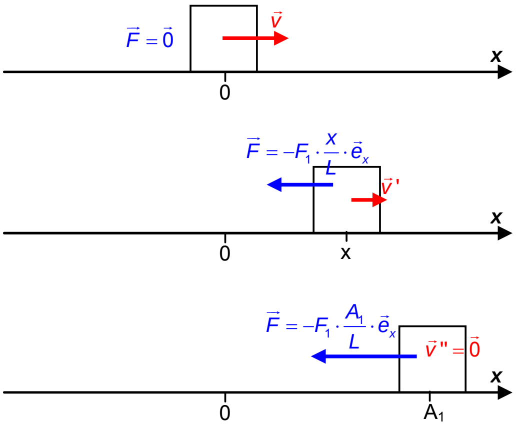
3. Explicar se o movimento descrito pela partícula é do tipo harmônico simples.



Resolução

1. Podemos notar pelo gráfico que existe uma força diretamente proporcional a x, no sentido da origem. Dessa forma, para $x>0$, temos $F(x)=F_1\cdot\frac{x}{L}$

Para ilustrar a situação para valores positivos de x, observe a figura abaixo, na qual a velocidade vai diminuindo enquanto a força aumenta até um deslocamento máximo (onde a velocidade é nula e a força restauradora é máxima), ponto este que denominamos como $x=A_1$:



A partir do momento em que atinge A_1, a velocidade inverte sua direção e começa a aumentar, fazendo com que o corpo retorne à origem.

Note que, no movimento de ida e volta à origem, temos metade de um período de oscilação de um MHS, pois a força restauradora é proporcional ao deslocamento, com constante de proporcionalidade $k_1=\frac{F_1}{L}$.

Dessa forma, o tempo para a primeira metade da oscilação é:

$$t_1=\frac{1}{2}\cdot T_1=\frac{1}{2}\cdot\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}\right)=\pi\sqrt{\frac{m}{F_1/L}}=\pi\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_1}}$$

Podemos pensar agora, para a segunda metade da oscilação (após o corpo retornar à origem), de maneira análoga. Assim, o tempo para a segunda metade da oscilação é dado por:

$$t_2=\pi\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_2}}$$

Portanto, o período do movimento da partícula é dado por:

$$T=t_1+t_2=\pi\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_1}}+\pi\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_2}}=\boxed{\pi\sqrt{m\cdot L}\left(\frac{1}{\sqrt{F_1}}+\frac{1}{\sqrt{F_2}}\right)}$$

2. Novamente consideraremos a princípio a primeira metade do movimento. Como o gráfico indica a força em função do deslocamento, podemos calcular facilmente o trabalho realizado pela força utilizando a área do gráfico (área do triângulo). Considerando o deslocamento até $x=A_1$, o trabalho realizado é responsável por parar completamente o corpo. Através do teorema da energia cinética:

$$\tau\overset{N}{=}\text{Área}\overset{N}{=}0-\frac{mv^2}{2}\Rightarrow\frac{\left(-F_1\cdot\frac{A_1}{L}\right)\cdot A_1}{2}=-\frac{mv^2}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_1^2=\frac{m\cdot v^2\cdot L}{F_1}\Rightarrow\boxed{A_1=v\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_1}}}$$

Seguindo o raciocínio análogo para o restante da oscilação, teremos

$$\boxed{A_2=v\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_2}}}$$

Assumindo que o gráfico está em escala, podemos notar que $F_1<F_2$ e, portanto, $A_1>A_2$. Como o enunciado pede a máxima distância, temos $d_{máxima}=A_1\Rightarrow\boxed{d_{máxima}=v\sqrt{\frac{m\cdot L}{F_1}}}$

3. Analisando o comportamento do corpo separadamente para $x>0$ e para $x<0$, podemos notar que nos dois casos existe uma força restauradora proporcional à distância em relação a um ponto (origem do movimento), característica de um movimento harmônico simples. No entanto, as constantes de proporcionalidade nos dois casos são distintas $k_1=\frac{F_1}{L}$ e $k_2=\frac{F_2}{L}$, o que implica, entre outros fatores, em:

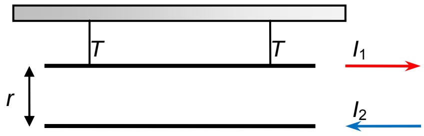
1) O tempo para completar a primeira metade de uma oscilação não será o mesmo que o tempo para completar a segunda metade.

2) A distância máxima em relação à origem da primeira metade de uma oscilação não será a mesma que a da segunda metade.

O movimento só poderia ser caracterizado como um MHS se, em todos os momentos do movimento, a força restauradora fosse proporcional ao deslocamento, com apenas uma constante de proporcionalidade. No exemplo dado, isso aconteceria apenas se $F_1=F_2$

QUESTÃO 29

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa 0,080 N/m, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20$ A e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40$ A, em sentido oposto. Para qual distância r indicada na figura, a tensão T nos cabos será nula?



Resolução

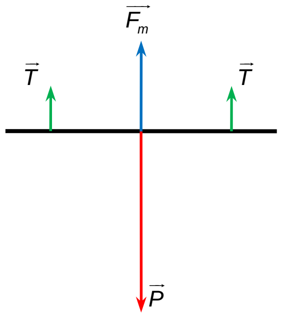
O campo magnético criado pelo fio de baixo sobre o fio de cima tem módulo dado por:

$$|\vec{B_2}| = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ (entrando no plano da figura)}$$

Consequentemente, a força de origem magnética a que um trecho de comprimento L do fio de cima fica sujeito tem intensidade igual a:

$$|\vec{F_m}| = |\vec{B_2}| \cdot I_1 \cdot L \cdot \text{sen}90^\circ = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot L}{2 \cdot \pi \cdot r} \text{ (vertical para cima)}$$

Observemos o diagrama das forças que atuam sobre o fio de cima:



No equilíbrio, temos:

$$|\vec{P}| = |\vec{F_m}| + 2 \cdot |\vec{T}|$$

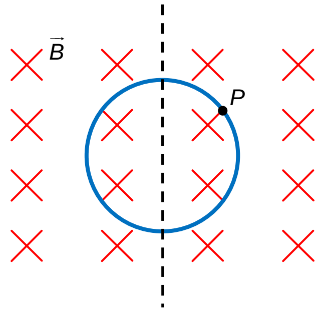
Como queremos determinar a condição em que $|\vec{T}| = 0$, segue que:

$$|\vec{P}| = |\vec{F_m}| + 2 \cdot 0 \Leftrightarrow |\vec{P}| = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot L}{2 \cdot \pi \cdot r} \Leftrightarrow r = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{|\vec{P}|}{L}\right)} \Leftrightarrow$$

$$r = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 40}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}080} \Leftrightarrow \boxed{r = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}}$$

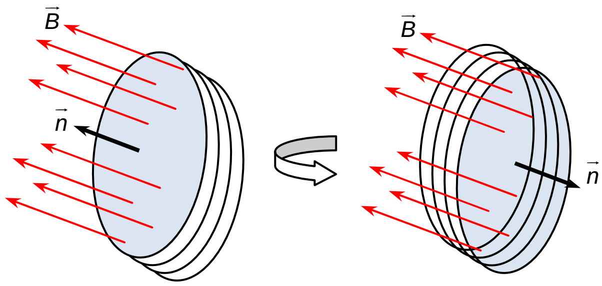
QUESTÃO 30

Considere uma espira com N voltas de área A, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui resistência R. Se a espira gira 180º em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P.



Resolução

O fluxo magnético através de uma superfície de área A é dado por $\Phi_B = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos\theta$, onde θ é o ângulo entre as linhas do campo magnético $\vec{B}$ e a normal $\vec{n}$ à superfície.



Ao longo de meia volta, a variação do fluxo magnético é dada por:

$$\Delta\Phi_B = |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos 0^\circ - |\vec{B}| \cdot A \cdot \cos 180^\circ = |\vec{B}| \cdot A \cdot [1 - (-1)] = 2 \cdot |\vec{B}| \cdot A$$

Pela Lei de Lenz, será induzida uma tensão (força eletromotriz) ε, que gera uma corrente i a cada pequeno intervalo de tempo Δt. Assim:

$$\varepsilon = N \cdot \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Leftrightarrow R \cdot i = N \cdot \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} \Leftrightarrow R \cdot \frac{Q}{\Delta t} = N \cdot \frac{2 \cdot |\vec{B}| \cdot A}{\Delta t} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{Q = \frac{2 \cdot N \cdot |\vec{B}| \cdot A}{R}}$$

Equipe desta resolução

Física
Danilo José de Lima
Fabiano Gonçalves Lopes
Felipe Costa Mercadante
Vinício Merçon Poltronieri

Revisão
Edson Vilela Gadbem
Eliel Barbosa da Silva
Frederico Luís Oliveira Vilela
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani

Digitação, Diagramação e Publicação
Hannay Nishimaru Molar
Rebeca Higino Silva Santos