

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Resolve

ITA 2010
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

FÍSICA

Caso necessário, use os seguintes dados:

Constante gravitacional $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2\text{kg}$. **Massa do Sol** $M = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$. **Velocidade de luz** $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. **Distância média do centro da Terra ao centro do Sol:** $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$. **Aceleração da gravidade** $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ **Raio da Terra:** 6380 km . **Número de Avogadro:** $6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. **Constante universal dos gases:** $8,31 \text{ J/mol K}$. **Massa atômica do nitrogênio:** 14 . **Constante de Planck** $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ m}^2\text{kg/s}$. **Permissividade do vácuo:** $\epsilon_0 = 1/4\pi k_0$. **Permeabilidade magnética do vácuo:** μ_0 .

QUESTÃO 01

Pela teoria Newtoniana da gravitação, o potencial gravitacional devido ao Sol, assumindo simetria esférica, é dado por $-V = GM/r$, em que r é a distância média do corpo ao centro do Sol. Segundo a teoria da relatividade de Einstein, essa equação de Newton deve ser corrigida para $-V = GM/r + A/r^2$, em que A depende somente de G , de M e da velocidade da luz, c . Com base na análise dimensional e considerando k uma constante adimensional, assinale a opção que apresenta a expressão da constante A , seguida da ordem de grandeza da razão entre o termo de correção, A/r^2 , obtido por Einstein, e o termo GM/r da equação de Newton, na posição da Terra, sabendo a priori que $k = 1$.

- a) $A = kGM/c$ e 10^{-5}
- b) $A = kG^2M^2/c$ e 10^{-8}
- c) $A = kG^2M^2/c$ e 10^{-3}
- d) $A = kG^2M^2/c^2$ e 10^{-5}
- e) $A = kG^2M^2/c^2$ e 10^{-8}

Resolução **Alternativa E**

A constante G presente na teoria Newtoniana aparece na expressão da força gravitacional:

$$F_G = \frac{G \cdot M \cdot m}{d^2} \Leftrightarrow G = \frac{F_G \cdot d^2}{M \cdot m}$$

Fazendo análise dimensional de G , temos:

$$[G] = \frac{[F] \cdot [d^2]}{[M] \cdot [m]} = \frac{(M \cdot L \cdot T^{-2}) \cdot L^2}{M \cdot M} = M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}$$

Partindo da definição de potencial gravitacional do próprio enunciado, temos a equação dimensional dessa grandeza:

$$[V] = \frac{[G] \cdot [M]}{[r]} = \frac{(M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2}) \cdot M}{L} = L^2 \cdot T^{-2}$$

Para que a equação de Einstein seja dimensionalmente correta, o termo A/r^2 deve ter dimensão de potencial, assim:

$$\frac{[A]}{[r^2]} = [V] \Leftrightarrow \frac{[A]}{L^2} = L^2 \cdot T^{-2} \Leftrightarrow [A] = L^4 \cdot T^{-2}$$

Propondo então que a constante A seja da forma $A = \frac{k \cdot G^\alpha \cdot M^\beta}{c^\gamma}$,

temos, pelas dimensões físicas envolvidas:

$$A = \frac{k \cdot G^\alpha \cdot M^\beta}{c^\gamma} \Rightarrow [A] = \frac{[G]^\alpha \cdot [M]^\beta}{[c]^\gamma} \Rightarrow L^4 \cdot T^{-2} = \frac{(M^{-1} \cdot L^3 \cdot T^{-2})^\alpha \cdot M^\beta}{(L \cdot T^{-1})^\gamma}$$

$$M^0 \cdot L^4 \cdot T^{-2} = M^{-\alpha+\beta} \cdot L^{3\alpha-\gamma} \cdot T^{-2\alpha+\gamma} \Rightarrow \begin{cases} -\alpha + \beta = 0 \\ 3\alpha - \gamma = 4 \\ -2\alpha + \gamma = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 2 \end{cases}$$

Logo, $A = \frac{k \cdot G^2 \cdot M^2}{c^2}$.

Calculo da razão pedida: $\frac{A}{\frac{G \cdot M}{r}} = \frac{A}{r \cdot G \cdot M} = \frac{k \cdot G^2 \cdot M^2}{c^2 \cdot r \cdot G \cdot M} = \frac{k \cdot G \cdot M}{c^2 \cdot r}$

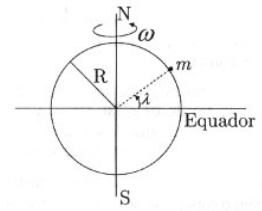
Numericamente: $\frac{G \cdot M}{c^2 \cdot r} = \frac{1 \cdot 6,67 \times 10^{-11} \cdot 1,99 \times 10^{30}}{(3 \times 10^8)^2 \cdot 1,5 \times 10^{11}} \approx 0,98 \times 10^{-8}$

QUESTÃO 02

Considere a Terra como uma esfera homogênea de raio R que gira com velocidade angular uniforme ω em torno do seu próprio eixo Norte-Sul. Na hipótese de ausência de rotação da Terra, sabe-se que a aceleração da gravidade seria dada por $g = GM/R^2$. Como $\omega \neq 0$, um corpo em repouso

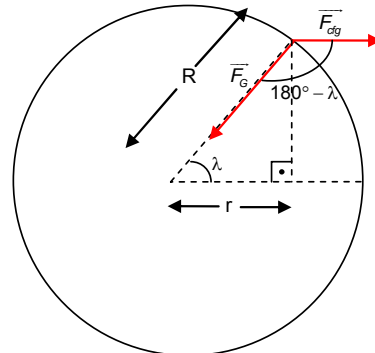
na superfície da Terra na realidade fica sujeito forçosamente a um peso aparente, que pode ser medido, por exemplo, por um dinamômetro, cuja direção pode não passar pelo centro do planeta. Então, o peso aparente de um corpo de massa m em repouso na superfície da Terra a uma latitude λ é dado por

- a) $mg - m\omega R \cos \lambda$
- b) $mg - m\omega^2 R \sin^2 \lambda$
- c) $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g + (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$
- d) $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \cos^2 \lambda}$
- e) $mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \sin^2 \lambda}$

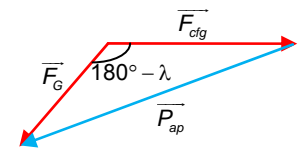


Alternativa D

O peso aparente pode ser entendido como a soma vetorial da força de atração gravitacional (\vec{F}_G) com a força centrífuga ($\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{centrífuga}$):



Podemos então montar o seguinte triângulo de forças:



Aplicando assim a lei dos co-senos:

$$P_{ap}^2 = F_G^2 + F_{cf}^2 + 2 \cdot F_G \cdot F_{cf} \cdot \cos(180^\circ - \lambda)$$

Substituindo $F_G = m \cdot g$ e $F_{cf} = m \cdot \omega^2 \cdot (R \cdot \cos \lambda)$:

$$P_{ap}^2 = (mg)^2 + (m \cdot \omega^2 r)^2 - 2 \cdot (m \cdot \omega^2 r) \cdot (mg) \cdot \cos \lambda \Rightarrow$$

$$P_{ap} = mg \sqrt{1 - [2\omega^2 R/g - (\omega^2 R/g)^2] \cos^2 \lambda}$$

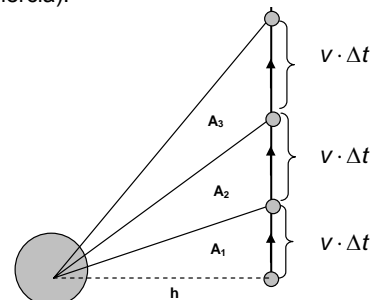
QUESTÃO 03

Considere um segmento de reta que liga o centro de qualquer planeta do sistema solar ao centro do sol. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, tal segmento percorre áreas iguais. Considere, então, em dado instante deixasse de existir o efeito da gravitação entre o Sol e o planeta. Assinale a alternativa correta.

- a) O segmento de reta em questão continuaria a percorrer áreas iguais em tempos iguais.
- b) A órbita do planeta continuaria a ser elíptica, porém com focos diferentes e a 2ª Lei de Kepler continuaria válida.
- c) A órbita do planeta deixaria de ser elíptica e a 2ª Lei de Kepler não seria mais válida.
- d) A 2ª Lei de Kepler só é válida quando se considera uma força que depende do inverso do quadrado das distâncias entre os corpos e, portanto, deixaria de ser válida.
- e) O planeta iria se dirigir em direção ao Sol.

Resolução **Alternativa A**

Deixando de existir o efeito da gravitação, o planeta irá deslocar em linha reta (por inércia).



Nesse deslocamento, chamamos de A_1 , A_2 e A_3 as áreas varridas pelo raio vetor em intervalos de tempo iguais (Δt) e sucessivos. Calculemos essas áreas:

$$A_1 = A_2 = A_3 = \frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2} = \frac{(v\Delta t) \cdot h}{2}$$

Assim nessa trajetória retilínea o raio vetor irá varrer áreas iguais em tempos iguais, continuando válida a 2ª lei de Kepler.

QUESTÃO 04

A temperatura para a qual a velocidade associada à energia cinética média de uma molécula de nitrogênio, N_2 , é igual à velocidade de escape desta molécula da superfície da Terra é de, aproximadamente,

- a) $1,4 \times 10^5$ K b) $1,4 \times 10^8$ K c) $7,0 \times 10^{27}$ K
d) $7,2 \times 10^4$ K e) $8,4 \times 10^{28}$ K

Resolução **Alternativa A**

A velocidade de escape é determinada conservando a energia no movimento a partir da superfície da Terra até um ponto no infinito, onde a energia potencial e a velocidade com que o corpo chega são nulos. Assim:

$$-G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} + m \frac{v^2}{2} = 0 \Rightarrow v_E = \sqrt{\frac{2 \cdot M_T \cdot G}{R_T}}$$

Onde M_T e R_T são respectivamente a massa e o raio da Terra. Lembrando que a aceleração da gravidade na superfície pode ser escrita como $g = G \frac{M_T}{R_T^2}$, podemos escrever a velocidade de escape

$$\text{como } v_E = \sqrt{2 \cdot g \cdot R_T}$$

A temperatura para essa velocidade pode ser dada igualando a energia interna do gás (molécula diatômica) a sua energia cinética. Para uma molécula diatômica a energia interna vale $\frac{5}{2} nRT$, que corresponde a energia cinética de rotação e de translação. A parcela da energia que nos interessa é apenas a energia de translação valendo $\frac{3}{2} nRT$. Assim:

$$\frac{m \cdot v_E^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

onde $n = \frac{m}{M}$, M corresponde a massa molar do N_2 .

Igualando as equações acima chegamos a seguinte expressão para a temperatura

$$T = \frac{2 \cdot M \cdot g \cdot R_T}{3 \cdot R}$$

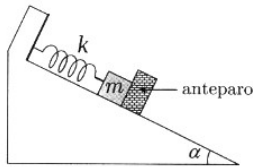
Numericamente

$$T = \frac{2 \cdot 28 \times 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 6380 \times 10^3}{3 \cdot 8,31} \cong 1,4 \times 10^5 \text{ K}$$

QUESTÃO 05

No plano inclinado, o corpo de massa m é preso a uma mola de constante elástica κ , sendo barrado à frente por um anteparo. Com a mola no seu comprimento natural, o anteparo, de alguma forma, inicia seu movimento de descida com uma aceleração constante a . Durante parte dessa descida, o anteparo mantém contato com o corpo, dele se separando somente após um certo tempo. Desconsiderando quaisquer atritos, podemos afirmar que a variação máxima do comprimento da mola é dada por

- a) $[mg \sin \alpha + m \sqrt{a(2g \sin \alpha + a)}] / \kappa$
b) $[mg \cos \alpha + m \sqrt{a(2g \cos \alpha + a)}] / \kappa$
c) $[mg \sin \alpha + m \sqrt{a(2g \sin \alpha - a)}] / \kappa$
d) $m(g \sin \alpha - a) / \kappa$
e) $mg \sin \alpha / \kappa$



Resolução **Alternativa C**

Considere que o corpo possua um deslocamento x_0 em relação à posição inicial no momento em que perde o contato com o anteparo. Dessa forma, podemos encontrar a velocidade do corpo quando ele se separa do anteparo com a equação de Torricelli (o movimento do corpo é um M.R.U.V. com aceleração de módulo a):

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot x_0 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot a \cdot x_0$$

Na iminência de perder o contato, o corpo tem aceleração resultante de módulo a e as forças que atuam sobre ele são a componente \vec{P}_x do peso e a força elástica \vec{F}_{el} , em sentidos opostos, logo:

$$P_x - F_{el} = F_{resul\ tan\ te} \Leftrightarrow mg \cdot \sin \alpha - k \cdot x_0 = m \cdot a \Rightarrow x_0 = \frac{m}{k} \cdot (g \cdot \sin \alpha - a)$$

A energia mecânica se conserva da posição de perda de contato (x_0) até a posição de máximo deslocamento (x), posição em que a velocidade do corpo é nula:

$$E_{C(x_0)} + E_{P^g(x_0)} + E_{P^{el}(x_0)} = E_{P^{el}(x)} + E_{P^g(x)}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} + mg \cdot [(x - x_0) \cdot \sin \alpha] + \frac{k \cdot x_0^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Substituindo os valores de v e de x_0 :

$$ma \cdot \left[\frac{m}{k} \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) \right] + x \cdot mg \cdot \sin \alpha - \left[\frac{m}{k} \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) \right] \cdot mg \cdot \sin \alpha + \frac{k \cdot \left[\frac{m}{k} \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) \right]^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Trabalhando com a equação acima, obtemos a seguinte equação de segundo grau:

$$x^2 + \left(-\frac{2 \cdot mg \cdot \sin \alpha}{k} \right) \cdot x + \frac{m^2}{k^2} \cdot (g \cdot \sin \alpha - a)^2 = 0$$

E resolvendo-a por Bhaskara:

$$x = \frac{mg \cdot \sin \alpha \pm m \cdot \sqrt{a \cdot (2g \cdot \sin \alpha - a)}}{k}$$

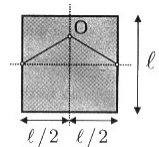
Para a situação descrita, devemos considerar $g \cdot \sin \alpha > a$ (observe o valor de x_0). Além disso, devemos lembrar que $x > x_0$, fato que inviabiliza o sinal negativo na igualdade acima. Temos então que:

$$x = \frac{mg \cdot \sin \alpha + m \cdot \sqrt{a \cdot (2g \cdot \sin \alpha - a)}}{k}$$

QUESTÃO 06

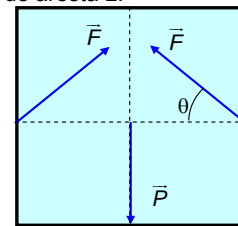
Um quadro quadrado de lado ℓ e massa m , feito de um material de coeficiente de dilatação superficial β , é pendurado no pino O por uma corda inextensível, de massa desprezível, com as extremidade fixadas no meio das arestas laterais do quadro, conforme a figura. A força de tração máxima que a corda pode suportar é F . A seguir, o quadro é submetido a uma variação de temperatura ΔT , dilatando. Considerando desprezível a variação no comprimento da corda devida à dilatação, podemos afirmar que o comprimento mínimo da corda para que o quadro possa ser pendurado com segurança é dado por

- a) $2\ell\sqrt{\beta\Delta T} / mg$
b) $2\ell(1 + \beta\Delta T) / mg$
c) $2\ell(1 + \beta\Delta T) / \sqrt{4F^2 - m^2g^2}$
d) $2\ell F \sqrt{1 + \beta\Delta T} / (2F - mg)$
e) $2\ell F \sqrt{1 + \beta\Delta T} / (4F^2 - m^2g^2)$



Resolução **Alternativa E**

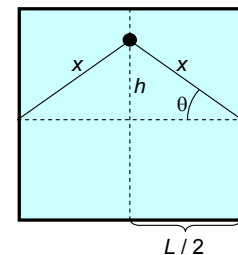
As forças que atuam no quadro após o aquecimento estão representadas abaixo, de aresta L.



Para o equilíbrio do quadro devemos ter, decompondo as forças no eixo vertical:

$$2 \cdot F \cdot \sin \theta = P \Rightarrow \sin \theta = \frac{P}{2 \cdot F}$$

Pensando nas dimensões da corda (com comprimento $2x$) e do quadro, temos:



$$\sin \theta = \frac{h}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{x} = \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2x}\right)^2}$$

Igualando as expressões anteriores chegamos a:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{L}{2x}\right)^2} = \frac{m \cdot g}{2 \cdot F} \Rightarrow x = \frac{L \cdot F}{\sqrt{4F^2 - m^2g^2}}$$

Onde L é o valor do lado do quadro após variar a temperatura de ΔT .
A área final do quadro é dada por:

$$A = A_0(1 + \beta \Delta T) \text{ onde } A = L^2 \text{ e } A = \ell^2$$

Assim podemos determinar a aresta final (L) do quadrado por:

$$L^2 = \ell^2(1 + \beta \Delta T) \Rightarrow L = \ell \sqrt{1 + \beta \Delta T}$$

Usando esse resultado na expressão anterior, temos:

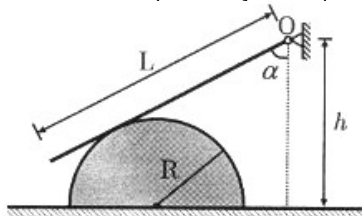
$$x = \frac{\ell \cdot F \sqrt{1 + \beta \Delta T}}{\sqrt{4F^2 - m^2g^2}}$$

Como x corresponde a metade do tamanho da corda, seu comprimento será 2x, ou seja:

$$\text{comprimento} = \frac{2 \cdot \ell \cdot F \sqrt{1 + \beta \Delta T}}{\sqrt{4F^2 - m^2g^2}}$$

QUESTÃO 07

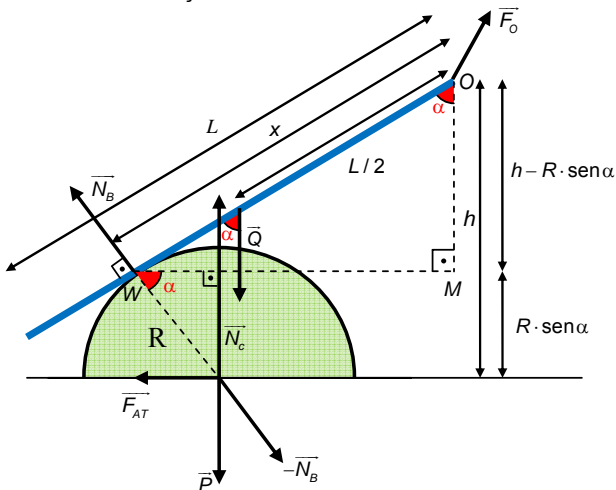
Considere um semicilindro de peso P e raio R sobre um plano horizontal não liso, mostrado em corte na figura. Uma barra homogênea de comprimento L e peso Q está articulada no ponto O. A barra está apoiada na superfície lisa do semicilindro, formando um ângulo α com a vertical. Quanto vale o coeficiente de atrito mínimo entre o semicilindro e o plano horizontal para que o sistema todo permaneça em equilíbrio?



- a) $\mu = \cos \alpha / [\cos \alpha + 2P(2h/LQ \cos(2\alpha) - R/LQ \sin \alpha)]$
- b) $\mu = \cos \alpha / [\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(2\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$
- c) $\mu = \cos \alpha / [\sin \alpha + 2P(2h/LQ \sin(2\alpha) - R/LQ \cos \alpha)]$
- d) $\mu = \sin \alpha / [\sin \alpha + 2P(2h/LQ \cos(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$
- e) $\mu = \sin \alpha / [\cos \alpha + P(2h/LQ \sin(\alpha) - 2R/LQ \cos \alpha)]$

Resolução **Alternativa C**

Representamos as forças atuando na barra e no semicilindro:



Pela condição de equilíbrio vertical de translação do semicilindro:

$$N_B \cdot \sin \alpha + P = N_C$$

Para a direção horizontal, temos:

$$F_{AT} = N_B \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow \mu \cdot N_C = N_B \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow \mu = \frac{N_B \cdot \cos \alpha}{N_C}$$

Substituindo N_C :

$$\mu = \frac{N_B \cdot \cos \alpha}{N_B \cdot \sin \alpha + P}$$

Por outro lado, no triângulo retângulo OMW , temos:

$$\cos \alpha = \frac{h - R \cdot \sin \alpha}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h - R \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Já pela condição do equilíbrio de rotação da barra em relação ao ponto O, fazemos momento resultante nulo:

$$N_B \cdot x = Q \cdot \sin \alpha \cdot \frac{L}{2} \Leftrightarrow N_B \cdot \left(\frac{h - R \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) = Q \cdot \sin \alpha \cdot \frac{L}{2} \Leftrightarrow N_B = \frac{Q \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)}$$

Substituindo N_B na relação do coeficiente de atrito, vem que:

$$\mu = \frac{\left[\frac{Q \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)} \right] \cdot \cos \alpha}{\left[\frac{Q \cdot L \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)} \right] \cdot \sin \alpha + P}$$

Usando a identidade de arco duplo $\frac{\sin(2\alpha)}{2} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, temos:

$$\mu = \frac{\left[\frac{Q \cdot L \cdot \sin(2\alpha)}{4 \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)} \right] \cdot \cos \alpha}{\left[\frac{Q \cdot L \cdot \sin(2\alpha)}{4 \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)} \right] \cdot \sin \alpha + P} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{4 \cdot P \cdot (h - R \cdot \sin \alpha)}{Q \cdot L \cdot \sin(2\alpha)}}$$

Desenvolvendo o denominador temos:

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{4 \cdot P \cdot h}{Q \cdot L \cdot \sin(2\alpha)} - \frac{4 \cdot P \cdot R \cdot \sin \alpha}{Q \cdot L \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}}$$

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cdot P \cdot \left[\frac{2 \cdot h}{Q \cdot L \cdot \sin(2\alpha)} - \frac{R}{Q \cdot L \cdot \cos \alpha} \right]}$$

QUESTÃO 08

Um elétron é acelerado do repouso através de uma diferença de potencial V e entra numa região na qual atua um campo magnético, onde ele inicia um movimento ciclotrônico, movendo-se num círculo de raio R_E com período T_E . Se um próton fosse acelerado do repouso através de uma diferença de potencial de mesma magnitude e entrasse na mesma região em que atua o campo magnético, poderíamos afirmar sobre seu raio R_P e período T_P que

- a) $R_P = R_E$ e $T_P = T_E$
- b) $R_P > R_E$ e $T_P > T_E$
- c) $R_P > R_E$ e $T_P = T_E$
- d) $R_P < R_E$ e $T_P = T_E$
- e) $R_P = R_E$ e $T_P < T_E$

Resolução **Alternativa B**

Vamos encontrar o raio e o período da trajetória de uma partícula de carga com módulo $|e|$ (próton ou elétron), acelerada através de uma diferença de potencial V, quando colocada sob um campo magnético como o do enunciado:

Velocidade depois de a partícula ser acelerada:

$$\tau_{res} = \Delta E_C \Rightarrow |e| \cdot V = \frac{m \cdot v^2}{2} - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot |e| \cdot V}{m}}$$

Na região com campo magnético, a força magnética deve atuar como resultante de natureza centrípeta, de modo que a carga execute um movimento circular uniforme num plano perpendicular ao campo magnético:

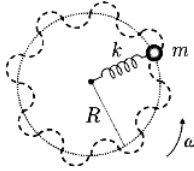
$$\vec{F}_m = \vec{F}_{cp} \Leftrightarrow \frac{m \cdot v^2}{R} = |e| \cdot v \cdot B \cdot \sin 90^\circ \Leftrightarrow \frac{m \cdot v}{R} = |e| \cdot B$$

E daí, substituindo o valor de v (velocidade) quando necessário, encontramos o que pede o exercício:

<p>Raio da trajetória circular dentro do campo magnético:</p> $R = \frac{m \cdot v}{ e \cdot B} = \frac{1}{B} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot V}{ e }}$ <p>Como a massa do próton é maior que a massa do elétron e suas cargas são iguais em módulo, temos pela equação acima que $R_P > R_E$.</p>	<p>Para calcular o período, usamos $\frac{v}{R} = \omega = \frac{2\pi}{T}$, de modo que:</p> $m \cdot \omega = e \cdot B \Rightarrow T = 2\pi \cdot \frac{m}{ e \cdot B}$ <p>Mais uma vez, sabendo que a massa do próton é maior que a do elétron, temos que $T_P > T_E$.</p>
---	---

QUESTÃO 09

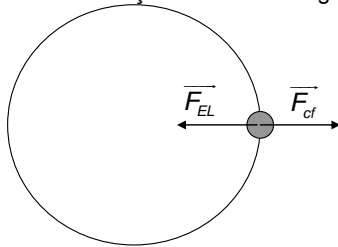
Considere um oscilador harmônico simples composto por uma mola de constante elástica k , tendo uma extremidade fixada e a outra acoplada a uma partícula de massa m . O oscilador gira num plano horizontal com velocidade angular constante ω em torno da extremidade fixa, mantendo-se apenas na direção radial, conforme mostra a figura. Considerando R_0 a posição de equilíbrio do oscilador para $\omega = 0$, pode-se afirmar que



- a) o movimento é harmônico simples para qualquer que seja velocidade angular ω .
- b) o ponto de equilíbrio é deslocado para $R < R_0$.
- c) a frequência do MHS cresce em relação ao caso de $\omega = 0$.
- d) o quadrado da frequência do MHS depende linearmente do quadrado da velocidade angular.
- e) se a partícula tiver carga, um campo magnético na direção do eixo de rotação só poderá aumentar a frequência do MHS.

Resolução **Alternativa D**

Inicialmente, como a posição de equilíbrio do oscilador para $\omega = 0$ é R_0 , podemos dizer que o comprimento da mola não é alongada é R_0 . Para um referencial em rotação, as forças que atuam no corpo estão descritas abaixo, incluindo a força inercial centrífuga:



A posição de equilíbrio (raio de equilíbrio R_{eq}) para uma frequência ω é determinada quando a força radial (que aponta na mesma direção do raio da trajetória) resultante é nula:

$$m \cdot a = F_{cf} - F_{EL} = 0 \Rightarrow m \cdot \omega^2 \cdot R_{eq} - k \cdot (R_{eq} - R_0) = 0$$

$$R_{eq} = \frac{k \cdot R_0}{k - m\omega^2}$$

Assim, o deslocamento Δx em relação a R_0 é dado por:

$$\Delta x = R - R_{eq} \Rightarrow \Delta x = R - \frac{k \cdot R_0}{k - m\omega^2} \Rightarrow \Delta x = \frac{Rk - Rm\omega^2 - k \cdot R_0}{k - m\omega^2}$$

A aceleração na direção do centro da circunferência (orientada do centro para fora) é dada por:

$$m \cdot a = F_{cf} - F_{EL} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot \omega^2 \cdot R - k \cdot (R - R_0) \Rightarrow a = \frac{-kR + kR_0 + m\omega^2 R}{m}$$

Assim, multiplicando e dividindo por $k - m\omega^2$:

$$a = -\frac{(k - m\omega^2)}{m} \cdot \left(\frac{Rk - Rm\omega^2 - kR_0}{k - m\omega^2} \right) \Rightarrow a = -\frac{(k - m\omega^2)}{m} \cdot \Delta x$$

Como a aceleração do MHS é dada por $a = -\omega_{MHS}^2 \cdot \Delta x$, então:

$$\omega_{MHS}^2 = \frac{k - m\omega^2}{m} \Rightarrow (2\pi f)^2 = \frac{(k - m\omega^2)}{m}$$

De onde temos que o quadrado da frequência (f) para o movimento

em questão vale: $f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)$

- a) **Falso.** Como $\omega_{MHS}^2 = \frac{k - m\omega^2}{m}$, temos que o movimento só é um MHS para $\omega^2 < \frac{k}{m}$. Para $\omega^2 = \frac{k}{m}$, a frequência é nula e não há oscilação. Para $\omega^2 > \frac{k}{m}$, teremos a e Δx com o mesmo sinal que a aceleração, o que indica que o corpo acelerará no sentido de Δx até

que a mola se comprima totalmente ($\Delta x < 0$) ou se distenda totalmente ($\Delta x > 0$).

- b) **Falso.** Temos que $R_{eq} = \frac{k \cdot R_0}{k - m\omega^2}$, logo, para qualquer $\omega \neq 0$, $R_{eq} > R_0$, salvo as exceções vistas no item (a).

- c) **Falso.** $f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)$, logo a frequência do MHS decresce em relação ao caso de $\omega = 0$.

- d) **Verdadeiro.** A equação $f^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)$ traduz o enunciado, salvo as exceções vistas no item (a).

e) **Falso.** A força magnética no sentido radial que possivelmente surgiria nesse caso tem seu sentido dependente do sinal da carga (q) e do sentido do campo magnético (\vec{B}), além da velocidade tangencial (\vec{v}_t), que é perpendicular ao raio R . Seu módulo seria dado por:

$$F_M = q \cdot v_t \cdot B, \text{ com } v_t = \omega R$$

Essa força geraria um incremento na força elástica para se atingir o equilíbrio:

$$m \cdot a = \pm F_M + F_{cf} - F_{EL} = 0 \Rightarrow \pm q \cdot \omega R_{eq} \cdot B + m \cdot \omega^2 \cdot R_{eq} - k \cdot (R_{eq} - R_0) = 0$$

$$R_{eq} = \frac{R_0 k}{k \pm q \cdot \omega \cdot B - m \cdot \omega^2}$$

Resolvendo as equações de maneira análoga, com o valor de $\Delta x = R - R_{eq}$, encontramos:

$$a = -\frac{(k - m\omega^2 \pm q \cdot \omega \cdot B)}{m} \cdot \Delta x$$

Assim, temos um MHS. Da igualdade $a = -\omega_{MHS}^2 \cdot \Delta x$, temos que:

$$\omega_{MHS}^2 = \frac{(k - m\omega^2 \pm q \cdot \omega \cdot B)}{m}$$

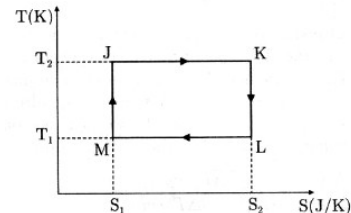
Note que a frequência pode aumentar ou diminuir em relação à da situação sem campo magnético, onde $\omega_{MHS}^2 = \frac{k - m\omega^2}{m}$. Isso

dependerá do sinal da carga e do sentido do campo magnético, o que torna a afirmação incorreta.

Obs.: Considerou-se na resolução a existência de um agente externo que mantém a taxa de variação do ângulo do vetor raio constante e igual a ω . Esse agente seria responsável pela manutenção da velocidade angular com alterações no raio. A ausência de tal agente implicaria em alteração na velocidade angular para a manutenção do momento angular. Poderíamos exemplificar essa ação de manutenção de ω com a utilização de canaletas que girariam com velocidade angular ω e que aplicaríamos forças na massa na direção perpendicular ao vetor raio.

QUESTÃO 10

Uma máquina térmica opera Segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura. Pode-se afirmar que



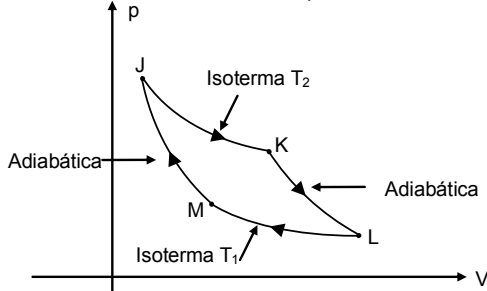
- a) o processo JK corresponde a uma compressão isotérmica
- b) o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é $W = (T_2 - T_1) (S_2 - S_1)$
- c) o rendimento da máquina é dado por $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$
- d) durante o processo LM uma quantidade de calor $Q_{LM} = T_1 (S_2 - S_1)$
- e) outra máquina térmica que opera entre T_1 e T_2 poderia eventualmente possuir um rendimento maior que esta.

Resolução **Alternativa B**

O ciclo representado no enunciado corresponde a duas transformações isotérmicas ($J \rightarrow K$ e $L \rightarrow M$) e duas adiabáticas ($K \rightarrow L$ e $M \rightarrow J$). Note que as transformações que mantêm a entropia constante não trocam calor com o sistema, pois da definição de variação de

entropia, $dS = \frac{\delta Q}{T}$, quando $\delta Q = 0$ temos $dS = 0$ e portanto $S = \text{constante}$.

Assim, trata-se de um ciclo de Carnot, representado em P x V abaixo:



Analisemos cada alternativa:

a) Falsa. A transformação JK é uma expansão isotérmica, visto que o volume aumenta.

b) Verdadeira. Do gráfico T x S, temos:

$$\text{Trecho JK: } dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} \Rightarrow Q_{JK} = T_2 \cdot \Delta S_{JK}$$

Como $\Delta S_{JK} > 0$, temos que o calor é absorvido do meio (da fonte quente).

$$\text{Trecho LM: } dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} \Rightarrow Q_{LM} = T_1 \cdot \Delta S_{LM}$$

Como $\Delta S_{LM} < 0$, temos que o calor é perdido para o meio (para a fonte fria).

Nos trechos KL e MJ não há calor trocado.

Assim, podemos dizer que no ciclo, partindo da primeira lei da termodinâmica:

$$W = Q_{JK} + Q_{KL} + Q_{LM} + Q_{MJ} = T_2 \cdot \Delta S_{JK} + T_1 \cdot \Delta S_{LM}$$

$$W = T_2 \cdot (S_2 - S_1) + T_1 \cdot (S_1 - S_2)$$

$$W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$$

c) Falsa. O rendimento de uma máquina de Carnot é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_{\text{FRIA}}}{T_{\text{QUENTE}}} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

d) Falsa. De acordo com o item b, $Q_{LM} = T_1 \cdot \Delta S_{LM} = T_1 \cdot (S_1 - S_2)$. Além disso, esse calor é liberado para o meio (pois $S_1 < S_2$).

e) Falsa. O ciclo do enunciado representa uma máquina operando sob um ciclo de Carnot que é o ciclo de rendimento máximo para uma máquina térmica. Assim, não há nenhuma máquina com rendimento maior que a máquina em questão.

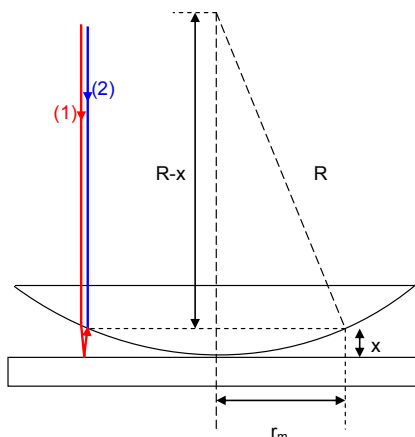
QUESTÃO 11

Um feixe luminoso vertical, de 500 nm de comprimento de onda, incide sobre uma lente plano-convexa apoiada numa lâmina horizontal de vidro, como mostra a figura. Devido à variação da espessura da camada de ar existente entre a lente e a lâmina, torna-se invisível sobre a lente uma sucessão de anéis claros e escuros, chamados anéis de Newton. Sabendo-se que o diâmetro do menor anel escuro mede 2 mm, a superfície convexa da lente deve ter um raio de

- a) 1,0 m. b) 1,6 m. c) 2,0 m. d) 4,0 m. e) 8,0 m.

Resolução **Alternativa C**

No fenômeno dos anéis de Newton, considere o caminho óptico de dois raios de luz, (1) e (2), representado na figura a seguir:



No triângulo retângulo assinalado, denotando por r_m o raio da m -ésima franja escura, temos:

$$(R - x)^2 + r_m^2 = R^2 \Rightarrow r_m = \sqrt{2 \cdot R \cdot x - x^2}$$

Para espessuras da camada de ar pequenas, podemos desprezar o termo x^2 , fazendo:

$$r_m \approx \sqrt{2 \cdot R \cdot x}$$

Como a reflexão do raio de luz (1) na lâmina de vidro se dá COM inversão de fase, para pontos de interferência destrutiva (franjas escuras), impomos que a diferença de caminhos ($2x$) entre o raio (1) refletido e o raio (2), que está chegando nesse ponto no mesmo instante, seja um múltiplo inteiro ($m \in \mathbb{Z}$) do comprimento de onda λ :

$$2x = m \cdot \lambda \Leftrightarrow x = \frac{m \cdot \lambda}{2}$$

Substituindo na expressão para os raios r_m , temos:

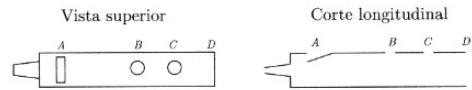
$$r_m = \sqrt{2 \cdot R \cdot \frac{m \cdot \lambda}{2}} = \sqrt{m \cdot R \cdot \lambda}$$

Para a primeira franja escura, temos $m = 1$ e $r_1 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2} = 10^{-3}$ m.

$$\text{Assim: } 10^{-3} = \sqrt{1 \cdot R \cdot 500 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow R = 2,0 \text{ m}$$

QUESTÃO 12

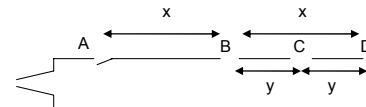
Considere o modelo de flauta simplificado mostrado na figura, aberta na sua extremidade D, dispondo de uma abertura em A (próximo à boca), um orifício em B e outro em C. Sendo $\overline{AD} = 34,00 \text{ cm}$, $\overline{AB} = \overline{BD}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$ e a velocidade do som de 340,00 m/s, as frequências esperadas nos casos: (i) somente o orifício C está fechado, e (ii) os orifícios B e C estão fechados, devem ser, respectivamente.



- a) 2000Hz e 1000Hz. b) 500Hz e 1000Hz. c) 1000Hz e 500Hz.
d) 50Hz e 100Hz. e) 10Hz e 5Hz.

Resolução

Alternativa C



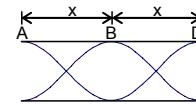
Da figura acima temos:

$$\overline{AD} = 2x = 34,00 \text{ cm} \Rightarrow x = 17,00 \text{ cm} = 0,1700 \text{ m}$$

Temos ainda que:

$$2y = x \Rightarrow y = 0,0850 \text{ m}$$

No caso (i) temos a configuração abaixo para o som fundamental:

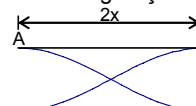


Para o comprimento da onda sonora temos:

$$d_{AB} = \frac{\lambda_i}{2} = x \Rightarrow \lambda_i = 2x = 0,34 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f_i = \frac{v}{\lambda_i} = \frac{340}{0,34} \Rightarrow f_i = 1000 \text{ Hz}$$

No caso (ii) temos a seguinte configuração:



Para essa configuração temos:

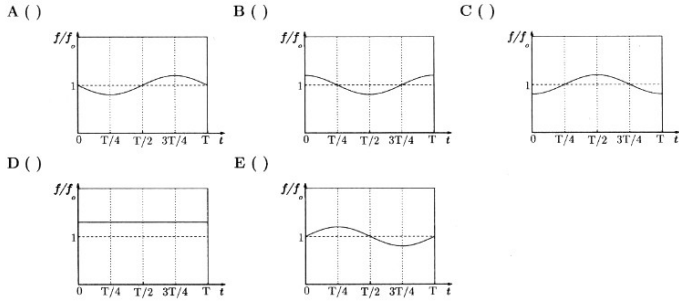
$$d_{AD} = \frac{\lambda_{ii}}{2} = 2x \Rightarrow \lambda_{ii} = 4x = 4 \cdot 0,17 = 0,68 \text{ m}$$

$$v = \lambda \cdot f \Rightarrow f_{ii} = \frac{v}{\lambda_{ii}} = \frac{340}{0,68} \Rightarrow f_{ii} = 500 \text{ Hz}$$

QUESTÃO 13

Uma jovem encontra-se no assento de um carrossel circular que gira a uma velocidade angular constante com período T . Uma sirene posicionada fora do carrossel emite um som de frequência f_0 em direção ao centro de rotação. No instante $t = 0$, a jovem está à menor

distância em relação à sirene. Nesta situação, assinale a melhor representação da frequência f ouvida pela jovem.



Resolução

Alternativa A

A frequência observada pela jovem varia devido ao Efeito Doppler, descrito pela equação abaixo, sendo a velocidade da fonte nula em relação ao solo.

$$\frac{f}{V_{som} \pm V_{obs}} = \frac{f_0}{V_{som} \mp V_{fonte}} \Rightarrow \frac{f}{f_0} = 1 \pm \frac{V_{obs}}{V_{som}}$$

Neste caso, o sinal do termo $\frac{V_{obs}}{V_{som}}$ será positivo quando a jovem se aproxima da fonte e negativo quando ela se afasta da fonte. Como a jovem executa um movimento circular uniforme, a sua velocidade em relação à fonte sonora \vec{v}_{obs} (igual à projeção de sua velocidade \vec{v} sobre a reta \overline{FO} - figura 1) varia em função do tempo, tendo módulo máximo nos pontos onde a reta \overline{FO} tangencia a circunferência (figura 2).

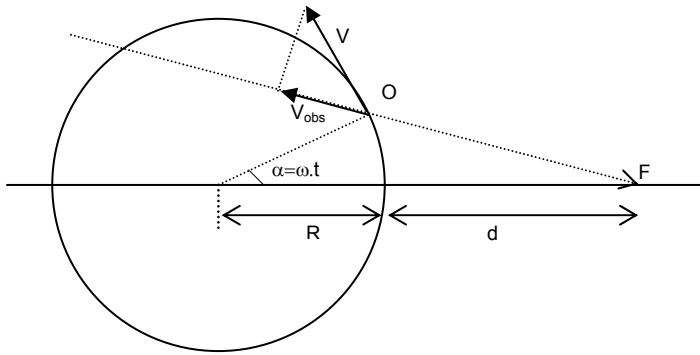


Figura 1

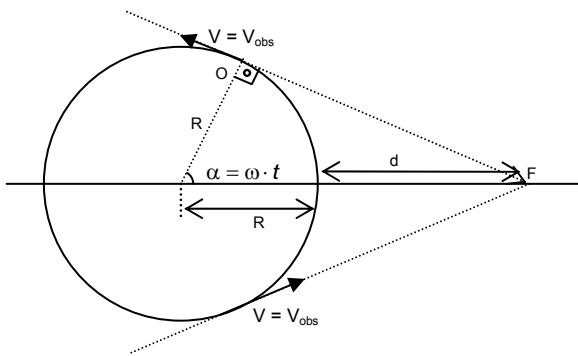
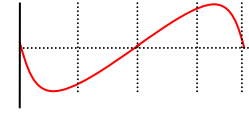


Figura 2

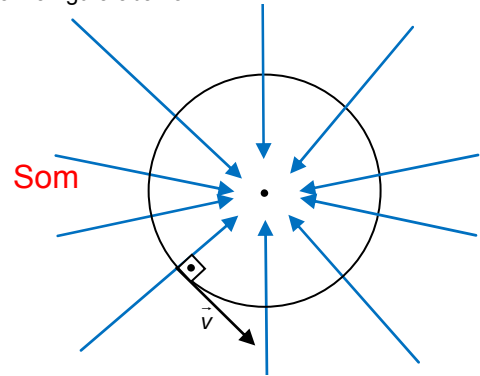
Pela figura 2 podemos verificar que para as situações de máxima velocidade relativa, $\cos \alpha = \left(\frac{R}{R+d} \right)$. Consequentemente o ângulo α , que também pode ser escrito como o produto da velocidade angular pelo tempo ($\alpha = \omega \cdot t$), é igual ao arco-cosseno de $\left(\frac{R}{R+d} \right)$. Ou seja, a frequência percebida pela jovem terá pontos de mínimo e máximo respectivamente nos instantes $t_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+d} \right)$ e $t_2 = T - \frac{1}{\omega} \cdot \arccos \left(\frac{R}{R+d} \right)$.

Para distâncias d finitas entre a fonte sonora e o carrossel, o gráfico da relação entre as frequências em função do tempo apresentará um formato semelhante ao que se vê abaixo, diferente de qualquer alternativa disponível.



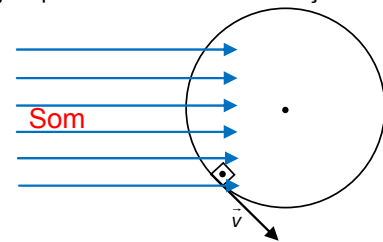
Apenas se considerarmos a distância d muito grande, tendendo a infinita, o termo $\left(\frac{R}{R+d} \right)$ tenderá a zero e os instantes em que ocorrem as frequências mínima e máxima serão respectivamente $t_1 = \frac{T}{4}$ e $t_2 = \frac{3T}{4}$, o que nos leva ao gráfico da alternativa A.

Observação: O enunciado diz que o som é emitido na direção do centro de rotação, isso nos leva a pensar que as ondas sonoras estão de acordo com a figura abaixo:



Isso, no entanto, nos levaria à conclusão que $\frac{f}{f_0} = 1$, sendo que não

há alternativa para esta hipótese. Consideramos, então, em nossa resolução, uma carga a uma distância finita, pois podemos chegar também ao caso de uma onda plana, tendendo a distância d ao infinito (ver figura abaixo), e desta forma chegamos na alternativa A (embora nem todas as ondas da figura abaixo estejam precisamente indo em direção ao centro).



Uma resolução alternativa para esse caso particular consiste em projetar o vetor velocidade na direção de propagação do som (na figura, na horizontal), mas essa solução apresentaria apenas um caso particular das diversas possibilidades de interpretação do enunciado.

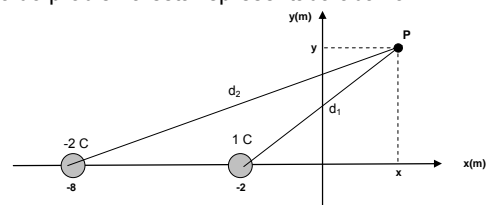
QUESTÃO 14

Considere as cargas elétricas $q_1 = 1C$, situada em $x = -2m$, e $q_2 = -2C$, situada em $x = -8m$. Então, o lugar geométrico dos pontos de potencial nulo é

- uma esfera que corta o eixo x nos pontos $x = -4m$ e $x = 4m$.
- uma esfera que corta o eixo x nos pontos $x = -16m$ e $x = 16m$.
- um elipsóide que corta o eixo x nos pontos $x = -4m$ e $x = 16m$.
- um hiperbolóide que corta o eixo x no ponto $x = -4m$.
- um plano perpendicular ao eixo x que o corta no ponto $x = -4m$.

Resolução **Alternativa A**

A situação do problema está representada abaixo:



Procurando todos os pontos $P(x, y)$ de potencial nulo (lugar geométrico pedido pelo enunciado), temos:

$$V_p = \frac{k \cdot q_1}{d_1} + \frac{k \cdot q_2}{d_2} \Rightarrow 0 = \frac{k \cdot (1)}{d_1} + \frac{k \cdot (-2)}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2 \cdot d_1$$

Sendo as coordenadas do ponto $P(x, y)$ podemos escrever as distâncias d_1 e d_2 por pitágoras:

$$\begin{cases} d_1^2 = (x+2)^2 + y^2 \\ d_2^2 = (x+8)^2 + y^2 \end{cases}$$

Elevando a equação $d_2 = 2 \cdot d_1$ ao quadrado e substituindo os dados acima temos:

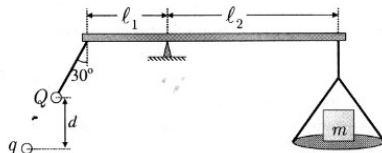
$$d_2^2 = 4 \cdot d_1^2 \Leftrightarrow (x+8)^2 + y^2 = 4 \cdot [(x+2)^2 + y^2] \Rightarrow x^2 + y^2 = 4^2$$

Obtivemos a equação de uma circunferência de raio igual a 4 m que corta o eixo x ($y=0$) em $x = \pm 4m$.

QUESTÃO 15

Considere uma balança de braços desiguais, de comprimento ℓ_1 e ℓ_2 , conforme mostra a figura. No lado esquerdo encontra-se pendurada uma carga de magnitude Q e massa desprezível, situada a uma certa distância de uma carga, q . No lado direito encontra-se uma massa m sobre um prato de massa desprezível. Considerando as cargas como pontuais e desprezível a massa do prato da direita, o valor de q para equilibrar a massa m é dado por

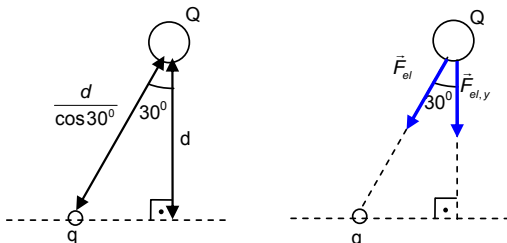
- $-mg\ell_2 d^2 / (k_0 Q \ell_1)$.
- $-8mg\ell_2 d^2 / (k_0 Q \ell_1)$.
- $-4mg\ell_2 d^2 / (3k_0 Q \ell_1)$.
- $-2mg\ell_2 d^2 / (\sqrt{3}k_0 Q \ell_1)$.
- $-8mg\ell_2 d^2 / (3\sqrt{3}k_0 Q \ell_1)$.



Resolução

Alternativa E

Observe o esquema que indica as posições e as forças atuando sobre Q :



O módulo da força elétrica entre as cargas é dada por

$$F_{el} = \frac{k_0 |q|Q}{(d/\cos 30^\circ)^2} = \frac{3k_0 |q|Q}{4d^2}$$

Em relação ao ponto de apoio da balança, a componente vertical dessa força é quem produz o torque para anular o torque produzido pelo peso no lado oposto. Assim, como no equilíbrio o torque no sentido horário é igual ao torque no sentido anti-horário, temos:

$$F_{el} \cdot \cos 30^\circ \cdot \ell_1 = mg \ell_2 \Rightarrow \frac{3k_0 |q|Q \cdot \sqrt{3}}{4d^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \ell_1 = \ell_2 mg \Rightarrow |q| = \frac{8 \ell_2 mg}{3\sqrt{3} \ell_1 k_0 Q}$$

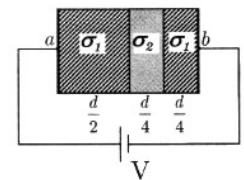
Como a força entre as cargas é de atração e $Q > 0$, então $q < 0$.

$$\therefore q = -\frac{8 \ell_2 mg}{3\sqrt{3} \ell_1 k_0 Q}$$

QUESTÃO 16

A figura mostra três camadas de dois materiais com condutividade σ_1 e σ_2 , respectivamente. Da esquerda para a direita, temos uma camada do material com condutividade σ_1 , de largura $d/2$, seguida de uma camada do material de condutividade σ_2 , de largura $d/4$, seguida de outra camada do primeiro material de condutividade σ_1 de largura $d/4$. A área transversal é a mesma para todas as camadas e igual a A . Sendo a diferença de potencial entre os pontos a e b igual a V , a corrente do circuito é dada por

- $4VA / d(3\sigma_1 + \sigma_2)$.
- $4VA / d(3\sigma_2 + \sigma_1)$.
- $4VA\sigma_1\sigma_2 / d(3\sigma_1 + \sigma_2)$.
- $4VA\sigma_1\sigma_2 / d(3\sigma_2 + \sigma_1)$.
- $AV(6\sigma_1 + 4\sigma_2) / d$.



Resolução

Alternativa D

As três camadas atuam como resistores associados em série. Logo, da esquerda para a direita, temos:

$$R = R_1 + R_2 + R_3, \text{ sendo } R_i = \rho_i \frac{L_i}{A} \text{ (} \rho_i = \text{resistividade) e } \begin{cases} L_1 = d/2 \\ L_2 = d/4 \\ L_3 = d/4 \end{cases}$$

Assim, temos:

$$R = \rho_1 \frac{L_1}{A} + \rho_2 \frac{L_2}{A} + \rho_1 \frac{L_3}{A} = \frac{1}{A} \left[\rho_1 \left(\frac{d}{2} + \frac{d}{4} \right) + \rho_2 \frac{d}{4} \right] = \frac{1}{A} \left(\frac{3}{4} \rho_1 d + \frac{1}{4} \rho_2 d \right)$$

Lembrando que a resistividade é o inverso da condutividade, a resistência total do conjunto é dada por:

$$R = \frac{1}{A} \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{d}{\sigma_1} + \frac{1}{4} \cdot \frac{d}{\sigma_2} \right) \therefore R = \frac{d}{4A} \left(\frac{3\sigma_2 + \sigma_1}{\sigma_1\sigma_2} \right)$$

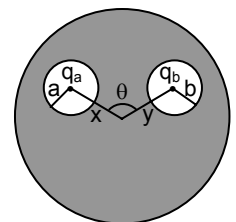
Ainda, como $V = Ri$, então

$$i = \frac{4VA\sigma_1\sigma_2}{d(3\sigma_2 + \sigma_1)}$$

QUESTÃO 17

Uma esfera condutora de raio R possui no seu interior duas cavidades esféricas, de raio a e b respectivamente, conforme mostra a figura. No centro de uma cavidade há uma carga puntual q_a e no centro da outra, uma carga também puntual q_b , cada qual distando do centro da esfera condutora de x e y , respectivamente. É correto afirmar que

- a força entre as cargas q_a e q_b é $k_0 q_a q_b / (x^2 + y^2 - 2xy \cos \theta)$.
- a força entre as cargas q_a e q_b é nula.
- não é possível determinar a força entre as cargas, pois não há dados suficientes.
- se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga, q_c , esta não sentiria força alguma.
- se nas proximidades do condutor houvesse uma terceira carga, q_c , a força entre q_a e q_b seria alterada.



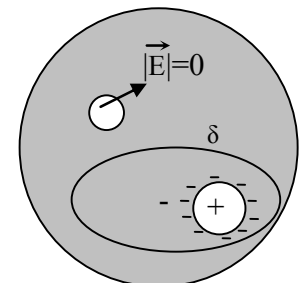
Resolução

Alternativa B

Um condutor, por possuir cargas livres, faz com que o campo elétrico no seu interior seja nulo. Se tivermos um condutor, como no caso, com duas ou mais cavidades, mas com carga elétrica em uma única cavidade, as demais cavidades não terão campo elétrico resultante, assim uma carga não sentirá presença de outra. Portanto, a força de atração entre elas é nula.

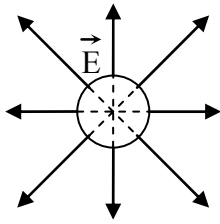
Na figura ao lado, o campo elétrico que atravessa a superfície gaussiana δ é nulo, pois a carga $+q$ dentro da cavidade induz um conjunto de carga $-q$ na superfície da cavidade.

Na outra cavidade, por ser interna ao condutor, o campo elétrico será nulo. Observe que, se escolhermos uma superfície gaussiana no interior da cavidade contendo uma carga, o fluxo do campo elétrico não será nulo.



Externamente ao condutor, uma carga "sente" o condutor como se ele tivesse uma única carga, localizada no centro da esfera, de valor $q_a + q_b$, isso porque para não haver diferença de potencial no interior do condutor, o campo elétrico em sua superfície deverá sempre ser perpendicular a ela (observe que se isso não fosse satisfeito haveria

uma componente do campo elétrico paralela à superfície do condutor e, portanto, uma ddp, o que é incompatível com a condição de condutor, aqui considerado como ideal. Esta ddp somente é nula se o campo for perpendicular à superfície). Logo, pela simetria do problema, é como se toda a carga estivesse exatamente no seu centro.

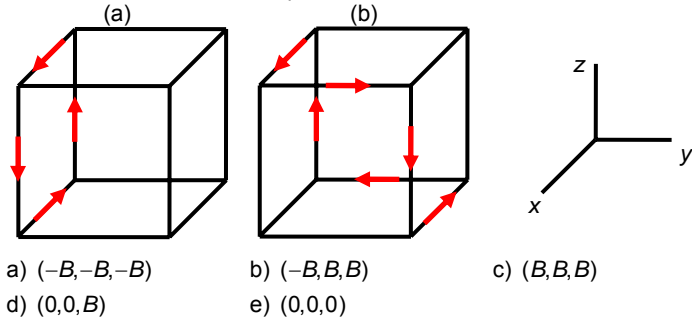


Obs.: Caberia aqui uma outra interpretação, onde uma carga sofre a ação da outra carga e, simultaneamente, a ação das cargas no interior do condutor. Sendo assim, a força entre as cargas q_a e q_b não será nula, mas será anulada devido a presença do condutor, tornando a força resultante nula.

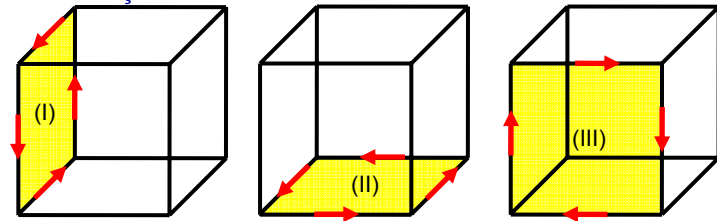
Usando essa interpretação, poderíamos calcular a força usando a lei dos co-senos e obtendo a alternativa A como resposta. Entretanto, consideramos a alternativa B mais adequada, visto que o efeito da carga pontual e as cargas distribuídas no condutor são observados sempre e simultaneamente, o que torna a força efetiva na outra carga sempre nula.

QUESTÃO 18

Uma corrente I flui em quatro das arestas do cubo da figura (a) e produz no seu centro um campo magnético de magnitude B na direção y , cuja representação no sistema de coordenadas é $(0, B, 0)$. Considerando um outro cubo (figura(b)) pelo qual uma corrente de mesma magnitude I flui através do caminho indicado, podemos afirmar que o campo magnético no centro desse cubo será dado por



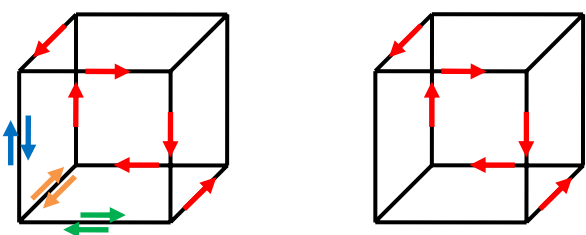
Resolução



Analisando as figuras acima, temos que:

- (I) A face I nos dará um campo magnético na direção do eixo y , no seu sentido positivo, de intensidade B , isto é, $\vec{B}_I = (0, B, 0)$. (Este é o campo informado no enunciado, de acordo com a figura (a) dada)
- (II) Pela simetria em relação à face (I), a face II nos dará um campo magnético na direção do eixo z , no seu sentido positivo, de intensidade B , isto é, $\vec{B}_{II} = (0, 0, B)$.
- (III) Também pela simetria em relação à face (I), a face III nos dará um campo magnético na direção do eixo x , no seu sentido negativo, de intensidade B , isto é, $\vec{B}_{III} = (-B, 0, 0)$.

Aplicamos o princípio da superposição para obter a corrente descrita na figura (b) do enunciado, como esquematizado a seguir:



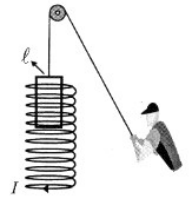
Assim, o campo magnético resultante será dado por:

$$\vec{B} = \vec{B}_I + \vec{B}_{II} + \vec{B}_{III} = (0, B, 0) + (0, 0, B) + (-B, 0, 0) \Leftrightarrow \vec{B} = (-B, B, B)$$

QUESTÃO 19

Considere um aparato experimental composto de um solenóide com n voltas por unidade de comprimento, pelo qual passa uma corrente I , e uma espira retangular de largura ℓ , resistência R e massa m presa por um de seus lados a uma corda inextensível, e não condutora, a qual passa por uma polia de massa desprezível e sem atrito, conforme a figura. Se alguém puxar a corda com velocidade constante v , podemos afirmar que a força exercida por esta pessoa é igual a

- a) $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$ com a espira dentro do solenóide.
- b) $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$ com a espira saindo do solenóide.
- c) $(\mu_0 n I \ell)^2 v / R + mg$ com a espira entrando no solenóide.
- d) $\mu_0 n I \ell + mg$ com a espira dentro no solenóide.
- e) mg e independe da posição da espira com relação ao solenóide.



Resolução

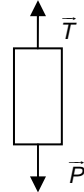
Alternativa E

Haverá uma força entre a espira e o solenóide caso tenha variação de fluxo magnético na espira e consequente corrente induzida nesta.

O fluxo é dado por $\Phi = B \cdot A \cdot \cos \theta$ (sendo θ o ângulo entre o vetor normal à superfície da espira e o vetor \vec{B} , campo magnético do solenóide)

Temos que o campo magnético do solenóide está na vertical e o vetor normal à superfície na direção horizontal. Logo, $\theta = 90^\circ$ e o fluxo (e consequentemente sua variação) é nulo. Sendo assim, $\vec{F}_{magnética} = \vec{0}$

Sendo nula a força entre a espira e o solenóide, temos a configuração de forças abaixo:



Como o solenóide está em movimento retilíneo e uniforme temos:

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \Rightarrow |\vec{T}| = |\vec{P}|$$

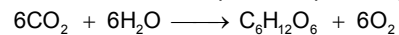
Daí chega-se que:

$$T = mg$$

Essa relação independe da posição do solenóide uma vez que não há variação de fluxo magnético na espira ($\theta = 0^\circ$).

QUESTÃO 20

No processo de fotossíntese, as moléculas de clorofila do tipo a nas plantas verdes apresentam um pico de absorção da radiação eletromagnética no comprimento de onda $\lambda = 6,80 \times 10^{-7}$ m. Considere que a formação da glicose ($C_6H_{12}O_6$) por este processo de fotossíntese é descrita, de forma simplificada, pela reação:



Sabendo-se que a energia total necessária para que uma molécula de CO_2 reaja é de $2,34 \times 10^{-18}$ J, o número de fótons que deve ser absorvido para formar 1 mol de glicose é

- a) 8. b) 24. c) 48. d) 120. e) 240.

Resolução

Sem Resposta

Para formar 1 mol de glicose, de acordo com a reação, são necessários 6 mols de gás carbônico (CO_2). Assim, sendo N_{av} o número de Avogadro, a energia necessária para tal processo é:

$$E_{necessária} = 6 \cdot (2,34 \cdot 10^{-18}) \cdot N_{av} = N_{av} \cdot 14,04 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

A energia de um fóton (de comprimento de onda $\lambda = 6,80 \times 10^{-7}$ m), por sua vez, é dada por:

$$E_{fóton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,80 \cdot 10^{-7}} \approx 2,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Assim, a quantidade de fótons necessários é:

$$n = \frac{E_{necessária}}{E_{fóton}} = \frac{14,04 \cdot 10^{-18} \cdot N_{av}}{2,92 \cdot 10^{-19}} \Rightarrow n \approx N_{av} \cdot 48$$

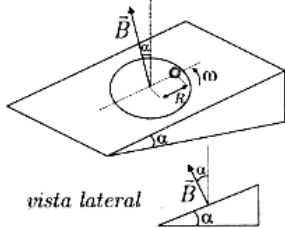
Substituindo o número de Avogadro:

$$n \approx 48 \cdot (6,023 \cdot 10^{23}) \Rightarrow n \approx 2,9 \cdot 10^{25} \text{ fótons}$$

Observação: Provavelmente a banca pretendia perguntar o **número de mols de fótons**, ou equivalentemente, o número de fótons necessário para formar **uma única molécula de glicose** (e não um mol de glicose). Se essa fosse a pergunta, teríamos que são necessários **48 mols de fótons**, e isso nos conduziria à alternativa C.

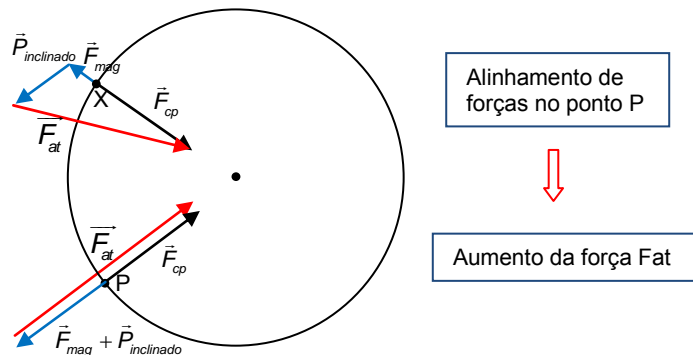
QUESTÃO 21

Um disco, com eixo de rotação inclinado de um ângulo α em relação à vertical, gira com velocidade angular ω constante. O disco encontra-se imerso numa região do espaço onde existe um campo magnético \vec{B} uniforme e constante, orientado paralelamente ao eixo de rotação do disco. Uma partícula de massa m e carga $q > 0$ encontra-se no plano do disco, em repouso em relação a este, e situada a uma distância R do centro, conforme a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito da partícula com o disco e g a aceleração da gravidade, determine até que valor de ω o disco pode girar de modo que a partícula permaneça em repouso.

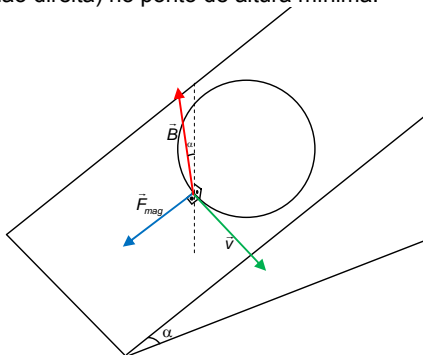


Resolução

A força Levando-se em conta o sentido de rotação da partícula indicado na figura do enunciado, indicamos na figura abaixo o ponto da trajetória desta em que a força de atrito deve atingir seu maior valor, para que a partícula se mantenha em sua trajetória circular (ponto P, de altura mínima). A determinação desse ponto é evidente ao compararmos com o ponto X genérico. Note que, como os módulos dos vetores $\vec{P}_{inclinado}$, \vec{F}_{mag} e \vec{F}_{cp} são constantes, o módulo da força de atrito será máximo no momento de alinhamento do peso e da força magnética



Na figura a seguir, vemos que a força magnética age na mesma direção e sentido da componente do Peso paralela ao plano inclinado (pela regra da mão direita) no ponto de altura mínima:



Sendo este o ponto da trajetória em que a força de atrito atinge seu maior valor, é este o ponto em que o deslizamento ocorreria mais facilmente, e por isso precisamos garantir que a força de atrito não passe de seu valor máximo ($F_{at,max} = \mu \cdot N$) neste local:

$$F_{cp} = F_{at} - F_{mag} - P_{inclinado} \Rightarrow F_{at} = F_{cp} + F_{mag} + P_{inclinado}$$

Substituindo os valores das forças e fazendo $F_{at} \leq F_{at,max}$:

$$F_{at} = m \cdot \omega^2 R + q \cdot (\omega R) \cdot B \cdot \text{sen} 90^\circ + mg \cdot \text{sen} \alpha \leq \mu \cdot (mg \cdot \text{cos} \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\underbrace{mR \cdot \omega^2}_{\geq 0} + \underbrace{qBR \cdot \omega}_{\geq 0} + mg \cdot (\text{sen} \alpha - \mu \cdot \text{cos} \alpha) \leq 0$$

Observando a inequação de segundo grau acima, pode-se ver que, para que haja soluções positivas de ω , **é necessário e suficiente que** $\text{sen} \alpha - \mu \cdot \text{cos} \alpha \leq 0 \Leftrightarrow \mu \geq \text{tg} \alpha$, pois todos os outros termos do lado esquerdo da inequação são maiores ou iguais a 0.

Podemos ver ainda que existe um ω_{max} , uma vez que o lado esquerdo da inequação cresce com ω , e que este valor ω_{max} é a solução positiva da equação:

$$mR \cdot \omega_{max}^2 + qBR \cdot \omega_{max} + mg \cdot (\text{sen} \alpha - \mu \cdot \text{cos} \alpha) = 0 \Rightarrow$$

$$\omega_{max} = \frac{-q \cdot B \cdot R + \sqrt{(q \cdot B \cdot R)^2 - 4 \cdot m^2 \cdot R \cdot g \cdot (\text{sen} \alpha - \mu \cdot \text{cos} \alpha)}}{2 \cdot m \cdot R}$$

Assim, a solução final do problema é:

Se $\mu \geq \text{tg} \alpha$:

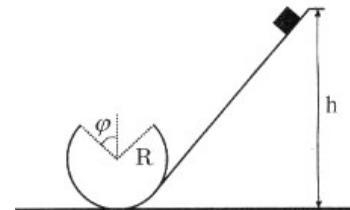
$$\omega_{max} = \frac{-q \cdot B \cdot R + \sqrt{(q \cdot B \cdot R)^2 - 4 \cdot m^2 \cdot R \cdot g \cdot (\text{sen} \alpha - \mu \cdot \text{cos} \alpha)}}{2 \cdot m \cdot R}$$

Se $\mu < \text{tg} \alpha$:

O corpo deslizará independente do valor de ω

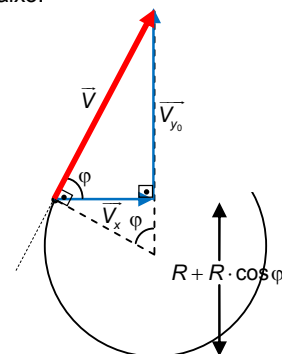
QUESTÃO 22

Um pequeno bloco desliza sobre uma rampa e logo em seguida por um "loop" circular de raio R , onde há um rasgo de comprimento de arco $2R\phi$, como ilustrado na figura. Sendo g a aceleração da gravidade e desconsiderando qualquer atrito, obtenha a expressão para a altura inicial em que o bloco deve ser solto de forma a vencer o rasgo e continuar em contato com o restante da pista.



Resolução

No momento em que o bloco descola do loop, sua velocidade pode ser decomposta em duas componentes (horizontal e vertical), de acordo com o esquema abaixo:



De acordo com as velocidades decompostas acima, podemos escrever as seguintes equações:

$$\begin{cases} v_x = \frac{\Delta S_x}{\Delta t} \Rightarrow v \cdot \text{cos} \phi = \frac{2 \cdot R \cdot \text{sen} \phi}{\Delta t} \\ v_{y_f} = v_{y_0} + a \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = v \cdot \text{sen} \phi - g \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{até a altura máxima}) \end{cases}$$

Substituindo o Δt nas equações acima temos:

$$v \cdot \text{cos} \phi = \frac{2 \cdot R \cdot \text{sen} \phi}{\left(\frac{2 \cdot v \cdot \text{sen} \phi}{g} \right)} \Rightarrow v^2 = \frac{R \cdot g}{\text{cos} \phi}$$

Vamos agora para a conservação de energia (não há atritos neste problema).

O bloco sai de uma altura h em relação ao chão, e quando está a uma altura igual a $R + R \cdot \cos \varphi$ ele descola do loop com velocidade inicial V :

$$E_{m_{inicial}} = E_{m_{final}}$$

$$mg \cdot h = mg \cdot (R + R \cos \varphi) + \frac{m \cdot V^2}{2}$$

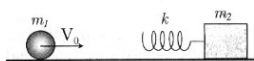
Substituindo a velocidade encontrada:

$$mg \cdot h = mgR \cdot (1 + \cos \varphi) + \frac{m \cdot R \cdot g}{2 \cdot \cos \varphi} \Rightarrow$$

$$h = R \cdot \left(1 + \cos \varphi + \frac{1}{2 \cdot \cos \varphi} \right)$$

QUESTÃO 23

Uma massa m_1 com velocidade inicial V_0 colide com um sistema massa-mola m_2 e constante elástica k , inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito, conforme ilustra na figura. Determine o máximo comprimento de compressão da mola, considerando desprezível a sua massa.



Resolução

No momento em que a deformação é máxima, a velocidade das partículas de massa m_1 e m_2 são iguais. Isso fica evidente ao observar a colisão do referencial do centro de massa do sistema.

Assim conservando a quantidade de movimento nessa colisão, temos:

$$\bar{Q}_{inicial} = \bar{Q}_{final} \Rightarrow m_1 \cdot V_0 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1 \cdot V_0}{m_1 + m_2}$$

Na ausência de atrito, a energia será conservada. Assim:

$$E_{antes} = E_{depois} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot V_0^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2) \cdot V^2}{2}$$

Substituindo os resultados destacados, temos:

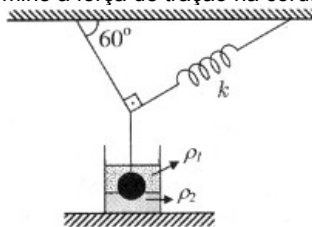
$$\frac{m_1 \cdot V_0^2}{2} = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot \left(\frac{m_1 \cdot V_0}{m_1 + m_2} \right)^2$$

Simplificando:

$$k \cdot x^2 = V_0^2 \left(m_1 - \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \right) \Rightarrow x = V_0 \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{k \cdot (m_1 + m_2)}}$$

QUESTÃO 24

Uma esfera maciça de massa específica ρ e volume V está imersa entre dois líquidos, cujas massas específicas são ρ_1 e ρ_2 , respectivamente, estando suspensa por uma corda e uma mola de constante elástica k , conforme a figura. No equilíbrio, 70% do volume da esfera está no líquido 1 e 30% no líquido 2. Sendo g a aceleração da gravidade, determine a força de tração na corda.



Resolução

As forças que atuam na esfera estão representadas na figura ao lado.

Pelo princípio de Arquimedes, o empuxo aplicado por cada um dos líquidos é dado por:

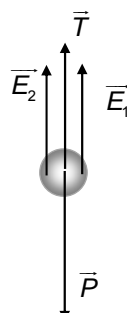
$$\begin{cases} |\vec{E}_1| = \rho_1 \cdot |\vec{g}| \cdot V_1 = \rho_1 \cdot |\vec{g}| \cdot 0,7 \cdot V \\ |\vec{E}_2| = \rho_2 \cdot |\vec{g}| \cdot V_2 = \rho_2 \cdot |\vec{g}| \cdot 0,3 \cdot V \end{cases}$$

No equilíbrio temos:

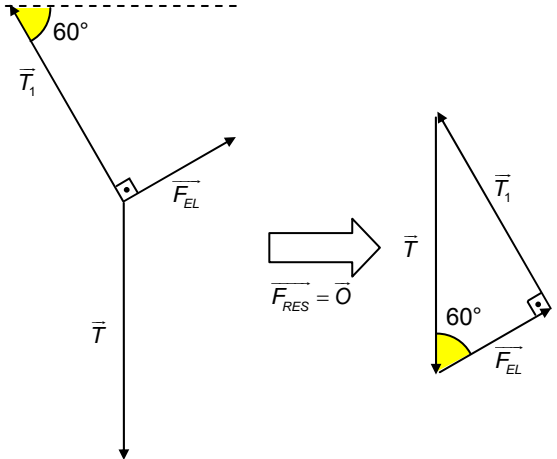
$$|\vec{T}| = |\vec{P}| - |\vec{E}_1| - |\vec{E}_2|$$

$$|\vec{T}| = \rho \cdot |\vec{g}| \cdot V - \rho_1 \cdot |\vec{g}| \cdot 0,7 \cdot V - \rho_2 \cdot |\vec{g}| \cdot 0,3 \cdot V$$

$$|\vec{T}| = |\vec{g}| \cdot V \cdot (\rho - 0,7 \cdot \rho_1 - 0,3 \cdot \rho_2)$$



As forças no ponto de intersecção entre a corda, a mola e o fio que sustenta a esfera estão representadas abaixo:



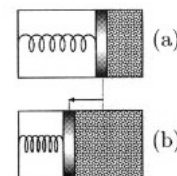
Para o sistema ficar em equilíbrio, a força resultante deve ser nula, de modo que o polígono de forças deve ser fechado. Assim:

$$\sin 60^\circ = \frac{|\vec{T}_1|}{|\vec{T}|} \Leftrightarrow |\vec{T}_1| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot |\vec{T}| \Leftrightarrow$$

$$|\vec{T}_1| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot |\vec{g}| \cdot V \cdot (\rho - 0,7 \cdot \rho_1 - 0,3 \cdot \rho_2)$$

QUESTÃO 25

Uma parte de um cilindro está preenchida com um mol de um gás ideal monoatômico a uma pressão P_0 e temperatura T_0 . Um êmbolo de massa desprezível separa o gás de outra seção do cilindro, na qual há vácuo e uma mola em seu comprimento natural presa ao êmbolo e à parede oposta do cilindro, como mostra a figura (a). O sistema está termicamente isolado e o êmbolo, inicialmente fixo, é então solto, deslocando-se vagarosamente até passar pela posição de equilíbrio, em que a sua aceleração é nula e o volume ocupado pelo gás é o dobro do original, conforme mostra a figura (b). Desprezando os atritos, determine a temperatura do gás na posição de equilíbrio em função da sua temperatura inicial.



Resolução

Como o êmbolo tem massa nula, a força resultante sobre ele também será sempre nula. Assim:

$$\tau_{RES} = \tau_{GÁS} + \tau_{MOLA} \Rightarrow 0 = \tau_{GÁS} + \left(-\frac{k \cdot x^2}{2} \right) \Rightarrow \tau_{GÁS} = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

E também:

$$|\vec{F}_{GÁS}| = |\vec{F}_{MOLA}| \Leftrightarrow p \cdot A = k \cdot x \Leftrightarrow k = \frac{p \cdot A}{x}$$

Na situação de equilíbrio proposta, em que o volume final V ocupado pelo gás é o dobro do volume inicial, temos:

$$\Delta V = A \cdot x \Rightarrow 2V_0 - V_0 = A \cdot x \Leftrightarrow A \cdot x = V_0$$

Sendo o número de mols constante no interior do cilindro, pela Lei Geral dos Gases Perfeitos:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T} \Rightarrow \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot (2V_0)}{T} \Rightarrow p = \frac{p_0 \cdot T}{2 \cdot T_0}$$

Assim, substituindo:

$$\tau_{GÁS} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p \cdot A}{x} \right) \cdot x^2 = p \cdot \frac{(A \cdot x)}{2} = \left(\frac{p_0 \cdot T}{2 \cdot T_0} \right) \cdot \frac{V_0}{2} = \left(\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} \right) \cdot \frac{T}{4}$$

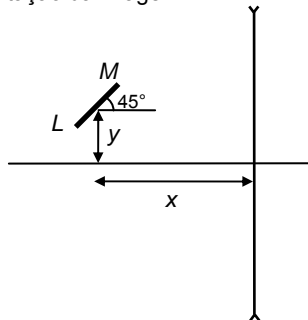
Sendo $p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_0 \Leftrightarrow \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = n \cdot R$, temos: $\tau_{GÁS} = \frac{n \cdot R \cdot T}{4}$

Mas sendo o sistema isolado de trocas de calor com o meio externo, pela Primeira Lei da Termodinâmica vem que:

$$Q = \tau_{GÁS} + \Delta U \Rightarrow 0 = \frac{n \cdot R \cdot T}{4} + \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T - T_0) \Rightarrow T = \frac{6}{7} T_0$$

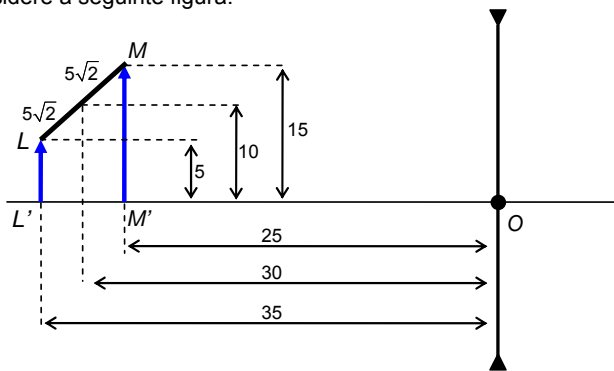
QUESTÃO 26

A figura mostra uma barra LM de $10\sqrt{2}$ cm de comprimento, formando um ângulo de 45° com a horizontal, tendo o seu centro situado a $x = 30,0$ cm de uma lente divergente, com distância focal igual a 20,0 cm, e a $y = 10,0$ cm acima do eixo óptico da mesma. Determine o comprimento da imagem da barra e faça um desenho esquemático para mostrar a orientação da imagem.



Resolução

Para a determinação das imagens da barra LM, determinaremos as imagens dos pontos L e M separadamente. Considere a seguinte figura:



Da equação dos pontos conjugados e do aumento linear, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{p \cdot f}{p - f} \quad \text{e} \quad \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow i = -\frac{p' \cdot o}{p}$$

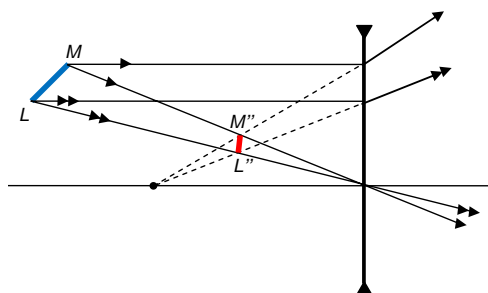
Para L'L:

$$\begin{cases} o_L = 5 \text{ cm} \\ p_L = 35 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_L' = \frac{35 \cdot (-20)}{35 - (-20)} \Leftrightarrow p_L' = -\frac{140}{11} \text{ cm} \\ i_L = -\left(-\frac{140}{11}\right) \cdot \frac{5}{35} \Leftrightarrow i_L = \frac{20}{11} \text{ cm} \end{cases}$$

Para M'M:

$$\begin{cases} o_M = 15 \text{ cm} \\ p_M = 25 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_M' = \frac{25 \cdot (-20)}{25 - (-20)} \Leftrightarrow p_M' = -\frac{100}{9} \text{ cm} \\ i_M = -\left(-\frac{100}{9}\right) \cdot \frac{15}{25} \Leftrightarrow i_M = \frac{20}{3} \text{ cm} \end{cases}$$

Sendo assim, podemos montar o seguinte desenho esquemático da situação:



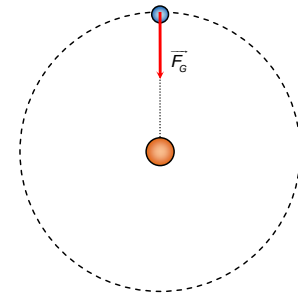
A partir dos dados acima, calculamos o tamanho da imagem d usando o teorema de Pitágoras:

$$d = \sqrt{(i_L - i_M)^2 + (p_L' - p_M')^2} = \sqrt{\left(\frac{20}{11} - \frac{20}{3}\right)^2 + \left(-\frac{140}{11} + \frac{100}{9}\right)^2} \Leftrightarrow d = \frac{160}{99} \sqrt{10} \text{ cm} \approx 5,1 \text{ cm}$$

QUESTÃO 27

Derive a 3ª Lei de Kepler do movimento planetário a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton considerando órbitas circulares.

Resolução



Assumindo órbitas circulares, a força gravitacional de atração entre uma estrela central e cada corpo que gira em torno dela atua como resultante de natureza centrípeta. Assim:

$$\vec{F}_G = \vec{F}_{cp} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

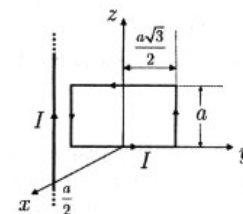
Sendo a órbita circular, a velocidade (linear) é dada por: $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$.

$$\text{Substituindo, temos: } \left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r} \Leftrightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

Ou seja, tem-se o enunciado da Terceira Lei de Kepler: "Para corpos gravitando em torno de um mesmo astro central, é constante a razão entre o cubo do raio (distância do corpo ao astro central) e o quadrado do período."

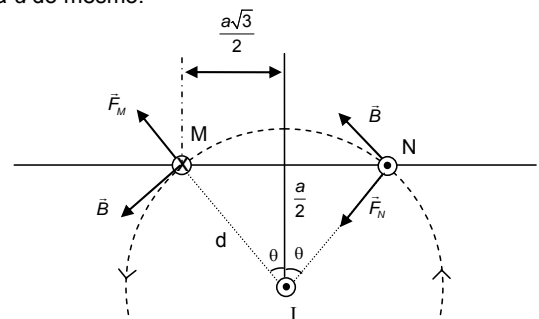
QUESTÃO 28

Considere uma espira retangular de lados $\sqrt{3} \cdot a$ e a , respectivamente, em que circula uma corrente I , de acordo com a figura. A espira pode girar livremente em torno do eixo z . Nas proximidades da espira há um fio infinito, paralelo ao eixo z , que porta o plano xy no ponto $x = a/2$ e $y = 0$. Se pelo fio passa uma corrente da mesma magnitude I , calcule o momento resultante da força magnética sobre a espira em relação ao eixo z , quando esta se encontra no plano yz .



Resolução

Observe o desenho abaixo. Ele representa o plano xy visto de cima. Os símbolos nas extremidades M e N da espira mostram o sentido da corrente no eixo z . Repare que os dois lados da espira dispostos na direção z são equidistantes do fio infinito – ambos estão a uma distância d do mesmo.



Utilizando a regra da mão direita, determinamos a direção do campo magnético B gerado pela corrente que passa pelo fio infinito em M e N e, com o auxílio das regras do tapa ou da mão esquerda, determinamos o sentido da força magnética em cada lado da espira. Vamos calcular a distância d :

$$d^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow d = a$$

Consequentemente, $\cos \theta = \frac{1}{2}$

O módulo da força magnética sobre um condutor retilíneo de comprimento L , percorrido por uma corrente I e imerso em um campo magnético B é dada por $F = B \cdot I \cdot L$ e o campo magnético gerado por um condutor retilíneo infinito percorrido por uma corrente I é

$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot d}$, sendo d a distância até o condutor. Assim, é correto afirmar que

$$|\vec{F}_M| = |\vec{F}_N| = B \cdot I \cdot a = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot I \cdot a \Rightarrow |\vec{F}_M| = |\vec{F}_N| = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2 \cdot \pi}$$

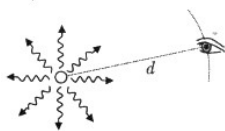
Finalmente, o momento resultante da força magnética sobre a espira em relação ao eixo z é dado por

$$M = |\vec{F}_M| \cdot \cos \theta \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + |\vec{F}_N| \cdot \cos \theta \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M = 2 \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot I^2}{2 \cdot \pi}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$M = \frac{\mu_0 \cdot a \cdot I^2 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \pi}$$

QUESTÃO 29

O olho humano é uma câmera com um pequeno diafragma de entrada (pupila), uma lente (cristalino) e uma superfície fotossensível (retina). Chegando à retina, os fótons produzem impulsos elétricos que são conduzidos pelo nervo ótico até o cérebro, onde são decodificados. Quando devidamente acostumada à obscuridade, a pupila se dilata até um raio de 3 mm e o olho pode ser sensibilizado por apenas 400 fótons por segundo. Numa noite muito escura, duas fontes monocromáticas, ambas com potência de $6 \times 10^{-5} W$, emitem, respectivamente, luz azul ($\lambda = 475 nm$) e vermelha ($\lambda = 650 nm$) isotropicamente, isto é, em todas as direções. Desprezando a absorção de luz pelo ar e considerando a área da pupila circular, qual das duas fontes pode ser vista a uma maior distância? Justifique os cálculos.



Resolução

Segundo o enunciado, ambas as fontes luminosas possuem a mesma potência: $Pot_{azul} = Pot_{verm}$

Utilizando a definição de potência como razão entre energia e tempo e considerando que a energia dissipada por cada fonte é dada pelo produto entre o número n de fótons e a energia de cada fóton ($E_{foton} = h \cdot f$), temos

$$\frac{n_{azul} \cdot h \cdot f_{azul}}{\Delta t} = \frac{n_{verm} \cdot h \cdot f_{verm}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{n_{azul} \cdot h \cdot c}{\Delta t \cdot \lambda_{azul}} = \frac{n_{verm} \cdot h \cdot c}{\Delta t \cdot \lambda_{verm}}$$

Assim podemos comparar o número de fótons emitidos por segundo para cada fonte:

$$\left(\frac{n}{\Delta t}\right)_{verm} = \frac{\lambda_{verm}}{\lambda_{azul}} \quad (I)$$

Como $\lambda_{verm} > \lambda_{azul}$, a relação acima (I) já nos mostra que a fonte de luz vermelha emite um número maior de fótons por unidade de tempo. Como as fontes são isotrópicas, podemos dizer que os fótons distribuem-se igualmente pela área de uma esfera (A_{total}), cujo raio R representa a distância entre a fonte e o observador. Assim, podemos obter uma proporção direta entre o número de fótons que atingem a área da pupila (A_{pupila}) e o número de fótons emitidos pela fonte. Utilizando o número mínimo de fótons que devem sensibilizar o olho (400 por segundo), podemos obter a distância máxima para a qual a fonte luminosa ainda é vista.

$$\left(\frac{n}{\Delta t}\right)_{400} = \frac{A_{total}}{A_{pupila}} \Rightarrow \left(\frac{n}{\Delta t}\right)_{400} = \frac{4\pi R^2}{\pi r^2} \Rightarrow \left(\frac{n}{\Delta t}\right) = \frac{1600 \cdot R^2}{r^2} \quad (II)$$

Onde r representa o raio da pupila do observador.

Substituindo (I) em (II), encontramos:

$$\frac{1600 \cdot R^2_{verm}}{r^2} = \frac{\lambda_{verm}}{\lambda_{azul}}$$

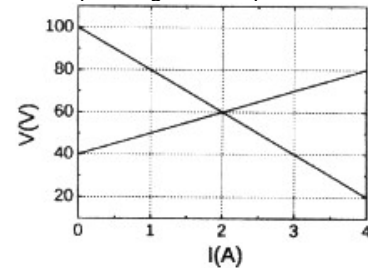
E, finalmente,

$$\frac{R_{verm}}{R_{azul}} = \sqrt{\frac{\lambda_{verm}}{\lambda_{azul}}} = \sqrt{\frac{650}{475}} \cong 1,17$$

Conclui-se assim que a luz vermelha pode ser avistada a uma distância 1,17 vezes maior que a luz azul.

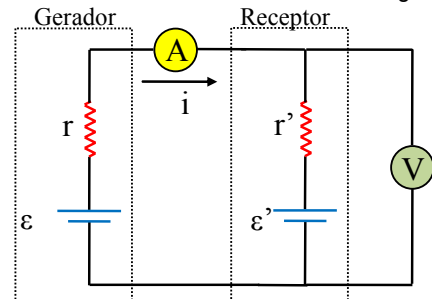
QUESTÃO 30

No gráfico ao lado estão representadas as características de um gerador, de força eletromotriz igual a ε e resistência interna r , e um receptor ativo de força contraeletromotriz ε' e resistência interna r' . Sabendo que os dois estão interligados, determine a resistência interna e o rendimento para o gerador e para o receptor.



Resolução

Representemos o circuito proposto na figura a seguir, acrescentando um amperímetro e um voltímetro (ambos ideais) para fornecer as medições de corrente e tensão elétrica fornecidas no gráfico.



Para o gerador, a diferença de potencial V medida no voltímetro é dada por $V = \varepsilon - r \cdot i$, de modo que seu gráfico corresponde à reta decrescente. Assim, de acordo com o gráfico, para $i = 0$ (circuito aberto), tem-se $V = \varepsilon = 100 V$, e para $i = 2 A$, por exemplo, temos $V = 60 V$, logo:

$$60 = 100 - r \cdot 2 \Leftrightarrow r = 20 \Omega$$

Para o receptor, a diferença de potencial V medida no voltímetro é dada por $V = \varepsilon' + r' \cdot i$, de modo que seu gráfico corresponde à reta crescente. Assim, de acordo com o gráfico, para $i = 0$ (circuito aberto), tem-se $V = \varepsilon' = 40 V$, e para $i = 2 A$, por exemplo, temos $V = 60 V$, logo:

$$60 = 40 + r' \cdot 2 \Leftrightarrow r' = 10 \Omega$$

Como a corrente que passa pelo gerador e pelo receptor é a mesma (malha simples), esta só pode ser $i = 2 A$ (intersecção do gráfico), e daí percebemos que a tensão nestes elementos é $V = 60 V$. Assim, os rendimentos serão dados por:

$$\text{Gerador: } \eta_G = \frac{V}{\varepsilon} = \frac{60}{100} \Leftrightarrow \eta_G = 60\%$$

$$\text{Receptor: } \eta_R = \frac{\varepsilon'}{V} = \frac{40}{60} \Leftrightarrow \eta_R = \frac{2}{3} \approx 67\%$$