Fez

ELITE

PRÉ-VESTIBULAR

campinas

Aprovou!

Elite Resolve

IME 2012

Prova Objetiva

Matemática, Física e Química

www.elitecampinas.com.br

os melhores gabaritos da internet

MATEMÁTICA

QUESTÃO 01

As dimensões dos lados de um paralelepípedo reto retângulo, em metros, valem *a, b* e *c*. Sabe-se que *a, b* e *c* são raízes da equação $6x^3 - 5x^2 + 2x - 3 = 0$. Determine, em metros, o comprimento da diagonal deste paralelepípedo.

a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{2}{3}$ **e)** 1

Resolução **Sem Resposta**

Observe que, por inspeção, $x = 1$ é raiz desse polinômio. A partir disso, pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini, temos:

1	6	–5	2	–3
	6	1	3	0

Temos, portanto, a fatoração:

$$6x^3 - 5x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(6x^2 + x + 3) = 0$$

Mas o discriminante da equação $6x^2 + x + 3 = 0$ é dado por:

$$\Delta = 1^2 - 4\cdot 6\cdot 3 = -71 < 0$$

Isto é, nem todas as raízes da equação apresentada são reais, temos então as seguintes interpretações:

1) Como o enunciado diz "*Sabe-se que a, b e c são raízes da equação* $6x^3 - 5x^2 + 2x - 3 = 0$", poderíamos repetir raízes e teríamos como único caso possível $a = b = c = 1$, o que daria um cubo de diagonal $\sqrt{3}$, resultado que não se encontra em nenhuma alternativa.

2) Caso o considerássemos do enunciado que "*a, b e c são* ***as*** *raízes da equação* $6x^3 - 5x^2 + 2x - 3 = 0$", teríamos 3 raízes distintas, criando uma situação impossível, já que as raízes não seriam todas reais positivas (o que seria necessário para que essas raízes pudessem representar as medidas das arestas de um paralelepípedo reto retângulo).
Assim, devido a esta(s) incompatibilidade(s), propomos a anulação da questão.

Obs: Ignorando o valor de a, b e c e aplicando diretamente as relações de Girard podemos chegar na alternativa oficial do gabarito do IME. Observe:

$$\begin{cases} a+b+c = \frac{5}{6} \\ ab+ac+bc = \frac{2}{6} \\ abc = \frac{3}{6} \end{cases}$$

Então:

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 - 2\cdot\frac{2}{6} = \frac{1}{36}$$

Portanto $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$.

Infelizmente, como vimos, esta resposta não é correta.

QUESTÃO 02

São dadas as matrizes quadradas inversíveis *A, B* e *C*, de ordem 3. Sabe-se que o determinante de *C* vale $(4-x)$, onde *x* é um número real, o determinante da matriz inversa *B* vale $-\frac{1}{3}$ e que $(CA^t)^t = P^{-1}BP$, onde *P* é uma matriz inversível. Sabendo que $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & x & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, determine os possíveis valores de *x*.

Obs.: $(M)^t$ é a matriz transposta de *M*.

a) –1 e 3 **b)** 1 e –3 **c)** 2 e 3 **d)** 1 e 3 **e)** –2 e –3

Resolução **Alternativa D**

O determinante da matriz *A* pode ser calculado fazendo a expansão por Laplace na primeira linha:

$$0\cdot \text{cof}(a_{11}) + 0\cdot\text{cof}(a_{12}) + 1\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} 3 & x \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -x$$

Já o determinante da matriz *B* pode ser relacionado com o da sua inversa B^{-1} através de:

$$\det B^{-1} = \frac{1}{\det B} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} = \frac{1}{\det B} \Leftrightarrow \det B = -3$$

Por outro lado, se $(C\cdot A^t)^t = P^{-1}\cdot B\cdot P$, temos que:

$$\det(C\cdot A^t)^t = \det(P^{-1}\cdot B\cdot P) \Leftrightarrow \det(C\cdot A^t) = \det P^{-1}\cdot\det B\cdot\det P \Leftrightarrow$$

$$\det C\cdot\det A^t = \frac{1}{\cancel{\det P}}\cdot\det B\cdot\cancel{\det P} \Leftrightarrow (4-x)\cdot\det A = -3 \Leftrightarrow$$

$$(4-x)\cdot(-x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 1 \text{ ou } x = 3}$$

QUESTÃO 03

São dados os pontos P_0 e P_1 distantes 1 cm entre si. A partir destes dois pontos são obtidos os demais pontos P_n, para todo n inteiro maior do que um, de forma que:

- o segmento $P_nP_{(n-1)}$ é 1 cm maior do que o segmento $P_{(n-1)}P_{(n-2)}$; e
- o segmento $P_nP_{(n-1)}$ é perpendicular a $P_0P_{(n-1)}$.

Determine o comprimento do segmento P_0P_{24}.

a) 48 **b)** 60 **c)** 70 **d)** 80 **e)** 90

Resolução **Alternativa C**

De acordo com o enunciado, o segmento P_1P_0 mede 1 cm e cada novo segmento mede 1 cm a mais que o anterior. Indutivamente temos:

$$P_nP_{(n-1)} = 1 + P_{(n-1)}P_{(n-2)} = \underbrace{1+1+\cdots+1}_{n-1} + P_1P_0 = n.$$

Temos também que $P_nP_{(n-1)}$, $P_0P_{(n-1)}$ e P_0P_n formam um triângulo retângulo. Por Pitágoras, temos:

$$P_0P_n^2 = P_0P_{(n-1)}^2 + P_nP_{(n-1)}^2 \Leftrightarrow P_0P_n^2 = P_0P_{(n-1)}^2 + n^2$$

Seguindo novamente um raciocínio indutivo temos:

$$P_0P_n^2 = P_0P_{(n-1)}^2 + n^2 = P_0P_{(n-2)}^2 + (n-1)^2 + n^2 = \cdots = 1^2 + 2^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2$$

Lembrando que $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$, chegamos em:

$$P_0P_{24}^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + 23^2 + 24^2 = \frac{24\cdot(24+1)\cdot(2\cdot 24+1)}{6}$$

$$P_0P_{24}^2 = \frac{24\cdot 25\cdot 49}{6} = 4\cdot 25\cdot 49$$

$$\therefore P_0P_{24} = \sqrt{4\cdot 25\cdot 49} = 2\cdot 5\cdot 7$$

$$\boxed{P_0P_{24} = 70}$$

QUESTÃO 04

Seja $\text{arcsen}\, x + \text{arcsen}\, y + \text{arcsen}\, z = \frac{3\pi}{2}$, onde *x*, *y* e *z* são números reais pertencentes ao intervalo $[-1, 1]$. Determine o valor de $x^{100} + y^{100} + z^{100} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$.

a) –2 **b)** –1 **c)** 0 **d)** 1 **e)** 2

Resolução **Alternativa C**

Primeiro, note que a imagem da função $f(x) = \text{arcsen}(x)$ é $\text{Im}(f) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, isto é:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \le \text{arcsen}(x) \le \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \le \text{arcsen}(y) \le \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \le \text{arcsen}(z) \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Somando membro a membro, vem que:

$$-\frac{3\pi}{2} \le \operatorname{arcsen}(x)+\operatorname{arcsen}(y)+\operatorname{arcsen}(z) \le \frac{3\pi}{2}$$

Devido a essa limitação, a única possibilidade para a soma

$$\operatorname{arcsen}(x)+\operatorname{arcsen}(y)+\operatorname{arcsen}(z)$$

atingir seu valor máximo é quando cada parcela atingir seu valor máximo:

$$\operatorname{arcsen}x = \operatorname{arcsen}y = \operatorname{arcsen}z = \frac{\pi}{2}$$

Logo, $x=y=z=\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}=1$.

Substituindo na expressão dada temos:

$$x^{100}+y^{100}+z^{100}-\frac{9}{x^{101}+y^{101}+z^{101}}=1+1+1-\frac{9}{1+1+1}=3-3 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{x^{100}+y^{100}+z^{100}-\frac{9}{x^{101}+y^{101}+z^{101}}=0}$$

QUESTÃO 05

Em um aeroporto existem 12 vagas numeradas de 1 a 12, conforme a figura. Um piloto estacionou sua aeronave em uma vaga que não se encontrava nas extremidades, isto é, distintas da vaga 1 da vaga 12. Após estacionar, o piloto observou que exatamente 8 das 12 vagas estavam ocupadas, incluindo a vaga na qual sua aeronave estacionou. Determine a probabilidade de que ambas as vagas vizinhas a sua aeronave estejam vazias.

1	2	3	....	10	11	12

a) $\frac{1}{55}$ **b)** $\frac{2}{55}$ **c)** $\frac{3}{55}$ **d)** $\frac{4}{55}$ **e)** $\frac{6}{55}$

Resolução — Alternativa E

Depois de estacionada a aeronave:

No estacionamento há 11 vagas disponíveis para as outras 7 aeronaves. Então o número total de eventos será $n(\text{total})=C_{11,7}$.

De acordo com a condição de que as vagas adjacentes a ela não devem ser ocupadas, restam 9 vagas disponíveis para as outras 7 aeronaves. Então o número de eventos desejáveis será $n(\text{eventos vizinhos livres})=C_{9,7}$.

Como o espaço amostral é equiprovável, temos que essa probabilidade é dada por:

$$p(\text{vizinhos livres})=\frac{n(\text{eventos vizinhos livres})}{n(\text{total})}=\frac{C_{9,7}}{C_{11,7}}=\boxed{\frac{6}{55}}.$$

QUESTÃO 06

As raízes cúbicas da unidade, no conjunto dos números complexos, são representadas por 1, ω e ω^2, onde ω é um número complexo. O intervalo que contém o valor de $(1-\omega)^6$ é:

a) (-∞,-30]
b) (-30,-10]
c) (-10, 10]
d) (10,30]
e) (30, ∞)

Resolução — Alternativa B

Como 1, ω e ω^2 são as raízes cúbicas da unidade, então $\omega=\operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ e $\omega^2=\operatorname{cis}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$, onde $\operatorname{cis}\theta=\cos\theta+i\cdot\operatorname{sen}\theta$.

Para resolver a questão, usaremos o seguinte lema:

$$1-\operatorname{cis}\theta=-2i\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cdot\operatorname{cis}\frac{\theta}{2}$$

Para entender a igualdade acima, basta observar o desenvolvimento abaixo:

$$1-\operatorname{cis}\theta=(1-\cos\theta)+(-i\cdot\operatorname{sen}\theta)=2\operatorname{sen}^2\frac{\theta}{2}+\left(-2i\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}\right)=$$

$$=-2i\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\theta}{2}-\frac{-2}{2i}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)=-2i\cdot\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cdot\operatorname{cis}\frac{\theta}{2}$$

Temos, então:

$$(1-\omega)^6=\left(1-\operatorname{cis}\frac{2\pi}{3}\right)^6=\left(-2i\cdot\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}\cdot\operatorname{cis}\frac{\pi}{3}\right)^6=-64\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6\cdot\operatorname{cis}(2\pi)=$$

$$=-64\cdot\frac{27}{64}\cdot 1=-27$$

Portanto, a alternativa B é a correta.

QUESTÃO 07

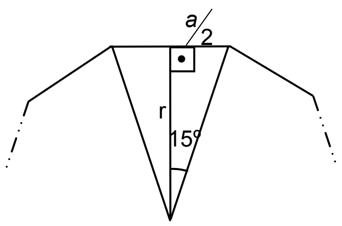
Uma pirâmide regular possui como base um dodecágono de aresta a. As faces laterais fazem um ângulo de 15º com o plano da base. Determine o volume desta pirâmide em função de a.

a) $\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ **b)** $\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ **c)** $a^3\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

d) $a^3\frac{\sqrt{\sqrt{3}-2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ **e)** $a^3\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{3}+2}}$

Resolução — Alternativa A

Como o volume de uma pirâmide depende diretamente da área de sua base, vamos calcular primeiro a área do dodecágono regular de aresta medindo *a* e, posteriormente, o volume pedido. Sabemos que o ângulo central de um dodecágono regular vale $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$.



Analisando a figura ao lado, temos:

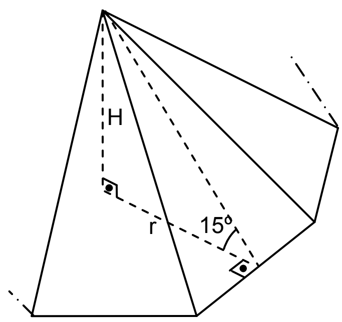
$$\operatorname{tg}15^\circ=\frac{\frac{a}{2}}{r}\Rightarrow\boxed{r=\frac{a}{2\cdot\operatorname{tg}15^\circ}}$$

Daí,

$$S=12\cdot\left(\frac{a\cdot r}{2}\right)=12\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2\cdot\operatorname{tg}15^\circ}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\boxed{S=\frac{3a^2}{\operatorname{tg}15^\circ}}$$

Agora vejamos parte da pirâmide mencionada:



Analisando o triângulo tracejado, temos:

$$\operatorname{tg}15^\circ=\frac{H}{r}\Leftrightarrow H=r\cdot\operatorname{tg}15^\circ\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow H=\frac{a}{2\cdot\cancel{\operatorname{tg}15^\circ}}\cdot\cancel{\operatorname{tg}15^\circ}\Leftrightarrow\boxed{H=\frac{a}{2}}$$

Portanto, o volume da pirâmide é:

$$V=\frac{1}{3}\cdot A_{Base}\cdot H=\frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}a^2}{\operatorname{tg}15^\circ}\cdot\frac{a}{2}$$

$$\boxed{V=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}15^\circ}}$$

Só nos resta agora calcular $\operatorname{tg}15^\circ$:

$$\operatorname{tg}15^\circ=\operatorname{tg}(45^\circ-30^\circ)=\frac{\operatorname{tg}45^\circ-\operatorname{tg}30^\circ}{1+\operatorname{tg}45^\circ\cdot\operatorname{tg}30^\circ}=\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$$

Assim,

$$V=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}15^\circ}=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{12+6\sqrt{3}}{6}\Leftrightarrow\boxed{V=\frac{a^3}{2}\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

Note que nenhuma das alternativas mostra esta expressão. Porém, racionalizando a expressão do item **a**, temos que

$$\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{a^3}{2}\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}=\boxed{\frac{a^3}{2}\left(2+\sqrt{3}\right)}$$

OBS: Para que tivéssemos encontrado a expressão do item **a** diretamente, teríamos que ter calculado o valor da tangente de 15º usando outro raciocínio. Sabemos que para ângulos θ entre 0º e 90º, temos

$$\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)=\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \text{ e } \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$$

Logo,

$$\text{sen}15^\circ=\sqrt{\frac{1-\cos 30^\circ}{2}}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} \text{ e } \cos 15^\circ=\sqrt{\frac{1+\cos 30^\circ}{2}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$$

Portanto,

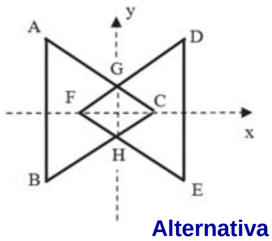
$$\text{tg}15^\circ=\frac{\text{sen}15^\circ}{\cos 15^\circ}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

Daí,

$$V=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{1}{\text{tg}15^\circ}\Leftrightarrow \boxed{V=\frac{a^3}{2}\cdot\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}$$

QUESTÃO 08

Os triângulos ABC e DEF são equiláteros com lados iguais a m. A área da figura FHCG é igual à metade da área da figura ABHFG. Determine a equação da elipse de centro na origem e eixos formados pelos segmentos FC e GH.



a) $48x^2+36y^2-\sqrt{2}m^2=0$

b) $8x^2+16y^2-\sqrt{3}m^2=0$

c) $16x^2+48y^2-3m^2=0$

d) $8x^2+24y^2-m^2=0$

e) $16x^2-24y^2-m^2=0$

Resolução **Alternativa D**

<u>Ressalva</u>: Embora o enunciado não deixe claro, vamos assumir que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ são ambos paralelos ao eixo y.

Usando este fato, podemos afirmar que os triângulos ABC e GHC são semelhantes pelo caso AA, o que nos possibilita concluir que o triângulo GHC também é equilátero. Além disso, pela simetria da figura, podemos ver que os triângulos GHC e GHF são congruentes (equiláteros).

Agora, seja l a medida dos lados da figura FHCG. Pelo enunciado, temos que a área da figura FHCG é igual à metade da área da figura ABHFG. Portanto:

$$S_{FHCG}=\frac{1}{2}S_{ABHFG}\Leftrightarrow 2\cdot\left(\frac{l^2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}}\right)=\frac{1}{2}\left[\frac{m^2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}}-2\cdot\left(\frac{l^2\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{4}}\right)\right]\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4l^2=m^2-2l^2\Leftrightarrow 6l^2=m^2\Leftrightarrow \boxed{l=\frac{m}{\sqrt{6}}}$$

Seja O a origem do sistema cartesiano. Então $\overline{OF}$ é altura do triângulo equilátero FGH de lado l. Assim:

$$OF=\frac{l\sqrt{3}}{2}=\frac{\frac{m}{\sqrt{6}}\sqrt{3}}{2}=\frac{m}{2\sqrt{2}}$$

Pela simetria em torno do eixo x, temos também que $OG=\frac{HG}{2}$. Logo

$$OG=\frac{m}{2\sqrt{6}}$$

Por fim, sabemos que os semi-eixos da elipse cuja equação queremos determinar tem medidas OF e OG. Portanto, a equação desejada é

$$\frac{x^2}{(OF)^2}+\frac{y^2}{(OG)^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{\frac{m^2}{8}}+\frac{y^2}{\frac{m^2}{24}}=1\Leftrightarrow \boxed{8x^2+24y^2-m^2=0}$$

QUESTÃO 09

O valor de $y=\text{sen}70^\circ\cos 50^\circ+\text{sen}260^\circ\cos 280^\circ$ é:

a) $\sqrt{3}$ **b)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **d)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **e)** $\frac{\sqrt{3}}{5}$

Resolução **Alternativa D**

Relembrando as equações de transformação de soma em produto:

$$2\,\text{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)=\text{sen}(p)+\text{sen}(q) \quad [1]$$

$$2\,\text{sen}\left(\frac{p-q}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)=\text{sen}(p)-\text{sen}(q) \quad [2]$$

Temos:

$$y=\text{sen}70^\circ\cdot\cos 50^\circ+\text{sen}260^\circ\cdot\cos 280^\circ\Leftrightarrow$$

$$2y=2\cdot\text{sen}\underbrace{70^\circ}_{\frac{p+q}{2}}\cdot\cos\underbrace{50^\circ}_{\frac{p-q}{2}}+2\cdot\text{sen}\underbrace{260^\circ}_{\frac{p'-q'}{2}}\cdot\cos\underbrace{280^\circ}_{\frac{p'+q'}{2}}$$

Onde:

$$\left.\begin{matrix}\frac{p+q}{2}=70^\circ\\ \frac{p-q}{2}=50^\circ\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\begin{cases}p=120^\circ\\ q=20^\circ\end{cases} \text{ e } \left.\begin{matrix}\frac{p'-q'}{2}=260^\circ\\ \frac{p'+q'}{2}=280^\circ\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\begin{cases}p'=540^\circ\\ q'=20^\circ\end{cases}$$

Logo:

$$2y=\text{sen}120^\circ+\cancel{\text{sen}20^\circ}+\underbrace{\text{sen}540^\circ}_{0}-\cancel{\text{sen}20^\circ}\Leftrightarrow$$

$$2y=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\boxed{y=\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

QUESTÃO 10

A equação da reta tangente à curva de equação $x^2+4y^2-100=0$ no ponto $P(8,3)$ é:

a) $2x+3y-25=0$ **b)** $x+y-11=0$

c) $3x-2y-18=0$ **d)** $x+2y-14=0$

e) $3x+2y-30=0$

Resolução **Alternativa A**

Temos que:

$$x^2+4y^2-100=0\Leftrightarrow x^2+4y^2=100$$

Derivando ambos os membros dessa equação em relação a *x*, temos:

$$2x+2\cdot 4y\cdot\frac{dy}{dx}=0\Leftrightarrow\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{4y}$$

Para o ponto $P(8,3)$ pertencente à curva (elipse), obtemos o coeficiente angular *m* da reta tangente à curva nesse ponto:

$$m=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=8;y=3}=-\frac{x}{4y}=-\frac{8}{4\cdot 3}=-\frac{2}{3}$$

Assim, a equação da reta tangente será dada por:

$$y-y_P=m\cdot(x-x_P)\Leftrightarrow y-3=\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot(x-8)\Leftrightarrow\boxed{2x+3y-25=0}$$

QUESTÃO 11

Considere o polinômio $5x^3-3x^2-60x+36=0$. Sabendo que ele admite uma solução da forma $\sqrt{n}$, onde *n* é um número natural, pode-se afirmar que:

a) $1\le n<5$ **b)** $6\le n<10$ **c)** $10\le n<15$

d) $15\le n<20$ **e)** $20\le n<30$

Resolução **Alternativa C**

Resolvendo a equação fornecida temos:

$$5x^3-3x^2-60x+36=0\Leftrightarrow x^2\cdot(5x-3)-12\cdot(5x-3)=0\Leftrightarrow$$

$$(5x-3)\cdot(x^2-12)=0\Leftrightarrow x=\frac{3}{5} \text{ ou } x=\pm\sqrt{12}$$

Logo, o valor de *n* a que o enunciado se refere é $\boxed{n=12}$.

QUESTÃO 12

Se $\log_{10} 2 = x$ e $\log_{10} 3 = y$, então $\log_5 18$ vale:

a) $\dfrac{x+2y}{1-x}$ **b)** $\dfrac{x+y}{1-x}$ **c)** $\dfrac{2x+y}{1+x}$
d) $\dfrac{x+2y}{1+x}$ **e)** $\dfrac{3x+2y}{1-x}$

Resolução — Alternativa A

Efetuando a mudança do logaritmo para a base 10:

$$\log_5 18 = \frac{\log_{10} 18}{\log_{10} 5} = \frac{\log_{10}(2\cdot 3^2)}{\log_{10}\left(\frac{10}{2}\right)} = \frac{\log_{10} 2 + 2\cdot\log_{10} 3}{\log_{10} 10 - \log_{10} 2} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\log_5 18 = \frac{x+2y}{1-x}}$$

QUESTÃO 13

Seja *a*, *b* e *c* números reais e distintos. Ao simplificar a função real, de variável real,

$$f(x) = a^2\frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b^2\frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)} + c^2\frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)},$$

obtém-se $f(x)$ igual a:

a) $x^2-(a+b+c)x+abc$ **b)** $x^2+x-abc$
c) x^2 **d)** $-x^2$
e) $x^2-x+abc$

Resolução — Alternativa C

O polinômio apresentado acima é o clássico "Polinômio de Lagrange".
Primeiramente, notemos que $f(a)=a^2$, $f(b)=b^2$, $f(c)=c^2$ (pois, ao fazer $x=a$, os termos multiplicando b^2 e c^2 se anulam, enquanto o multiplicando a^2 se torna 1, identicamente para $x=b$ e $x=c$).
Sabendo que $f(x)$ é um polinômio de segundo grau, ou seja, $f(x)=kx^2+\ell x+m$, temos o seguinte sistema na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} a^2 & a & 1\\ b^2 & b & 1\\ c^2 & c & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} k\\ \ell\\ m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a^2\\ b^2\\ c^2\end{pmatrix}$$

Primeiro note que o sistema tem solução única pois:

$$D=\begin{vmatrix} a^2 & a & 1\\ b^2 & b & 1\\ c^2 & c & 1\end{vmatrix}=(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)\neq 0,$$

já que se trata do conhecido "Determinante de Vandermonde".
Pelo Teorema de Cramer temos que:

$$k=\frac{D_k}{D}=1$$

(Pois ao substituir a primeira coluna pela coluna resposta, temos $D_k=D$).

$$\ell=\frac{D_\ell}{D}=m=\frac{D_m}{D}=0$$

(Pois ao substituir a segunda ou terceira coluna pela coluna resposta, temos duas colunas idênticas).
Finalmente, $\boxed{f(x)=x^2}$.

QUESTÃO 14

Um curso oferece as disciplinas A, B, C e D. Foram feitas as matrículas dos alunos da seguinte forma:

- 6 alunos se matricularam na disciplina A;
- 5 alunos se matricularam na disciplina B;
- 5 alunos se matricularam na disciplina C; e
- 4 alunos se matricularam na disciplina D.

Sabe-se que cada aluno se matriculou em, no mínimo, 3 disciplinas. Determine a quantidade mínima de alunos que se matricularam nas 4 disciplinas.

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 4

Resolução — Alternativa C

Pelos dados, temos que o número de participações é $6+5+5+4=20$. Sendo a o número de alunos que se matricularam em 3 matérias e b o número de alunos que se matricularam em 4 matérias (que são as únicas possibilidades), temos a seguinte equação:
$3a+4b=20,\quad a,b\in\mathbb{Z}^+$. Resolvendo a equação, temos:

$a=0 \Rightarrow b=5$
$a=1 \Rightarrow$ sem solução
$a=2 \Rightarrow$ sem solução
$a=3 \Rightarrow$ sem solução
$a=4 \Rightarrow b=2$
$a=5 \Rightarrow$ sem solução
$a=6 \Rightarrow$ sem solução

Para $a\geq 7$ teríamos superado 20 participações apenas com os alunos com 3 matrículas. Então a solução com *b* mínimo é $a=4$ e $b=2$.
Resposta: A quantidade mínima de alunos que se matricularam nas 4 disciplinas é igual a 2.

QUESTÃO 15

Seja F o conjunto cujos elementos são os valores de n!, onde n é um número natural. Se G é subconjunto de F que **não contém** elementos que são múltiplos de 27.209, determine o número de elementos do conjunto G.

a) 6 **b)** 12 **c)** 15 **d)** 22 **e)** 25

Resolução — Propomos anulação.

Decompondo o número em seus fatores primos temos $27209=7\cdot 13^2\cdot 23$. Perceba que, se o fatorial de um número for múltiplo de 27209, então os fatoriais de todos os sucessores desse número também o serão, pois o fatorial de um número é sempre múltiplo do fatorial do número anterior ($n!=n\cdot(n-1)!$).
Então devemos encontrar o último fatorial que não apresenta todos os fatores primos de 27209, com os seus respectivos expoentes, que é o antecessor do primeiro fatorial que tem todos os fatores primos de 27209.
Pela fatoração, será a última a acontecer das seguintes condições (pois dessa maneira todas elas estarão satisfeitas):

- O primeiro múltiplo de 7 aparecer (fator primo 7);
- O segundo múltiplo de 13 aparecer (fator primo 13^2);
- O primeiro múltiplo de 23 aparecer (fator primo 23).

Essas condições levam aos números $7, 26$ e 23, respectivamente, onde o maior é 26.
Como $26!$ é o primeiro fatorial que é múltiplo de 27209, todos os fatoriais dos sucessores de 26 também o serão e nenhum dos fatoriais dos antecessores de 26 o será.
Os elementos de F são 0! = 1! (primeiro elemento), 2!, 3!, ..., 25!, sendo então 25 o número de elementos de F que não são múltiplos de $27209=7\cdot 13^2\cdot 23$.

Note que o enunciado estabelece que "*G é subconjunto de F que **não contém** elementos que são múltiplos de 27.209*"(*).
Dessa maneira:

1) Seja H o subconjunto de F com os 25 elementos que satisfazem a condição apresentada em (*). Então G pode ser qualquer subconjunto de H, podendo ter a quantidade de elementos igual a qualquer número natural de 0 a 25. Portanto todas as alternativas podem ser consideradas como corretas.

2) O ponto utilizado no enunciado na notação do número "*27.209*" poderia facilmente ser confundido com o sinal de multiplicação, levando um candidato a considerar o número $27\cdot 209=3^3\cdot 11\cdot 19$.

FÍSICA

QUESTÃO 16

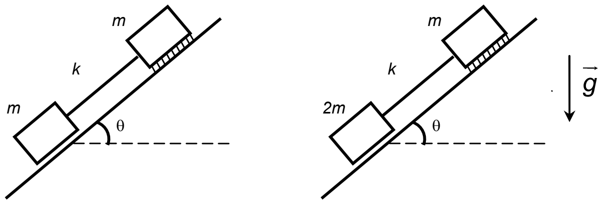


Figura 1 Figura 2

A figura 1 mostra dois corpos de massas iguais a m presos por uma haste rígida de massa desprezível, na iminência do movimento sobre um plano inclinado, de ângulo θ com a horizontal. Na figura 2, o corpo inferior é substituído por outro com massa 2m. Para as duas situações, o coeficiente de atrito estático é *μ* e o coeficiente de atrito cinético é *μ/2* para a massa superior, e não há atrito para a massa inferior. A aceleração do conjunto ao longo do plano inclinado, na situação da figura 2 é

a) $(2gsen\theta)/3$

b) $(3gsen\theta)/2$

c) $(gsen\theta)/2$

d) $g(2sen\theta - \cos\theta)$

e) $g(2sen\theta + \cos\theta)$

Resolução **Alternativa A**

Orientamos o problema com eixos cartesianos *x* e *y*:

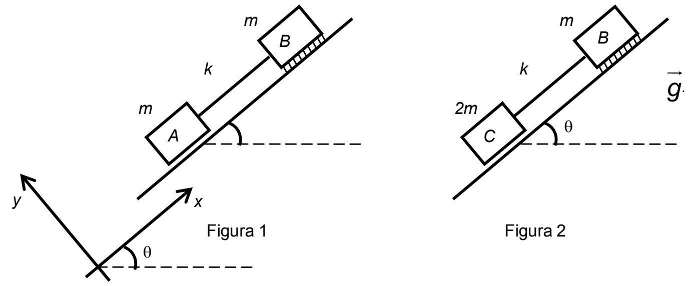


Figura 1 Figura 2

Figura 1 (atrito estático na iminência do movimento):

$$F_{R\,x(1)} = 0$$

$$P_{Ax} + P_{Bx} - Fat_{x(1)} = 0$$

$$mg \cdot sen\theta + mg \cdot sen\theta - \mu \cdot mg \cdot \cos\theta = 0$$

$$\mu = \frac{2 \cdot sen\theta}{\cos\theta} \qquad (1)$$

Figura 2 (atrito cinético):

$$F_{Rx(2)} = (m_C + m_B) \cdot a_x$$

$$P_{Cx} + P_{Bx} - Fat_{x(2)} = (2m + m) \cdot a_x$$

$$2mg \cdot sen\theta + mg \cdot sen\theta - \left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot mg \cdot \cos\theta = 3m \cdot a_x \Rightarrow$$

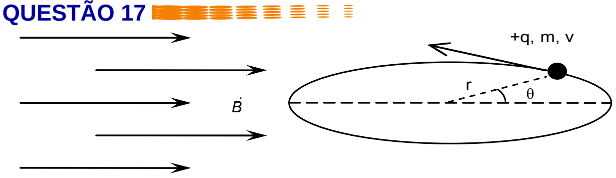
$$3g \cdot sen\theta - \left(\frac{\mu}{2}\right) \cdot g \cdot \cos\theta = 3 \cdot a_x \qquad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$3g \cdot sen\theta - \left(\frac{sen\theta}{\cancel{\cos\theta}}\right) \cdot g \cdot \cancel{\cos\theta} = 3 \cdot a_x$$

$$2 \cdot g \cdot sen\theta = 3 \cdot a_x \Rightarrow \boxed{a_x = \frac{2}{3} gsen\theta}$$

QUESTÃO 17



Um objeto de massa *m* e carga *+q* faz um movimento circular uniforme, com velocidade escalar tangencial *v*, preso a um trilho sem atrito de raio *r*. Sabendo que o objeto está sujeito a um campo magnético de módulo *B*, paralelo ao plano do trilho conforme mostra a figura, o módulo da força normal contra o trilho, em função de θ, é

a) $qvBsen\theta + \frac{mv^2}{r}$

b) $\left|qvBsen\theta - \frac{mv^2}{r}\right|$

c) $\left|qvB\cos\theta - \frac{mv^2}{r}\right|$

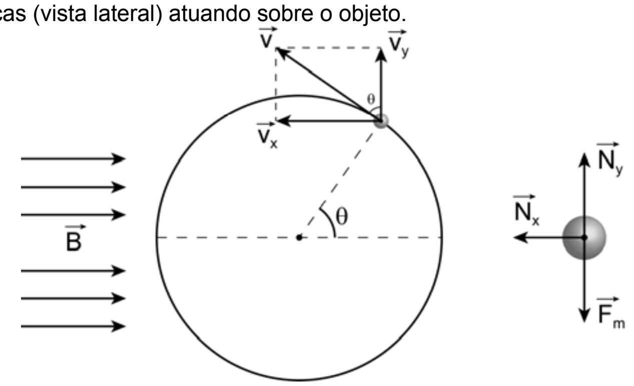
d) $v\sqrt{\left(q^2B^2sen^2\theta + \frac{m^2v^2}{r^2}\right)}$

e) $v\sqrt{\left(q^2B^2\cos^2\theta + \frac{m^2v^2}{r^2}\right)}$

Resolução **Alternativa E**

Não foi especificado no enunciado que o **<u>único</u>** campo que atua sobre o corpo é o magnético. Apesar de poder ser deduzido, por análise das alternativas, que o campo gravitacional deve ser desprezado, esta informação deveria ter sido explicitada no enunciado.

A figura abaixo representa o vetor velocidade (vista superior) e as forças (vista lateral) atuando sobre o objeto.



A força magnética será perpendicular ao plano formado pelo campo magnético e pela velocidade e seu sentido se altera entre para cima e para baixo a cada meia volta. Sua intensidade é dada por:

$$F_m = q \cdot v \cdot B \cdot sen(90°\text{-}\theta) = q \cdot v \cdot B \cdot \cos\theta$$

Como o objeto se movimenta sobre o plano que contém o trilho, a resultante na vertical deve ser nula. Assim,

$$N_y = F_m$$

A componente em x da força normal é responsável pelo movimento circular. Como não há aceleração tangencial (movimento circular uniforme), sua intensidade é dada por:

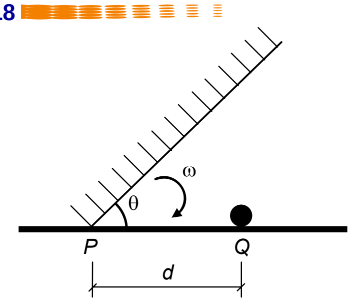
$$N_x = \frac{mv^2}{r}$$

Portanto, o módulo da força normal é:

$$N = \sqrt{{N_x}^2 + {N_y}^2} = \sqrt{q^2 \cdot v^2 \cdot B^2 \cdot \cos^2\theta + \frac{m^2 \cdot v^4}{r^2}}$$

$$\boxed{N = v\sqrt{q^2 \cdot B^2 \cdot \cos^2\theta + \frac{m^2 \cdot v^2}{r^2}}}$$

QUESTÃO 18



Num instante inicial, um espelho começa a girar em uma de suas extremidades, apoiada em *P*, com aceleração angular constante e valor inicial de $\theta = \pi/2$. A trajetória que a imagem do objeto puntiforme parado em *Q* percorre até que a outra extremidade do espelho atinja o solo é um (a)

a) semicircunferência

b) arco de parábola

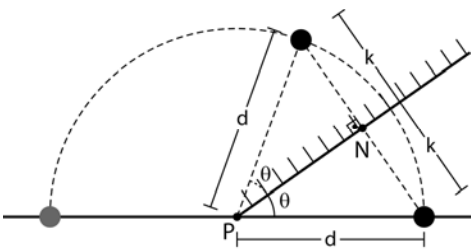
c) arco de senóide

d) arco de espiral

e) arco de elipse, sem se constituir em uma circunferência

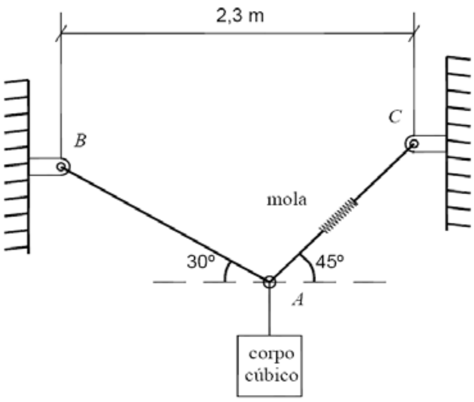
Resolução **Alternativa A**

Consideremos a situação para um ângulo genérico θ:



A distância entre o objeto e o espelho, e a imagem e o espelho (k) são iguais, e ambos estão sobre uma mesma reta normal ao plano do espelho. Como o outro cateto $\overline{PN}$ é comum aos dois triângulos, eles serão congruentes entre si e, com isso, a distância (d) entre a imagem e o ponto P será constante, caracterizando uma semicircunferência (dado que $0 \le \theta \le \pi/2$).

QUESTÃO 19



A figura acima mostra um corpo cúbico de 50 cm de aresta suspenso por dois cabos AB e AC em equilíbrio. Sabe-se que o peso específico volumétrico do material do corpo cúbico, a rigidez da mola do cabo AC e o comprimento do cabo AC antes da colocação do corpo cúbico são iguais a 22,4 kN/m^3, 10,0 kN/m e 0,5 m. O valor do comprimento do cabo AB, em metros, após a colocação do corpo cúbico é

Adote:

$\sqrt{3}$ = 1,73 e $\sqrt{2}$ = 1,41.

a) 1,0 **b)** 1,5 **c)** 2,0 **d)** 2,5 **e)** 3,0

Resolução **Alternativa C**

Para a condição de equilíbrio estático, temos que a resultante das forças na junção A dos cabos será nula. Sendo T a tração existente por causa do cabo AB e F_{mola} a força causada pela mola, temos:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \text{na horizontal: } F_{mola} \cdot \cos 45^\circ = T \cdot \cos 30^\circ \\ \text{na vertical: } F_{mola} \cdot \operatorname{sen} 45^\circ + T \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = P \end{cases}$$

O peso do corpo poderá ser calculado pela relação $P = d \cdot V = 2{,}8$ kN, sendo d o peso específico e V o volume do corpo.

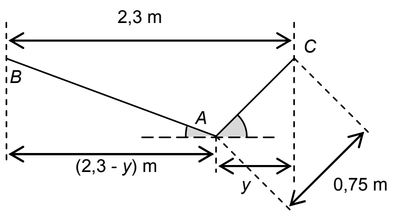
Lembrando que $V = a^3$, onde a é a aresta do corpo cúbico (0,5 m).

Portanto, encontramos:

$$\begin{cases} F_{mola} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = T \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ F_{mola} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} + T \cdot \dfrac{1}{2} = P \end{cases} \Rightarrow F_{mola} = \frac{2P\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \approx 2{,}5 \text{ N} \Rightarrow k \cdot x \approx 2{,}5$$

$$\boxed{x \approx 0{,}25 \text{ m}}$$

Agora, resta calcular o comprimento do cabo AB. Na figura a seguir, representamos o cabo AB e a mola já em equilíbrio (distendida), de comprimento $0{,}5 + x \approx 0{,}75$ m

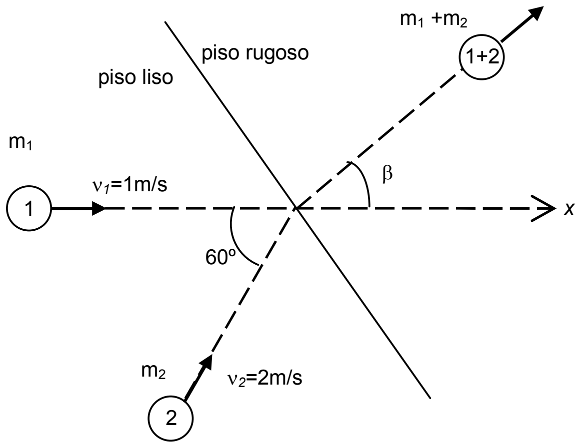


Logo, podemos obter $y \approx 0{,}75 \cdot \cos 45^\circ \approx 0{,}53$ m.

Por fim, obtemos o comprimento do cabo AB:

$$\overline{AB} = \frac{2{,}3 - y}{\cos 30^\circ} \Rightarrow \boxed{\overline{AB} \approx 2{,}0 \text{ m}}$$

QUESTÃO 20



Duas bolas, 1 e 2, movem-se em um piso perfeitamente liso. A bola 1, de massa m_1 = 2 kg, move-se no sentido da esquerda para direita com velocidade $v_1 = 1$ m/s. A bolsa 2, de massa $m_2 = 1$ kg, move-se com ângulo de 60º com eixo x, com velocidade v_2 = 2 m/s. Sabe-se que o coeficiente de atrito cinético entre as bolas e o piso rugoso é $0{,}10 \sec^2\beta$ e a aceleração gravitacional é 10 m/s^2. Ao colidirem, permanecem unidas após o choque e movimentam-se em um outro piso rugoso, conforme mostra a figura. A distância percorrida, em metros, pelo conjunto bola 1 e bola 2 até parar é igual a

a) 0,2 **b)** 0,5 **c)** 0,7 **d)** 0,9 **e)** 1,2

Resolução **Alternativa B**

Como o sistema é isolado, podemos aplicar a conservação da quantidade de movimento em ambos os eixos:

$$\begin{cases} \text{eixo horizontal: } (m_1 + m_2) \cdot v \cos\beta = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \cos 60^\circ \\ \text{eixo vertical: } (m_1 + m_2) \cdot v \operatorname{sen}\beta = m_2 \cdot v_2 \operatorname{sen} 60^\circ \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3v \cdot \cos\beta = 2 + \cancel{2} \cdot \dfrac{1}{\cancel{2}} \\ 3v \cdot \operatorname{sen}\beta = \cancel{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\beta = \dfrac{1}{v} \\ \operatorname{sen}\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{3 \cdot v} \end{cases}$$

Pela relação fundamental da trigonometria, temos que:

$$(\operatorname{sen}\beta)^2 + (\cos\beta)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{v^2} + \frac{3}{9 \cdot v^2} = 1 \Rightarrow \boxed{v^2 = \frac{4}{3}}$$

De acordo com o enunciado, o coeficiente de atrito pode ser escrito como:

$$\boxed{\mu = 0{,}10 \cdot v^2} \text{ uma vez que } \sec\beta = \frac{1}{\cos\beta} = v \Rightarrow (\sec\beta)^2 = v^2$$

Como a força de atrito, após entrar na região rugosa, é a força resultante que age sobre as bolas, encontramos o módulo da aceleração $\vec{a}$:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_{atrito} \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow a = \mu \cdot g \Rightarrow$$

$$a = 0{,}10 v^2 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{a = v^2}$$

Substituindo na equação de Torricelli, encontramos o resultado:

$$v_{final}^2 = v^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta S \Rightarrow 0 = v^2 - 2 \cdot v^2 \cdot \Delta S$$

Note que o sinal negativo é devido ao fato de que o vetor $\vec{a}$ e o vetor deslocamento $\Delta\vec{S}$ terem sentidos opostos.

$$\therefore \boxed{\Delta S = 0{,}5 \text{ m}}$$

Nota: Embora o enunciado faça referência a um piso, nada nele indica que se trata de um plano horizontal (pisos podem ser rampas, por exemplo, e podem, inclusive, não ser planos). Para maior rigor do enunciado, consideramos que seria mais adequado fornecer esta informação, o que evitaria prejudicar alguns candidatos que, possivelmente, tomaram alguns minutos de prova tentando verificar se haveria esta informação e fazendo esta suposição (a rigor não necessariamente correta).

QUESTÃO 21

Um capacitor de placas paralelas, entre as quais existe vácuo, está ligado a uma fonte de tensão. Ao se introduzir um dielétrico entre as placas,

a) a carga armazenada nas placas aumenta.
b) o campo elétrico na região entre as placas aumenta.
c) a diferença de potencial entre as placas aumenta.
d) a capacitância diminui.
e) a energia armazenada no capacitor diminui.

Resolução **Alternativa A**

Com vácuo, de permissividade eletrostática ε_0, entre as placas, vale a relação:

$$C_{vácuo} = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Com outro material dielétrico, de constante dielétrica (também dita permissividade relativa) ε_r, vale a relação:

$$C_{dielétrico} = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Para uma mesma diferença de potencial *U*, fornecida pela fonte (que supomos constante), nos terminais do capacitor analisemos cada afirmação.

a) Verdadeira. Temos que:

$$U_{vácuo} = U_{dielétrico} \Leftrightarrow \frac{Q_{vácuo}}{C_{vácuo}} = \frac{Q_{dielétrico}}{C_{dielétrico}} \Leftrightarrow \frac{Q_{vácuo}}{\varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} = \frac{Q_{dielétrico}}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}} \Leftrightarrow$$
$$Q_{dielétrico} = \varepsilon_r \cdot Q_{vácuo}$$

Sabemos que $\varepsilon_r > 1$, então:

$$\boxed{Q_{dielétrico} > Q_{vácuo}}$$

b) Falsa. Forma-se entre as placas paralelas do capacitor um campo elétrico (praticamente) uniforme, de intensidade *E* dada por

$$E = \frac{U}{d},$$

que não depende do material dielétrico, portanto não aumenta.

c) Falsa. A diferença de potencial *U* entre as placas só depende da tensão da fonte, portanto não aumenta.

d) Falsa. Temos que:

$$C_{dielétrico} = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = \varepsilon_r \cdot C_{vácuo}.$$

Como $\varepsilon_r > 1$, então $C_{dielétrico} > C_{vácuo}$, isto é, a capacitância aumenta.

e) Falsa. A energia armazenada nos capacitores é dada por:

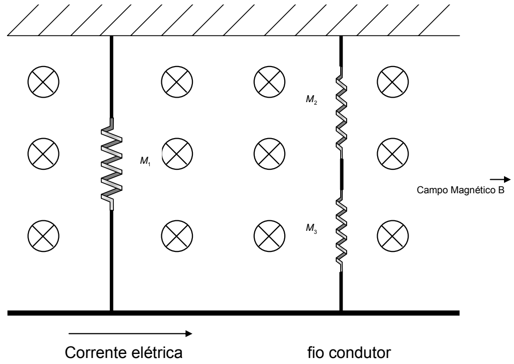
$$\Sigma = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Como $U_{vácuo} = U_{dielétrico}$ e $Q_{dielétrico} = \varepsilon_r \cdot Q_{vácuo}$, então:

$$\Sigma_{dielétrico} = \varepsilon_r \cdot \Sigma_{vácuo} \Rightarrow \Sigma_{dielétrico} > \Sigma_{vácuo}.$$

Assim, a energia armazenada aumenta.

QUESTÃO 22



A figura acima apresenta um fio condutor rígido sustentado por dois segmentos, imersos em uma região com campo magnético uniforme de módulo B, que aponta para dentro da página. O primeiro segmento é composto de uma mola (M_1) e o segundo de uma associação de duas molas (M_2 e M_3). Ao passar uma corrente elétrica por esse condutor, cada segmento apresenta uma tração T. Sabe-se que o campo magnético não atua sobre as molas e que a deformação da mola M_1 é x. A relação entre a diferença de potencial a que o fio é submetido e o produto das deformações dos segmentos é igual a

Dados:

- Comprimento do fio: L
- Resistência do fio: R
- Massa do fio: M
- Constante elástica da mola M_1: k
- Constante elástica das molas M_2 e M_3: 2k
- Módulo do campo magnético: B
- Aceleração da gravidade: g

a) $R(Mg - T)/L.B.x$
b) $R(Mg - 2T)/L.B.x^2$
c) $R(Mg - 2T)/4.L.B.x^2$
d) $(Mg - T)/2.R.L.B.x$
e) $(Mg - 2T)/2.R.L.B.x$

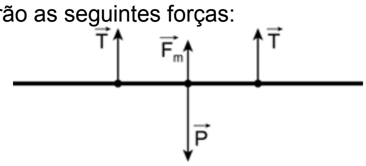
Resolução **Alternativa B**

A constante elástica do equivalente das molas M_2 e M_3 é:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k} = \frac{2}{2k} = \frac{1}{k} \Rightarrow k_{eq} = k$$

Com isso, a deformação dos dois segmentos é igual *x*, sendo seu produto x^2.

Sobre o fio surgirão as seguintes forças:



Como a deformação das molas é constante, então o fio está em repouso, de modo que não existe resultante sobre ele, logo:

$$2T + F_m = P \Rightarrow 2T + BiL = Mg \Rightarrow i = \frac{U}{R} = \frac{Mg - 2T}{BL} \Rightarrow U = R\frac{Mg - 2T}{BL}$$

Portanto, a relação pedida será:

$$\boxed{\frac{U}{x^2} = R \cdot \frac{Mg - 2T}{LBx^2}}$$

QUESTÃO 23

Em problemas relacionados ao aproveitamento de energia térmica, é comum encontrar expressões com o seguinte formato: $V = k.\alpha.\beta$,

Onde:

- *V:* variável de interesse com dimensão de razão entre potência e o produto *área x temperatura;*
- α*:* representa a taxa de variação de temperatura com relação a uma posição;
- β: é a viscosidade dinâmica de um fluido, cuja dimensão é a razão *(força x tempo)/ área*

Sabendo-se que as dimensões básicas para temperatura, comprimento e tempo são designadas pelos símbolos θ, L e T, a dimensão de k é dada por

a) $L^{-2}\theta^{-2}T^{-1}$
b) $L^{2}\theta^{-2}T^{-2}$
c) $L^{-2}\theta^{-2}T$
d) $L^{-2}\theta^{-2}T^{2}$
e) $L^{-2}\theta^{2}T^{-1}$

Resolução **Alternativa B**

Utilizando a legenda:

Pot = *potência* t = *tempo*

F = *força* A = *área*

d = *distância / posição* $Temp$ = *temperatura*

Pelo enunciado temos:

$$[V]=\frac{[Pot]}{[A]\cdot[Temp]}\ ,\ [\alpha]=\frac{[Temp]}{[d]}\ \text{e}\ [\beta]=\frac{[F]\cdot[t]}{[A]}$$

Logo:

$$V=k\cdot\alpha\cdot\beta\Rightarrow k=\frac{V}{\alpha\cdot\beta}$$

$$[k]=\frac{[V]}{[\alpha]\cdot[\beta]}=\frac{\left(\dfrac{[Pot]}{\cancel{[A]}\cdot[Temp]}\right)}{\left(\dfrac{[Temp]}{[d]}\right)\cdot\left(\dfrac{[F]\cdot[t]}{\cancel{[A]}}\right)}=\frac{[Pot]\cdot[d]}{[Temp]^2\cdot[F]\cdot[t]}=$$

$$=\frac{\left[\dfrac{\cancel{[F]}\cdot[d]}{[t]}\right]\cdot[d]}{[Temp]^2\cdot\cancel{[F]}\cdot[t]}=[d]^2\cdot[Temp]^{-2}\cdot[t]^{-2}$$

Portanto:

$$[k]=[d]^2\cdot[Temp]^{-2}\cdot[t]^{-2}=\boxed{L^2\theta^{-2}T^{-2}}$$

QUESTÃO 24

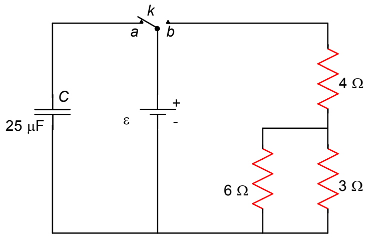


Figura 1

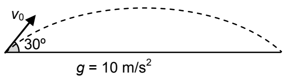


Figura 2

A Figura 1 apresenta um circuito elétrico e a Figura 2 um corpo lançado obliquamente. Na situação inicial do circuito elétrico, a chave *k* faz contato com o ponto *a*, carregando o capacitor *C* com uma energia de 0,0162 J. Em certo instante t_0, o corpo é lançado com velocidade v_0, com um ângulo de 30º e, simultaneamente, a chave *k* é transferida para o ponto *b*. Sabe-se que a energia dissipada no resistor de 3 Ω entre t_0 e o instante em que a partícula atinge a altura máxima é igual a 432 J. O alcance do lançamento em metros é

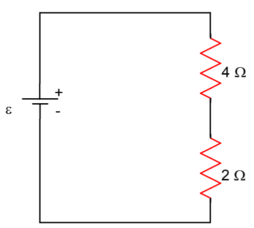
a) $1350\sqrt{3}$ **b)** $1440\sqrt{3}$ **c)** $1530\sqrt{3}$

d) $1620\sqrt{3}$ **e)** $1710\sqrt{3}$

Resolução **Alternativa D**

No circuito, quando a chave *k* faz contato com o ponto *a*, a tensão nos terminais do capacitor será igual à força eletromotriz ε. Sendo *E* a energia armazenada no capacitor, *C* sua capacitância e *U* a d.d.p. do capacitor de uma forma geral. Pelas equações da capacitância e energia e capacitor, temos:

$$\begin{cases}Q=C\cdot U\\ E=\dfrac{Q\cdot U}{2}\end{cases}\Rightarrow E=\frac{C\cdot U^2}{2}=\frac{C\cdot\varepsilon^2}{2}\Rightarrow\ \varepsilon=\sqrt{\frac{2E}{C}}\ \Rightarrow\boxed{\varepsilon=36\text{ V}}$$



Agora, para descobrirmos a potência no resistor de $3\,\Omega$ podemos substituir o circuito do enunciado por um equivalente, representado ao lado. Nele, observamos que os resistores em paralelo, de $3\,\Omega$ e $6\,\Omega$, equivalem a um de $2\,\Omega$.

Pela Lei de Pouillet, descobrimos a corrente que passa pelo resistor de $2\,\Omega$.

$$i=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{36}{6}=6\text{ A}$$

Assim, ele estará sujeito a uma tensão de

$$U=R\cdot i=2\cdot 6=12\text{ V}$$

que será a mesma tensão nos terminais do resistor de $3\,\Omega$. Então, a potência dissipada P_{diss} será:

$$P_{diss}=U\cdot i=\frac{U^2}{R}=\frac{12^2}{3}\Rightarrow P_{diss}=48\text{ W}=\frac{\text{Energia}}{\Delta t}=\frac{432}{t_{subida}}$$

Logo, o tempo de subida do corpo em lançamento t_{subida} será:

$\boxed{t_{subida}=9\text{ s}}$ e o tempo de vôo $t_{vôo}$ será $\boxed{t_{vôo}=18\text{ s}}$

Considerando todo o intervalo de vôo do projétil, podemos calcular, através da equação da velocidade vertical em função do tempo, a velocidade de lançamento. Assim, na vertical:

$$v_y=v_{0y}-g\cdot t\ \ ,\ v_y=-v_{0y}$$

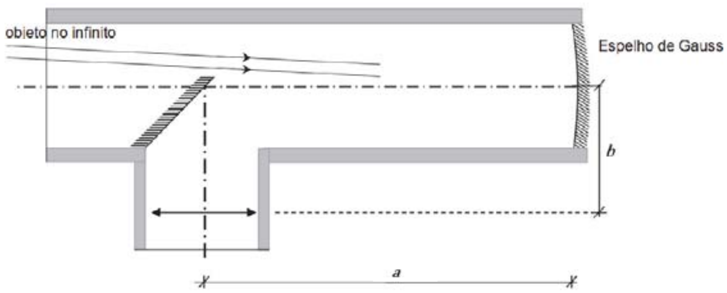
$$\Rightarrow 2v_y=-g\cdot t_{vôo}\Rightarrow 2\cdot v\cdot \text{sen}30^o=-g\cdot t_{vôo}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow v=g\cdot t_{vôo}\Rightarrow\boxed{v=180\text{ m/s}}$$

O alcance *A* será dado por:

$$A=v\cdot\cos 30^o\cdot t_{vôo}\Rightarrow\boxed{A=1620\sqrt{3}\text{ m}}$$

QUESTÃO 25



A figura apresentada o esquema de um telescópio refletor de:

- um espelho esférico de Gauss com distância focal f_E ;
- um espelho plano inclinado 45º em relação ao eixo principal do espelho esférico e disposto a uma distância ***a*** do vértice do espelho esférico, sendo $a<f_E$;
- uma lente ocular delgada convergente com distância focal f_L , disposta a uma distância ***b*** do eixo do espelho esférico.

Para que um objeto no infinito, cujos raios luminosos são oblíquos ao eixo óptico do espelho esférico, apresente uma imagem final focada usuais de observação (imagem da ocular no seu plano focal) o valor de ***b*** deve ser:

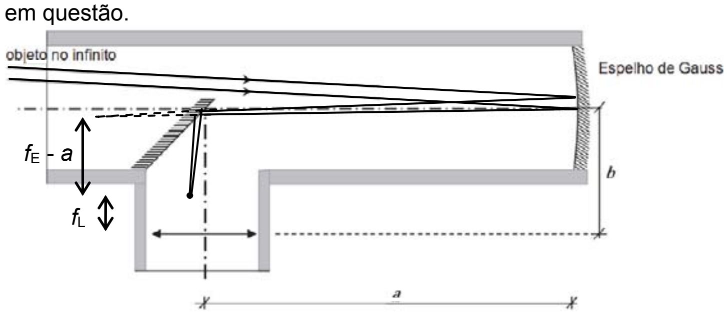
a) f_L+f_E-a **b)** f_E-f_L-a **c)** $\dfrac{f_Lf_E}{a}$

d) $\dfrac{af_E}{f_L}$ **e)** $f_L+\dfrac{af_E}{f_L}$

Resolução **Sem Resposta**

Antes de iniciarmos a resolução, vale ressaltar que na penúltima linha, no trecho entre parênteses, onde está "**imagem** da ocular no seu plano focal", a banca provavelmente quis dizer "**objeto** da ocular no seu plano focal", para que pergunta tivesse sentido. **Com o enunciado atual, a questão não possui resposta**.

Admitindo a última leitura, representamos na figura a seguir o cenário em questão.



Pela figura, verificamos que:

$$f_E+f_L=a+b\Rightarrow\boxed{b=f_E+f_L-a}$$

QUESTÃO 26

As componentes da velocidade em função do tempo (t) de um corpo em MCU de velocidade angular 2 rad/s são:

$$v_x = 3\cos 2t;$$

$$v_y = 3\,\text{sen}\, 2t\ .$$

Considere as seguintes afirmações:
I) O vetor momento linear é constante.
II) A aceleração é nula, pois o momento da força que atua sobre o corpo em relação ao ponto (0, 0) é nulo.
III) O trabalho da força que atua no corpo é nulo.

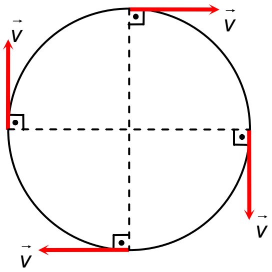
É correto APENAS o que se afirma em:

a) II **b)** III **c)** I e II **d)** I e III **e)** II e III

Resolução — Alternativa B

Pela questão da clareza de uma questão de vestibular, consideramos importante sempre escrever por extenso os termos do enunciado (Movimento Circular Uniforme) ao invés de usar abreviações (MCU).
Julguemos cada afirmação.

(I) **Falsa.** O vetor velocidade $\vec{v}$, sendo sempre tangente à trajetória em cada ponto, tem direção variável.

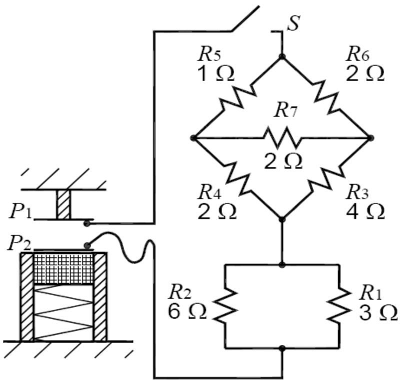


Por consequência, o vetor momento linear $\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$ também terá direção variável ao longo da trajetória.
(II) **Falsa.** Se o corpo executa uma trajetória que não é retilínea, existe necessariamente pelo menos uma componente centrípeta não nula para o vetor aceleração.
(III) **Verdadeira.** De fato, se o movimento é circular uniforme, o módulo da velocidade se mantém constante. Assim, a energia cinética também se mantém constante, e consequentemente, pelo teorema do trabalho-energia cinética:

$$\tau_{RES} = \Delta E_C = 0 \Leftrightarrow T_F = 0$$

Isto é, o trabalho da força que atua no corpo, sendo uma força de natureza centrípeta, é nulo.
Obs: Como não foram dados maiores detalhes, consideramos que "*a força*" mencionada em II e em III é a força resultante sobre o corpo.

QUESTÃO 27

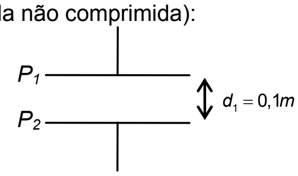


A figura apresenta uma placa positiva metálica P_1, de massa desprezível, fixada no teto, que dista 10 cm de uma placa idêntica P_2. Ambas constituem um capacitor de 16 pF, carregado com 32 pC. A placa P_2 está colada em um bloco de madeira com massa m = 1 kg, mantido em repouso, encostado sobre uma mola não comprimida. Libera-se o movimento do bloco e, no instante que a compressão da mola é máxima, fecha-se a chave S. Sabe-se que nesse instante a potência dissipada em R_2 é 2/3 W e que a aceleração da gravidade g = 10 m/s^2. A constante da mola, em N/m, é

a) 100 **b)** 120 **c)** 150 **d)** 160 **e)** 180

Resolução — Sem Resposta

Situação inicial (mola não comprimida):



$Q_1 = U_1 \cdot C_1$

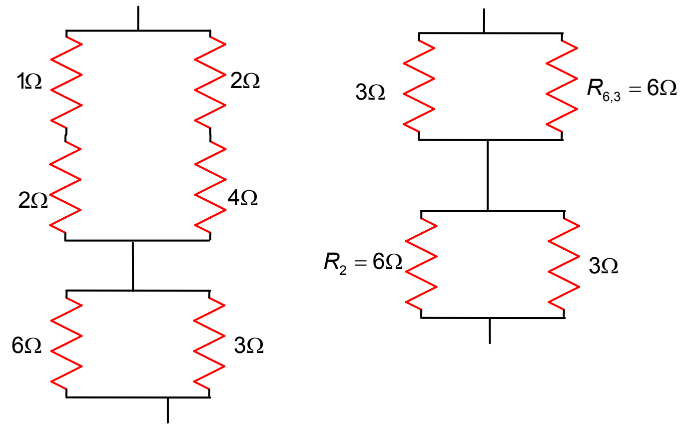
$$\begin{Bmatrix} C_1 = 16pF \\ Q_1 = 32pC \end{Bmatrix} \Rightarrow 32pC = U_1 \cdot 16pF \Rightarrow U_1 = 2V$$

Situação final (mola em compressão máxima, no ponto mais baixo de seu movimento harmônico simples):

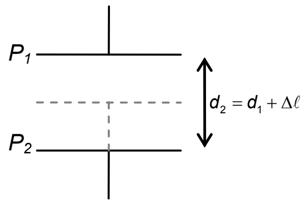
Para o resistor R_2, $P_{R_2} = \dfrac{U_{R_2}^2}{R_2}$

$$\begin{Bmatrix} P_{R_2} = \dfrac{2}{3}W \\ R_2 = 6\Omega \end{Bmatrix} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{U_{R_2}^2}{6} \Rightarrow U_{R_2} = 2V$$

O circuito pode ser redesenhado. Observe a ponte de Wheatstone em torno do resistor R_7:



Pela simetria, como $U_{R_2} = 2V$ então $U_{R_{6,3}} = 2V$, logo a associação de resistores tem ddp de $U_{R_2} + U_{R_{6,3}} = 4V$ entre seus terminais, o que determina a ddp $U_2 = 4V$ nas placas do capacitor.



Assim, a nova capacitância C_2 será determinada:

Seja $C = \varepsilon \dfrac{A}{d}$, então:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\varepsilon \frac{A}{d_2}}{\varepsilon \frac{A}{d_1}} = \frac{d_1}{d_2} \quad \text{(A)}$$

Mas as cargas acumuladas em C_1 e C_2 são iguais, logo:

$Q_1 = Q_2 \Rightarrow U_1 \cdot C_1 = U_2 \cdot C_2$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{U_1}{U_2} \quad \text{(B)}$$

Portanto, de (A) e (B):

$\dfrac{d_1}{d_2} = \dfrac{U_1}{U_2}$. Substituindo os valores:

$$\frac{d_1}{d_1+\Delta\ell}=\frac{U_1}{U_2}\Rightarrow\frac{0,1}{0,1+\Delta\ell}=\frac{2}{4}$$
$$\Delta\ell=0,1m$$

Bloco em compressão máxima:

Como a energia potencial elétrica é desprezível, então a energia potencial gravitacional é trocada por energia potencial elástica, pois tanto na situação inicial (1) quanto na situação de máxima compressão da mola (2), as velocidades são nulas, fazendo com que as energias cinéticas sejam nulas. Dessa forma:

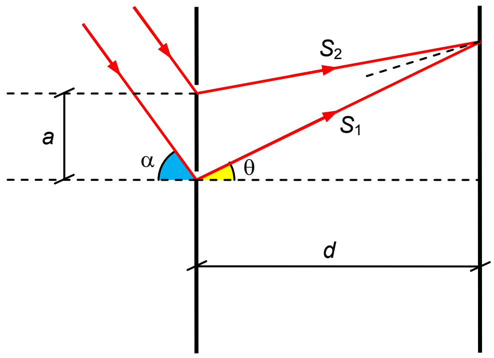
$$E_1^{Pgrav}=E_2^{Pel}\Rightarrow m\cdot g\cdot\Delta\ell=\frac{k\cdot\Delta\ell^2}{2}\Rightarrow k=\frac{2m\cdot g}{\Delta\ell}$$

Substituindo os valores:

$$k=\frac{2\cdot 1\cdot 10}{0,1}\Rightarrow\boxed{k=200N/m}$$

Observação: O gabarito oficial tem como resposta o item (a) 100N/m. Isso seria possível se houvesse movimento quase estático (amortecido), de forma que a máxima compressão se desse quando o peso fosse igual à força elástica. Como o enunciado não diz que o movimento é amortecido, devemos considerar a conservação de energia mecânica e o consequente MHS. No MHS, quando a resultante é nula, trata-se justamente do instante de velocidade máxima. Após este instante, a velocidade começa a se reduzir, devido ao aumento da força elástica, que é contrária ao movimento, até a compressão máxima da mola.

QUESTÃO 28



Uma luz com comprimento de onda λ incide obliquamente sobre duas fendas paralelas, separadas pela distância *a*. Após serem difratados, os feixes de luz que emergem das fendas sofrem interferência e seus máximos podem ser observados num anteparo, situado a uma distância d ($d \gg a$) das fendas. Os valores de θ associados aos máximos de intensidades no anteparo são dados por:

a) $\cos\theta=\frac{n\cdot\lambda}{a}-\cos\alpha$; $n=\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$

b) $\text{sen}\,\theta=\frac{(2n+1)\cdot\lambda}{a}-\text{sen}\,\alpha$; $n=\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$

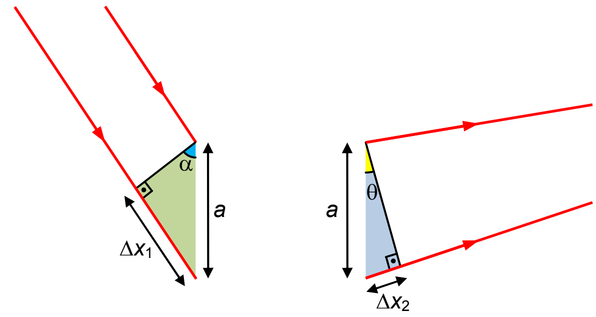
c) $\text{sen}\,\theta=\frac{n\cdot\lambda}{a}-\text{sen}\,\alpha$; $n=\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$

d) $\cos\theta=\frac{n\cdot\lambda}{a}-\text{sen}\,\alpha$; $n=\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$

e) $\text{sen}\,\theta=\frac{2\cdot n\cdot\lambda}{a}-\cos\alpha$; $n=\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots$

Resolução — Alternativa C

Vamos analisar a diferença de percurso entre os raios incidentes que sofrem interferência ao incidirem no anteparo distante.



Os ângulos assinalados no triângulo da direita (de medidas θ e 90°) na verdade estão com essas medidas aproximadas, de acordo com a típica hipótese do experimento de Young de que o anteparo está muito afastado das fendas. Temos que:

$$\begin{cases}\Delta x_1=a\cdot\text{sen}\,\alpha\\ \Delta x_2=a\cdot\text{sen}\,\theta\end{cases}$$

Assim, a defasagem total será dada por:

$$\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=a\cdot(\text{sen}\,\alpha+\text{sen}\,\theta)$$

A interferência será completamente construtiva quando:

$$\Delta x=n\cdot\lambda\text{, para }n\in\mathbb{Z}\text{.}$$

Assim:

$$a\cdot(\text{sen}\,\alpha+\text{sen}\,\theta)=n\cdot\lambda\Leftrightarrow\boxed{\text{sen}\,\theta=\frac{n\cdot\lambda}{a}-\text{sen}\,\alpha,\ \text{com}\ n\in\mathbb{Z}}$$

QUESTÃO 29

Um corpo estava em órbita circular em torno da Terra a uma distância do solo igual à $2R_T$, sendo R_T o raio da Terra. Esse corpo é colocado em órbita de outro planeta que tem 1/20 da massa e 1/3 do raio da Terra. A distância ao solo deste novo planeta, de modo que sua energia cinética seja 1/10 da energia cinética de quando está em torno da Terra é:

a) $\frac{5}{6}R_T$ **b)** R_T **c)** $\frac{7}{6}R_T$ **d)** $\frac{4}{3}R_T$ **e)** $\frac{3}{2}R_T$

Resolução — Alternativa C

Para um corpo de massa *m*, em uma órbita de raio *r* em torno do centro de um planeta de massa *M*, a força de atração gravitacional atua como resultante de natureza centrípeta. Assim:

$$\vec{F_G}=\vec{F_{cp}}\Rightarrow\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}=\frac{m\cdot v^2}{r}\Rightarrow m\cdot v^2=\frac{G\cdot M\cdot m}{r}$$

Assim, a energia cinética *E* desse corpo pode ser expressa por:

$$E=\frac{m\cdot v^2}{2}=\frac{G\cdot M\cdot m}{2r}$$

Na primeira situação, em órbita em torno da Terra, temos:

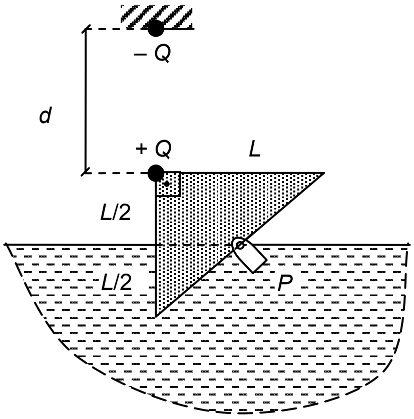
$$E_T=\frac{G\cdot M_T\cdot m}{2\cdot(R_T+2R_T)}=\frac{G\cdot M_T\cdot m}{6R_T}$$

Já na segunda situação, em órbita em torno do outro planeta, temos:

$$E_P=\frac{1}{10}\cdot E_T\Leftrightarrow\frac{\cancel{G}\cdot M_P\cdot\cancel{m}}{2\cdot(d+R_P)}=\frac{1}{10}\cdot\frac{\cancel{G}\cdot M_T\cdot\cancel{m}}{6R_T}\Leftrightarrow$$

$$\frac{\frac{1}{20}\cdot\cancel{M_T}}{2\cdot\left(d+\frac{1}{3}\cdot R_T\right)}=\frac{1}{60}\cdot\frac{\cancel{M_T}}{R_T}\Leftrightarrow\frac{3}{2}\cdot R_T=d+\frac{1}{3}\cdot R_T\Leftrightarrow\boxed{d=\frac{7}{6}\cdot R_T}$$

QUESTÃO 30

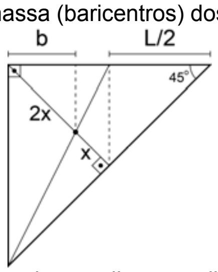


Uma chapa triangular, cujo material constituinte tem 3 vezes a densidade específica da água, está parcialmente imersa na água, podendo girar sem atrito em torno do ponto *P*, situado na superfície da água. Na parte superior da chapa, há uma carga positiva que interage com uma carga negativa presa no teto. Sabe-se que, se colocadas a uma distância *L*, essas cargas de massas desprezíveis provocam uma força de atração igual ao peso da chapa. Para manter o equilíbrio mostrado na figura, a razão *d*/*L*, onde *d* é a distância entre as cargas, deve ser igual a:

a) $\dfrac{\sqrt{10}}{6}$ **b)** $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$ **c)** $\dfrac{\sqrt{14}}{6}$ **d)** $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$ **e)** $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$

Resolução — Alternativa B

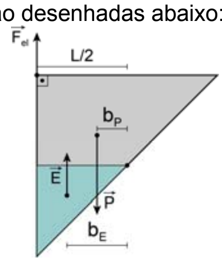
Para encontrar os valores dos torques produzidos, devemos primeiro localizar os centros de massa (baricentros) dos triângulos envolvidos.



O baricentro é o encontro das medianas e divide cada uma delas na proporção 2:1, como ilustrado anteriormente. Por proporção dos segmentos dos triângulos semelhantes, podemos obter que:

$$b = \frac{2}{3}\cdot\frac{L}{2} = \frac{L}{3}$$

As forças aplicadas estão desenhadas abaixo:



Utilizando o resultado anterior, encontramos:

$$b_P = \frac{L}{2} - \frac{L}{3} = \frac{L}{6}\,, \qquad b_E = \frac{L}{2} - \left(\frac{L/2}{3}\right) = \frac{L}{3}$$

O valor do empuxo é igual ao módulo do peso do líquido deslocado pela placa, que possui densidade igual a um terço da densidade da placa. Portanto, como o volume deslocado é um quarto do volume da placa, temos:

$$E = \frac{1}{3}\cdot\frac{P}{4} = \frac{mg}{12}$$

Segundo o enunciado, para uma distância *L*, obtemos a relação:

$$F_{el_L} = k\frac{Q^2}{L^2} = mg \Rightarrow kQ^2 = mgL^2$$

Com isso, o valor da força elétrica para a distância *d* será:

$$F_{el_d} = k\frac{Q^2}{d^2} = \frac{mgL^2}{d^2}$$

Pela condição de equilíbrio, a soma dos torques sobre a placa, em relação ao ponto *P*, deve ser nula, de modo que:

$$E\cdot b_E + F_{el}\cdot\frac{L}{2} = P\cdot b_P \Rightarrow \frac{\cancel{mg}}{12}\cdot\frac{\cancel{L}}{3} + \frac{\cancel{mg}L^2}{d^2}\cdot\frac{\cancel{L}}{2} = \cancel{mg}\cdot\frac{\cancel{L}}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{36} + \left(\frac{L}{d}\right)^2\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow \left(\frac{L}{d}\right)^2 = 2\cdot\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{36}\right) \Rightarrow \frac{L}{d} = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

$$\therefore \boxed{\frac{d}{L} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}}$$

QUÍMICA

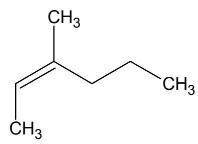
QUESTÃO 31

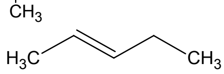
Dentre as opções abaixo, indique a única que não apresenta estereoisomeria.

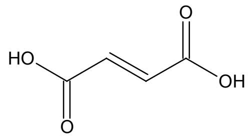
a) 3-metil-2-hexeno
b) 2-penteno
c) Ácido butenodióico
d) Propenal
e) 2-buteno

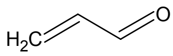
Resolução — Alternativa D

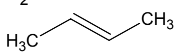
A estereoisomeria a que o enunciado se refere é a diastereoisomeria, que ocorre em compostos que contenham ligação pi entre carbonos. A existência dessa isomeria nesses compostos ocorre se cada carbono insaturado estiver ligado a dois ligantes diferentes. Analisando as estruturas das moléculas citadas, observa-se que o propenal não possui ligantes diferentes nos dois carbonos insaturados.

a) 3-metil-2-hexeno 

b) 2-penteno 

c) Ácido butenodióico 

d) Propenal 

e) 2-buteno 

QUESTÃO 32

Sobre a diferença entre sólido amorfo e sólido cristalino, pode-se afirmar o seguinte:

a) os sólidos amorfos não têm uma entalpia de fusão definida, enquanto os sólidos cristalinos têm.
b) sólido amorfo é aquele que pode sofrer sublimação, enquanto sólido cristalino não.
c) embora ambos possuam estrutura microscópica ordenada, os sólidos amorfos não possuem forma macroscópica definida.
d) os sólidos cristalinos têm como unidade formadora átomos, enquanto para os amorfos a unidade formadora são moléculas.
e) os sólidos cristalinos são sempre puros, enquanto os amorfos são sempre impuros.

Resolução — Alternativa A

a) Sólidos amorfos não possuem estrutura ordenada, de forma que as moléculas se encontram aleatoriamente distribuídas. Uma consequência direta da disposição irregular das partículas é a diferença na intensidade das forças intermoleculares entre as mesmas. Assim, sólidos amorfos não possuem uma entalpia de fusão definida, e consequentemente, também não possuem uma temperatura de **fusão** definida. Ao contrário do que ocorre para os sólidos cristalinos, os quais possuem um arranjo ordenado de átomos.
b) Tanto os sólidos amorfos quanto os cristalinos podem sofrer sublimação, que corresponde à passagem do estado sólido para o estado gasoso.
c) Como mencionado na letra A, sólidos amorfos não possuem estrutura microscópica ordenada.
d) Ambos sólidos, amorfos ou cristalinos, podem ter como unidade formadora átomos ou moléculas.
e) Um sólido amorfo também pode ser puro, pois ser amorfo significa apenas que sua estrutura microscópica não é ordenada.

QUESTÃO 33

Um grupo de alunos desenvolveu um estudo sobre três reações irreversíveis de ordens zero, um e dois. Contudo, ao se reunirem para confeccionar o relatório, não identificaram a correspondência entre as colunas da tabela abaixo e as respectivas ordens de reação.

t(s)	C1 (mol/L)	C2 (mol/L)	C3 (mol/L)
200	0,8000	0,8333	0,8186
210	0,7900	0,8264	0,8105
220	0,7800	0,8196	0,8024
230	0,7700	0,8130	0,7945
240	0,7600	0,8064	0,7866

Considere que o modelo $\frac{\Delta C}{\Delta t} = -kC^n$ descreva adequadamente as velocidades das reações estudadas. Considere ainda que as magnitudes das constantes de velocidade específica de todas as reações são idênticas à reação de segunda ordem, que é $1,0x10^{-3}$ L/mol.s . Assim, pode-se afirmar que C1, C2 e C3 referem-se, respectivamente, a reações de ordem

a) 1, 2 e 0. **b)** 0, 1 e 2. **c)** 0, 2 e 1.
d) 2, 0 e 1. **e)** 2, 1 e 0.

Resolução — Alternativa C

Temos que $\frac{\Delta C}{\Delta t} = -kC^n \Rightarrow \Delta C = -1,0\times10^{-3}C^n\Delta t$

Para C1:
É fácil ver que a queda de concentração dos reagentes cai linearmente com o tempo. Desta forma, C1 representa a reação de ordem 0, já que $\Delta C = -10^{-3}\cdot\Delta t$ é a única possibilidade de reta.

Para a coluna C2 temos:

$$(0,8264 - 0,8333) = -1,00\times10^{-3}\times(0,8333)^n\times(210-200)\Rightarrow$$

$$\frac{-6,9\times10^{-3}}{-0,01} = 0,8333^n \Rightarrow$$

$$6,9\times10^{-1} = 0,8333^n \Rightarrow n = 2$$

Portanto a coluna C2 corresponde a uma reação de ordem 2.

Para a coluna C3 temos:

$$(0,8105 - 0,8186) = -1,00\times10^{-3}\times(0,8186)^n\times(210-200)\Rightarrow$$

$$\frac{-8,1\times10^{-3}}{-0,01} = 0,8186^n \Rightarrow$$

$$0,8100 = 0,8186^n \Rightarrow n = 1$$

Portanto a Coluna C3 corresponde a uma reação de ordem 1.

QUESTÃO 34

As variáveis de um experimento de difração de raios X obedecem à seguinte lei:

$$2d\,\text{sen}\,\theta = \lambda$$

Onde λ é o comprimento de onda do feixe monocromático de radiação X incidente sobre a amostra, θ é o ângulo no qual se observa interferência de onda construtiva e ***d*** é o espaçamento entre as camadas de átomos na amostra.
Ao se incidir raios X de comprimento de onda 154 pm sobre uma amostra de um metalóide, cuja cela unitária segue a representação da figura abaixo, observa-se interferência construtiva em 13,3°.

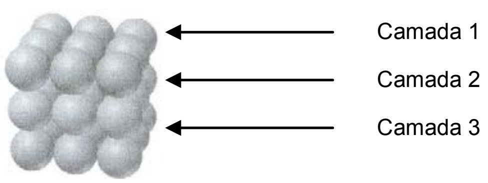


Tabela 1		Tabela 2	
θ	sen θ	Metalóide	Raio Atômico (pm)
7,23°	0,1259	Si	117
11,2°	0,1942	Ge	123
13,3°	0,2300	As	125
15,0°	0,2588	Te	143
30,0°	0,5000	Pó	167

De acordo com as tabelas 1 e 2, pode-se afirmar que o metalóide analisado é:
a) Si
b) Ge
c) As
d) Te
e) Po

Resolução — Alternativa E

Substituindo-se na equação dada no enunciado os valores de comprimento de onda (154 pm) e o ângulo 13,3°, cujo seno é dado na tabela 1 ($\text{sen}\,\theta = 0,23$), obtém-se:

$$154 = 2\cdot d\cdot \text{sen}13,3°$$

$$154 = 2\cdot d\cdot 0,23 \Rightarrow d = 334,78\,\text{pm}$$

Como *d* é a distância entre dois núcleos (e por isso é igual ao dobro do raio atômico), o raio do átomo é dado por 334,78/2 = 167,39 pm.
Analisando-se a tabela 2, conclui-se que o metalóide analisado é o polônio.

QUESTÃO 35

Sobre um sol, também chamado por muitos de solução coloidal, pode-se afirmar que:
a) como toda solução, possui uma única fase, sendo, portanto, homogêneo.
b) possui, no mínimo, três fases.
c) assemelha-se a uma suspensão, diferindo pelo fato de necessitar um tempo mais longo para precipitar suas partículas.
d) é ao mesmo tempo uma solução e uma suspensão, porque, embora forme uma fase única, deixado tempo suficientemente longo, formam-se duas fases, precipitando-se uma delas.
e) possui duas fases, sendo, portanto, heterogêneo.

Resolução — Alternativa E

a) Falsa. Colóides são sistemas físico-químicos formados por dois ou mais componentes, contendo, duas ou mais fases, sendo, portanto uma mistura heterogênea. Colóides do tipo sol são uma suspensão de pequenas partículas sólidas dispersas num meio líquido.
b) Falsa. Um sol possui uma fase sólida dispersa numa fase líquida, contendo, portanto, no mínimo, duas fases.
c) Falsa. A diferença entre uma solução coloidal e uma suspensão é o tamanho das partículas dispersas. Na primeira, as partículas dispersas têm dimensões entre 1 e 100 nm, já nas suspensões as partículas dispersas são maiores do que 100 nm. Além disso, uma dispersão coloidal não precipita apenas pela ação da gravidade, necessitando de um processo chamado ultracentrifugação para precipitar, ao contrário de uma suspensão, que precipita pela ação da gravidade.
d) Falsa. Uma dispersão coloidal não é solução, uma vez que esta possui partículas dispersas menores do que 1 nm, nem suspensão, conforme explicado na alternativa C. A dispersão coloidal possui duas fases ou mais.
e) Correta. Como dito no item B, o sistema em questão possui duas fases ou mais sendo, portanto, um sistema heterogêneo.

QUESTÃO 36

Ao se adicionar um sólido X em um béquer contendo solução aquosa de fenolftaleína, a solução adquire uma coloração rósea e ocorre a liberação de um composto gasoso binário. A análise elementar desse composto gasoso revelou que a percentagem em massa de um de seus elementos é superior a 90%.
Com base nessas informações, o sólido X é:
a) Na_2CO_3
b) C_6H_5COOH
c) $NaHCO_3$
d) CaC_2
e) C_6H_5OH

Resolução **Alternativa D**

a) O carbonato sofre hidrólise, liberando OH^-, liberando CO_2, tornando o meio básico e a fenolftaleína rosa.

$$CO_3^{2-} + 2H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2O + 2OH^-$$

Ao calcular a porcentagem em massa de oxigênio no CO_2, obtém-se o valor de 73% $\left(\frac{m_{O_2}}{m_{CO_2}} = \frac{32}{44} \approx 0{,}73\right)$, menor que os 90% citados no enunciado.

b) O composto apresentado é o ácido benzóico, que sofre ionização quando dissolvido em solução aquosa, formando H_3O^+ e tornando o meio ácido. Nesse caso não há liberação de gás e a solução de fenolftaleína ficará incolor.

c) O ânion bicarbonato sofre hidrólise formando CO_2 gasoso e tornando o meio básico, assim, a solução de fenolftaleína ficará rosa.

$$HCO_3^- + H_2O \rightleftharpoons CO_2 + H_2O + OH^-$$

Como o gás liberado é o CO_2, já vimos no item **a** que essa alternativa não é a correta.

d) O carbeto de cálcio reage com água, formando acetileno (C_2H_2) e hidróxido de cálcio, conforme mostrado a seguir:

$$CaC_2 + 2H_2O \rightarrow C_2H_{2(g)} + Ca(OH)_2$$

A formação de hidróxido de cálcio tornará o meio básico e a solução de fenolftaleína rosa. A porcentagem de carbono no acetileno é de 92% $\left(\frac{m_{C_2}}{m_{C_2H_2}} = \frac{24}{26} \approx 0{,}92\right)$, e por isso essa é a alternativa correta.

e) O composto apresentado é o fenol, que sofre ionização quando dissolvido em solução aquosa, formando H_3O^+, tornando o meio ácido. Nesse caso não há liberação de gás e a solução de fenolftaleína ficará incolor.

QUESTÃO 37

Um volume V_1 de oxigênio e um volume V_2 de ácido sulfídrico, ambos nas mesmas condições de temperatura e pressão, são misturados. Promovendo-se a reação completa, verifica-se que os produtos da reação, quando colocados nas condições iniciais de pressão e temperatura, ocupam um volume de 10 L.
Considere que a água formada encontra-se no estado líquido e que as solubilidades dos gases em água são desprezíveis. Sabendo-se que havia oxigênio em excesso na reação e que $V_1 + V_2 = 24$ L, verifica-se que o valor de V_2 é:

a) $14{,}7L$
b) $9{,}3L$
c) $12{,}0L$
d) $5{,}7L$
e) $15{,}7L$

Resolução **Sem resposta**

Pelo enunciado da questão pode-se escrever a seguinte reação balanceada:

$$H_2S_{(g)} + \frac{3}{2}O_{2(g)} \rightarrow H_2O_{(\ell)} + SO_{2(g)}$$

Como o oxigênio está em excesso, pela estequiometria da reação temos que a quantidade de água e dióxido de enxofre formadas, considerando a combustão completa, é igual à quantidade de sulfeto de hidrogênio (reagente limitante).

	Número de mol de O_2	Número de mol de H_2S	Número de mol de H_2O	Número de mol de SO_2
inicio	n_1	n_2	0	0
fim	$n_1 - \frac{3}{2}n_2$	0	n_2	n_2

Como o número de mols de um gás é diretamente proporcional ao volume do mesmo (hipótese de Dalton), trataremos as proporções entre produtos e reagentes mostradas na tabela acima válidas para volumes.

A partir daqui, devemos atentar para o enunciado: "*... verifica-se que os **produtos** [grifo nosso] da reação, quando colocados nas condições iniciais de pressão e temperatura, ocupam um volume de 10 L*".

Desta forma, desprezando o volume de água líquida formada, temos que o volume de SO_2 formado (único **produto** gasoso) ocupa 10 L nas condições iniciais de pressão e temperatura. Desta forma, temos que todo o volume V_2 de ácido sulfídrico se converteu num mesmo volume V_2 de SO_2. Então

$$\boxed{V_2 = 10 \text{ L}}$$

No entanto, se houvessem 10 L de H_2S, seriam necessários mais que $\frac{3}{2} \cdot 10 = 15$ L de O_2 para que este fosse um reagente em excesso, quando no entanto, haveria apenas 14 L do mesmo (já que $V_1 + V_2 = 24$ L).

Não só não há alternativa para o volume V_2 encontrado, como a situação descrita no enunciado é impossível. **Sugerimos que a questão seja anulada.**

O que a banca provavelmente queria era que considerássemos que o volume dos produtos mencionados incluísse o que sobrou de O_2 da reação citada (não é produto, uma vez que é reagente). Seguindo esta linha, a resolução seria a mostrada abaixo:

Pela tabela de reação, podemos escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 24L \\ V_1 - \frac{3}{2}V_2 + V_2 = 10 \Rightarrow V_1 - \frac{1}{2}V_2 = 10L \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}V_2 + V_2 + 10 = 24 \Rightarrow \frac{3}{2}V_2 = 14 \Rightarrow V_2 \cong 9{,}3L$$

Obs: Para a resolução desse exercício consideramos somente a formação de SO_2, uma vez que a formação de SO_3 só ocorre em presença de catalisador e de altas temperaturas.

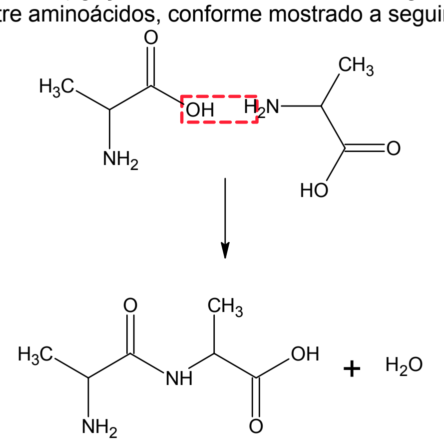
QUESTÃO 38

Dos compostos abaixo, aquele que não forma ligação peptídica é:

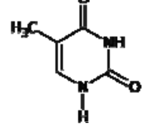
a) timina
b) glicina
c) prolina
d) asparagina
e) valina

Resolução **Alternativa A**

A ligação peptídica (ligação entre a carbonila e o nitrogênio) é formada na reação entre aminoácidos, conforme mostrado a seguir:



Dos compostos apresentados, glicina, prolina, asparagina e valina são aminoácidos e reagem entre si formando ligações peptídicas. A timina não é um aminoácido, e sim uma base nitrogenada, que compõe o nucleotídeo, presente no DNA, cuja estrutura é mostrada a seguir:



QUESTÃO 39

A determinada profundidade, o organismo de um mergulhador absorve N_2 a uma pressão parcial de 5,0 atm. Considere que a solubilidade do N_2 no sangue, a uma pressão parcial de 0,78 atm, seja 5,85 x 10^{-4} mol/L. Admita, ainda, que o volume total do sangue no corpo do mergulhador possa ser estimado em 6,0 L. Nessas condições em seu retorno à superfície, onde a pressão parcial desse gás é 0,78 atm, seja:

a) 3,50 x 10^{-3} **b)** 7,30 x 10^{-3} **c)** 1,90 x 10^{-2}
d) 1,21 x 10^{-2} **e)** 2,25 x 10^{-2}

Resolução **Alternativa C**

Pela lei de Henry, a solubilidade de um gás é diretamente proporcional à sua pressão parcial. Assim, pode-se calcular a solubilidade do gás à pressão de 5 atm:

0,78 atm	________	$5{,}85.10^{-4}$ mol.L^{-1}
5 atm	________	X

$X = 3{,}75.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Cálculo da quantidade (em mol) de N_2 absorvido à 0,78 atm:

1L	________	$5{,}85.10^{-4}$ mol
6L	________	X

$X = 3{,}51.10^{-3}$ mol

Cálculo da quantidade (em mol) de N_2 absorvido à 5 atm:

1L	________	$3{,}75.10^{-3}$ mol.L^{-1}
6L	________	X

$X = 2{,}25.10^{-2}$ mol

Assim, a quantidade de N_2 eliminada em seu retorno à superfície é

$$2{,}25 \cdot 10^{-2} - 3{,}51 \cdot 10^{-3} \approx 1{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

QUESTÃO 40

Dada a reação química abaixo, que ocorre na ausência de catalisadores,

$$H_2O_{(g)} + C_{(s)} + 31{,}4\,\text{kcal} \rightleftarrows CO_{(g)} + H_{2(g)}$$

pode-se afirmar que:

a) o denominador da expressão da constante de equilíbrio é $[H_2O]\cdot[C]$.

b) se for adicionado mais monóxido de carbono ao meio reacional, o equilíbrio se desloca para a direita.

c) o aumento da temperatura da reação favorece a formação dos produtos.

d) se fossem adicionados catalisadores, o equilíbrio iria se alterar tendo em vista uma maior formação de produtos.

e) o valor da constante de equilíbrio é independente da temperatura.

Resolução **Alternativa C**

a) Falso. A expressão da constante de equilíbrio é dada por $k_c = \frac{[CO]\cdot[H_2]}{[H_2O]}$. A concentração do carbono não se altera, assim não faz parte da expressão da constante de equilíbrio.

b) Falso. A adição de monóxido de carbono deslocará o equilíbrio para a esquerda.

c) Verdadeiro. A reação direta é endotérmica, conforme mostrado na equação. Assim, o aumento de temperatura deslocará o equilíbrio no sentido de formação dos produtos.

d) Falso. A presença de catalisador não altera o estado de equilíbrio, mas apenas aumenta a velocidade das reações direta e inversa.

e) Falso. O valor da constante é dependente da temperatura, conforme mostrado na equação abaixo:

$$\frac{\Delta G}{-RT} = \ln k = -\frac{\Delta H}{RT} + \frac{\Delta S}{R}$$

Equipe desta resolução

Matemática

Darcy Gabriel Augusto de Camargo Cunha
Felipe Mascagna Bittencourt Lima

Física

Danilo José de Lima
Felipe Costa Mercadante
Vinício Merçon Poltronieri

Química

Fabiana Ocampos
Roberto Bineli Muterle
Thiago Inácio Barros Lopes

Revisão

Eliel Barbosa da Silva
Fabiano Gonçalves Lopes
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani
Vagner Figueira de Faria

Digitação, Diagramação e Publicação

Guilherme Magalhães Itacarambi Peneluppi
Hannay Nishimaru Molar