

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Resolve

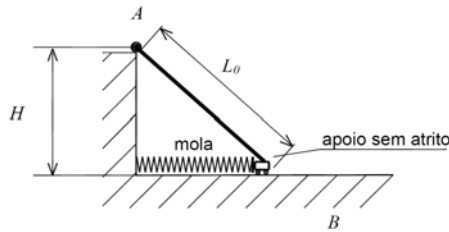
IME 2011

FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

FÍSICA

QUESTÃO 01



A figura acima mostra um sistema composto por uma parede vertical com altura H , uma barra com comprimento inicial L_0 e uma mola. A barra está apoiada em uma superfície horizontal sem atrito e presa no ponto A por um vínculo, de forma que esta possa girar no plano da figura. A mola, inicialmente sem deformação, está conectada à parede vertical e à barra.

Após ser aquecida, a barra atinge um novo estado de equilíbrio térmico e mecânico. Nessa situação a força de reação vertical no apoio B tem módulo igual a 30 N . Determine a quantidade de calor recebida pela barra.

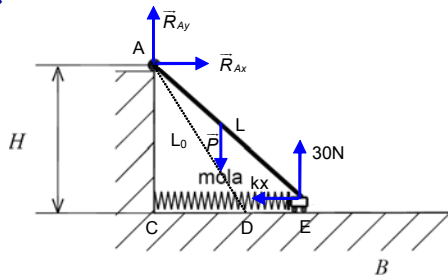
Dados:

- $H = 3\text{ m}$
- $L_0 = 3\sqrt{2}\text{ m}$;
- o peso da barra: $P = 30\text{ N}$;
- constante elástica da mola: $k = 20\text{ N/m}$;

$$\frac{Pc}{g\alpha} = \frac{50 + 30\sqrt{2}}{4} \text{ joules, onde } c \text{ é o calor específico da barra; } \alpha \text{ é o}$$

coeficiente de dilatação linear da barra; g é a aceleração da gravidade; e P é o peso da barra.

Resolução



Equilíbrio de forças sobre a barra:

Vertical: $-P + 30 + R_{Ay} = 0 \Rightarrow R_{Ay} = 0\text{ N}$

Horizontal: $-kx + R_{Ax} = 0 \Rightarrow R_{Ax} = kx$

O comprimento da mola sem deformação é facilmente obtido a partir de H e L_0 e é igual a $CD = 3\text{ m}$, assim, na situação de equilíbrio final, $CE = 3 + x$, onde x é a deformação da mola.

Equilíbrio de Momentos em relação ao pólo A:

$$-kx \cdot 3 + 30(3 + x) - 30 \frac{(3 + x)}{2} = 0 \Rightarrow -20x + 5(3 + x) = 0 \Rightarrow -15x = -15 \Rightarrow x = 1\text{ m}$$

Considerando a situação de equilíbrio final, temos que $CE = (3 + 1)\text{ m} \Rightarrow CE = 4\text{ m}$. Logo, o comprimento final da barra é

dado por: $L^2 = (CE)^2 + (AC)^2 = 4^2 + 3^2 \text{ (m}^2) \Rightarrow L = 5\text{ m}$.

Para a dilatação linear podemos escrever:

(1) $L = L_0(1 + \alpha\Delta\theta)$, onde $\Delta\theta$ é a variação de temperatura.

Ainda, sobre o calor recebido pela barra, podemos escrever:

$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$, como $m = \frac{P}{g}$, temos:

(2) $\Delta\theta = \frac{g \cdot Q}{P \cdot c}$

Substituindo (2) em (1):

$$L = L_0 \left(1 + \frac{Q \cdot g \cdot \alpha}{P \cdot c} \right)$$

Isolando a incógnita Q , obtemos:

$$Q = \left(\frac{L}{L_0} - 1 \right) \cdot \frac{P \cdot c}{g \cdot \alpha}$$

Do enunciado, $\frac{P \cdot c}{g \cdot \alpha} = \frac{50 + 30\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}\text{ J}$, logo:

$$Q = \left(\frac{5}{3\sqrt{2}} - 1 \right) \cdot \left(\frac{50 + 30\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \right) \Rightarrow Q = \left(\frac{5 - 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \right) \cdot 10 \cdot \left(\frac{5 + 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \right) \Rightarrow Q = \left(\frac{25 - 18}{18} \right) \cdot 10 \Rightarrow Q = \frac{35}{9}\text{ J}$$

QUESTÃO 02

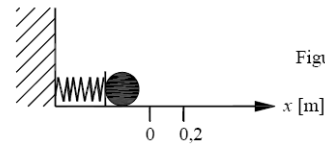


Figura 1a

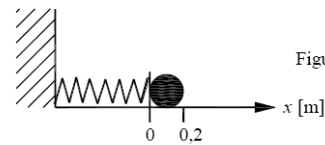


Figura 1b

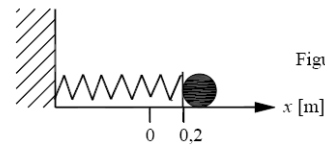


Figura 1c

Um corpo está sobre um plano horizontal e ligado a uma mola. Ele começa a ser observado quando a mola tem máxima compressão (Figura 1a). Durante a observação, verificou-se que, para a deformação nula da mola (em $x = 0$), sua velocidade é 5 m/s (Figura 1b). Para $x = 0,2\text{ m}$ (Figura 1c), o corpo é liberado da mola a partir dessa posição e fica submetido a uma força de atrito até parar. Faça um gráfico da aceleração a do corpo em função da posição x , registrando os valores de a e de x quando:

- a observação se inicia;
- a velocidade é máxima;
- o corpo é liberado da mola;
- o corpo para.

Dados:

- massa do corpo: 500 g ;
- constante elástica da mola: 50 N/m ;
- coeficiente de atrito entre o plano e o corpo: $0,3$.

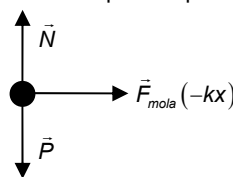
Resolução

Temos duas hipóteses para resolver o problema, uma vez que não fica claro se o atrito entre o corpo e o plano age enquanto este fica preso à mola ou se ele passa a agir apenas após o corpo se soltar da mesma.

Primeira hipótese (atrito age apenas após o corpo se soltar):

- Para $-b \leq x < +0,2\text{ m}$ não há atrito entre o corpo e o plano.
- Para $+0,2\text{ m} \leq x < x_{\text{final}}$ há atrito entre o corpo e o plano.

Diagrama de corpo livre para $-b \leq x < +0,2\text{ m}$:



Forças agindo sobre o corpo nesse trecho:

$F_{\text{resultante}} = F_{\text{mola}} = -50x$

Aceleração do corpo nesse trecho:

$a = \frac{F_{\text{resultante}}}{m} = \frac{-50x}{0,5} = -100x$

Escrevendo as equações de conservação de energia comparando o instante em que $x = -b$ com o instante em que $x = 0$ (instante no qual a velocidade do corpo é máxima):

$$\frac{k \cdot b^2}{2} = \frac{m \cdot v_{\text{máx}}^2}{2} \Leftrightarrow b^2 = v_{\text{máx}}^2 \cdot \frac{m}{k}$$

Como $b > 0$ por hipótese:

$$b = 5 \cdot \sqrt{\frac{0,5}{50}} = 0,5m$$

Diagrama de corpo livre para $+0,2m \leq x < x_{final}$:

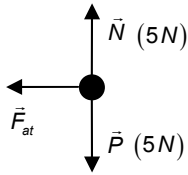
Forças agindo sobre o corpo nesse trecho:

$$P = N = 0,5 \cdot 10 = 5N$$

$$F_{at} = \mu_c \cdot N = 0,3 \cdot 5 = 1,5N \quad (\text{para a esquerda})$$

Aceleração do corpo nesse trecho:

$$a = \frac{F_{resultante}}{m} = \frac{1,5}{0,5} = 3m/s^2 \quad (\text{para a esquerda})$$



Encontremos então a velocidade do corpo no instante em que ele se solta da mola, conservando energia entre o instante de compressão máxima e o instante em que $x = +0,2m$:

$$\frac{k \cdot b^2}{2} = \frac{k \cdot 0,2^2}{2} + \frac{m \cdot v_{saida}^2}{2}$$

$$\frac{50 \cdot 0,5^2}{2} = \frac{50 \cdot 0,2^2}{2} + \frac{0,5 \cdot v_{saida}^2}{2} \therefore v_{saida} = \sqrt{21}m/s$$

Agora vamos calcular quanto o corpo anda desde o instante em que ele se desprende da mola até parar usando Torricelli.

$$0^2 = v_{saida}^2 - 2 \cdot a \cdot d$$

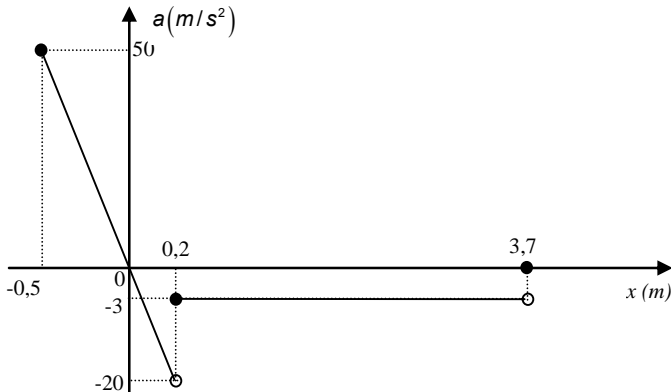
$$d = \frac{v_{saida}^2}{2 \cdot a} = \frac{21}{2 \cdot 3} = 3,5m$$

Assim temos que $x_{final} = 0,2 + 3,5 = 3,7m$.

Vamos então finalmente calcular a aceleração do corpo nos pontos pedidos no enunciado:

- a) $x = -0,5m \Rightarrow a = -100 \cdot (-0,5) \Rightarrow a = +50m/s^2$.
- b) A velocidade é máxima no instante em que a extremidade da mola passa pelo ponto de deformação nula: $x = 0m \Rightarrow a = 0m/s^2$.
- c) Logo após ser liberado da mola, apenas a força de atrito age, e daí temos que $a = -3m/s^2$ (referencial positivo para a direita).
- d) Quando o corpo para (ou seja, quando $x = x_{final}$), a força de atrito cinético deixa de agir, e por isso a resultante é nula e temos $a = 0$.

Então podemos esboçar o gráfico pedido:
(Aceleração X Posição)



Segunda hipótese (atrito age desde o início):

Diagrama de corpo livre para $-b < x < +0,2m$:

Forças agindo sobre o corpo nesse trecho:

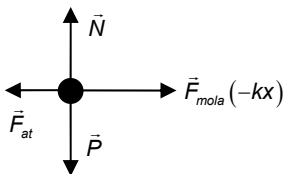
$$F_{mola} = -50x$$

$$F_{at} = \mu_c N = 0,3 \cdot 5 = 1,5N$$

$$F_{resultante} = F_{mola} - F_{at} = -50x - 1,5$$

Aceleração do corpo nesse trecho:

$$a = \frac{F_{resultante}}{m} = \frac{-50x - 1,5}{0,5} = -100x - 3$$



Escrevendo o Teorema da Energia Cinética comparando o instante em que $x = -b$ com o instante em que $x = 0$ (instante no qual a velocidade do corpo é máxima):

$$\tau^{(F_{resultante})} = \tau^{(F_{MOLA})} + \tau^{(F_{at})} = \Delta E_{CIN}$$

$$\frac{k \cdot b^2}{2} - 1,5b = \frac{m \cdot v_{max}^2}{2}$$

Substituindo os valores, obtemos a seguinte equação do 2º grau em b:
 $100b^2 - 6b - 25 = 0 \Rightarrow \Delta = 10036$

Por praticidade, podemos assumir que $\sqrt{10036} \approx 100$.

Como $b > 0$ por hipótese:

$$b = +0,53m$$

Diagrama de corpo livre para $+0,2m \leq x < x_{final}$:

Assim como na 1ª hipótese temos apenas a força de atrito agindo nesse trecho.

Aceleração do corpo nesse trecho:

$$a = \frac{F_{resultante}}{m} = \frac{1,5}{0,5} = 3m/s^2 \quad (\text{para a esquerda})$$

Encontremos então a posição na qual o corpo para, aplicando o Teorema da Energia Cinética entre o instante de deformação nula da mola e o instante em que o corpo para ($x = x_{final}$):

$$\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} - F_{at} \cdot x_{final} - \frac{k \cdot 0,2^2}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{0,5 \cdot 5^2}{2} - 1,5 \cdot x_{final} - \frac{50 \cdot 0,2^2}{2} = 0 \Leftrightarrow x_{final} = 3,5m$$

Vamos então, finalmente, calcular a aceleração do corpo nos pontos pedidos no enunciado:

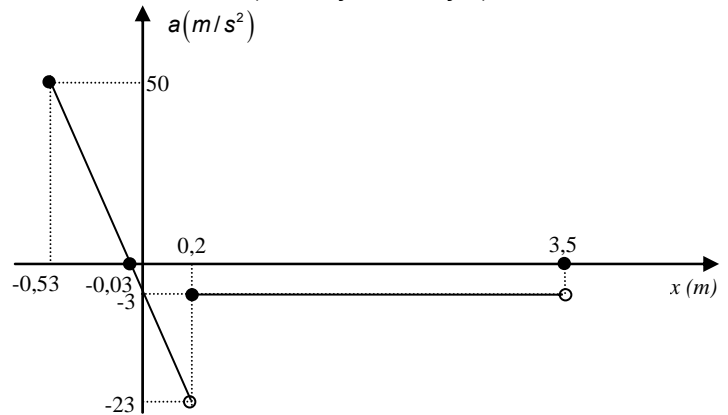
- a) Estamos supondo que existem forças de atrito estático no instante inicial (instante em que o corpo ainda não adquiriu velocidade). Como há uma força elástica solicitando o início do movimento, estamos considerando que o coeficiente de atrito estático é igual ao coeficiente de atrito cinético (situação bastante comum), desta forma temos que $a = -100 \cdot x - 3 = -100 \cdot (-0,53) - 3 \Rightarrow a = 50m/s^2$.
- b) A velocidade é máxima no instante em que a força resultante se anula, ou seja, no instante em que a aceleração se anula. Nesse caso, temos:

$$a = 0 \Leftrightarrow -100x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -0,03m$$

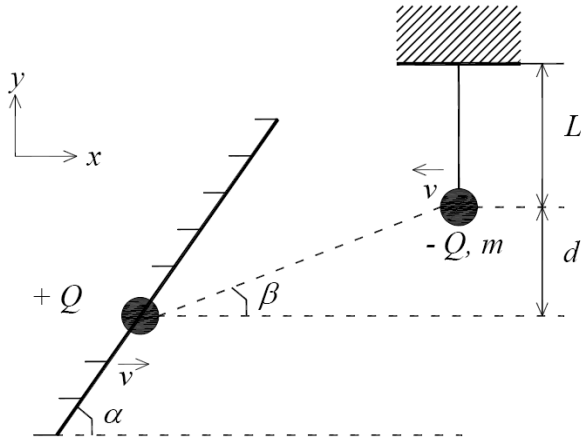
c) Logo após ser liberado da mola, apenas a força de atrito age, e daí temos que $a = -3m/s^2$ (referencial positivo para a direita).

d) Quando o corpo para (ou seja, quando $x = x_{final}$), a força de atrito cinético deixa de agir, e por isso a resultante é nula e temos $a = 0$.

Então podemos esboçar o gráfico pedido:
(Aceleração X Posição)



QUESTÃO 03



Uma carga positiva está presa a um espelho plano. O espelho aproxima-se, sem rotação, com velocidade constante paralela ao eixo x , de uma carga negativa, pendurada no teto por um fio inextensível. No instante ilustrado na figura, a carga negativa se move no sentido oposto ao da carga positiva, com a mesma velocidade escalar do espelho. Determine, para esse instante:

- as componentes x e y do vetor velocidade da imagem da carga negativa refletida no espelho;
- as acelerações tangencial e centrípeta da carga negativa;
- as componentes x e y do vetor aceleração da imagem da carga negativa refletida no espelho.

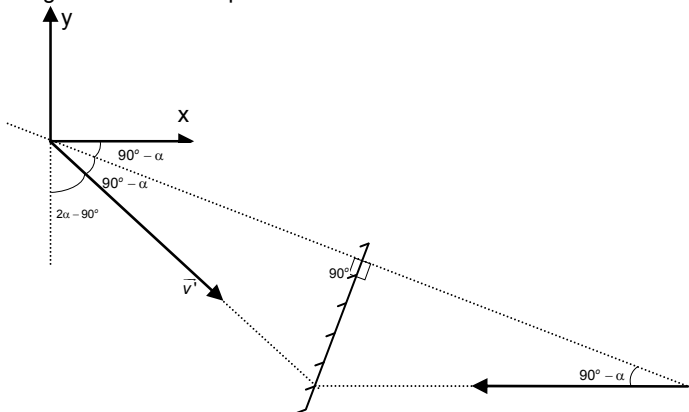
Dados:

- ângulo entre o eixo x e o espelho: α ;
- ângulo entre o eixo x e o segmento de reta formado pelas cargas: β ;
- diferença entre as coordenadas y das cargas: d ;
- comprimento do fio: L ;
- velocidade escalar do espelho: v ;
- módulo das cargas elétricas: Q ;
- massa da carga negativa: m ;
- constante elétrica do meio: K .

Resolução

Admitindo-se que, no instante dado, a velocidade de $-Q$ esteja na direção horizontal, temos:

a) Em relação ao espelho, a velocidade relativa de $-Q$ será $2v$. Pela figura a seguir, obtemos as componentes x e y da velocidade da imagem relativa ao espelho:



Da figura, temos: $|\vec{v}'| = 2v$, logo, as velocidades **relativas ao espelho** são:

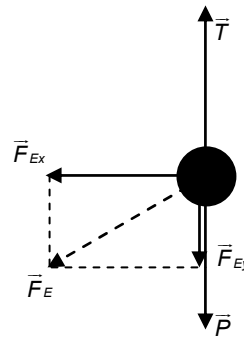
$$\begin{cases} v'_x = 2v \sin(2\alpha - 90^\circ) = -2v \sin(90^\circ - 2\alpha) = -2v \cos(2\alpha) \\ v'_y = -2v \cos(2\alpha - 90^\circ) = -2v \cos(90^\circ - 2\alpha) = -2v \sin(2\alpha) \end{cases}$$

Para em referencial fixo, o espelho possui velocidade v no eixo x , logo, para um observador no solo:

$$v_x = -2v \cos(2\alpha) + v \Rightarrow v_x = v \cdot (1 - 2\cos(2\alpha))$$

$$v_y = v'_y = -2v \sin(2\alpha)$$

b) A aceleração centrípeta será: $a_{cp} = \frac{v^2}{L}$, na direção y .



Da figura, considerando que $-Q$ está em movimento circular, temos:

$$\begin{cases} R_{CP} = T - P - F_{Ey} \\ R_T = F_{Ex} \end{cases}$$

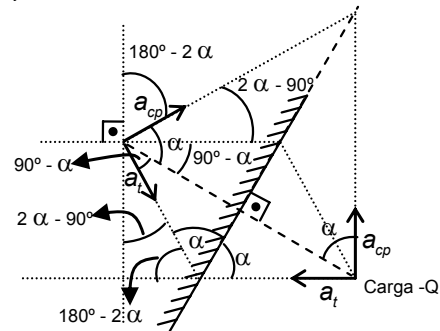
Portanto, a componente tangencial da resultante será dada pela componente x força eletrostática:

$$R_T = F_{Ex} \Rightarrow m \cdot a_t = \frac{k \cdot |Q| \cdot |Q|}{r^2} \cdot \cos\beta \Rightarrow$$

$$a_t = \frac{kQ^2}{m \cdot \left(\frac{d}{\sin\beta}\right)^2} \cdot \cos\beta \Rightarrow a_t = \frac{k}{m} \left(\frac{Q \cdot \sin\beta}{d}\right)^2 \cdot \cos\beta, \text{ no sentido}$$

negativo de x .

c) Como o espelho está em movimento uniforme ($\vec{a}_{espelho} = \vec{0}$), a aceleração da imagem no referencial do espelho e em um referencial em repouso são iguais, logo, podemos utilizar a figura a seguir para calcular a_x e a_y .

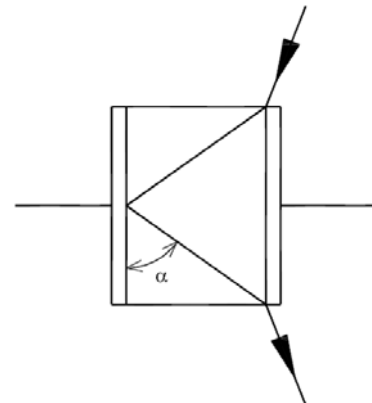


$$\begin{cases} a_y = a_{cp} \sin(2\alpha - 90^\circ) - a_t \cos(2\alpha - 90^\circ) \\ a_x = a_{cp} \cos(2\alpha - 90^\circ) + a_t \sin(2\alpha - 90^\circ) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$a_x = \frac{v^2}{L} \sin(2\alpha) - \frac{kQ^2}{md^2} \sin^2\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos(2\alpha)$$

$$a_y = -\frac{v^2}{L} \cos(2\alpha) - \frac{kQ^2}{md^2} \sin^2\beta \cdot \cos\beta \cdot \sin(2\alpha)$$

QUESTÃO 04



De acordo com a figura acima, um raio luminoso que estava se propagando no ar penetra no dielétrico de um capacitor, é refletido no centro de uma das placas, segundo um ângulo α , e deixa o dielétrico. A área das placas é A e o tempo que o raio luminoso passa no interior do dielétrico é t . Supondo que se trata de um capacitor ideal de placas

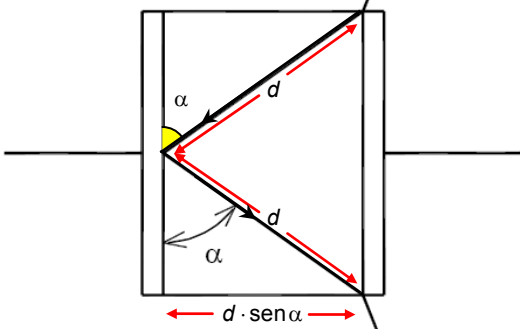
paralelas e que o dielétrico é um bloco de vidro que preenche totalmente o espaço entre as placas, determine a capacitância do capacitor em picofarads.

Dados:

- $A = 1,0 \text{ cm}^2$
- $t = 2,0 \times 10^{-12} \text{ s}$
- $\alpha = 30^\circ$
- permissividade elétrica do vácuo: $\epsilon_0 \approx 9,0 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
- velocidade da luz no vácuo: $c \approx 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$
- índice de refração do vidro: $n = 1,5$
- constante dielétrica do vidro: $k = 5,0$

Resolução

Como a luz foi refletida na parede interna do capacitor, o ângulo de entrada é igual ao de saída. Além disso, temos algumas relações geométricas como mostrado na figura abaixo:



Dado que a luz mudou de meio, sua velocidade se alterou para v_{vidro} :

$$v_{\text{vidro}} = \frac{c}{n_{\text{vidro}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Dentro do vidro, a luz percorreu uma distância igual a $2 \cdot d$ num tempo $t = 2 \cdot 10^{-12} \text{ s}$:

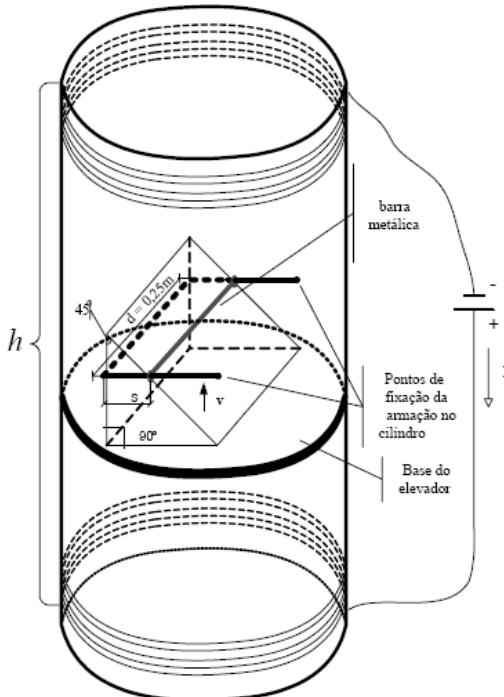
$$v_{\text{vidro}} = \frac{2 \cdot d}{t} \Rightarrow d = \frac{v_{\text{vidro}} \cdot t}{2} = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-12}}{2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Como a distância entre as placas do capacitor é $d \cdot \sin \alpha$ e a área de suas placas é $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$, podemos então calcular sua capacitância:

$$C = \frac{\epsilon_{\text{vidro}} \cdot A}{d \cdot \sin \alpha} = \frac{k_{\text{vidro}} \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d \cdot \sin \alpha}$$

$$C = \frac{5 \cdot (9 \cdot 10^{-12}) \cdot (10^{-4})}{2 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(30^\circ)} = 45 \cdot 10^{-12} \text{ F} \Leftrightarrow \boxed{C = 45 \text{ pF}}$$

QUESTÃO 05



A figura acima apresenta um prisma apoiado em um elevador no interior de um cilindro de material isolante. Uma armação, encostada no prisma, é composta por uma parte metálica com resistência desprezível em forma de "U" e por uma barra metálica de 0,25 m e resistência de 1Ω . Essa barra desliza ao longo da barra em "U", mantendo o contato elétrico. As extremidades da armação em "U" são fixadas no cilindro, conforme a figura. Ao longo de todo o cilindro, um fio é enrolado, formando uma bobina com 1000 espiras, perfazendo uma altura $h = 0,8 \text{ m}$, sendo alimentada por uma fonte, de modo que flua uma corrente de $\frac{10^3}{\pi} \text{ A}$. O elevador sobe com velocidade constante v , de modo que seja exercida sobre a barra metálica uma força normal de $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ N}$. Determine a velocidade v .

Dados:

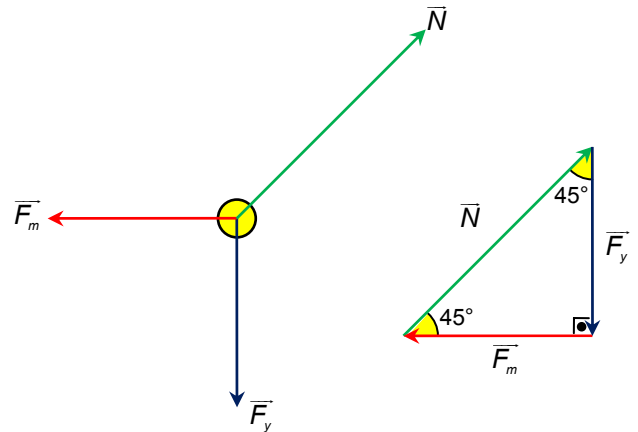
- as faces triangulares do prisma são triângulos retângulos isósceles;
- permeabilidade magnética do meio: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$

Observações:

- não há atrito em nenhuma parte do sistema;
- a barra metálica é feita de material não magnético;
- as espiras percorrem todo o cilindro.

Resolução

As forças que atuam na barra são uma força vertical \vec{F}_y (que seria a soma vetorial do peso da barra com alguma força de contato normal à armação em "U"), a força de origem magnética \vec{F}_m e a força de contato \vec{N} , normal à barra. Elas estão indicadas na figura a seguir:



Pelo triângulo de forças, temos:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{N}| \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,25 \text{ N}$$

O campo magnético B no interior do solenóide tem módulo dado por:

$$B = n \cdot \left(\frac{\mu_0}{h} \right) \cdot i_{\text{cilindro}} = 1000 \cdot \left(\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{0,8} \right) \cdot \frac{10^3}{\pi} = 0,5 \text{ T}$$

Já pela lei de Faraday-Neumann, a corrente i_B induzida na barra (que fecha um circuito com a armação em "U") é calculada como:

$$\epsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Leftrightarrow R \cdot i_B = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = B \cdot d \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot d \cdot v_x \Leftrightarrow i_B = \frac{B \cdot d \cdot v_x}{R}$$

Como o prisma tem faces triangulares com ângulos de 45° , a velocidade v_x de deslocamento da barra na direção horizontal deve ser a mesma velocidade vertical v de subida do elevador. Assim:

$$i_B = \frac{B \cdot d \cdot v}{R} = \frac{0,5 \cdot 0,25 \cdot v}{1} = \frac{v}{8}$$

Da expressão para o módulo da força magnética \vec{F}_m que atua sobre a barra, concluímos que:

$$|\vec{F}_m| = B \cdot i_B \cdot d \cdot \sin 90^\circ \Leftrightarrow 0,25 = 0,5 \cdot \frac{v}{8} \cdot 0,25 \cdot 1 \Leftrightarrow \boxed{v = 16 \text{ m/s}}$$

QUESTÃO 06

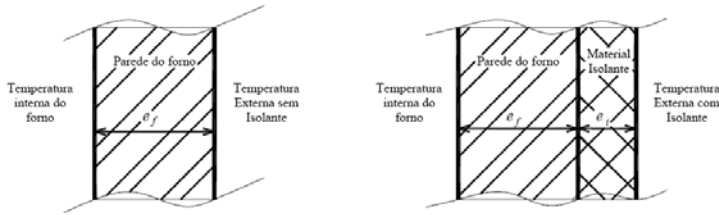


Figura 1

Figura 2

Uma fábrica foi multada pela prefeitura local, pois a temperatura externa da parede de um forno industrial encontrava-se em um nível superior ao previsto pelas normas de segurança (Figura 1).

Para atender às normas recomenda-se o seguinte procedimento (Figura 2):

A parede externa do forno deve ser recoberta com um material de condutividade térmica igual a 4% da parede do forno. Isso faz com que a transferência de calor fique igual a 20% da original e que a redução de temperatura entre a superfície interna da parede do forno e a superfície externa do isolante fique 20% maior que a situação inicial.

Determine a razão entre a espessura do isolante (e_i) e a espessura da parede do forno (e_f).

Resolução

Num regime estacionário de condução, o fluxo de calor ϕ entre duas superfícies de área A , espessura d e coeficiente de condutividade térmica k , com diferença de temperaturas ΔT , é dado por:

$$\phi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

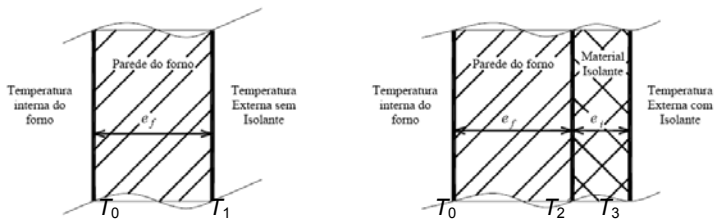


Figura 1

Figura 2

Vamos chamar de:

- T_0 a temperatura interna do forno (ambas as situações);
- T_1 a temperatura externa sem isolante (figura 1);
- T_2 a temperatura na junção entre a parede do forno e o isolante (figura 2);
- T_3 a temperatura externa com isolante (figura 2).

Como a redução de temperatura entre a superfície interna da parede do forno e a superfície externa do isolante deve ficar 20% maior que a situação inicial, escrevemos:

$$T_0 - T_3 = \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot (T_0 - T_1) \Leftrightarrow T_0 - T_3 = \frac{6}{5} \cdot (T_0 - T_1)$$

Na figura 1, o fluxo de calor na parede do forno, no regime estacionário, é dado por:

$$\phi_1 = \frac{k_f \cdot A \cdot (T_0 - T_1)}{e_f} \Leftrightarrow T_0 - T_1 = \frac{\phi_1 \cdot e_f}{k_f \cdot A}$$

Na figura 2, o fluxo de calor na parede do forno, no regime estacionário, deve ser igual ao fluxo de calor no material isolante:

$$\phi_2 = \frac{k_f \cdot A \cdot (T_0 - T_2)}{e_f} = \frac{k_i \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{e_i} \Leftrightarrow \begin{cases} T_0 - T_2 = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} \\ T_2 - T_3 = \frac{\phi_2 \cdot e_i}{k_i \cdot A} \end{cases}$$

Somando essas duas equações membro a membro, vem que:

$$(T_0 - T_2) + (T_2 - T_3) = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} + \frac{\phi_2 \cdot e_i}{k_i \cdot A} \Leftrightarrow T_0 - T_3 = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} + \frac{\phi_2 \cdot e_i}{k_i \cdot A}$$

Substituindo $T_0 - T_3 = \frac{6}{5} \cdot (T_0 - T_1)$, vem que:

$$\frac{6}{5} \cdot (T_0 - T_1) = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} + \frac{\phi_2 \cdot e_i}{k_i \cdot A}$$

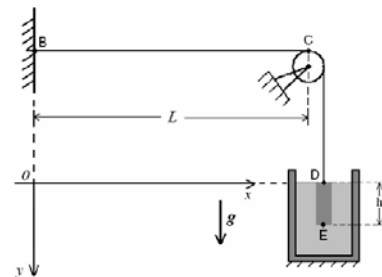
Mas como $T_0 - T_1 = \frac{\phi_1 \cdot e_f}{k_f \cdot A}$, $k_i = \frac{4}{100} k_f = \frac{1}{25} k_f$ e a condição do enunciado é que a transferência de calor fique igual a 20% da original

($\phi_2 = \frac{20}{100} \phi_1 \Leftrightarrow \phi_1 = 5\phi_2$), temos:

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{\phi_1 \cdot e_f}{k_f \cdot A} = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} + \frac{\phi_2 \cdot e_i}{k_i \cdot A} \Leftrightarrow \frac{6}{5} \cdot \frac{(5\phi_2) \cdot e_f}{k_f \cdot A} = \frac{\phi_2 \cdot e_f}{k_f \cdot A} + \frac{\phi_2 \cdot e_i}{\left(\frac{1}{25} k_f\right) \cdot A}$$

$$5e_f = 25e_i \Leftrightarrow \frac{e_i}{e_f} = \frac{1}{5}$$

QUESTÃO 07



A figura acima mostra um corpo sólido cilíndrico de altura h , densidade ρ e área da base A , imerso em um líquido de mesma densidade em um tanque também cilíndrico com base interna de área $4A$. A partir do instante $t = 0$ (situação da figura), o líquido passa a ser bombeado para fora do tanque a uma vazão variável dada por $U(t) = bAt$, onde b é uma constante positiva.

Dados:

- comprimento da corda entre os pontos B e C: L ;
- densidade linear da corda entre os pontos B e C: μ ;
- aceleração gravitacional local: g .

Observações:

- desconsidere o peso da corda no cálculo da tração;
- a tensão instantânea na corda é a mesma em toda a sua extensão.

Pede-se:

- a expressão do nível y do líquido (onde $y \leq h$) em função do tempo;
- a velocidade $v(t)$ de um pulso ondulatório transversal, partindo do ponto B em $t = 0$, e sua respectiva posição $x(t)$;
- a razão L/h para que o pulso ondulatório transversal, partindo do ponto B em $t = 0$, chegue até C no mesmo instante em que o nível do líquido alcança o ponto E.

Resolução

a) Tomando U como sendo a variação do volume em um determinado intervalo de tempo teremos:

$$U = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{(4A - A) \cdot \Delta y}{\Delta t} \Leftrightarrow b \cdot A \cdot t = 3A \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta y}{\Delta t} = v_y = \frac{b}{3} \cdot t$$

Pode-se concluir então que v_y cresce com aceleração constante e igual a $b/3$. Assim:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2} = 0 + 0 \cdot t + \frac{b \cdot t^2}{6} \Leftrightarrow y(t) = \frac{b \cdot t^2}{6}$$

b) Observe que o módulo da tensão T na corda corresponde ao módulo do peso da parte emersa do sólido, visto que o peso da parte imersa será anulado pelo empuxo (uma vez que o corpo e o líquido têm a mesma densidade):

$$|\vec{T}| = \rho \cdot g \cdot [A \cdot y(t)] = \rho \cdot g \cdot A \cdot \frac{bt^2}{6}$$

A velocidade do pulso ondulatório na corda de densidade linear μ , e submetida a uma tensão T , é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{|\vec{T}|}{\mu}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot b \cdot t^2}{6\mu}} \Leftrightarrow v = t \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot b}{6\mu}}$$

Disso concluímos então que a velocidade $v(t)$ do pulso cresce com aceleração constante e novamente aplicamos:

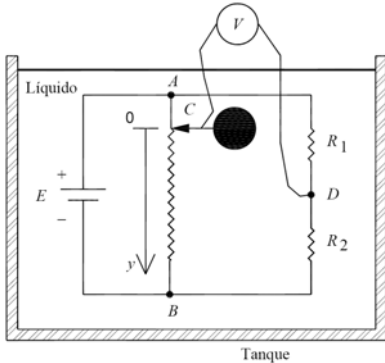
$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2} \Rightarrow x(t) = 0 + 0 \cdot t + \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot b}{6\mu}} \cdot \frac{t^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{x(t) = \frac{t^2}{2} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot b}{6\mu}}}$$

c) Fazendo $\begin{cases} x(t) = L \\ y(t) = h \end{cases}$, para o mesmo instante de tempo t , temos:

$$\frac{L}{h} = \frac{x(t)}{y(t)} = \frac{\frac{t^2}{2} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot b}{6\mu}}}{\frac{b \cdot t^2}{6}} \Leftrightarrow \boxed{\frac{L}{h} = \sqrt{\frac{3 \cdot \rho \cdot g \cdot A}{2 \cdot \mu \cdot b}}}$$

QUESTÃO 08



O circuito apresentado na figura acima é composto por uma fonte de tensão contínua E , que alimenta um reostato linear e as resistências R_1 e R_2 . No ponto C do reostato encontra-se fixo um balão de massa m e volume V , inicialmente na posição $y = 0$. O sistema encontra-se imerso em um tanque, que contém um líquido isolante, de massa específica ρ . Entre os pontos C e D do sistema, encontra-se conectado um voltímetro ideal. No instante $t = 0$, o balão é liberado e começa a afundar no líquido.

Determine:

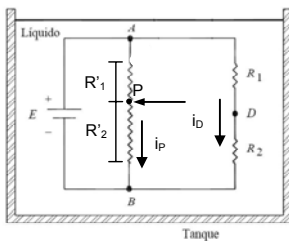
- a leitura do voltímetro no instante em que o balão é liberado;
- a coordenada y em que a leitura do voltímetro é zero;
- o tempo decorrido para que seja obtida a leitura indicada no item b);
- o valor da energia, em joules, dissipada no resistor R_2 , no intervalo de tempo calculado em c.

Dados:

- $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$;
- $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$;
- fonte de tensão: $E = 10 \text{ V}$;
- massa do balão: $m = 50 \text{ g}$;
- volume do balão: $V = 0,0001 \text{ m}^3$;
- resistência total do resistor linear: $R_{AB} = 10 \text{ k}\Omega$;
- massa específica do líquido: $\rho = 50 \text{ kg/m}^3$;
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Resolução

Veja a figura:



a) Seja U_1 a leitura do voltímetro:

$$\begin{cases} U_1 = R_1 \cdot i_D \\ E = (R_1 + R_2) \cdot i_D \end{cases} \Rightarrow U_1 = \frac{R_1 \cdot E}{R_1 + R_2} = \frac{1000 \cdot 10}{1000 + 3000}$$

$$\boxed{U_1 = 2,5 \text{ V}}$$

NOTA: Esta questão pecou por não fornecer o comprimento total do reostato, assim, acreditamos que os itens b), c) e d) devem ser anulados, contudo, faremos a seguir a resolução destes itens e os colocaremos em função do comprimento total do reostato, o qual chamaremos de L .

b) Seja P o ponto em que a leitura do voltímetro é zero. Para que isto ocorra, a queda de tensão no ramo AP deve ser igual a queda de tensão em R_1 :

$$U_{AP} = U_1$$

Além disso, de acordo com a figura, temos: $R'_1 + R'_2 = R_{AB}$, assim, analogamente ao item (a):

$$U_{AP} = \frac{R'_1 \cdot E}{R_{AB}} \Rightarrow U_1 = \frac{R'_1 \cdot E}{R_{AB}} \quad (I)$$

Sendo a resistência proporcional ao comprimento:

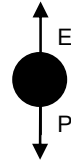
$R = \frac{\sigma \cdot \ell}{A}$, onde σ é a resistividade, A a área da seção do resistor e ℓ seu comprimento, temos:

$$\left. \begin{aligned} R'_1 &= \frac{\sigma \cdot y_P}{A} \\ R'_{AB} &= \frac{\sigma \cdot L}{A} \end{aligned} \right\} \text{Substituindo em (I)}$$

$$U_1 = \frac{\left(\frac{\sigma \cdot y_P}{A}\right) \cdot E}{\left(\frac{\sigma \cdot L}{A}\right)} \Rightarrow U_1 = \frac{y_P}{L} \cdot E \Rightarrow 2,5 = \frac{y_P}{L} \cdot 10$$

$$\boxed{y_P = \frac{L}{4}}$$
, onde L é o comprimento do resistor AB .

c) Diagrama de forças do balão:



$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{E} \Rightarrow F_R = P - E \Rightarrow$$

$$m \cdot a = m \cdot g - \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow$$

$$a = g - \frac{\rho \cdot g \cdot V}{m} = 10 - \frac{50 \cdot 10 \cdot 0,0001}{0,05}$$

$$\boxed{a = 9 \text{ m/s}^2}$$

De $y_0 = 0$ a $y = \frac{L}{4}$, temos um MRUV, assim podemos escrever:

$$y = y_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2} \Rightarrow \frac{L}{4} = 0 + 0 \cdot \Delta t + \frac{9 \cdot \Delta t^2}{2}$$

$$\Delta t = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{2}} \text{ s, onde o valor de } L \text{ é dado em metros.}$$

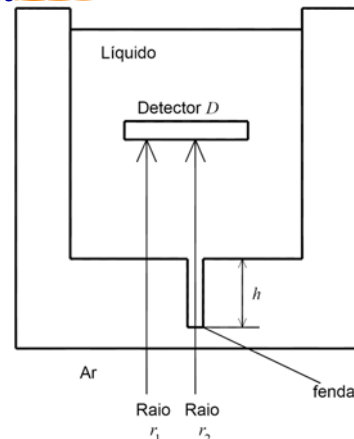
d) Sejam P_2 e ε a potência e a energia dissipadas em R_2 , respectivamente:

$$P_2 = R_2 \cdot i_D^2 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{\Delta t} = R_2 \cdot \left(\frac{E}{R_1 + R_2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \Delta t \cdot R_2 \cdot \left(\frac{E}{R_1 + R_2}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{L}{2}} \cdot 3000 \cdot \left(\frac{10}{1000 + 3000}\right)^2$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{160} \cdot \sqrt{\frac{L}{2}} \text{ J, onde } L \text{ é dado em metros.}}$$

QUESTÃO 09



A Figura mostra dois raios luminosos r_1 e r_2 , de mesma frequência e inicialmente com diferença de fase δ_1 , ambos incidindo perpendicularmente em uma das paredes de um reservatório que contém líquido. O reservatório possui uma fenda de comprimento h

preenchida pelo líquido, na direção de r_2 . Determine o comprimento da fenda para que a diferença de fase medida no Detector D entre os raios seja δ_2 .

Dados:

- índice de refração do líquido: n ;
- índice de refração da parede do reservatório: n_R ;
- comprimento de onda dos raios luminosos no ar: λ .

Observação:

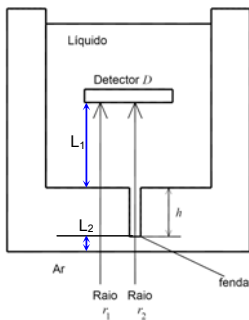
- considere o índice de refração da parede do reservatório maior que o índice de refração do líquido.

Resolução

A defasagem do raio 2 na fenda pode ser obtida por uma simples regra de três, considerando que o comprimento de onda em um meio de índice de refração n é $\frac{\lambda}{n}$, onde λ é o comprimento de onda no vácuo (que é aproximadamente o mesmo do ar):

$$\frac{h}{\lambda/n} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi h}{\lambda} \cdot n$$

Observe a figura:



Sejam as fases dos dois raios dadas por ϕ . Neste caso, temos que as fases finais dos raios 1 e 2 são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{cases} \phi_{1f} = \phi_1 + \frac{2\pi h}{\lambda/n_R} + \Delta\phi \\ \phi_{2f} = \phi_2 + \frac{2\pi h}{\lambda/n} + \Delta\phi \end{cases}, \text{ onde:}$$

$\Delta\phi$ é a defasagem correspondente às distâncias L_1 e L_2 e é igual para os dois raios. Assim, para determinar a relação entre as defasagens e h , basta fazer a diferença entre as duas equações. Contudo, não foi dado no enunciado qual é a referência de sinal para as defasagens, isto é:

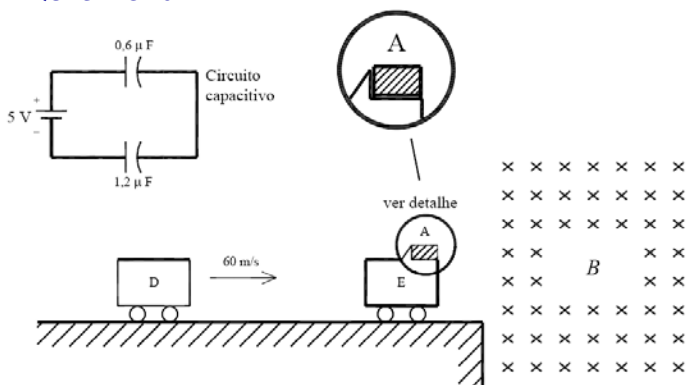
$$\begin{cases} \delta_1 = \phi_1 - \phi_2 \\ \delta_2 = \phi_{1f} - \phi_{2f} \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \delta_1 = \phi_2 - \phi_1 \\ \delta_2 = \phi_{2f} - \phi_{1f} \end{cases}$$

Com isto, esperamos que o IME considere qualquer uma das hipóteses. Salientamos, porém, que a falta desta informação pode ter prejudicado alguns candidatos. Fazendo a diferença das equações com a consideração acima, temos:

$$(\phi_{1f} - \phi_{2f}) = (\phi_1 - \phi_2) + \frac{2\pi h}{\lambda} (n_R - n) \Rightarrow \pm\delta_2 = \pm\delta_1 + \frac{2\pi h}{\lambda} (n_R - n) \Rightarrow$$

$$h = \pm \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{(\delta_2 - \delta_1)}{(n_R - n)}$$

QUESTÃO 10



O carrinho D desloca-se com velocidade de 60 m/s na direção do carrinho E , que está parado. O corpo A possui uma carga elétrica idêntica à armazenada em um circuito capacitivo e está apoiado sobre o carrinho E , conforme a figura acima. Dá-se a colisão dos dois carrinhos, com um coeficiente de restituição igual a 0,9. Após alguns segundos, o carrinho E para bruscamente e o corpo A penetra em uma região em que existe um campo magnético uniforme normal ao plano da figura, que o faz descrever um movimento helicoidal de raio 4,75 m. Desprezando o efeito da massa de A na colisão, determine a massa do carrinho E .

Dados:

- massa do carrinho D : $m_D = 2$ kg;
- massa do corpo A : $m_A = 4 \times 10^{-6}$ kg;
- campo magnético: $B = 16$ T.

Resolução

A carga armazenada no circuito capacitivo, que corresponde a uma associação em série dos capacitores, é dada por:

$$Q = C_{EQ} \cdot U = \left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \right) \cdot U = \left(\frac{0,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1,2 \cdot 10^{-6}}{0,6 \cdot 10^{-6} + 1,2 \cdot 10^{-6}} \right) \cdot 5 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Vamos supor que a carga elétrica do corpo A seja positiva e de mesmo módulo que essa carga armazenada no circuito, isto é:

$$Q_A = +2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Com relação ao movimento dessa carga no campo magnético, temos as seguintes ressalvas:

(I) Embora o enunciado não deixe claro, por não mencionar em momento algum a atuação de um campo gravitacional, consideraremos que, nesta questão, tal campo não exista.

Caso contrário seu valor deveria ter sido fornecido no enunciado. A ausência dessa informação tornaria inviável a resolução da questão.

(II) Como o vetor velocidade do corpo A estará necessariamente no plano da folha durante todo o movimento e, portanto, sempre perpendicular ao campo magnético, não há nenhuma possibilidade de o corpo executar um movimento helicoidal. Se pudermos considerar a inexistência de campo gravitacional neste problema, esse movimento será circular uniforme enquanto o corpo estiver dentro da região em que atua o campo magnético.

Assumindo então o movimento circular uniforme na região do campo magnético, com raio $R = 4,75$ m, temos que a força magnética atua como resultante de natureza centrípeta. Assim:

$$\vec{F}_M = \vec{F}_{CP} \Leftrightarrow |Q_A| \cdot v_A \cdot B \cdot \text{sen} 90^\circ = \frac{m \cdot v_A^2}{R} \Leftrightarrow$$

$$v_A = \frac{|Q_A| \cdot B \cdot R}{m} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 16 \cdot 4,75}{4 \cdot 10^{-6}} = 38 \text{ m/s}$$

Supondo que essa velocidade fosse também a velocidade do carrinho E logo após a colisão (enquanto o corpo A estava apoiado nele), do coeficiente de restituição temos que:

$$e = \frac{v_E' - v_D'}{v_D - v_E} \Leftrightarrow 0,9 = \frac{38 - v_D'}{60 - 0} \Leftrightarrow v_D' = -16 \text{ m/s}$$

Assim, impondo a conservação da quantidade de movimento do sistema na colisão, vem que:

$$m_D \cdot v_D + m_E \cdot v_E = m_D \cdot v_D' + m_E \cdot v_E' \Leftrightarrow 2 \cdot 60 + m_E \cdot 0 = 2 \cdot (-16) + m_E \cdot 38 \Leftrightarrow m_E = 4 \text{ kg}$$

Equipe desta resolução

Física

Daniilo José de Lima
Luís Salles de Carvalho
Vinício Merçon Poltronieri

Revisão

Eliel Barbosa da Silva
Fabiano Gonçalves Lopes
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani
Vagner Figueira de Faria

Digitação, Diagramação e Publicação

Carolina Marcondes Machado
Guilherme Coelho Ranulfi