

**ELITE**  
**PRÉ-VESTIBULAR**  
**c a m p i n a s**

*Resolve*

**IME 2010**

**PROVA OBJETIVA**

**MATEMÁTICA, FÍSICA E QUÍMICA**

**[www.elitecampinas.com.br](http://www.elitecampinas.com.br)**

**MATEMÁTICA**

**QUESTÃO 01**

Sejam  $r, s, t$  e  $v$  números inteiros positivos tais que  $\frac{r}{s} < \frac{t}{v}$ . Considere as seguintes relações:

- i.  $\frac{(r+s)}{s} < \frac{(t+v)}{v}$
- ii.  $\frac{r}{(r+s)} < \frac{t}{(t+v)}$
- iii.  $\frac{r}{s} < \frac{(r+t)}{(s+v)}$
- iv.  $\frac{(r+t)}{s} < \frac{(r+t)}{v}$

O número total de relações que estão corretas é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

**Resolução**

**Alternativa D**

Analisando cada relação, temos:

**i) Verdadeira**

$$\frac{r}{s} < \frac{t}{v} \Leftrightarrow \frac{r}{s} + 1 < \frac{t}{v} + 1 \Leftrightarrow \frac{r+s}{s} < \frac{t+v}{v}$$

**ii) Verdadeira**

$$\frac{r}{s} < \frac{t}{v} \Leftrightarrow \frac{s}{r} > \frac{v}{t} \Leftrightarrow \frac{s}{r} + 1 > \frac{v}{t} + 1 \Leftrightarrow \frac{r+s}{r} > \frac{t+v}{t} \Leftrightarrow \frac{r}{r+s} < \frac{t}{t+v}$$

**iii) Verdadeira**

Como  $r, s, t$  e  $v$  são inteiros positivos, temos:

$$0 < \frac{r}{s} < \frac{t}{v} \Leftrightarrow \frac{rv-st}{sv} < 0 \Leftrightarrow rv < st \Leftrightarrow rv + rs < st + rs \Leftrightarrow r(s+v) < s(r+t) \Leftrightarrow \frac{r(s+v)}{s(s+v)} < \frac{s(r+t)}{s(s+v)} \Leftrightarrow \frac{r}{s} < \frac{(r+t)}{(s+v)}$$

**iv) Falsa**

$$\frac{(r+t)}{s} < \frac{(r+t)}{v} \Leftrightarrow \frac{1}{s} < \frac{1}{v} \Leftrightarrow \frac{v}{s} < 1, \text{ o que pode não ser necessariamente verdadeiro.}$$

Assim, temos 3 relações corretas.

**QUESTÃO 02**

Considere o determinante de uma matriz de ordem  $n$  definido por:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

Sabendo que  $\Delta_1=1$ , o valor de  $\Delta_{10}$  é:

- a) 59049
- b) 48725
- c) 29524
- d) 9841
- e) 364

**Resolução**

**Alternativa C**

Aplicando o Teorema de Laplace na última coluna, podemos reescrever  $\Delta_n$  da seguinte forma:

$$\Delta_n = 1 \cdot (-1)^{n+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} + 3 \cdot (-1)^{n+n} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{vmatrix}}_{\Delta_{n-1}}$$

Observando que  $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}_{(n-1) \times (n-1)}$  é uma matriz triangular superior, seu determinante é  $(-1)^{n-1}$ . Logo:

$$\Delta_n = 1 \cdot (-1)^{(n+1)+(n-1)} + 3 \cdot (-1)^{2n} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{vmatrix}}_{\Delta_{n-1}}$$

Assim, temos a seguinte equação de recorrência:

$$\Delta_n = 3 \cdot \Delta_{n-1} + 1, \quad n > 1$$

Logo,

- $\Delta_1 = 1$
- $\Delta_2 = 4$
- $\Delta_3 = 13$
- $\Delta_4 = 40$
- $\Delta_5 = 121$
- $\Delta_6 = 364$
- $\Delta_7 = 1093$
- $\Delta_8 = 3280$
- $\Delta_9 = 9841$
- $\Delta_{10} = 29524$

**QUESTÃO 03**

O valor da expressão  $y = \text{sen} \left[ \arcsen \left( \frac{1}{a^2-1} \right) + \arccos \left( \frac{1}{a^2-1} \right) \right]$ , onde

$a$  é um número real e  $a \in (-1,0)$ , é:

- a) -1
- b) 0
- c)  $\frac{1}{2}$
- d)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- e) 1

**Resolução**

**Sem Resposta**

Observe que, de acordo com a condição  $a \in (-1,0)$ , temos:

$$-1 < a < 0 \Rightarrow 0 < a^2 < 1 \Rightarrow -1 < a^2 - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1}{a^2 - 1} < -1$$

Entretanto, pelas condições de existência de seno e cosseno, deveríamos ter:

$$-1 \leq \frac{1}{a^2 - 1} \leq 1$$

Assim, temos a incompatibilidade:

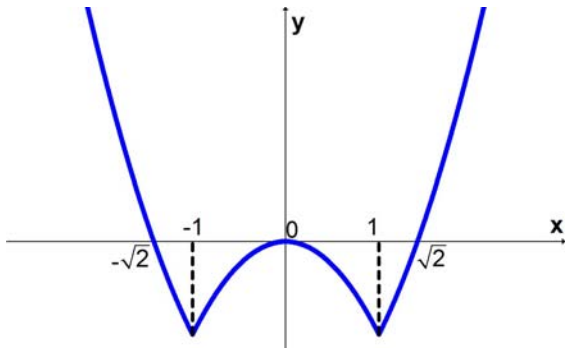
$$-1 \leq \frac{1}{a^2 - 1} < -1$$

Portanto, segue diretamente que não há valor de  $a \in (-1,0)$  que satisfaça o enunciado. Propomos a **anulação da questão**.

**Observação:** Poderíamos prosseguir com a resolução da questão se ignorássemos a informação do enunciado de que  $a \in (-1,0)$ . Nesse

caso, inicialmente determinamos as condições de existência sobre a variável  $a$ :

$$-1 \leq \frac{1}{a^2-1} \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{a^2-1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} |a^2-1| \geq 1 \\ a \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a^2-1| \geq 1 \\ a \neq \pm 1 \end{cases}$$



Assim, temos para a condição de existência da variável  $a$ :

$$a \leq -\sqrt{2} \text{ ou } a = 0 \text{ ou } a \geq \sqrt{2}$$

Nessas condições, passemos à resolução da equação propriamente dita. Fazendo  $\arcsen\left(\frac{1}{a^2-1}\right) = \alpha$  e  $\arccos\left(\frac{1}{a^2-1}\right) = \beta$ , temos que:

$$\begin{cases} \text{sen } \alpha = \frac{1}{a^2-1} \\ \text{cos } \beta = \frac{1}{a^2-1} \end{cases} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \text{cos } \beta$$

Agora, as funções  $\arcsen$  e  $\arccos$ , para serem definidas simultaneamente, devem ter seus domínios restritos a um único quadrante. Para que haja igualdade entre o seno de um ângulo e o cosseno de outro ângulo, as únicas possibilidades são o primeiro e o terceiro quadrante.

Nesses casos, segue da relação fundamental que:

$$\text{sen } \alpha = \text{cos } \beta \Rightarrow \text{sen } \beta = \text{cos } \alpha$$

Portanto:

$$y = \text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \beta + \text{sen } \beta \cdot \text{cos } \alpha = \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

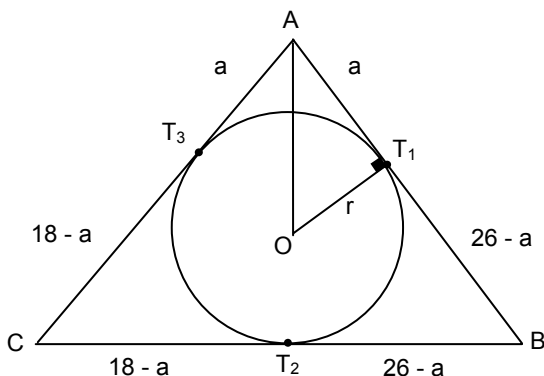
**QUESTÃO 04**

Seja ABC um triângulo de lados AB, BC e AC iguais a 26, 28 e 18, respectivamente. Considere o círculo de centro O inscrito nesse triângulo. A distância AO vale:

- a)  $\frac{\sqrt{104}}{6}$
- b)  $\frac{\sqrt{104}}{3}$
- c)  $\frac{2\sqrt{104}}{3}$
- d)  $\sqrt{104}$
- e)  $3\sqrt{104}$

**Resolução**

Alternativa D



Temos:

$$p = \frac{18+26+28}{2} = 36; \text{ onde } p \text{ é o semiperímetro do triângulo.}$$

Sabendo a fórmula de Hierão, calculamos a área  $A_{ABC}$ :

$$A_{ABC} = \sqrt{36 \cdot (36-18) \cdot (36-26) \cdot (36-28)} = 72\sqrt{10} \text{ (Fórmula de Hierão)}$$

Calculando a área  $A_{ABC}$  de uma segunda maneira, temos  $A_{ABC} = p \cdot r$ , onde  $r$  é o raio da circunferência inscrita ao triângulo.

$$\text{Logo, } 72\sqrt{10} = 36r \Leftrightarrow r = 2\sqrt{10}$$

Chamando  $AT_1 = a = AT_3$  (segmentos tangentes), temos:

$$T_1B = 26 - a = BT_2$$

$$CT_3 = 18 - a = CT_2$$

Logo, como  $BT_2 + T_2C = BC = 28$  temos  $26 - a + 18 - a = 28 \Leftrightarrow a = 8$

Finalmente, aplicando Pitágoras em  $\Delta_{AOT_1}$ , temos:

$$(AO)^2 = (OT_1)^2 + (AT_1)^2 \Leftrightarrow (AO)^2 = (2\sqrt{10})^2 + 8^2$$

$$\boxed{AO = \sqrt{104}}$$

**QUESTÃO 05**

Considere o sistema  $\begin{cases} xy + x - y = 5 \\ x^3y^2 - x^2y^3 - 2x^2y + 2xy^2 = 6 \end{cases}$ , onde  $x$  e  $y$  são

números inteiros.

O valor de  $x^3 + y^2 + x^2 + y$  é:

- a) 14
- b) 18
- c) 20
- d) 32
- e) 38

**Resolução**

Alternativa E

Fatorando o sistema, obtemos:

$$\begin{cases} xy + x - y = 5 \\ x^2 \cdot y^2 \cdot (x - y) - 2 \cdot x \cdot y \cdot (x - y) = 6 \end{cases} = \begin{cases} xy + x - y = 5 \\ (x - y) \cdot (x^2 \cdot y^2 - 2 \cdot x \cdot y) = 6 \end{cases}$$

Da primeira equação, temos:  $x - y = 5 - xy$ , substituindo na segunda, obtemos:

$$\begin{aligned} (xy) \cdot (5 - xy) \cdot (xy - 2) &= 6 \\ (xy)^3 - 7 \cdot (xy)^2 + 10 \cdot (xy) + 6 &= 0 \end{aligned}$$

Como  $x$  e  $y$  são inteiros,  $xy$  é inteiro, por inspeção de raízes racionais, temos que as possíveis raízes racionais são:  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$

Dessas, a única que satisfaz a equação é  $xy = 3$  (por verificação).

Substituindo na primeira equação, obtemos:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ xy = 3 \end{cases}$$

Resolvendo, obtemos  $x = 3$  e  $y = 1$ .

Logo  $x^3 + y^2 + x^2 + y = 3^3 + 1^2 + 3^2 + 1 = 27 + 1 + 9 + 1 = 38$

**QUESTÃO 06**

Seja  $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + 79^2$ . O valor de  $S$  satisfaz:

- a)  $S < 7 \times 10^4$
- b)  $7 \times 10^4 \leq S < 8 \times 10^4$
- c)  $8 \times 10^4 \leq S < 9 \times 10^4$
- d)  $9 \times 10^4 \leq S < 10^5$
- e)  $S \geq 10^5$

**Resolução**

**Alternativa C**

Podemos escrever  $S = \sum_{i=1}^{80} i^2 - \sum_{i=1}^{40} (2 \cdot i)^2 = \sum_{i=1}^{80} i^2 - 4 \cdot \sum_{i=1}^{40} i^2$ .

Sabendo que  $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$ , temos:

$$S = \frac{80 \cdot (80+1) \cdot (160+1)}{6} - 4 \cdot \frac{40 \cdot (40+1) \cdot (80+1)}{6} = 85320$$

Logo:  $8 \times 10^4 \leq S < 9 \times 10^4$

**QUESTÃO 07**

Seja o polinômio  $p(x) = x^3 + (\ln a)x + e^b$ , onde  $a$  e  $b$  são números reais positivos diferentes de zero. A soma dos cubos das raízes de  $p(x)$  depende

- a) apenas de  $a$  e é positiva.
- b) de  $a$  e  $b$  e é negativa.
- c) apenas de  $b$  e é positiva.
- d) apenas de  $b$  e é negativa.
- e) de  $a$  e  $b$  e é positiva.

**Obs.:**  $e$  representa a base do logaritmo neperiano e  $\ln$  a função logaritmo neperiano.

**Resolução**

**Alternativa D**

Sejam  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  as três raízes do polinômio  $p(x)$ . Temos:

$$\begin{cases} p(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha^3 + (\ln a) \cdot \alpha + e^b = 0 \\ p(\beta) = 0 \Rightarrow \beta^3 + (\ln a) \cdot \beta + e^b = 0 \\ p(\gamma) = 0 \Rightarrow \gamma^3 + (\ln a) \cdot \gamma + e^b = 0 \end{cases}$$

Somando as três equações membro a membro, vem que:

$$(\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3) + (\ln a) \cdot (\alpha + \beta + \gamma) + 3e^b = 0$$

Por outro lado, sendo nulo o coeficiente do termo  $x^2$  do polinômio, de acordo com uma das relações de Girard, a soma das três raízes é dada por:

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{0}{1} = 0.$$

Assim, temos:

$$(\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3) + (\ln a) \cdot 0 + 3e^b = 0 \Rightarrow \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3e^b$$

Como  $e^b > 0$ ,  $\forall b \in \mathbb{R}$ , temos que  $-3e^b < 0$ ,  $\forall b \in \mathbb{R}$ , de modo que a soma dos cubos das raízes de  $p(x)$  depende apenas de  $b$  e é sempre negativa.

**QUESTÃO 08**

A quantidade  $k$  de números naturais positivos, menores do que 1000, que não são divisíveis por 6 ou 8, satisfaz a condição:

- a)  $k < 720$
- b)  $720 \leq k < 750$
- c)  $750 \leq k < 780$
- d)  $780 \leq k < 810$
- e)  $k \geq 810$

**Resolução**

**Alternativa C**

A quantidade de divisíveis por 6, menores do que 1000 é dada por:

$D_6 = \left\lfloor \frac{999}{6} \right\rfloor = 166$  (Nota:  $\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor$  indica a parte inteira da divisão de  $a$  por  $b$ )

A quantidade de divisíveis por 8, menores do que 1000 é dada por:

$$D_8 = \left\lfloor \frac{999}{8} \right\rfloor = 124$$

A quantidade de divisíveis por 6 e por 8, simultaneamente, menores do que 1000 é a mesma quantidade dos divisíveis por 24, que é o

MMC entre 6 e 8 e é dada por:  $D_6 \cap D_8 = \left\lfloor \frac{999}{24} \right\rfloor = 41$

Logo a quantidade de divisíveis por 6 ou 8, menores do que 1000, é:

$$D_6 \cup D_8 = D_6 + D_8 - D_6 \cap D_8 = 166 + 124 - 41 = 249$$

Logo a quantidade  $k$  de números naturais positivos, menores do que 1000, que **não** são divisíveis por 6 ou 8 é:  $999 - 249 = 750$

**QUESTÃO 09**

Uma hipérbole de excentricidade  $\sqrt{2}$  tem centro na origem e passa pelo ponto  $(\sqrt{5}, 1)$ . A equação de uma reta tangente a esta hipérbole e paralela a  $y = 2x$  é:

- a)  $\sqrt{3}y = 2\sqrt{3}x + 6$
- b)  $y = -2x + 3\sqrt{3}$
- c)  $3y = 6x + 2\sqrt{3}$
- d)  $\sqrt{3}y = 2\sqrt{3}x + 4$
- e)  $y = 2x + \sqrt{3}$

**Resolução**

**Alternativa A**

Pela definição de excentricidade de uma hipérbole temos:

$$\sqrt{2} = \frac{c}{a} \Leftrightarrow c = a\sqrt{2}$$

Da relação notável da hipérbole ( $c^2 = a^2 + b^2$ ), temos que  $(a\sqrt{2})^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a = b$ . Isso implica que a hipérbole é equilátera e

sua equação é  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = a^2$ .

Como o ponto  $(\sqrt{5}, 1)$  pertence à hipérbole, ele satisfaz a equação da mesma. Logo,  $x^2 - y^2 = a^2 \Leftrightarrow (\sqrt{5})^2 - 1^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$ . Portanto, a hipérbole tem equação  $x^2 - y^2 = 4$ ;

A reta paralela à reta  $y = 2x$  tem coeficiente angular igual a 2 e equação reduzida  $y = 2x + n$ ;

Como a reta acima e a hipérbole são tangentes, o sistema formado pelas equações das duas curvas tem uma única solução. Assim:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ y = 2x + n \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - (2x + n)^2 - 4 = 0$$

Como o sistema tem uma única solução, o discriminante da equação  $x^2 - (2x + n)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4n \cdot x + (n^2 + 4) = 0$  deve ser nulo:

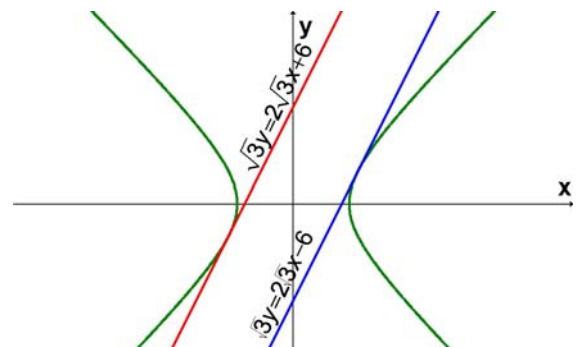
Logo,  $(4n)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (n^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow n^2 = 12 \Leftrightarrow n = \pm 2\sqrt{3}$ .

Portanto, as equações das retas tangentes à hipérbole são:

$$y = 2x \pm 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3}y = 2\sqrt{3}x \pm 6$$

Dentre as alternativas, encontramos a equação da reta  $\sqrt{3}y = 2\sqrt{3}x + 6$  na alternativa A.

Podemos observar as duas retas tangentes e a hipérbole no gráfico abaixo:



**QUESTÃO 10**

Sejam as funções  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . A alternativa que representa a condição necessária para que se  $f(g(x))=f(h(x))$ , então  $g(x)=h(x)$  é:

- a)  $f(x) = x$
- b)  $f(f(x)) = f(x)$
- c)  $f$  é bijetora
- d)  $f$  é sobrejetora
- e)  $f$  é injetora

**Resolução** **Alternativa E**

Usando o fato de que dada uma função  $f$  injetora,

$$x_1 = x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2),$$

temos que condição necessária (e suficiente) para que se  $f(g(x))=f(h(x))$ , então  $g(x)=h(x)$  é que  $f$  seja injetora.

**QUESTÃO 11**

Considere o sistema abaixo, onde  $x_1, x_2, x_3$  e  $Z$  pertencem ao conjunto dos números complexos.

$$\begin{cases} (1+i)x_1 - ix_2 + ix_3 = 0 \\ 2ix_1 - x_2 - x_3 = Z \\ (2i-2)x_1 + ix_2 - ix_3 = 0 \end{cases}$$

O argumento de  $Z$ , em graus, para que  $x_3$  seja um número real positivo é:

- a)  $0^\circ$
- b)  $45^\circ$
- c)  $90^\circ$
- d)  $135^\circ$
- e)  $180^\circ$

**Resolução** **Alternativa E**

Somando a primeira e a última equação, obtemos:  $x_1 \cdot (3i - 1) = 0$ .

Logo  $x_1 = 0$ .

Substituindo no sistema, obtemos:

$$\begin{cases} -ix_2 + ix_3 = 0 \\ -x_2 - x_3 = Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_2 + x_3 = 0 \\ -x_2 - x_3 = Z \end{cases}$$

Subtraindo as duas equações:

$$2 \cdot x_3 = -Z$$

Para  $x_3$  ser real e positivo,  $Z$  deve ser real e negativo, logo:

$$\arg(Z) = \pi + 2 \cdot k \cdot \pi, k \in \mathbb{Z}$$

Considerando as alternativas:  $\arg(Z) = 180^\circ$

**QUESTÃO 12**

Seja  $f(x) = |3 - \log(x)|, x \in \mathbb{R}$ . Sendo  $n$  um número inteiro e positivo, a

desigualdade  $\left| \frac{f(x)}{4} \right| + \left| \frac{2f(x)}{12} \right| + \left| \frac{4f(x)}{36} \right| + \dots + \left| \frac{2^{n-3}f(x)}{3^{n-1}} \right| + \dots \leq \frac{9}{4}$  somente é

possível se:

- a)  $0 \leq x \leq 10^9$
- b)  $10^{-6} \leq x \leq 10^8$
- c)  $10^3 \leq x \leq 10^6$
- d)  $10^0 \leq x \leq 10^6$
- e)  $10^{-6} \leq x \leq 10^6$

Obs.:  $\log$  representa a função logarítmica na base 10.

**Resolução** **Alternativa D**

Reescrevendo a desigualdade

$$\left| \frac{f(x)}{4} \right| + \left| \frac{2f(x)}{12} \right| + \left| \frac{4f(x)}{36} \right| + \dots + \left| \frac{2^{n-3}f(x)}{3^{n-1}} \right| + \dots \leq \frac{9}{4}, \text{ temos:}$$

$$\frac{1}{4}|f(x)| + \frac{2}{12}|f(x)| + \frac{4}{36}|f(x)| + \dots + \frac{2^{n-3}}{3^{n-1}}|f(x)| + \dots \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow$$

$$|f(x)| \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{12} + \frac{4}{36} + \dots \right) \leq \frac{9}{4} (I)$$

Sabendo que a soma  $\left( \frac{1}{4} + \frac{2}{12} + \frac{4}{36} + \dots \right)$  é a soma de uma PG infinita

de primeiro termo  $\frac{1}{4}$  e razão  $\frac{2}{3}$ , temos:

$$\left( \frac{1}{4} + \frac{2}{12} + \frac{4}{36} + \dots \right) = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4} \quad (II)$$

Assim, em (II), temos:

$$|f(x)| \cdot \frac{3}{4} \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow |f(x)| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq f(x) \leq 3 \quad (III).$$

Do enunciado,  $f(x) = |3 - \log(x)|$ . Substituindo em (III), temos:

$-3 \leq |3 - \log x| \leq 3$ . Como  $|3 - \log x| \geq 0$  para todo  $x$  no domínio de  $\log x$ ,

a desigualdade (II) pode ser escrita assim:

$$-3 \leq |3 - \log x| \leq 3 \Rightarrow 0 \leq |3 - \log x| \leq 3 \Rightarrow |3 - \log x| \leq 3 \Leftrightarrow$$

$$-3 \leq 3 - \log x \leq 3 \Leftrightarrow -6 \leq -\log x \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \log x \leq 6 \Leftrightarrow 10^0 \leq x \leq 10^6.$$

**QUESTÃO 13**

Sejam ABC um triângulo equilátero de lado 2 cm e  $r$  uma reta situada no seu plano distante 3 cm do seu baricentro. Calcule a área da superfície gerada pela rotação desse triângulo em torno da reta  $r$ .

- a)  $8\pi \text{ cm}^2$
- b)  $9\pi \text{ cm}^2$
- c)  $12\pi \text{ cm}^2$
- d)  $16\pi \text{ cm}^2$
- e)  $36\pi \text{ cm}^2$

**Resolução** **Alternativa E**

Como a distância  $x$  do centro de massa do triângulo à reta  $r$  é 3 cm. Temos pelo teorema de Pappus-Guldin que a área da superfície gerada é dada por:  $A = 2 \cdot \pi \cdot x \cdot p$ , onde  $p$  é o perímetro do triângulo equilátero. Logo  $A = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi \text{ cm}^2$

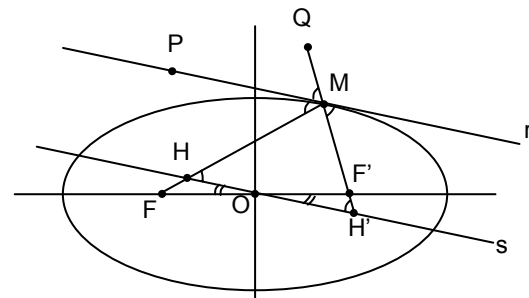
**QUESTÃO 14**

Seja  $M$  um ponto de uma elipse com centro  $O$  e focos  $F$  e  $F'$ . A reta  $r$  é tangente à elipse no ponto  $M$  e  $s$  é uma reta, que passa por  $O$ , paralela a  $r$ . As retas suportes dos raios vetores  $MF$  e  $MF'$  interceptam a reta  $s$  em  $H$  e  $H'$ , respectivamente. Sabendo que o segmento  $FH$  mede 2 cm, o comprimento  $F'H'$  é:

- a) 0,5 cm
- b) 1,0 cm
- c) 1,5 cm
- d) 2,0 cm
- e) 3,0 cm

**Resolução** **Alternativa D**

Representando em uma figura, obtemos:



Sejam os ângulos  $\widehat{PMQ} = \alpha$  e  $\widehat{HOF} = \beta$ , onde  $O$  é o centro da elipse.

1) A reta  $MP$  é tangente à elipse e pelo teorema das tangentes à uma elipse:  $\widehat{PMH} = \widehat{PMQ} = \alpha$

2) Como a reta  $s$  é paralela à reta  $r$ , temos que  $\widehat{M'H'H} = \widehat{PMQ} = \alpha$  e  $\widehat{M'H'H'} = \widehat{PMH} = \alpha$ .

Disso segue que:  $\widehat{FHO} = 180^\circ - \alpha$

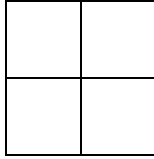
3) Aplicando a lei dos senos em  $\Delta_{FHO}$  e  $\Delta_{F'H'O}$ , temos:

$$\begin{cases} \frac{OF}{\sin(180 - \alpha)} = \frac{FH}{\sin(\beta)} \\ \frac{OF'}{\sin(\alpha)} = \frac{F'H'}{\sin(\beta)} \end{cases}$$

Como  $\sin(180 - \alpha) = \sin(\alpha)$  e  $OF = OF'$ , segue que:

$$\boxed{F'H' = FH = 2 \text{ cm}}$$

**QUESTÃO 15**

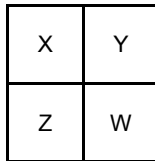


Cada um dos quatro quadrados menores da figura acima é pintado aleatoriamente de verde, azul, amarelo ou vermelho. Qual é a probabilidade de que ao menos dois quadrados, que possuam um lado em comum, sejam pintados da mesma cor?

- a)  $\frac{1}{2}$       b)  $\frac{5}{8}$       c)  $\frac{7}{16}$       d)  $\frac{23}{32}$       e)  $\frac{43}{64}$

**Resolução**

**Alternativa E**



O número total de maneiras de colorir os quadrados é  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4$ .

Contando a quantidade complementar ao que foi pedido, isto é, contando os casos em que não existem dois quadrados com um lado em comum pintados da mesma cor:

(I) Os quatro quadrados com cores diferentes:

$$\begin{cases} 4 \text{ possibilidades para X} \\ 3 \text{ possibilidades para Y} \\ 2 \text{ possibilidades para Z} \\ 1 \text{ possibilidade para W} \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

(II) Quadrados X e W com a mesma cor, e quadrados Y e Z com cores diferentes entre si, e diferentes da cor de X e W:

$$\begin{cases} 4 \text{ possibilidades para X} \\ 1 \text{ possibilidade para W} \\ 3 \text{ possibilidades para Y} \\ 2 \text{ possibilidades para Z} \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

(III) Quadrados Y e Z com a mesma cor, e quadrados X e W com cores diferentes entre si, e diferentes da cor de Y e Z:

$$\begin{cases} 4 \text{ possibilidades para Y} \\ 1 \text{ possibilidade para Z} \\ 3 \text{ possibilidades para X} \\ 2 \text{ possibilidades para W} \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

(IV) Quadrados X e W com a mesma cor, e quadrados Y e Z com a mesma cor, mas diferente da cor de X e W:

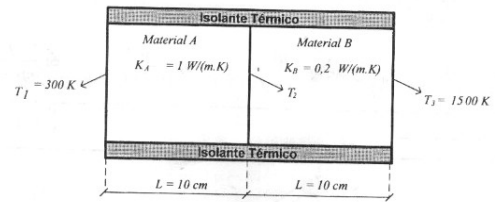
$$\begin{cases} 4 \text{ possibilidades para X} \\ 1 \text{ possibilidade para W} \\ 3 \text{ possibilidades para Y} \\ 1 \text{ possibilidade para Z} \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 = 12$$

Assim, o número de maneiras de colorir os quadrados de modo que existam pelo menos dois deles com um lado em comum pintados da mesma cor é:  $4^4 - 24 - 24 - 24 - 12 = 172$ .

Logo a probabilidade pedida é:  $p = \frac{172}{256} \Rightarrow p = \frac{43}{64}$

**FÍSICA**

**QUESTÃO 16**



A figura composta por dois materiais sólidos diferentes A e B, apresenta um processo de condução de calor, cujas temperaturas não variam com o tempo. É correto afirmar que a temperatura  $T_2$  da interface desses materiais, em kelvins, é:

**Observações:**

- $T_1$ : Temperatura da interface do material A com o meio externo
- $T_3$ : Temperatura da interface do material B com o meio externo
- $K_A$ : Coeficiente de condutividade térmica do material A
- $K_B$ : Coeficiente de condutividade térmica do material B

- a) 400  
b) 500  
c) 600  
d) 700  
e) 800

**Resolução**

**Alternativa B**

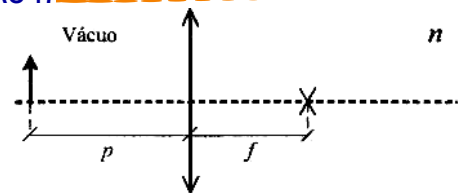
Como a temperatura da interface é constante, o calor proveniente do Material B (mais quente) tem que ser igual ao calor cedido para o Material A (mais frio) em qualquer intervalo de tempo. Desta forma, os fluxos de calor, para e da interface são iguais em módulo. Como a área da interface é A e o comprimento entre as extremidades e a mesma é  $L = 10 \text{ cm}$ :

$$\Phi_{\text{cedido}} = \Phi_{\text{absorvido}}$$

$$\frac{K_A \cdot A \cdot (T_2 - 300)}{L} = \frac{K_B \cdot A \cdot (1500 - T_2)}{L}$$

$$1 \cdot (T_2 - 300) = 0,2 \cdot (1500 - T_2) \Rightarrow T_2 = 500 \text{ K}$$

**QUESTÃO 17**



A figura apresenta, esquematicamente, uma lente convergente de distância focal  $f$  posicionada no plano de transição entre o vácuo e um material de índice de refração  $n$ . O fator de ampliação (tamanho da imagem dividido pelo tamanho do objeto) de um objeto **muito pequeno** (se comparado com as dimensões da lente) colocado a uma distância  $p$  da lente é:

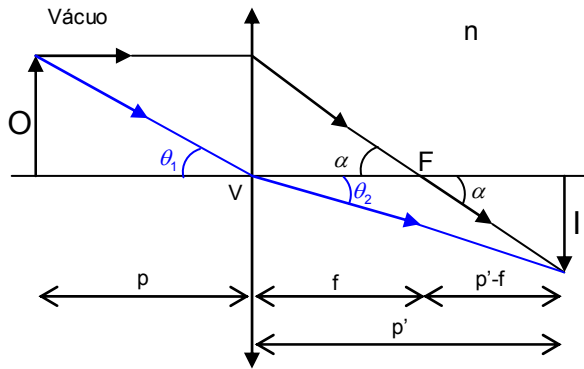
- a)  $\frac{f}{|p-f|}$       b)  $\frac{f}{n|p-f|}$       c)  $\frac{nf}{|p-f|}$       d)  $\frac{nf}{|p-nf|}$       e)  $\frac{f}{|np-f|}$

**Resolução**

**Alternativa E/A**

Pelo esquema apresentado, dependendo da interpretação do candidato sobre a distância focal, a questão apresenta duas possibilidades de resolução, o que leva a duas alternativas distintas.

**INTERPRETAÇÃO 1:** Partindo do princípio de que a distância focal é definida pela convergência de raios paralelos ao eixo óptico principal, não importando o meio em que a lente se insere (o que está coerente com o esquema apresentado), observamos a figura:



Aplicamos a Lei de Snell para o raio azul, no vértice V da lente (que passaria sem desvio, caso não houvesse mudança de meios):

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{n}{1}$$

Como o tamanho do objeto é muito menor do que as dimensões da lente (e, portanto, pequeno em relação às medidas de p, f e p'), temos:

$$\frac{n}{1} = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} \approx \frac{\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_2} \Rightarrow \text{tg}\theta_1 = n \cdot \text{tg}\theta_2 \Rightarrow \frac{O}{p} = n \cdot \frac{I}{p'}$$

$$p' = \frac{n \cdot (-l) \cdot p}{O} \quad (1)$$

Para os dois triângulos com ângulo  $\alpha$ , temos:

$$\text{tg}\alpha = \text{tg}\alpha \Rightarrow$$

$$\frac{O}{f} = \frac{-l}{p' - f} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):  $\frac{O}{f} = \frac{-l}{\left(\frac{n \cdot (-l) \cdot p}{O}\right) - f} \Rightarrow \frac{O}{l} \left(\frac{n \cdot (-l) \cdot p}{O}\right) - f \frac{O}{l} = -f$

$$-n \cdot p - f \frac{O}{l} = -f \Rightarrow n \cdot p \left(\frac{l}{O}\right) + f = f \left(\frac{l}{O}\right) \Rightarrow \left(\frac{l}{O}\right) = \frac{-f}{np - f}$$

Em módulo  $\left|\frac{l}{O}\right| = \left|\frac{f}{np - f}\right|$  e portanto, por esta hipótese, a **alternativa E seria a correta.**

**INTERPRETAÇÃO 2:** Partindo da hipótese que a distância focal f da lente dada é medida com a lente imersa inteiramente no vácuo (como uma espécie de especificação técnica da lente), nota-se que o foco indicado no desenho não é o ponto de convergência de raios de luz que chegam à lente paralelos.

De acordo com esta hipótese, teríamos que a imagem final formada pelo sistema seria a imagem formada pelo dioptra vácuo/meio material (que usaria a imagem formada pela lente no vácuo como objeto), e daí teríamos:

Imagem formada pela lente no vácuo e seu respectivo aumento:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{p \cdot f}{p - f} \Rightarrow A_1 = -\frac{p'}{p} = \frac{f}{f - p}$$

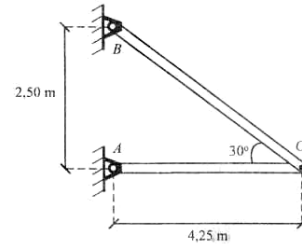
Usando esta imagem como objeto para o dioptra plano vácuo/meio material, temos a formação de uma segunda imagem, cujo aumento é  $A_2 = 1$ . Em outras palavras, como o objeto está paralelo à superfície de separação, sua imagem apenas muda de posição, sem mudar de tamanho.

Podemos então calcular o aumento final, produto dos dois aumentos:

$$A_{\text{final}} = A_1 \cdot A_2 = \frac{f}{f - p} \cdot 1$$

Finalmente, o módulo deste aumento é  $|A_{\text{final}}| = \left|\frac{f}{p - f}\right|$  e teríamos, então, a **alternativa A como correta.**

**QUESTÃO 18**



A figura mostra duas barras AC e BC que suportam, em equilíbrio, uma força F aplicada no ponto C. Para que os esforços nas barras AC e BC sejam, respectivamente, 36 N (compressão) e 160 N (tração), o valor e o sentido das componentes vertical e horizontal da força F devem ter:

**Observação:**

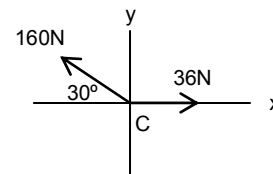
Despreze os pesos das barras e adote  $\sqrt{3} = 1,7$ .

- a) 80 N ( $\downarrow$ ), 100 N ( $\rightarrow$ )
- b) 100 N ( $\downarrow$ ), 80 N ( $\rightarrow$ )
- c) 80 N ( $\uparrow$ ), 100 N ( $\leftarrow$ )
- d) 100 N ( $\uparrow$ ), 80 N ( $\leftarrow$ )
- e) 100 N ( $\downarrow$ ), 80 N ( $\leftarrow$ )

**Resolução**

**Alternativa A**

O diagrama a seguir mostra as forças aplicadas pelas barras AC e BC no ponto C:



As forças aplicadas pelas barras são as reações à força  $\vec{F}$  e o sistema está em equilíbrio, assim as componentes  $F_x$  e  $F_y$  procuradas devem fazer com que a força resultante no ponto C seja nula, logo:

$$F_x + 36N - 160N \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$F_x = 100N$$

$$F_y + 160N \cdot \text{sen} 30^\circ = 0$$

$$F_y = -80N$$

Veja que  $F_x > 0$  (para a direita) e  $F_y < 0$  (para baixo).

**QUESTÃO 19**

Um bloco de 4 kg e velocidade inicial de 2 m/s percorre 70 cm em uma superfície horizontal rugosa até atingir uma mola de constante elástica 200 N/m. A aceleração da gravidade é 10 m/s<sup>2</sup> e o bloco comprime 10 cm da mola até que sua velocidade se anule. Admitindo que durante o processo de compressão da mola o bloco desliza sem atrito, o valor do coeficiente de atrito da superfície rugosa é:

- a) 0,15
- b) 0,20
- c) 0,25
- d) 0,30
- e) 0,35

**Resolução**

**Alternativa C**

Utilizando o Teorema do trabalho e Energia Cinética:

$$\tau_R = \Delta E_C$$

Considerando a ação da força de atrito e da força elástica (ambas opostas ao movimento do bloco):

$$N \cdot \mu \cdot d \cdot \cos(180^\circ) + \frac{kx^2}{2} \cdot \cos(180^\circ) = 0 - \frac{M \cdot V^2}{2}$$

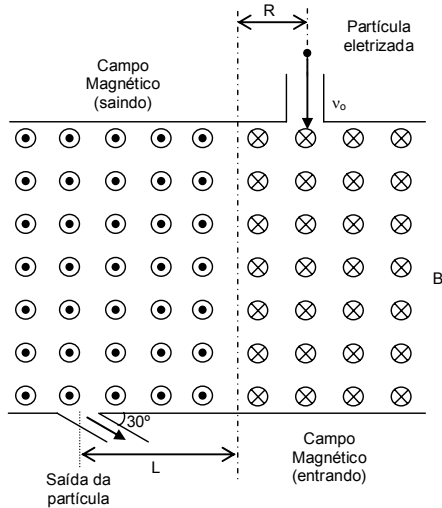
$$-M \cdot g \cdot \mu \cdot d - \frac{kx^2}{2} = -\frac{MV^2}{2}$$

Substituindo os valores do enunciado na fórmula acima temos:

$$-4 \cdot 10 \cdot \mu \cdot 0,7 - \frac{200 \cdot 0,1^2}{2} = -\frac{4 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow$$

$$\mu = 0,25$$

**QUESTÃO 20**



Uma partícula eletrizada penetra perpendicularmente em um local imerso em um campo magnético de intensidade  $B$ . Este campo é dividido em duas regiões, onde os seus sentidos são opostos, conforme é apresentado na figura. Para que a partícula deixe o local com um ângulo de  $30^\circ$ , é correto afirmar que a eletrização da partícula e a intensidade do campo magnético que possui o sentido saindo do plano do papel devem ser, respectivamente:

**Dados:**

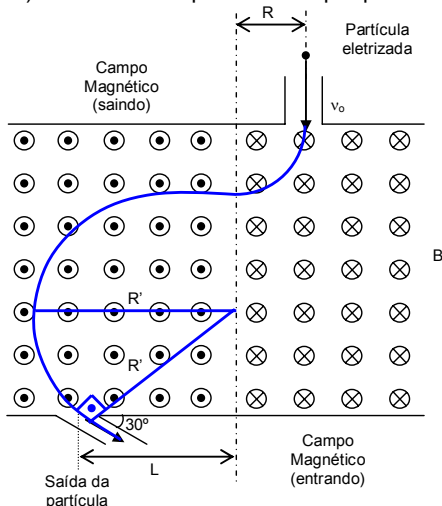
- $R$ : raio da trajetória da partícula na região onde existe um campo magnético.
- $L/R = 3$

- positiva e de valor  $B/3$ .
- positiva e de valor  $B/6$ .
- negativa e de valor  $B/6$ .
- positiva e de valor  $2B/3$ .
- negativa e de valor  $2B/3$ .

**Resolução**

**Alternativa C**

A partícula descreve  $\frac{1}{4}$  de circunferência com raio  $R$  na parte do campo que entra no papel e descreve um arco de circunferência de  $5\pi/6$  rad ( $150^\circ$ ) com raio  $R'$  na parte do campo que sai do papel.



Assim:

$$\cos 60^\circ = \frac{L}{R'} \Rightarrow R' = 2L$$

$$\text{Mas: } L = 3R$$

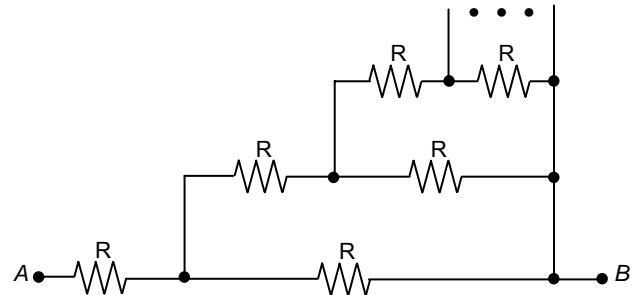
$$\therefore R' = 6R$$

A força magnética sobre a partícula equivale à força resultante centrípeta, então:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \Rightarrow R' = \frac{m \cdot v}{q \cdot B'}. \text{ Assim: } \frac{B'}{B} = \frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{B'}{B} = \frac{1}{6} \Rightarrow B' = \frac{B}{6}$$

Pela regra da mão direita a partícula precisa ser **negativa** para descrever uma trajetória no sentido horário na parte do campo que entra no papel, e uma trajetória anti-horária na parte do campo que sai do papel.

**QUESTÃO 21**



Sabendo que todos os resistores da malha infinita da figura têm resistência  $R$ , a resistência equivalente entre A e B é:

- $R(1 + \sqrt{2})/2$
- $R(1 + \sqrt{3})/2$
- $3R/2$
- $R(1 + \sqrt{5})/2$
- $R(1 + 6)/2$

**Resolução**

**Alternativa D**

A resistência entre A e B e a soma de  $R$  com uma associação em paralelo de  $R$  e  $R_{eq}$ .

$$R_{AB} = R + \frac{R \cdot R_{eq}}{R + R_{eq}}$$

Obs:  $R_{eq} = R_{AB}$  pois o padrão do circuito se repete ao infinito.

$$R_{eq} = R_{AB} \Rightarrow R_{AB} = R + \frac{R \cdot R_{AB}}{R + R_{AB}}$$

$$R_{AB}^2 - R \cdot R_{AB} - R^2 = 0$$

$$R_{AB} = \frac{R \pm R\sqrt{5}}{2} \text{ e } R_{AB} > 0$$

$$\text{Assim: } R_{AB} = R \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

**QUESTÃO 22**

No interior da Estação Espacial Internacional, que está em órbita em torno da Terra a uma altura correspondente a aproximadamente 5% do raio da Terra, o valor da aceleração da gravidade é

- aproximadamente zero.
- aproximadamente 10% do valor na superfície da Terra.
- aproximadamente 90% do valor na superfície da Terra.
- duas vezes o valor na superfície da Terra.
- igual ao valor na superfície da Terra.

**Resolução**

**Alternativa C**

Sendo a aceleração gravitacional na superfície da Terra  $g_{sup.} = \frac{GM}{R^2}$ .

E como o satélite está a uma distância igual a 5% de  $R$  em relação à superfície da Terra temos:

$$g_{est.} = \frac{GM}{(1,05R)^2}$$

Dividindo um dos campos gravitacionais pelo outro:

$$\frac{g_{est.}}{g_{sup.}} = \frac{R^2}{(1,05R)^2}$$

Daí, tiramos:

$$\frac{g_{est.}}{g_{sup.}} = \frac{1}{1,1025} \approx 0,90 \Rightarrow$$

$$g_{est.} \approx 90\% \cdot g_{sup.}$$

**QUESTÃO 23**

Em certo fenômeno físico, uma determinada grandeza referente a um corpo é expressa como sendo o produto da massa específica, do calor específico, da área superficial, da velocidade de deslocamento do corpo, do inverso do volume e da diferença de temperatura entre o corpo e o ambiente. A dimensão desta grandeza em termos de massa (M), comprimento (L) e o tempo (t) é dada por:

- a)  $M^2 L^{-1} t^{-3}$
- b)  $M L^{-1} t^{-2}$
- c)  $M L^{-1} t^{-3}$
- d)  $M L^{-2} t^{-3}$
- e)  $M^2 L^{-2} t^{-2}$

**Resolução**

**Alternativa C**

Analisando as dimensões das grandezas envolvidas temos (consideramos t como unidade tempo e  $\theta$  como unidade de temperatura):

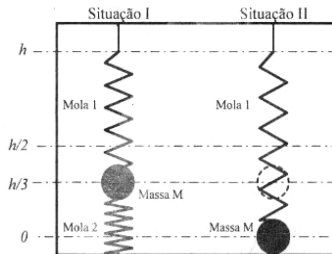
Grandeza	Dimensão
Massa específica	$M \cdot L^{-3}$
Calor específico	$L^2 \cdot t^{-2} \cdot \theta^{-1}$
Área	$L^2$
Velocidade	$L \cdot t^{-1}$
Inverso do volume	$L^{-3}$
Temperatura	$\theta$

Assim, o produto de todas estas grandezas:

$$[G] \equiv \frac{M}{L^3} \cdot \frac{L^2}{t^2 \cdot \theta} \cdot L^2 \cdot \frac{L}{t} \cdot L^{-3} \cdot \theta \Rightarrow$$

$$[G] \equiv M \cdot L^{-1} \cdot t^{-3}$$

**QUESTÃO 24**



Na situação I da figura, em equilíbrio estático, a Massa M, presa a molas idênticas, está a uma altura  $h/3$ . Na situação II, a mola inferior é subitamente retirada. As molas, em repouso, têm comprimento  $h/2$ . O módulo de velocidade da Massa M na iminência de tocar o solo na Situação II é:

**Observação:**

g: Aceleração da Gravidade

- a)  $4gh / [2\sqrt{2}]$
- b)  $3gh / [2\sqrt{2}]$
- c)  $2gh / [2\sqrt{2}]$
- d)  $gh / [2\sqrt{2}]$
- e) 0

**Resolução**

**Alternativa E**

Antes de resolvermos numericamente a questão, repare que dimensionalmente nenhuma das quatro primeiras alternativas é aceitável, pois  $[g \cdot h] \equiv L^2 \cdot T^{-2}$  não pode expressar velocidade, já que  $[v] \equiv L \cdot T^{-1}$ . Assim, a única alternativa plausível seria E. Vamos mostrar que de fato  $v = 0$ .

Dado o equilíbrio da esfera na situação 1:  $P = F_{EL(1)} + F_{EL(2)}$

Analisando as distensões das molas 1 e 2 nesta situação:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{2h}{3} - \frac{h}{2} = \frac{h}{6} \\ \Delta x_2 = \frac{h}{2} - \frac{h}{3} = \frac{h}{6} \end{cases}$$

Substituindo estes dados na relação do equilíbrio de forças:

$$M \cdot g = \frac{k \cdot h}{6} + \frac{k \cdot h}{6} = \frac{k \cdot h}{3} \Rightarrow k = \frac{3 \cdot M \cdot g}{h}$$

Agora, aplicando a conservação de energia para o sistema da situação 2 (apenas com a mola de cima):

$$E_{C_0} + E_{E_0} + E_{G_0} = E_{C_f} + E_{E_f} + E_{G_f}$$

$$0 + \frac{k \cdot x_1^2}{2} + \frac{M \cdot g \cdot h}{3} = \frac{M \cdot v_f^2}{2} + \frac{k \cdot x_f^2}{2} + 0$$

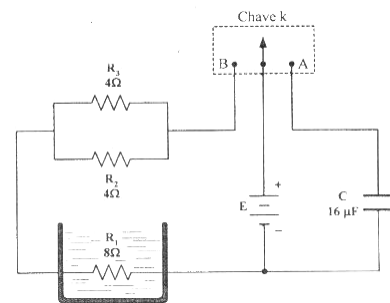
Substituindo o valor de  $k = \frac{3 \cdot M \cdot g}{h}$  na equação acima:

$$\frac{3 \cdot M \cdot g}{2 \cdot h} \cdot \left(\frac{h}{6}\right)^2 + \frac{M \cdot g \cdot h}{3} = \frac{M \cdot v_f^2}{2} + \frac{3 \cdot M \cdot g}{2h} \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

Dividindo a equação acima por M:

$$\frac{3 \cdot g \cdot h}{72} + \frac{g \cdot h}{3} = \frac{v_f^2}{2} + \frac{3 \cdot g \cdot h}{8} \Rightarrow \boxed{V_f = 0}$$

**QUESTÃO 25**



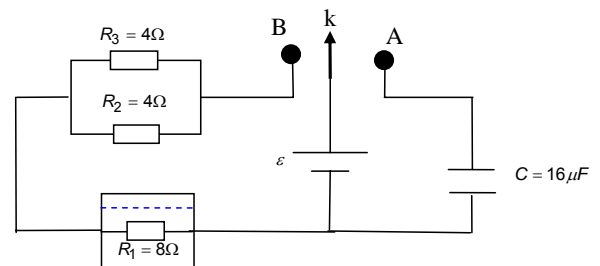
Na figura, o frasco de vidro não condutor térmico e elétrico contém 0,20 kg de um líquido isolante elétrico que está inicialmente a 20 °C. Nesse líquido está mergulhado um resistor  $R_1$  de 8  $\Omega$ . A chave K está inicialmente na vertical e o capacitor C, de 16  $\mu F$ , está descarregado. Ao colocar a chave no Ponto A verifica-se que a energia do capacitor é de 0,08 J. Em seguida, comutando a chave para o Ponto B e ali permanecendo durante 5 s, a temperatura do líquido subirá para 26 °C. Admita que todo o calor gerado pelo resistor  $R_1$  seja absorvido pelo líquido e que o calor gerado nos resistores  $R_2$  e  $R_3$  não atinja o frasco. Nessas condições, é correto afirmar que o calor específico do líquido, em  $\text{cal} \cdot g^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ , é:

**Dado:** 1 cal = 4,2 J

- a) 0,4
- b) 0,6
- c) 0,8
- d) 0,9
- e) 1,0

**Resolução**

**Alternativa C**



Com a chave k ligada nos terminais do capacitor (ponto A) temos que a energia no capacitor é de 0,08 J.

A energia armazenada num capacitor carregado pode ser calculada

$$\text{como } E = \frac{CU^2}{2}$$

Com isso obtemos a força eletromotriz  $\epsilon$  da bateria:

$$0,08 = \frac{16 \times 10^{-6} \times U^2}{2} \Rightarrow U = 100V \Rightarrow \varepsilon = U = 100V$$

Agora, ligando a chave k em B teremos que a resistência equivalente do circuito será dada por:

$$R_{eq} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = 10\Omega.$$

Calculada a fem podemos obter a corrente no circuito:

$$\varepsilon = R_{eq} i \Rightarrow 100 = 10i \Rightarrow i = 10A.$$

A corrente elétrica que passa pelo  $R_1$  é a corrente total e a potência dissipada nesse resistor será dada por:

$$Pot = R_1 \cdot i^2 = 8 \times 100 = 800W$$

Por efeito joule temos que a energia fornecida à água em 5 s será:

$$Pot = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 800 \times 5 = 4000J \Rightarrow Pot = \frac{4000}{4,2} cal$$

Usando a equação fundamental da calorimetria,  $Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$ , onde  $m = 200g$  e  $\Delta\theta = 6^\circ C$ :

$$Q = \frac{4000}{4,2} = 200 \times c \times 6 \Rightarrow c \approx 0,8 \frac{cal}{g^\circ C}$$

**QUESTÃO 26**

Um soldado em pé sobre um lago congelado (sem atrito) atira horizontalmente com uma bazuca. A massa total do soldado é 100 kg e a massa do projétil é 1 kg. Considerando que a bazuca seja uma máquina térmica com rendimento de 5% e que o calor fornecido a ela no instante do disparo é 100 kJ, a velocidade de recuo do soldado é, em m/s,

- a) 0,1      b) 0,5      c) 1,0      d) 10,0      e) 100,0

**Resolução** **Alternativa C**

O rendimento de uma máquina térmica é dado por  $\eta = \frac{\tau}{Q_H}$ , onde  $\tau$  é

o trabalho realizado por essa máquina, e  $Q_H$  é o calor absorvido da fonte quente. Assim:

$$\frac{5}{100} = \frac{\tau}{100 \cdot 10^3} \Rightarrow \tau = 5 \cdot 10^3 J$$

Por outro lado, sabemos que o trabalho da força resultante sobre o projétil é igual à variação de sua energia cinética:

$$\tau_{RES} = \Delta E_C = \frac{m_p \cdot v_p^2}{2} - \frac{m_p \cdot 0^2}{2} \Rightarrow 5 \cdot 10^3 = \frac{1 \cdot v_p^2}{2} \Rightarrow v_p = 100 m/s$$

Sendo o sistema isolado de forças externas na direção horizontal, há conservação da quantidade de movimento nessa direção:

$$(\vec{Q}_S + \vec{Q}_P)_{ANTES} = (\vec{Q}_S + \vec{Q}_P)_{DEPOIS} \Rightarrow M_S \cdot v_S + m_p \cdot v_p = 0 \Rightarrow 100 \cdot v_S + 1 \cdot 100 = 0 \Rightarrow v_S = -1 m/s$$

**QUESTÃO 27**

Três satélites orbitam ao redor da Terra: o satélite  $S_1$  em uma órbita elíptica com o semi-eixo maior  $a_1$  e o semi-eixo menor  $b_1$ ; o satélite  $S_2$  em outra órbita elíptica com semi-eixo maior  $a_2$  e semi-eixo menor  $b_2$ ; e o satélite  $S_3$  em uma órbita circular com raio  $r$ .

Considerando que  $r = a_1 = b_2$ ,  $a_1 \neq b_1$  e  $a_2 \neq b_2$ , é correto afirmar que

- a) os períodos de revolução dos três satélites são iguais.  
b) os períodos de revolução dos três satélites são diferentes.  
c)  $S_1$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, maiores do que o de  $S_2$ .  
d)  $S_1$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, menores do que o de  $S_2$ .  
e)  $S_2$  e  $S_3$  têm períodos de revolução idênticos, maiores do que o de  $S_1$ .

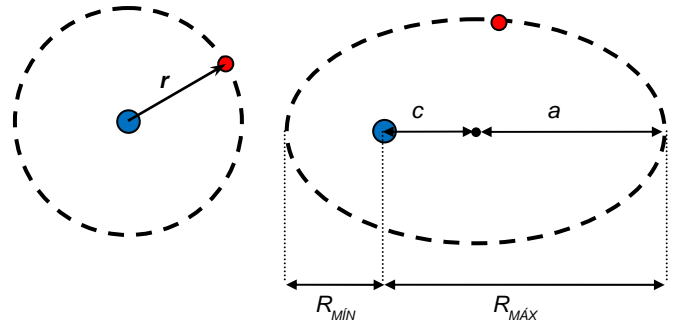
**Resolução**

**Alternativa D**

Pela Terceira Lei de Kepler, temos:

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3} = \frac{(T_3)^2}{(R_3)^3}$$

Onde  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  são os raios médios das órbitas dos satélites.



Para uma circunferência, o raio médio é meramente o seu raio  $r$ . Para uma elipse, o raio médio, dado pela média aritmética entre a maior e a menor distância do satélite à Terra, corresponderá ao semi-eixo maior da elipse:

$$R_{MÉDIO} = \frac{R_{MÁX} + R_{MÍN}}{2} = \frac{(a+c) + (a-c)}{2} = a$$

Como  $R_1 = a_1 = r$ ,  $R_2 = a_2$  e  $R_3 = r$ , temos:  $\frac{(T_1)^2}{(r)^3} = \frac{(T_2)^2}{(a_2)^3} = \frac{(T_3)^2}{(r)^3}$ .

Porém,  $r = a_1 = b_2 < a_2$ , de modo que:  $T_1 = T_3 < T_2$ .

**QUESTÃO 28**

Uma partícula emite um som de frequência constante e se desloca no plano XY de acordo com as seguintes equações de posição em função do tempo  $t$ :

$$x = a \cos(\omega t)$$

$$y = b \sen(\omega t)$$

onde:

a, b e  $\omega$  são constantes positivas, com  $a > b$ .

Sejam as afirmativas:

- I) o som na origem é percebido com a mesma frequência quando a partícula passa pelas coordenadas (a,0) e (0,b).  
II) o raio de curvatura máximo de trajetória ocorre quando a partícula passa pelos pontos (0,b) e (0,-b).  
III) a velocidade máxima da partícula ocorre com a passagem da mesma pelo eixo Y.

A(s) afirmativa(s) correta(s) é(são):

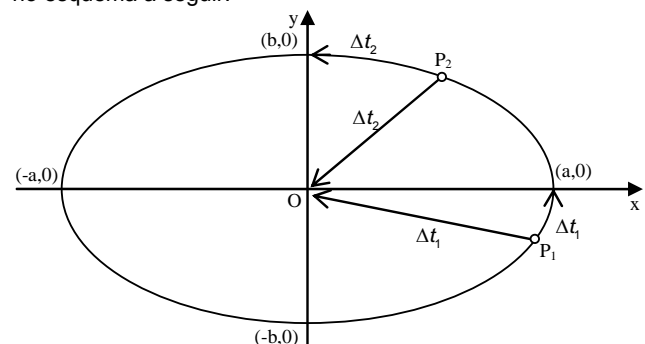
- a) I, apenas.  
b) I e II, apenas.  
c) II, apenas.  
d) II e III, apenas.  
e) I, II e III.

**Resolução**

**Alternativa D**

(I) Falsa

Quando a partícula passa pelas coordenadas (a,0) e (0,b), temos, na origem, ondas sonoras provenientes de pontos  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente, anteriores aos pontos (a,0) e (0,b), como mostrado no esquema a seguir:



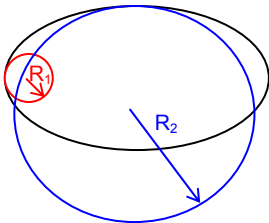
O efeito Doppler nessas ondas depende da velocidade de aproximação ou afastamento entre a partícula e a origem.

Como não sabemos a velocidade do som, não é possível determinar exatamente os pontos  $P_1$  e  $P_2$  e, portanto, não é possível determinar as respectivas velocidades relativas de aproximação ou afastamento da partícula à origem.

Na figura acima, por exemplo, há afastamento para a partícula em  $P_1$  (diminuição da frequência percebida na origem) e aproximação para a partícula em  $P_2$  (aumento na frequência percebida na origem).

(II) Verdadeira

Observe a figura:



Na elipse, o maior raio de curvatura está nos pontos de menor excentricidade, justamente os pontos (0,b) e (0,-b).

(III) Verdadeira

Das equações de x e y, (MHS em cada eixo), temos:

$$v_x = -a \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow \sin(\omega t) = \frac{v_x}{-a \cdot \omega}$$

$$v_y = b \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{v_y}{b \cdot \omega}$$

Sabemos que

$$\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) = 1, \text{ logo:}$$

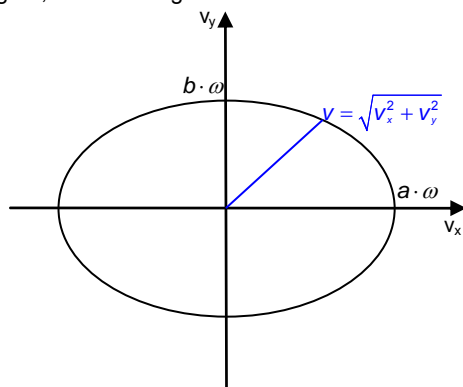
$$\left(\frac{v_x}{a \cdot \omega}\right)^2 + \left(\frac{v_y}{b \cdot \omega}\right)^2 = 1$$

$$\frac{v_x^2}{(a \cdot \omega)^2} + \frac{v_y^2}{(b \cdot \omega)^2} = 1 \quad \text{equação (1)}$$

que é a equação de uma elipse de semi-eixo maior ( $a \cdot \omega$ ), semi-eixo menor ( $b \cdot \omega$ ) e variáveis  $v_x$  e  $v_y$ .

Queremos o máximo valor de  $v^2 = v_x^2 + v_y^2$

Agora, observe a figura:

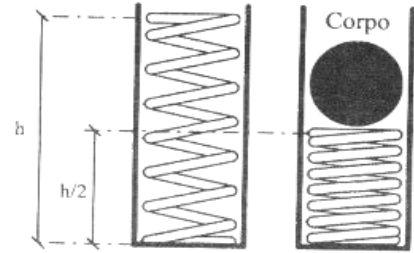


Graficamente, podemos observar que o valor máximo de  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  é exatamente o valor do semi-eixo maior da elipse de velocidades encontrada.

Dessa forma, o maior valor de  $v$  é ( $a \cdot \omega$ ), que, na equação (1), se dá quando  $v_y = 0$ .

Sabendo que  $v$  é máximo para  $v_y = 0$ , então  $\cos(\omega t) = 0$ , logo  $x = 0$  e  $\sin(\omega t) = \pm 1$ . Daí conclui-se que os pontos de máxima velocidade da partícula são (0,b) e (0,-b), justamente onde a partícula passa pelo eixo y.

**QUESTÃO 29**



A figura ilustra uma mola feita de material isolante elétrico, não deformada, toda contida no interior de um tubo plástico não condutor elétrico, de altura  $h = 50 \text{ cm}$ . Colocando-se sobre a mola um pequeno corpo (raio desprezível) de massa  $0,2 \text{ kg}$  e carga positiva de  $9 \times 10^{-6} \text{ C}$ , a mola passa a ocupar metade da altura do tubo. O valor da carga, em coulombs, que deverá ser fixada na extremidade superior do tubo, de modo que o corpo possa ser posicionado em equilíbrio estático a  $5 \text{ cm}$  do fundo, é

Dados:

- Aceleração da gravidade:  $g = 10 \text{ m/s}^2$
- Constante Eletrostática:  $K = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$

- a)  $2 \times 10^{-6}$
- b)  $4 \times 10^{-4}$
- c)  $4 \times 10^{-6}$
- d)  $8 \times 10^{-4}$
- e)  $8 \times 10^{-6}$

**Resolução**

Alternativa C

Na primeira situação temos atuando no corpo a força elástica  $\vec{F}_{el}$  e o peso  $\vec{P}$ , veja a figura 1 abaixo:

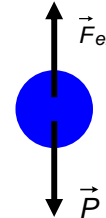


Figura 1

Para a condição de equilíbrio temos:

$$|\vec{P}| = |\vec{F}_{el}| \Rightarrow mg = k\Delta x \quad (1)$$

Sendo o comprimento relaxado da mola  $x_0 = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$  e o comprimento final da mola  $x_f = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$ , temos que:

$$\Delta x = l_f - l_0 = 0,50 - 0,25 = 0,25 \text{ m};$$

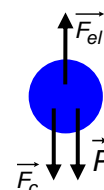
Substituindo os valores em (1) temos:

$$0,2 \times 10 = k \times 0,25$$

$$k_{mola} = 8 \text{ N/m.}$$

Na segunda situação temos atuando, além da força elástica  $\vec{F}_{el}$  e do peso  $\vec{P}$ , a força coulombiana  $\vec{F}_C$  de repulsão, uma vez que a mola comprime-se ainda mais.

Temos a seguinte configuração de forças:



Temos para o equilíbrio do corpo de carga  $Q_1 = 9 \times 10^{-6} \text{ C}$ :

$$\begin{aligned} |\vec{F}_C| + |\vec{P}| &= |\vec{F}_{el}| \\ \frac{KQ_1Q_2}{d^2} + mg &= k_{mola}\Delta x_2 \end{aligned}$$

Onde  $\Delta x_2$  é a nova deformação da mola. Já que a mola está à 5cm do fundo temos que:

$$\Delta x_2 = 45\text{cm} = 0,45\text{m}.$$

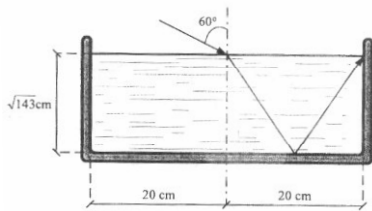
A distância entre as esferas será igual a  $\Delta x_2$ , assim temos:

$$\begin{aligned} \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6} \times Q_2}{(0,45)^2} + 0,2 \times 10 &= 8 \times 0,45 \\ \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6} \times Q_2}{(9 \times 5 \times 10^{-2})^2} &= 1,6 \end{aligned}$$

Isolando  $Q_2$  temos:

$$Q_2 = 4 \times 10^{-6}\text{C}$$

**QUESTÃO 30**



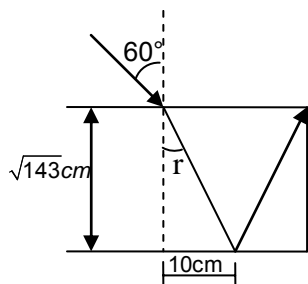
Um raio de luz monocromática incide em um líquido contido em um tanque, como mostrado na figura. O fundo do tanque é espelhado, refletindo o raio luminoso sobre a parede posterior do tanque exatamente no nível do líquido. O índice de refração do líquido em relação ao ar é:

- a) 1,35
- b) 1,44
- c) 1,41
- d) 1,73
- e) 1,33

**Resolução**

**Alternativa A**

$$n_{L,ar} = \frac{n_L}{n_{ar}} = ?$$



Pela figura, temos:

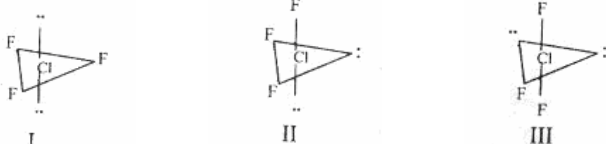
$$\text{sen}(r) = \frac{10}{\sqrt{(\sqrt{143})^2 + (10)^2}} = \frac{10}{9\sqrt{3}}$$

$$\frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{\text{sen}(60^\circ)}{\text{sen}(r)} = \frac{\sqrt{3}/2}{10/(9\sqrt{3})} = 1,35$$

**QUÍMICA**

**QUESTÃO 31**

Considere as seguintes possibilidades para a estrutura da molécula de trifluoreto de cloro ( $\text{ClF}_3$ ):



Assinale a alternativa correta.

- a) A estrutura I é a mais estável, visto que as seis repulsões entre pares não-ligantes e pares ligantes equivalem à menor repulsão possível.
- b) A estrutura II é a mais estável, visto que ocorrem três repulsões entre elétrons não-ligantes e pares ligantes e mais uma repulsão entre pares de elétrons não-ligantes, o que confere uma maior estabilidade ao sistema de forças.
- c) A estrutura III é a mais estável por equivaler à configuração na qual a repulsão entre todos os pares (ligantes e não-ligantes) é mínima.
- d) A estrutura I é a mais provável por ser a mais simétrica, correspondendo à configuração de menor energia.
- e) Todas as três estruturas possuem a mesma energia e são encontradas na natureza.

**Resolução**

**Alternativa C**

A estrutura I é a mais simétrica, mas apresenta seis repulsões de 90° entre átomos e pares isolados.

A estrutura II apresenta uma repulsão de 90° entre dois pares isolados, além de três repulsões de 90° entre pares isolados e átomos.

A estrutura III apresenta quatro repulsões de 90° entre pares isolados e átomos e uma repulsão de apenas 120° entre pares isolados.

A estrutura III é a mais provável, sofrendo ainda um desvio no sentido de atingir a configuração ótima de menor repulsão entre todos os pares.

Em geral, se existirem pares isolados numa bipirâmide trigonal eles se situarão em posições equatoriais (no plano do triângulo) e não nas posições apicais, uma vez que esse arranjo minimiza as forças repulsivas.

**QUESTÃO 32**

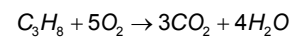
Em um recipiente fechado queima-se propano com 80% da quantidade estequiométrica de ar. Admitindo que não haja hidrocarbonetos após a combustão, que todos os produtos da reação estejam na fase gasosa e que a composição volumétrica do ar seja de uma parte de  $\text{O}_2$  para quatro partes de  $\text{N}_2$ , calcule a porcentagem molar de  $\text{CO}_2$  no recipiente após a combustão (considere comportamento ideal para os gases).

- a) 4,35 %
- b) 4,76 %
- c) 5,26 %
- d) 8,70 %
- e) 14,28 %

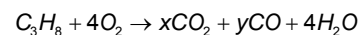
**Resolução**

**Alternativa A**

Com uma proporção estequiométrica entre propano e oxigênio de 1:1 ocorre uma reação de combustão completa:



Entretanto, a reação acontece com apenas 80% da quantidade estequiométrica de oxigênio e mesmo assim consome completamente o propano. A única forma disso acontecer é se acontecer uma reação de combustão incompleta. Como todos os produtos estão na fase gasosa, assumiremos que não acontece a formação de C. Logo a equação química representativa do processo é:



Considerando o número de átomos de C e O existentes na reação, os coeficientes x e y podem ser encontrados através de um sistema de equações:

$$\begin{cases} \text{conservação de carbonos} \\ \text{conservação de oxigênios} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = x + y \\ 8 = 2x + y + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Logo a reação que acontece é:



Para determinar a porcentagem molar, assumiremos sem perda de generalidade uma quantidade inicial de propano igual a 1 mol.



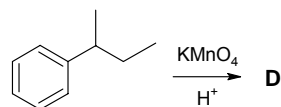
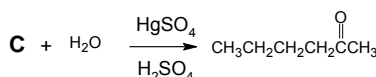
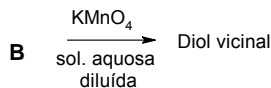
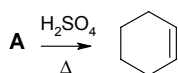
II)  $\Delta S > 0$ : **VERDADEIRO**. Nos processos de mudança do estado físico, o número de microestados possíveis aumenta a medida que diminui o estado de agregação da matéria. Desta forma, o processo II (de sólido para gás) implica em um aumento de entropia do sistema.

III)  $\Delta S < 0$ : **FALSO**. No processo III existe uma maior quantidade de microestados para a solução de água e álcool que para as substâncias puras. Assim, a mistura de água e álcool aumenta a entropia do sistema.

IV)  $\Delta S > 0$ : **VERDADEIRO**. No processo IV, a mudança de sólido para líquido acontece com aumento na entropia (veja explicação de II).

V)  $\Delta S < 0$ : **VERDADEIRO**. No processo V, a compressão diminui o número de microestados do sistema e portanto a entropia do mesmo diminui.

**QUESTÃO 37**



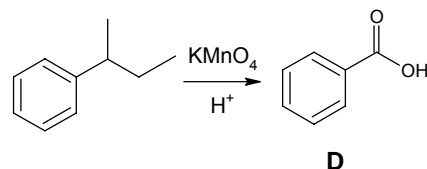
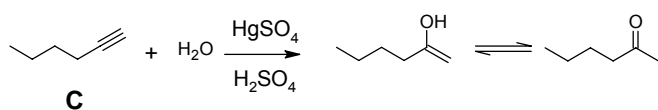
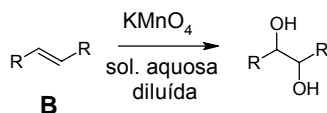
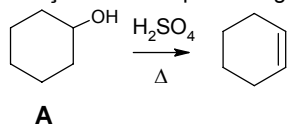
Dadas as reações acima, escolha, dentre as opções abaixo, a que corresponde, respectivamente, às funções orgânicas das substâncias **A, B, C e D**.

- a) Álcool, alceno, alcino e cetona.
- b) Álcool, alceno, Alcino e ácido carboxílico.
- c) Aldeído, alceno, alceno e cetona.
- d) Aldeído, alceno, alceno e ácido carboxílico.
- e) Álcool, alceno, alceno e aldeído.

**Resolução**

**Alternativa B**

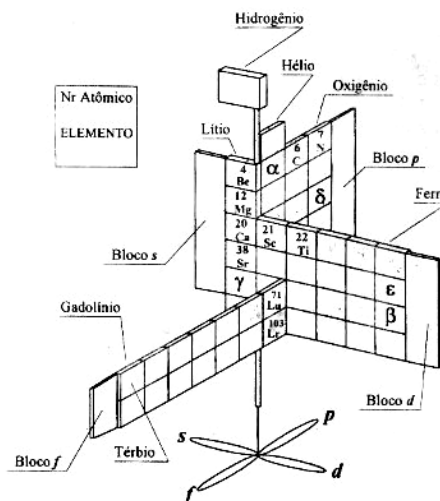
As reações são as que se seguem:



A primeira reação é uma desidratação de **álcool** para formar alceno.  
A segunda reação é uma oxidação branda de **alceno** para formar um diol vicinal.  
A terceira reação é uma hidratação de **alcino**, com adição de água seguindo a regra de Markovnikov, formando enol e posteriormente cetona.  
A última reação é oxidação de cadeia lateral, com formação de ácido benzóico (um **ácido carboxílico**).

**QUESTÃO 38**

Considere a versão tridimensional da Tabela Periódica sugerida pelo químico Paul Giguère. Nesta representação, a Tabela Periódica se assemelha a um catavento onde os blocos s, p, d, f são faces duplas formadoras das pás do catavento e onde o eixo de sustentação está fixado ao longo do bloco s.



Em relação à tabela acima, assinale a alternativa correta.

- a) O elemento  $\alpha$  é um gás nobre.
- b) O elemento  $\beta$  é o  $^{80}_{80}\text{Hg}$ .
- c) O íon  $\gamma^{+2}$  tem a configuração eletrônica do xenônio.
- d) O  $^{75}_{39}\delta$  é isótono do  $^{85}_{39}\text{X}$ .
- e) O elemento  $\epsilon$  é o  $^{43}_{43}\text{Tc}$ , primeiro elemento artificial conhecido, e pertence ao grupo 6B ou 6 da Tabela Periódica usual.

**Resolução**

**Alternativa C**

O elemento  $\gamma$  está situado no 6º período abaixo do Sr (Z=38). Descendo do 5º ao 6º período, o número de prótons aumenta em 18 ( $s^2 + p^6 + d^{10}$ ). Desta forma, ele apresenta Z = 56 e se encontra na família 2. Ao perder dois elétrons, ele forma o íon  $\gamma^{+2}$  e fica com a mesma configuração eletrônica do elemento de número atômico 54 (um gás nobre do quinto período). Esse gás nobre é o Xenônio e portanto **a alternativa C está correta**.

O elemento  $\alpha$  está situado a esquerda do carbono (Z=6). Desta forma, possui Z = 5 e se encontra na família 15 (família do Boro). Logo **a alternativa A está incorreta**.

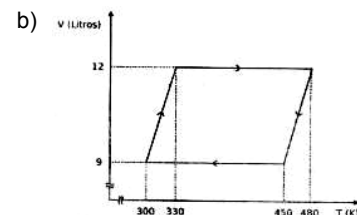
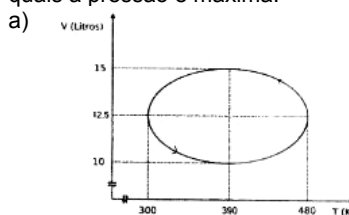
O elemento  $\delta$  está situado no 4º período abaixo do N (Z=7). Descendo do 2º ao 3º período, o número de prótons aumenta em 8 ( $s^2 + p^6$ ) e aumenta em mais 18 do 3º ao 4º período ( $s^2 + p^6 + d^{10}$ ). Desta forma, ele apresenta Z = 7+8+18 = 33 e apresenta número de nêutrons igual a 75-33=42. Como o número de nêutrons de X é 85-39=46, os átomos não são isótonos e **a alternativa D está incorreta**.

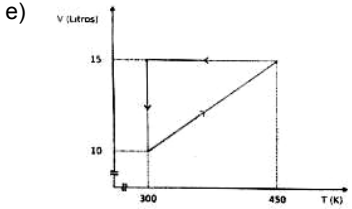
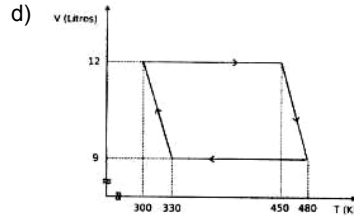
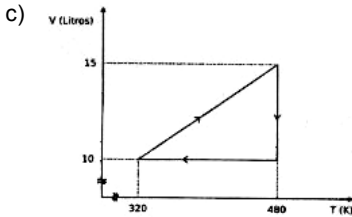
O elemento  $\epsilon$  está no mesmo período do elemento Sr (Z=38), mas 5 famílias a frente apresentando portanto mais 5 prótons (família 7). Logo seu número atômico é Z=43, o Tecnécio. Como ele pertence à família 7, **a alternativa E está incorreta**.

O elemento  $\beta$  está no 6º período abaixo do elemento  $\epsilon$  (Z=43) e depois dos elementos pertencentes ao bloco f. Descendo do 5º ao 6º período o número de prótons aumenta em 32 ( $s^2 + p^6 + d^{10} + f^{14}$ ). Desta forma, este elemento possui Z=75. Logo, **a alternativa B está incorreta** também.

**QUESTÃO 39**

As alternativas abaixo representam processos hipotéticos envolvendo 2 mols de um gás ideal, contidos em um conjunto cilindro-pistão. Assinale a alternativa que apresenta mais de três estados (V, T) nos quais a pressão é máxima:





**Resolução**

**Alternativa A**

O volume e o número de moles no sistema não variam. Desta forma, temos:

$$pV = nRT \Rightarrow \frac{V}{nR} = \frac{T}{p} = cte.$$

Comparando o sistema inicial ao final temos:

$$\frac{T_i}{p_i} = \frac{T_f}{p_f} \Rightarrow \frac{T_i}{p_i} = \frac{T_i + 15}{1,05 p_i} \Rightarrow \frac{1,05 T_i}{p_i} = T_i + 15 \Rightarrow 0,05 T_i = 15 \Rightarrow T_i = 300 K$$

Para a temperatura em °C:  $T_i = 300 - 273 = 27^\circ C$

**Resolução**

**Alternativa E**

A expressão para a pressão do sistema em função de volume e temperatura é dada por:

$$pV = nRT \Rightarrow p = nR \left( \frac{T}{V} \right) \Rightarrow p = \alpha \left( \frac{T}{V} \right) \text{ onde } \alpha \text{ é uma constante.}$$

Assim, a pressão do sistema é proporcional à razão  $\frac{T}{V}$ , e por isso é

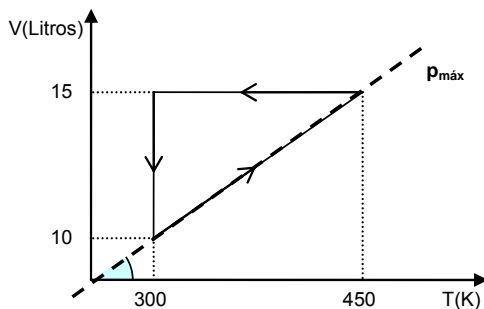
máxima quando a razão  $\frac{V}{T}$  é mínima. Observando os gráficos  $V \times T$  das alternativas, pode-se ver que o coeficiente angular das retas que passam pela origem e cruzam com as curvas do processo termodinâmico é justamente a razão mencionada.

Procuramos, então, retas que passem pela origem e possuam o menor coeficiente angular (inclinação) possível, lembrando que estas retas devem ainda passar por mais de três pontos.

Para as alternativas a, b e d, não existe uma reta que cruze o gráfico em mais de três pontos.

Na alternativa c, embora exista uma reta que passe por mais de três pontos (a reta que passa pelos pontos (320,10) e (480,15) passa justamente pela origem), ela não é a reta de menor coeficiente angular possível.

Na alternativa d, a reta que passa pelos pontos (300,10) e (450,15) também passa pela origem (e por isso possui mais de três pontos onde o sistema está à mesma pressão) e é também a reta com menor inclinação possível (e por isso contém os pontos de maior pressão).



**QUESTÃO 40**

Um sistema fechado e sem fronteiras móveis contém uma determinada massa gasosa inerte. Sabe-se que, após aquecimento, o sistema registra um aumento de 5% na pressão e de 15 °C na temperatura (considere que o gás se comporta idealmente). A respeito do valor da temperatura inicial, pode-se dizer que:

- a) é igual ou inferior a 30 °C.
- b) é superior a 30 °C e inferior a 300 °C.
- c) é igual ou superior a 300 °C.
- d) somente pode ser calculado conhecendo-se o volume e a massa de gás.
- e) somente pode ser calculado conhecendo-se o volume, a massa e a pressão inicial do gás.