

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Resolve

IME 2010

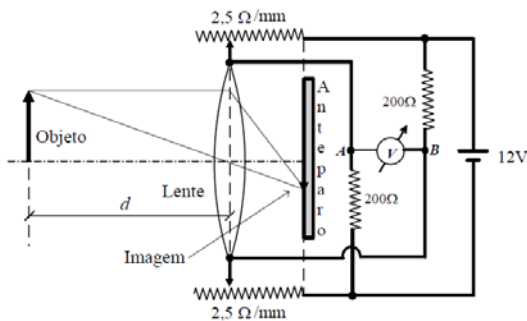
FÍSICA

www.elitecampinas.com.br

FÍSICA - DISCURSIVAS

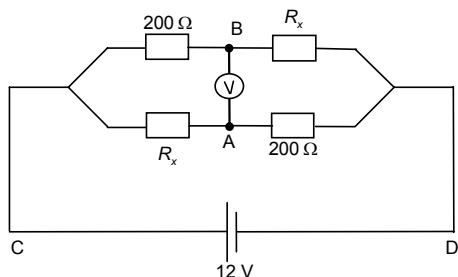
QUESTÃO 01

Um dispositivo óptico de foco automático, composto por uma lente biconvexa delgada móvel, posiciona automaticamente a lente, de modo a obter no anteparo fixo a imagem focada do objeto, conforme apresentado na figura. Sobre esse dispositivo, instalou-se um circuito elétrico alimentado por 12 V, composto de dois resistores fixos de 200 Ω e dois resistores variáveis de 2,5 Ω/mm. Quando a distância entre o objeto e a lente é 1,2 m, a ddp no circuito entre os pontos A e B é zero. Determine a distância d entre o objeto e a lente do dispositivo para a ddp $V_B - V_A$, medida pelo voltímetro V, de 2,4 V.



Resolução

O circuito do enunciado é equivalente ao circuito a seguir:



Situação inicial:

Na situação em que $d = 1,2$ m, temos que $V_{BA} = 0$, portanto, a associação de resistores corresponde a uma ponte de Wheatstone em equilíbrio. Assim:

$$R_x^2 = 200 \cdot 200 \Rightarrow R_x = 200 \Omega$$

Seja ℓ_x o comprimento do resistor variável. Do enunciado, temos:

$$\frac{R_x}{\ell_x} = 2,5 \frac{\Omega}{\text{mm}} \Rightarrow \ell_{x1} = \frac{200 \Omega}{2,5 \frac{\Omega}{\text{mm}}} = 80 \text{ mm}$$

Situação Final:

Do enunciado temos que, no segundo momento:

$$V_{BA} = V_B - V_A = 2,4 \text{ V} \quad (I)$$

Como a resistência total em cada um dos ramos do circuito é $R_{\text{ramo}} = R_x + 200$, ou seja, as resistências são iguais e estão submetidas à mesma tensão (12 V), então a corrente tem a mesma intensidade nos dois ramos. Seja i a corrente em cada ramo:

$$i = \frac{12}{R_x + 200} \quad (II)$$

Considerando a queda de tensão em cada ramo, temos:

$$\begin{cases} V_C - V_B = 200 \cdot i \\ V_C - V_A = R_x \cdot i \end{cases} \Rightarrow V_B - V_A = (R_x - 200) \cdot i \Rightarrow i = \frac{2,4}{R_x - 200}$$

Substituindo o valor encontrado em (II) neste resultado, vem:

$$\frac{2,4}{R_x - 200} = \frac{12}{R_x + 200} \Rightarrow R_x = 300 \Omega$$

Nessa situação, o comprimento do resistor variável é:

$$\ell_{x2} = \frac{300 \Omega}{2,5 \frac{\Omega}{\text{mm}}} \Rightarrow \ell_{x2} = 120 \text{ mm}$$

Impondo as posições do objeto e da imagem conjugada pela lente para cada situação, em centímetros, temos:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{120} + \frac{1}{8} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{12} \Rightarrow p_2 = 20 \text{ cm}$$

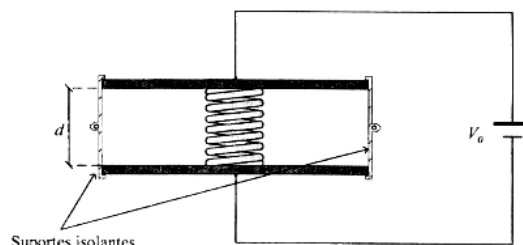
QUESTÃO 02

Um capacitor de capacitância inicial C_0 tem suas placas metálicas mantidas paralelas e afastadas de uma distância d pelos suportes e conectadas a uma fonte de V_0 volts, conforme a figura (SITUAÇÃO 1). No interior de tal capacitor, encostada às placas, se encontra uma mola totalmente relaxada, feita de material isolante e massa desprezível. Em determinado instante a fonte é desconectada e, em seguida, a placa superior é liberada dos suportes, deslocando-se no eixo vertical. Considerando que a placa superior não entre em oscilação após ser liberada e que pare a uma distância L da placa inferior (SITUAÇÃO 2), determine:

- a) a energia total em cada uma das duas situações, em função de C_0 , V_0 , d e L ;
- b) a constante elástica da mola em função de C_0 , V_0 , d que resulte em um afastamento de $L = d/2$ entre as placas do capacitor.

Observações:

- Despreze o peso da placa superior, o efeito de borda no capacitor e o efeito da mola sobre a capacitância.
- Os suportes são de material isolante.



Resolução

a) SITUAÇÃO 1:

Como nesta situação a mola encontra-se totalmente relaxada não há energia potencial elástica, apenas a energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor. Esta energia é dada por $E_{\text{pot}} = \frac{C \cdot U^2}{2}$

Substituindo os dados do problema nesta equação: $E_{\text{inicial}} = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2}$

SITUAÇÃO 2:

A capacitância do capacitor plano pode ser obtida pela relação

$$C = \frac{A \cdot \epsilon}{d}$$

Onde A é a área das armaduras, d é a distância entre as mesmas e ϵ é a permissividade do meio.

Assim, chamando de C_2 a capacitância do arranjo na situação 2, temos

$$\frac{C_2}{C_0} = \frac{A \cdot \epsilon / L}{A \cdot \epsilon / d} = \frac{d}{L} \Rightarrow C_2 = \frac{d}{L} C_0$$

A carga no capacitor se conserva constante. Então, chamando de V_2 a ddp entre as placas na situação 2:

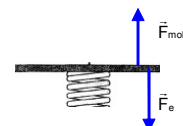
$$Q_2 = Q_0 \Rightarrow C_2 \cdot V_2 = C_0 \cdot V_0$$

De onde obtemos $V_2 = \frac{L}{d} V_0$

A energia potencial elétrica armazenada pelo capacitor nesta situação será

$$E_{\text{pot, ele}} = \frac{C_2 \cdot V_2^2}{2} = \frac{\frac{d}{L} C_0 \cdot \left(\frac{L}{d} V_0\right)^2}{2} = \frac{L}{d} \cdot \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2}$$

Como a placa superior não oscila, ela se encontra em equilíbrio estático, ou seja, a força elástica (\vec{F}_{mola}) possui módulo igual à força eletrostática entre as placas do capacitor (\vec{F}_e).



Como o comprimento final da mola é L e o comprimento da mola relaxada é d , o módulo força elástica é dada por $F_{\text{mola}} = k \cdot (d - L)$, enquanto o módulo da força entre as placas do capacitor é dada por $F_E = \frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A}$, onde A é a área das armaduras e ϵ é a permissividade do meio e $Q = Q_0 = C_0 \cdot V_0$

Igualando ambas, obtemos para a constante elástica da mola

$$\frac{Q^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A} = k \cdot (d - L) \Rightarrow \frac{C_0^2 \cdot V_0^2}{2 \cdot \epsilon \cdot A} = k \cdot (d - L)$$

Como $C_0 = \frac{A \cdot \epsilon}{d} \Rightarrow A \cdot \epsilon = C_0 \cdot d$, encontramos a seguinte relação:

$$\frac{C_0^2 \cdot V_0^2}{2 \cdot C_0 \cdot d} = k \cdot (d - L) \Rightarrow k = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2 \cdot d \cdot (d - L)}$$

Assim, a energia potencial elástica é dada por

$$E_{\text{pot,ela}} = \frac{k \cdot \Delta x^2}{2} = \frac{C_0 \cdot V_0^2 \cdot (d - L)}{4 \cdot d}$$

Finalmente, a energia total do sistema para a situação 2 é

$$E_{\text{final}} = E_{\text{pot,ele}} + E_{\text{pot,ela}} = \frac{L}{d} \cdot \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2} + \frac{C_0 \cdot V_0^2 \cdot (d - L)}{4 \cdot d}$$

$$E_{\text{final}} = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{4d} (2L + d - L) = \frac{C_0 \cdot V_0^2 \cdot (L + d)}{4d}$$

b) Utilizando a expressão obtida no item a para a constante elástica e substituindo $L = \frac{d}{2}$, obtemos

$$k = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2 \cdot d \cdot (d - L)} = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{2 \cdot d \cdot (d - \frac{d}{2})} \Rightarrow k = \frac{C_0 \cdot V_0^2}{d^2}$$

Obs.: Após o sistema ser desconectado, ele deveria oscilar. Para que a ressalva feita pelo enunciado (que o sistema não oscila) seja válida, devemos considerar que existe uma força amortecendo essa oscilação (por exemplo o atrito com o ar), de maneira que, no equilíbrio, as únicas forças atuando no sistema são a elástica e a elétrica. Pela presença desse tipo de força, não é possível a resolução da questão por conservação de energia, pois existem forças dissipativas até o estabelecimento do equilíbrio.

QUESTÃO 03

Dois vagões estão posicionados sobre um trilho retilíneo, equidistantes de um ponto de referência sobre o trilho. No primeiro vagão existe um tubo sonoro aberto onde se forma uma onda estacionária com 4 nós, cuja distância entre o primeiro e o último nó é 255 cm, enquanto no segundo vagão existe um observador.

Inicialmente, apenas o vagão do observador se move e com velocidade constante. Posteriormente, o vagão do tubo sonoro também passa a se mover com velocidade constante, distinta da velocidade do vagão do observador. Sabendo que a frequência percebida pelo observador na situação inicial é 210 Hz e na situação posterior é 204 Hz, determine:

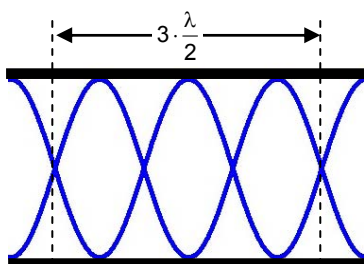
- a) a frequência do som que o tubo emite;
- b) a velocidade do vagão do observador, na situação inicial;
- c) a velocidade do vagão da fonte, na situação final.

Dado:

Velocidade do som no ar: $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$

Resolução

a) A distância compreendida entre o primeiro e o último nó equivale ao comprimento de três meios comprimentos de onda:



Assim, temos: $\frac{3\lambda}{2} = 2,55\text{m} \Rightarrow \lambda = 1,70\text{m}$

Com a relação fundamental da ondulatória obtemos

$$f_F = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{1,7} = \boxed{200\text{Hz}}$$

b) A diferença entre as frequências emitida e observada se deve ao efeito Doppler. A frequência percebida pelo observador (f_0) se relaciona com a frequência emitida pela fonte (f_F) pela relação

$$f_0 = f_F \cdot \frac{v_S \pm v_O}{v_S \mp v_F}$$

Onde v_S é a velocidade do som, v_O é a velocidade do observador e v_F é a velocidade da fonte em relação a um referencial fixo no solo. O sentido positivo é adotado como sendo do observador para a fonte.

Na situação inicial a velocidade v_F é nula e a frequência $f_0 = 210\text{Hz}$, maior que a frequência da fonte ($f_F = 200\text{Hz}$), indica que a velocidade v_O está orientada no sentido positivo.

$$210 = 200 \cdot \frac{340 + v_O}{340} \Rightarrow \boxed{v_O = 17\text{m/s}}$$

c) Como na situação final a diferença entre as frequências f_0 e f_F diminuiu em relação à situação inicial, podemos concluir que a velocidade relativa entre a fonte e o observador também diminuiu e, finalmente, que v_F também está orientada no sentido positivo.

$$204 = 200 \cdot \frac{340 + 17}{340 + v_F} \Rightarrow \boxed{v_F = 10\text{m/s}}$$

QUESTÃO 04

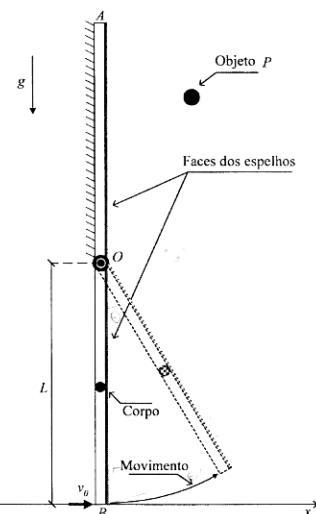
A figura mostra o perfil de um par de espelhos planos articulado no ponto O e, inicialmente, na vertical. Ao centro do espelho OB é colocado um pequeno corpo, cuja massa é muito maior que a do espelho. O espelho AO encontra-se fixo e, frente ao mesmo, é colocado um objeto P . Em um dado instante, é aplicado um impulso no espelho OB , conferindo à extremidade B uma velocidade inicial v_0 , no sentido de fechar os espelhos face contra face. Tomando como referência o eixo x , determine:

- a) a altura máxima atingida pela extremidade B .
- b) os módulos dos vetores velocidade da extremidade B , para cada instante em que uma imagem adicional do objeto P é formada, até que B atinja sua altura máxima.

Dados:

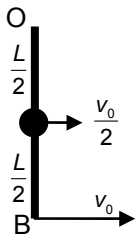
- $L = 90 \text{ cm}$
- $v_0 = 7 \text{ m/s}$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$

α	36°	40°	45°	$51,4^\circ$	60°	72°	90°	120°	180°
$\cos \alpha$	0,81	0,77	0,71	0,62	0,5	0,31	0	-0,5	-1



Resolução

a) Se a extremidade B tem velocidade v_0 , temos que m apresenta velocidade $\frac{v_0}{2}$, pois todos os pontos da barra possuem mesma velocidade angular. Desprezando a massa do espelho (muito menor que m), por conservação da energia mecânica temos:



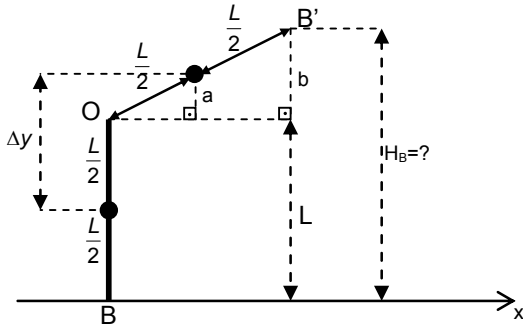
$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m \cdot g \cdot \Delta y = 0$$

Como no ponto de altura máxima a velocidade é nula ($v=0$), temos:

$$\frac{m \cdot 0^2}{2} - \frac{m \cdot \left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m \cdot g \cdot \Delta y = 0 \Rightarrow \Delta y = \frac{v_0^2}{8 \cdot g}$$

Substituindo os dados do enunciado, obtém-se $\Delta y = 0,6125m$

Observando que $\Delta y = 0,6125m > \frac{L}{2} = 0,45m$, podemos montar a figura:



De onde temos $\Delta y = \frac{L}{2} + a \Rightarrow 0,6125 = \frac{0,9}{2} + a \Rightarrow a = 0,1625m$

Por semelhança de triângulos:

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{b}{0,1625} = \frac{2}{1} \Rightarrow b = 0,325m$$

Logo: $H_B = L + b = 0,9 + 0,325 \Rightarrow H_B = 1,225m$

b) Com as informações do enunciado não é possível determinar todos os instantes em que aparece uma imagem adicional, pois isso depende da posição onde se encontra o objeto P.

A questão tinha como intenção avaliar se o candidato saberia fazer bom uso da relação

$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

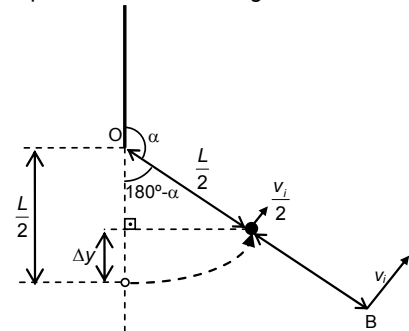
onde N é o número de imagens

formadas por dois espelhos planos de um objeto P móvel posicionado sempre no plano bissetor do ângulo α entre os espelhos. Vale ainda lembrar que essa relação também é válida caso o objeto não esteja no plano bissetor desde que

$\frac{360^\circ}{\alpha}$ seja par.

Dessa forma, determinaremos as velocidades da extremidade B para todos os instantes os quais N se torna inteiro. A expectativa seria que, nesses ângulos, surja uma nova imagem. Posteriormente discutiremos o que está incorreto nessa expectativa.

Considere a seguinte figura, que indica um instante no qual os espelhos formam um ângulo α :



$$\Delta y_i = \frac{L}{2} [1 - \cos(180^\circ - \alpha_i)],$$

para cada $i=0,1,2,\dots$

Os valores de α_i seriam dados para cada N inteiro, a partir de $\alpha_0 = 180^\circ$ (espelho OB na vertical).

Assim sendo, temos $\alpha_0 = 180^\circ$ (1 imagem), $\alpha_1 = 120^\circ$ (2 imagens), $\alpha_3 = 90^\circ$ (3 imagens), $\alpha_4 = 72^\circ$ (4 imagens), $\alpha_5 = 60^\circ$ (5 imagens)...

Respeitando $\Delta y \leq 0,6125m$, como visto no item (a), teríamos:

$$\Delta y_0 = \frac{0,9}{2} [1 - \cos(180^\circ - 180^\circ)] \Rightarrow \Delta y_0 = 0m$$

$$\Delta y_1 = \frac{0,9}{2} [1 - \cos(180^\circ - 120^\circ)] \Rightarrow \Delta y_1 = 0,225m$$

$$\Delta y_2 = \frac{0,9}{2} [1 - \cos(180^\circ - 90^\circ)] \Rightarrow \Delta y_2 = 0,45m$$

$$\Delta y_3 = \frac{0,9}{2} [1 - \cos(180^\circ - 72^\circ)] \Rightarrow \Delta y_3 = 0,5895m$$

$$\Delta y_4 = \frac{0,9}{2} [1 - \cos(180^\circ - 60^\circ)] \Rightarrow \Delta y_4 = 0,675m$$

Note que $\Delta y_4 > \Delta y_{\text{máx}} = 0,6125m$, não sendo assim atingido.

Para determinar a velocidade da extremidade B bastaria conservar a energia mecânica para os respectivos valores de Δy_i :

$$\Delta E_C + \Delta E_P = 0 \Rightarrow \frac{m\left(\frac{v_i}{2}\right)^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2} + m \cdot g \cdot \Delta y_i = 0$$

onde v_i é a velocidade da extremidade B e $\left(\frac{v_i}{2}\right)$ é a velocidade do corpo de massa m . Desenvolvendo, temos que:

$$v_i = \sqrt{v_0^2 - 8 \cdot g \cdot \Delta y_i}$$

Substituindo os valores de Δy_i anteriormente encontrados, temos:

$$v_0 = \sqrt{7^2 - 8 \cdot 10 \cdot 0} = 7m/s$$

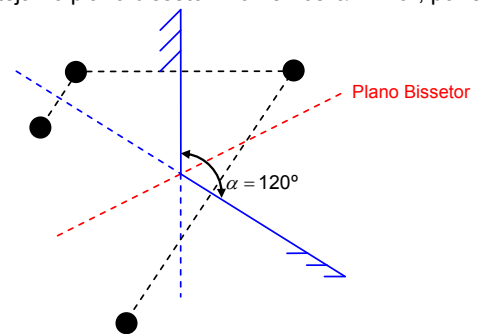
$$v_1 = \sqrt{7^2 - 8 \cdot 10 \cdot 0,225} = \sqrt{31}m/s$$

$$v_2 = \sqrt{7^2 - 8 \cdot 10 \cdot 0,45} = \sqrt{13}m/s$$

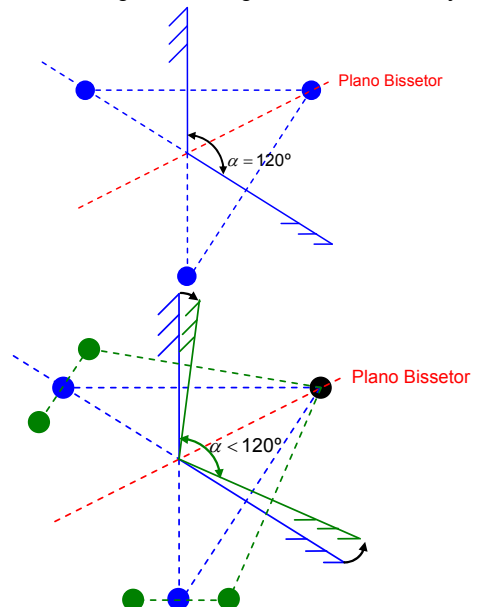
$$v_3 = \sqrt{7^2 - 8 \cdot 10 \cdot 0,5895} = \sqrt{1,84}m/s$$

A questão estaria, assim, resolvida.

O problema, entretanto, é que o **objeto P está fixo e o plano bissetor varia com o ângulo α** . Dessa forma, temos situações em que há formação de imagens adicionais sem que a abertura α seja um ângulo notável. Pode-se mostrar, ainda, que em alguns desses ângulos "notáveis" não há formação de imagem adicional caso o objeto não esteja no plano bissetor. Tomemos $\alpha = 120^\circ$, por exemplo:



Nessa configuração, se impusermos uma pequena variação do ângulo α em torno de 120° , não há formação/desaparecimento de imagens. Já se o objeto estivesse sobre o plano bissetor, então uma pequena redução em α faria surgir duas imagens além das duas já formadas.



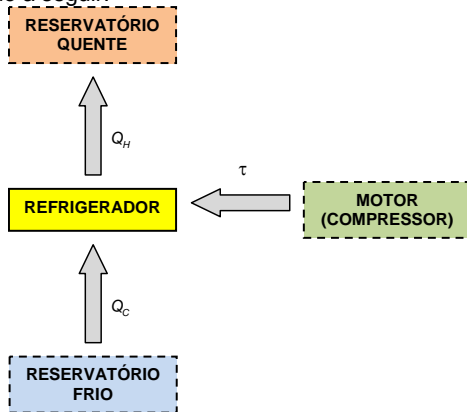
Assim, a determinação do ângulo no qual uma nova imagem aparece só poderia ser determinada caso fosse conhecida a posição do objeto em relação ao espelho. Dessa forma sugerimos a anulação do item (b) desta questão.

QUESTÃO 05

Atendendo a um edital do governo, um fabricante deseja certificar junto aos órgãos competentes uma geladeira de baixos custo e consumo. Esta geladeira apresenta um coeficiente de desempenho igual a 2 e rejeita 9/8 kW para o ambiente externo. De acordo com o fabricante, estes dados foram medidos em uma situação típica de operação, na qual o compressor da geladeira se manteve funcionando durante 1/8 do tempo à temperatura ambiente de 27 °C. O edital preconiza que, para obter a certificação, é necessário que o custo mensal de operação da geladeira seja, no máximo igual a R\$ 5,00 e que a temperatura interna do aparelho seja inferior a 8 °C. O fabricante afirma que os dois critérios são atendidos, pois o desempenho da geladeira é 1/7 do máximo possível. Verifique, baseado nos princípios da termodinâmica, se esta assertiva do fabricante está tecnicamente correta. Considere que a tarifa referente ao consumo de 1 kWh é R\$ 0,20.

Resolução

Uma geladeira (refrigerador) opera recebendo trabalho externo (τ) para absorver calor de um reservatório frio (Q_C) e rejeitar calor para um reservatório quente (Q_H), segundo o esquema de funcionamento representado a seguir:



Temos a relação (entre as energias) $Q_C + \tau = Q_H$, que dividida por um intervalo de tempo Δt , nos leva à relação (entre as potências):

$$\frac{Q_C}{\Delta t} + \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{Q_H}{\Delta t} \Rightarrow P_C + P_M = P_H$$

O coeficiente de desempenho k de um refrigerador é dado por:

$$k = \frac{Q_C}{\tau} \Rightarrow 2 = \frac{\frac{Q_C}{\Delta t}}{\frac{\tau}{\Delta t}} \Rightarrow P_C = 2P_M$$

Sendo $P_H = \frac{9}{8}$ kW, temos o sistema:

$$\begin{cases} P_C + P_M = \frac{9}{8} \text{ kW} \\ P_C = 2P_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_C = \frac{6}{8} \text{ kW} \\ P_M = \frac{3}{8} \text{ kW} \end{cases}$$

Em um mês, o compressor opera durante 1/8 do tempo:

$$\Delta t = \frac{1}{8} \cdot (30 \text{ dias}) \cdot \left(24 \frac{\text{h}}{\text{dia}}\right) = 90 \text{ h}$$

A energia empregada pelo motor (trabalho realizado) é:

$$P_M = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{8} \text{ kW} = \frac{\tau}{90 \text{ h}} \Rightarrow \tau = 33,75 \text{ kWh}$$

Sendo o custo de 1 kWh igual a R\$ 0,20, o custo da operação nesse caso será dado por:

$$\text{Custo} = (33,75 \text{ kWh}) \cdot \left(\frac{\text{R\$ } 0,20}{\text{kWh}}\right) \Rightarrow \boxed{\text{Custo} = \text{R\$ } 6,75}$$

Por outro lado, assumindo que o rendimento desse refrigerador seja 1/7 do máximo possível (que seria o refrigerador de Carnot), temos:

$$k = \frac{1}{7} k_{\text{CARNOT}} = \frac{1}{7} \left(\frac{T_C}{T_H - T_C}\right) \Rightarrow 2 = \frac{1}{7} \left(\frac{T_C}{(273 + 27) - T_C}\right) \Rightarrow T_C = 280 \text{ K} \Rightarrow \boxed{T_C = 7 \text{ }^\circ\text{C}}$$

CONCLUSÃO:

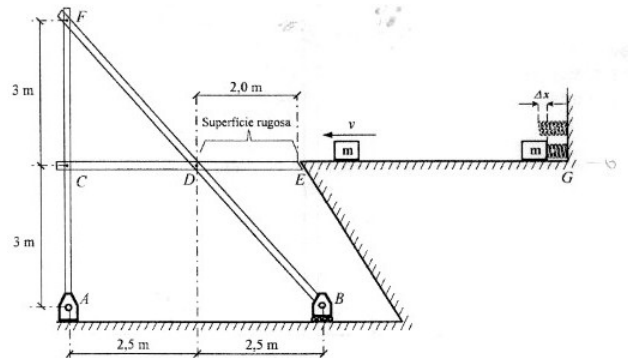
A assertiva do fabricante é **FALSA**, pois embora a temperatura interna do refrigerador (7 °C) realmente seja inferior a 8 °C, o custo mensal de operação da geladeira (R\$ 6,75) foi superior a R\$ 5,00.

QUESTÃO 06

Uma mola com constante elástica k , que está presa a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida de Δx por um pequeno bloco de massa m , conforme mostra a figura. Após liberado do repouso, o bloco desloca-se ao longo da superfície horizontal lisa EG, com atrito desprezível, e passa a percorrer um trecho rugoso DE até atingir o repouso na estrutura (que permanece em equilíbrio), formada por duas barras articuladas com peso desprezível. Determine os valores das reações horizontal e vertical no apoio A e da reação vertical no apoio B, além das reações horizontal e vertical nas ligações em C, D e F.

Dados:

- constante elástica: $k = 100 \text{ kN/m}$;
- compressão da mola: $\Delta x = 2 \text{ cm}$;
- massa do bloco: $m = 10 \text{ kg}$;
- coeficiente de atrito cinético do trecho DE: $\mu_c = 0,20$;
- aceleração gravitacional: $g = 10 \text{ m/s}^2$



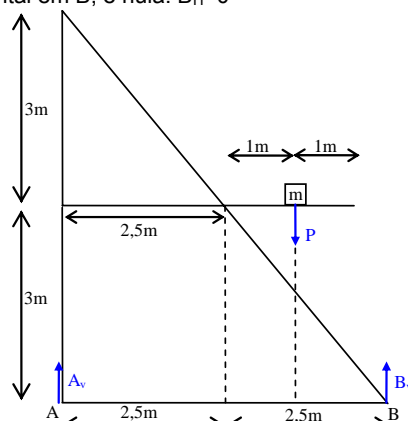
Resolução

Para determinarmos o local onde o bloco para (distância d percorrida a partir do ponto E), utilizamos a conversão da energia potencial elástica em trabalho da força de atrito:

$$\tau_{\text{Fat}} = E_{\text{elástica}}^P \Rightarrow \mu mg \cdot d = \frac{k(\Delta x)^2}{2} \Rightarrow 0,2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot d = \frac{100 \cdot 10^3 (2 \cdot 10^{-2})^2}{2} \Rightarrow \boxed{d = 1 \text{ m}}$$

Analisamos o sentido das forças verticais, partindo da força peso do bloco (vertical, para baixo) e, assim, determinamos o sentido das outras forças no eixo vertical.

Já para as forças horizontais, o candidato deve atentar para a figura do enunciado, que apresenta "rodinhas" na articulação B (uma representação muito utilizada em cursos de engenharia, porém, não utilizada no ensino médio), o que indica que não há atrito, portanto, a força horizontal normal em B, é nula: $B_H = 0$



Fixando A, exercem torque sobre todo o sistema (forças externas):
 B_v com braço 5m (anti-horário) e P com braço 3,5m (horário):

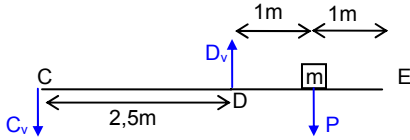
$$-B_v \cdot 5 + P \cdot 3,5 = 0 \Rightarrow B_v \cdot 5 = 100 \cdot 3,5 \Rightarrow \boxed{B_v = 70N}$$

Forças verticais sobre todo o sistema (forças externas):

$$B_v + A_v = P \Rightarrow 70 + A_v = 100 \Rightarrow \boxed{A_v = 30N}$$

Forças horizontais sobre todo o sistema:

$$B_h + A_h = 0 \Rightarrow 0 + A_h = 0 \Rightarrow \boxed{A_h = 0N}$$



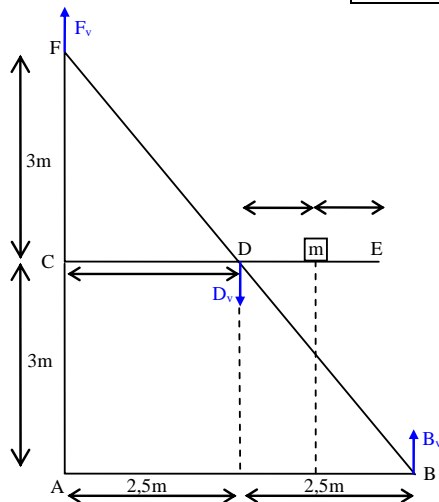
D fixo, exercem torque sobre a barra CE:

C_v com braço 2,5m (anti-horário) e P com braço 1m (horário):

$$-C_v \cdot 2,5 + P \cdot 1 = 0 \Rightarrow C_v \cdot 2,5 = 100 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{C_v = 40N}$$

Forças verticais sobre a barra CE:

$$C_v + P = D_v \Rightarrow 40 + 100 = D_v \Rightarrow \boxed{D_v = 140N}$$



Forças verticais sobre a barra FB:

$$F_v + B_v = D_v \Rightarrow F_v + 70 = 140N \Rightarrow \boxed{F_v = 70N}$$

Fixando C, as forças que exercem torque sobre a barra FA são A_h , com braço 3m, e F_h com braço 3m:

$$A_h \cdot 3 + F_h \cdot 3 = 0 \Rightarrow 0,3 + F_h \cdot 3 = 0 \Rightarrow \boxed{F_h = 0N}$$

Ainda na barra FA, em relação ao ponto A, como $F_h = 0$ e as forças verticais possuem braço nulo, então $C_h = 0N$

Somatório de forças horizontais na barra CE:

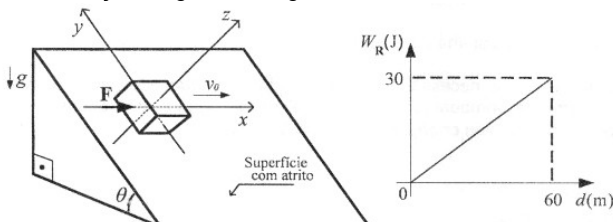
$$C_h + D_h = 0 \Rightarrow 0 + D_h = 0 \Rightarrow \boxed{D_h = 0N}$$

QUESTÃO 07

A figura ilustra um plano inclinado com ângulo $\theta = 30^\circ$ cuja superfície apresenta atrito. Um bloco de massa $m = 1 \text{ kg}$, carregado eletricamente com a carga negativa $q = 10^{-2} \text{ C}$, apresenta velocidade inicial $v_0 = 2 \text{ m/s}$ e realiza um movimento retilíneo sobre o eixo x (paralelo ao plano horizontal) a partir do instante $t = 0$. Além disso, este bloco se encontra submetido à força constante $F = 4,5 \text{ N}$ na direção x e a um campo magnético $B = 100 \text{ T}$ normal à superfície (direção z). Considerando que o gráfico ilustra o trabalho da força resultante R que age sobre o bloco em função da distância percorrida, determine:

- a) o tempo gasto e a velocidade do bloco após percorrer 60 m;
- b) os gráficos das componentes da força de atrito (direções x e y) em função do tempo até o bloco percorrer 60 m.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$



Resolução

a) De acordo com o teorema da energia cinética, temos:

$$\tau = \Delta \varepsilon_c = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \Rightarrow 30 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (v^2 - 2^2) \Rightarrow \boxed{v = 8 \text{ m/s}}$$

Como o movimento é retilíneo, então a velocidade final tem a direção do eixo x, além disso, considerando que, de acordo com o gráfico, o trabalho é positivo, o sentido da velocidade é o de x crescente.

Além disso, sendo o movimento retilíneo na direção x, a força resultante (\vec{R}) também é na direção x e, como o gráfico do trabalho x deslocamento é uma reta, então a força resultante é constante:

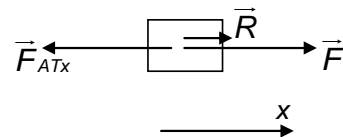
$$W_R = R \cdot d \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow 30J = R \cdot 60 \Rightarrow R = 0,5N$$

Como a força resultante é constante e o trabalho é positivo, então o movimento é uniformemente acelerado na direção x, logo:

$$a = \frac{R}{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{0,5N}{1kg} = \frac{(8-2)m/s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 12s}$$

b) **Força de atrito na direção x:**

A representação das forças que agem na direção x pode ser feita da seguinte forma:



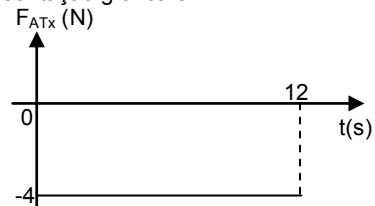
Na figura acima, temos:

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{F}_{ATx} \Rightarrow R \cdot \hat{x} = F \cdot \hat{x} + F_{ATx} \cdot \hat{x} \Rightarrow$$

$$F_{ATx} = R - F = 0,5 - 4,5 \Rightarrow$$

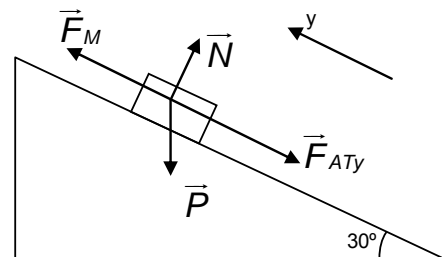
$$\boxed{F_{ATx} = -4,0N}$$

Assim, sua representação gráfica é:



Força de atrito na direção y:

1ª Hipótese: o campo magnético aponta no sentido positivo do eixo z. Assim, temos a seguinte vista lateral do problema:



A força resultante na direção y é nula, logo:

$$\vec{F}_M + \vec{P}_y + \vec{F}_{ATy} = \vec{0}$$

Denotando por F_{ATy} o valor algébrico da força de atrito, temos que:

$$\vec{F}_{ATy} = F_{ATy} \hat{y} \text{ e o sentido da força de atrito será determinado pelo sinal algébrico de } F_{ATy}.$$

Além disso, como \vec{P}_y é a componente da força peso na direção y e tem sempre sentido negativo nesta direção, temos:

$$\vec{P}_y = P \cdot \text{sen}30^\circ \cdot (-\hat{y})$$

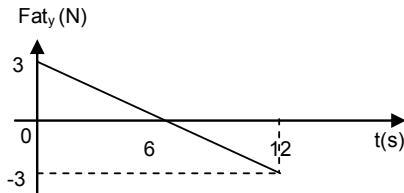
Assim:

$$F_M \hat{y} + P \cdot \text{sen}30^\circ \cdot (-\hat{y}) + F_{ATy} \cdot \hat{y} = \vec{0} \Rightarrow$$

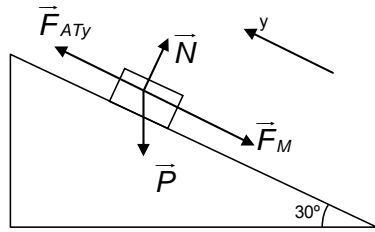
$$qvB\text{sen}90^\circ - mg\text{sen}30^\circ + F_{ATy} = 0 \Rightarrow$$

$$F_{ATy} = 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} - 10^{-2} \cdot v \cdot 100 \cdot 1 = 5 - v$$

Como v varia de 2m/s a 8m/s uniformemente no tempo, então F_{ATy} varia de +3N a -3N uniformemente no tempo.



2ª Hipótese: o campo magnético aponta no sentido negativo do eixo z. Neste caso, temos a seguinte vista lateral do problema:



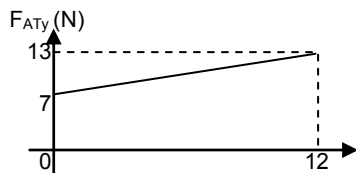
$$\vec{F}_M + \vec{P}_y + \vec{F}_{ATy} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$F_M \cdot (-\hat{y}) + P \cdot \text{sen}30^\circ \cdot (-\hat{y}) + F_{ATy} \cdot \hat{y} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$F_{ATy} = qvB\text{sen}90^\circ + mg\text{sen}30^\circ \Rightarrow$$

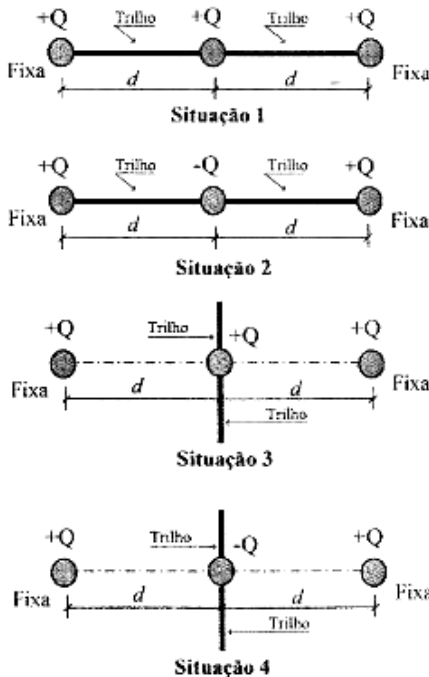
$$F_{ATy} = -10^{-2} \cdot v \cdot 100 \cdot 1 - 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = v + 5$$

Como v varia de 2m/s a 8m/s uniformemente no tempo, então F_{ATy} varia de +7N a +13N uniformemente no tempo.



QUESTÃO 08

A figura apresenta 4 situações, nas quais 2 cargas de valor +Q são fixas e uma carga móvel, inicialmente em repouso, pode deslizar sem atrito por um trilho não condutor. Os trilhos das situações 1 e 2 estão na horizontal, enquanto os das situações 3 e 4 estão na vertical. Considerando cada uma das situações, ao submeter a carga móvel a uma pequena perturbação, pede-se:



- verificar, justificando, se haverá movimento oscilatório em torno do ponto de equilíbrio;
- calcular o período de oscilação para pequenas amplitudes se comparadas com a distância d , em caso de haver movimento oscilatório.

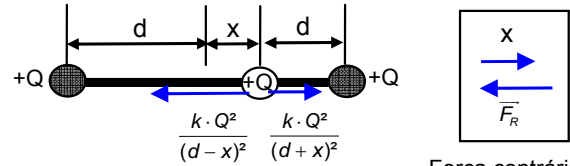
Dados:

$1/(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2$ se $d \gg x$; Massa das cargas: $M_{\text{cargas}} = m$.

Resolução

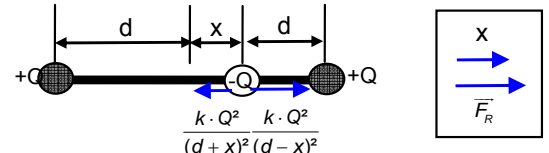
a) As situações 1 e 4 apresentam movimento oscilatório. Isso ocorre pois aparece uma força restauradora (contrária à direção do deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio), conforme figuras abaixo indicam:

Situação 1: movimento oscilatório



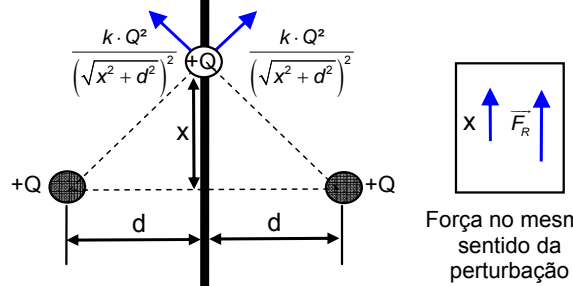
Força contrária à perturbação

Situação 2: não há oscilação, a carga segue o seu movimento até a colisão.



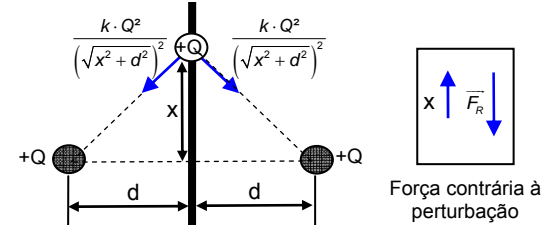
Força no mesmo sentido da perturbação

Situação 3: não há oscilação, a carga segue o seu movimento até uma distância muito grande.



Força no mesmo sentido da perturbação

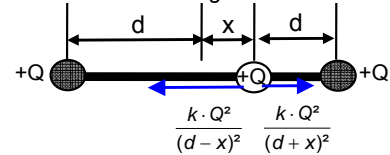
Situação 4: movimento oscilatório



Força contrária à perturbação

b) Situação 1:

Observe a figura, que indica as forças na direção do movimento e sua relação com a distância entre as cargas:



O módulo da força resultante é dada por:

$$F_R = \frac{k \cdot Q^2}{(d-x)^2} - \frac{k \cdot Q^2}{(d+x)^2} = k \cdot Q^2 \cdot \frac{(d+x)^2 - (d-x)^2}{[(d-x)(d+x)]^2}$$

$$F_R = 4 \cdot k \cdot Q^2 \cdot d \cdot \left(\frac{1}{d^2 - x^2} \right) \cdot x$$

Considerando $1/(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2$, pois $d \gg x$ temos:

$$F_R = k \cdot Q^2 \frac{4 \cdot d}{d^4} \cdot x = \frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x$$

Temos então, que o módulo da resultante é diretamente proporcional ao deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio (sentido contrário) para $d \gg x$, se tratando assim de um MHS. Logo, temos que a aceleração é proporcional ao deslocamento e assim:

$$a = \omega^2 \cdot x \Rightarrow m \cdot a = m \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow \frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x = m \cdot \omega^2 \cdot x$$

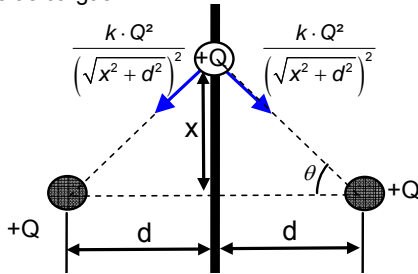
E assim:

$$\frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} = m \cdot \omega^2, \text{ com } \omega = \frac{2\pi}{T_1} = \text{frequência angular do MHS}$$

Logo:

$$\frac{4 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \Rightarrow T_1 = \frac{\pi}{Q} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot d^3}{k}}$$

Situação 4: Observe a figura correspondente a essa outra situação, que indica as forças na direção do movimento e sua relação com a distância entre as cargas:



Pela simetria da figura, temos que as forças apresentam componente horizontal de mesmo módulo e sentidos opostos, cancelando-se. Temos a resultante como sendo a soma das forças na direção vertical. Assim:

$$F_R = 2 \cdot \frac{kQ^2}{(\sqrt{x^2+d^2})^2} \cdot \text{sen}\theta = 2 \cdot \frac{kQ^2}{(\sqrt{x^2+d^2})^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}$$

$$F_R = 2 \cdot kQ^2 \cdot \left(\frac{1}{x^2+d^2}\right)^{3/2} \cdot x$$

Considerando $1/(d^2 \pm x^2) \approx 1/d^2$, pois $d \gg x$ temos:

$$F_R = \frac{2 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x$$

Novamente o módulo da resultante é diretamente proporcional ao deslocamento em relação ao ponto de equilíbrio (sentido contrário) para $d \gg x$, se tratando novamente de um MHS. Logo, analogamente à situação anterior:

$$\frac{2 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} \cdot x = m \cdot \omega^2 \cdot x \Rightarrow \frac{2 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \frac{2 \cdot k \cdot Q^2}{d^3} = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_4}\right)^2$$

E, portanto, $T_4 = \frac{\pi}{Q} \sqrt{\frac{2m \cdot d^3}{k}}$

QUESTÃO 09

As situações 1 e 2 a figura apresentam uma caldeira que fornece vapor sob pressão a uma turbina, a fim de proporcionar a sua rotação. A turbina está ligada solidariamente ao Gerador 1 por meio de seu eixo, que gera a energia elétrica E_1 . O vapor expelido é aproveitado para impulsionar as pás de um sistema de geração eólica, que são acopladas por meio de seu eixo ao Gerador 2, que gera a energia elétrica E_2 .

Determine:

a) a energia a ser fornecida pelo aquecedor à caldeira, em função de E_1 e E_2 , mantidas constantes, nas seguintes situações:

• SITUAÇÃO 1:

As energias E_1 e E_2 são utilizadas para atender o consumidor final

• SITUAÇÃO 2:

Toda a energia elétrica E_2 é utilizada por um conversor eletrotérmico, mantendo E_1 com a mesma destinação da SITUAÇÃO 1.

b) o rendimento do sistema para as duas situações.

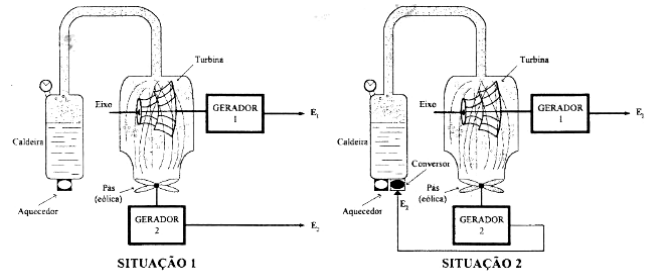
c) a potência térmica necessária a ser fornecida pelo aquecedor, a fim de permitir que um sistema de bombeamento eleve 1000 m^3 de água a uma altura de 100 m em 4 horas, utilizando as energias E_1 e E_2 da SITUAÇÃO 1.

Dados:

• rendimentos:

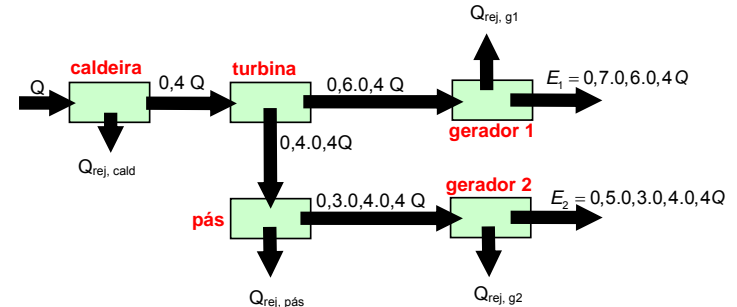
- caldeira: 40 %;
- turbina: 60 %;
- gerador 1: 70 %;
- das pás (gerador eólico): 30 %;

- gerador 2: 50 %;
- conversor eletrotérmico: 50 %;
- sistema de bombeamento de água: 70 %;
- massa específica da água: 1 kg/L;
- aceleração da gravidade: 10 m/s².



Resolução

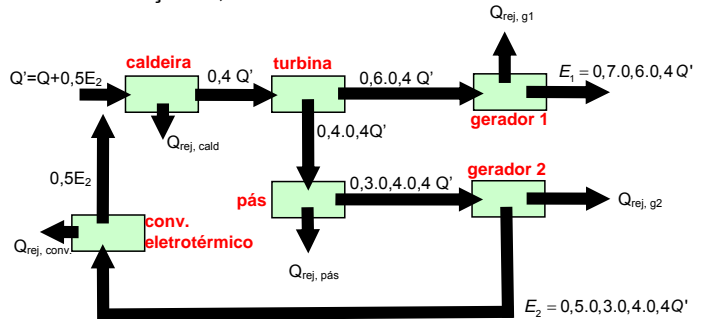
a) Observe o fluxograma abaixo, onde Q é o calor fornecido pela caldeira na SITUAÇÃO 1, e os rendimentos estão indicados:



Temos as seguintes relações, de onde se obtém o valor de Q:

$$\begin{cases} E_1 = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot Q \\ E_2 = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot Q \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{125}{21} E_1 = \frac{125}{3} E_2$$

Para a SITUAÇÃO 2, temos:



Assim, temos:

$$E_2 = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot Q' = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot (Q + 0,5E_2)$$

De onde chega-se a $Q = \frac{247}{6} E_2$

Ainda, escrevendo em função de E_1 teríamos:

$$E_1 = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot Q' = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot (Q + 0,5E_2)$$

$$E_1 = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot \left(Q + 0,5 \cdot Q \cdot \frac{6}{247}\right) \Rightarrow Q = \frac{247}{42} E_1$$

Obs.: Note que apesar de definirmos Q em função de E_1 e de E_2 individualmente, poderíamos ainda representar Q em função de E_1 e E_2 simultaneamente. Isso ocorre, pois qualquer combinação linear entre as equações obtidas para as duas situações continua verdadeira.

b) Calculemos os rendimentos:

$$\text{SITUAÇÃO 1: } \eta_1 = \frac{E_1 + E_2}{Q} = \frac{21}{125} \frac{Q}{Q} + \frac{3}{125} \frac{Q}{Q} = \frac{24}{125} = 19,2\%$$

$$\text{SITUAÇÃO 2: } \eta_1 = \frac{E_1}{Q} = \frac{42}{247} \frac{Q}{Q} = \frac{42}{247} \approx 17,0\%$$

c) Temos:

- $\rho = 1 \text{ kg/L} = 1000 \text{ kg/m}^3$ $V = 1000 \text{ m}^3$
- $g = 10 \text{ m/s}^2$ $h = 100 \text{ m}$
- $\Delta t = 4 \times 3600 \text{ s}$

A potência da bomba pode ser calculada por:

$$P_{bomba} = \frac{-\tau_{Peso}}{\Delta t} = \frac{\Delta E_P}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho Vgh}{\Delta t}$$

$$P_{bomba} = \frac{1000 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 100}{4.3600} = \frac{625000}{9} W$$

Mas, de acordo com o item (b) $\eta_1 = \frac{24}{125}$ e ainda, $\eta_{bomba} = 0,7$

Logo, considerando $\phi =$ potência térmica, temos:

$$P_{bomba} = \phi \cdot \eta_1 \cdot \eta_{bomba} \Rightarrow \frac{625000}{9} = \phi \cdot \frac{24}{125} \cdot 0,7 \Rightarrow \boxed{Q \approx 517 kW}$$

QUESTÃO 10

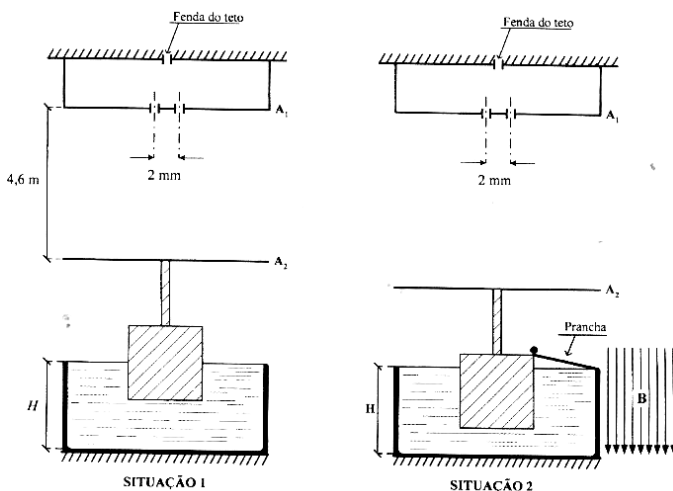
Na figura, a SITUAÇÃO 1 apresenta um bloco cúbico de madeira, de aresta 1 m, com metade de seu volume imerso em água, sustentando o anteparo A_2 e mantendo-o afastado 4,6 m do anteparo A_1 , sobre o qual estão duas fendas separadas de 2 mm.

Na SITUAÇÃO 2, troca-se a água por um líquido de densidade menor, mantendo o mesmo nível H . Coloca-se uma prancha de massa desprezível e de comprimento 20 cm, apoiada pela aresta superior direita do bloco e a borda do tanque.

Em seguida, um corpo puntiforme de massa 2×10^{-6} kg e carga positiva de 2×10^{-6} C é abandonado do ponto mais alto da prancha, deslizando sem atrito. Ao sair da prancha, com velocidade $\sqrt{2}$ m/s, penetra em um campo magnético uniforme $B = 4$ T, com as linhas de indução paralelas ao plano do papel, descrevendo uma trajetória helicoidal de raio $(\sqrt{6}/8)$ m.

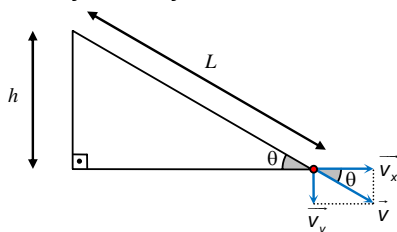
Neste momento incide, na fenda localizada no teto, uma luz monocromática que, ao passar pelas fendas em A_1 , produz em A_2 duas franjas claras consecutivas separadas por 1,6 mm. Admitindo a densidade da água igual a 1, determine:

- a) o comprimento de onda da luz incidente nos anteparos;
- b) a densidade do líquido na SITUAÇÃO 2.



Resolução

a) Observando a prancha, de comprimento $L = 20$ cm, inclinada de um ângulo θ em relação à direção horizontal, temos:



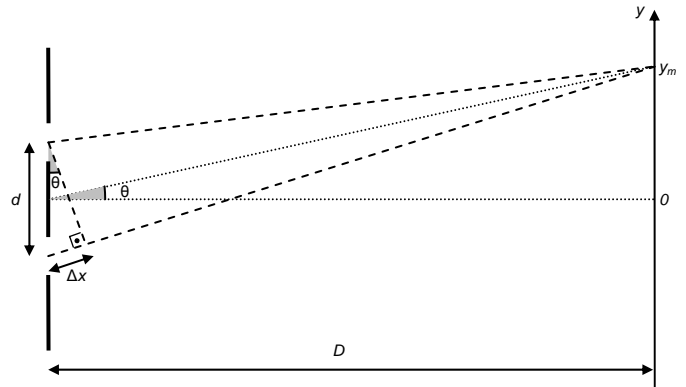
Pela conservação da energia mecânica da bolinha entre as extremidades da rampa, adotando como referencial a base da mesma, temos:

$$(E_C + E_P)_{TOPO} = (E_C + E_P)_{BASE} \Rightarrow \frac{m \cdot 0^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot h = \frac{m \cdot |\vec{v}|^2}{2} + m \cdot |\vec{g}| \cdot 0$$

$$h = \frac{|\vec{v}|^2}{2|\vec{g}|} = \frac{(\sqrt{2})^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow h = 0,1 \text{ m}$$

Portanto, na situação 2, o bloco (de aresta 1 m) se encontra com sua base submersa a uma profundidade de 0,9 m. Como na situação 1 ele tinha metade do seu volume submerso (portanto sua base se encontrava a 0,5 m de profundidade), seu deslocamento vertical foi de $0,9 - 0,5 = 0,4$ m para baixo. Nesse caso, a distância do anteparo A_2 até o anteparo A_1 passa a ser $D = 4,6 + 0,4 = 5,0$ m.

Ao se iluminar com luz monocromática a fenda dupla, temos a típica configuração do experimento de Young representada separadamente no esquema abaixo:



A diferença de caminho entre as ondas que partem de cada fenda e interferem construtivamente no anteparo (franjas claras) é dada por:

$$\Delta x = d \cdot \text{sen} \theta = m \cdot \lambda \Rightarrow \text{sen} \theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Por outro lado, assumindo ângulos pequenos, fazemos a aproximação do seno pela tangente:

$$\text{tg} \theta \approx \text{sen} \theta \Rightarrow \frac{y_m}{D} = \frac{m \cdot \lambda}{d} \Rightarrow y_m = \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d}$$

Desse modo, a separação entre duas franjas claras consecutivas será dada por:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1) \cdot \lambda \cdot D}{d} - \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d} = \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Assim:

$$\lambda = \frac{d \cdot \Delta y}{D} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-3}}{5,0} \Rightarrow \boxed{\lambda = 6,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 640 \text{ nm}}$$

b) Tanto na situação 1 quanto na situação 2, o bloco está em equilíbrio, de modo que seu peso é equilibrado pelo empuxo aplicado por cada líquido sobre ele. Assim, sendo ρ_A a densidade da água, ρ_L a densidade do líquido da situação 2, V_1 e V_2 os volumes submersos (volumes de fluido deslocado) nas situações 1 e 2 respectivamente, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{P}| = |\vec{E}_1| \\ |\vec{P}| = |\vec{E}_2| \end{array} \right. \Rightarrow |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow \rho_A \cdot |\vec{g}| \cdot V_1 = \rho_L \cdot |\vec{g}| \cdot V_2 \Rightarrow \rho_L = \frac{V_1}{V_2} \cdot \rho_A$$

$$\rho_L = \frac{1^2 \cdot 0,5}{1^2 \cdot 0,9} \rho_A = \frac{5}{9} \rho_A$$

Isto é, a densidade relativa do bloco (em relação à água), fazendo $\rho_A = 1$ é $\frac{5}{9}$, ou, em unidades do Sistema Internacional (SI), sendo

$$\rho_A = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 :$$

$$\boxed{\rho_A = \frac{5}{9} \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}$$

Observação: Note que todas as informações relativas ao campo magnético e ao movimento da partícula nessa região são irrelevantes, bem como a massa e a carga da mesma. Vale apenas comentar que elas conduziram ao mesmo resultado, isto é, não introduzem contradições em relação ao restante do problema.