ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
campinas
Resolve

# IME 2009
# PROVA OBJETIVA
## MATEMÁTICA, FÍSICA E QUÍMICA

www.elitecampinas.com.br

# MATEMÁTICA

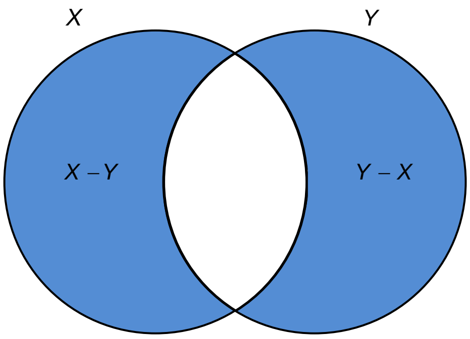
## QUESTÃO 01

Sejam dados os conjuntos, X e Y, e a operação $\Delta$, definida por $X\Delta Y=(X-Y)\cup(Y-X)$. Pode-se afirmar que

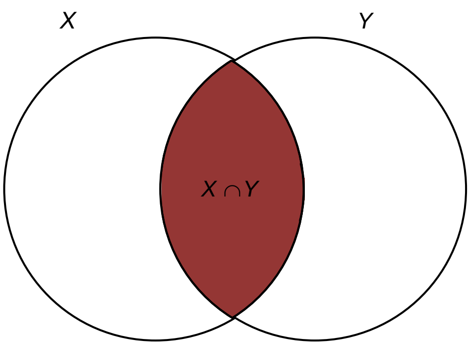
a) $(X\Delta Y)\cap(X\cap Y)=\varnothing$
b) $(X\Delta Y)\cap(X-Y)=\varnothing$
c) $(X\Delta Y)\cap(Y-X)=\varnothing$
d) $(X\Delta Y)\cup(X-Y)=X$
e) $(X\Delta Y)\cup(Y-X)=X$

## Resolução Alternativa A

Em um diagrama de Venn, $X\Delta Y$ é representada como segue:




Por outro lado, $X\cap Y$ é representada da seguinte forma:




Portanto, $(X\Delta Y)\cap(X\cap Y)=\varnothing$

Analiticamente:

$$(X\Delta Y)\cap(X\cap Y)=\left[(X-Y)\cup(Y-X)\right]\cap(X\cap Y)=$$
$$=\left[(X-Y)\cap(X\cap Y)\right]\cup\left[(Y-X)\cap(X\cap Y)\right]=\varnothing\cup\varnothing=\varnothing$$

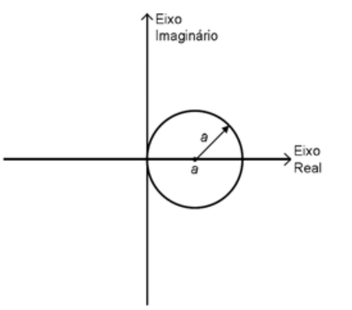
Note que as demais alternativas estão incorretas, pois:

b) $(X\Delta Y)\cap(X-Y)=X-Y$
c) $(X\Delta Y)\cap(Y-X)=Y-X$
d) $(X\Delta Y)\cup(X-Y)=X\Delta Y$ (representado no primeiro diagrama)
e) $(X\Delta Y)\cup(Y-X)=X\Delta Y$ (representado no primeiro diagrama)

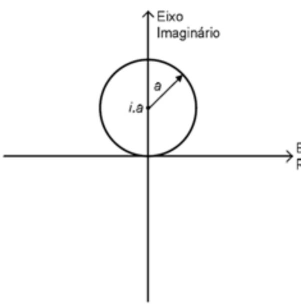
## QUESTÃO 02

Seja $z=\rho\cdot e^{i\theta}$ um número complexo onde $\rho$ e $\theta$ são, respectivamente, o módulo e o argumento de $z$ e $i$ é a unidade imaginária. Sabe-se que $\rho=2a\cos\theta$, onde $a$ é uma constante real positiva. A representação de $z$ no plano complexo é

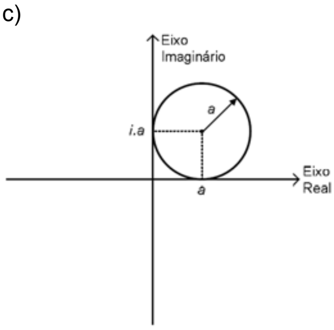
a)



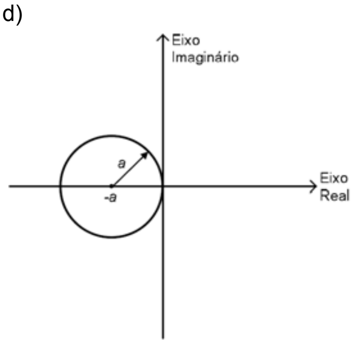

b)



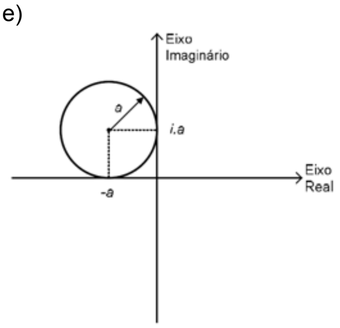

c)




d)




e)




## Resolução Alternativa A

Do enunciado, $z=\rho\cdot e^{i\theta}$ e $\rho=2a\cos\theta$. Como, $e^{i\theta}=\cos\theta+i\,sen\,\theta$, temos:

$$z=(2a\cos\theta).(\cos\theta+i\,sen\,\theta)=a\left(2\cos^2\theta+i2sen\,\theta\cos\theta\right)$$

Note que: $\boxed{sen(2\theta)=2sen\theta\cos\theta}$ e $\cos(2\theta)=\cos^2\theta-sen^2\theta=$

$$=\cos^2\theta-\left(1-\cos^2\theta\right)=2\cos^2\theta-1\Rightarrow\boxed{2\cos^2\theta=\cos(2\theta)+1}$$

Daí segue que,

$$z=a\left(\cos(2\theta)+1+i\,sen(2\theta)\right)=a+a\left(\cos(2\theta)+i\,sen(2\theta)\right)$$

Assim o gráfico é uma circunferência de raio *a* e centro deslocado de *a* unidades no eixo *x* no sentido positivo, em relação à origem.

## QUESTÃO 03

Seja A uma matriz quadrada inversível de ordem 4 tal que o resultado da soma $(A^4+3A^3)$ é uma matriz de elementos nulos. O valor do determinante de A é

a) –81 b) –27 c) –3 d) 27 e) 81

## Resolução Alternativa E

$$A^4+3A^3=0_{4x4}\Rightarrow A^4=0_{4x4}-3A^3\Rightarrow A^4=-3A^3$$

Aplicando determinante aos dois lados da igualdade e usando as propriedades de determinante.

$$\det\left(A^4\right)=\det\left(-3A^3\right)\Rightarrow\left[\det(A)\right]^4=(-3)^4.\left[\det(A)\right]^3\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\cancel{\det(A)=0}\text{, pois A é inversível}\\ \text{ou}\\ \det(A)=(-3)^4=81\end{cases}$$

## QUESTÃO 04

Seja $\log 5=m$, $\log 2=p$ e $N=125\cdot\sqrt[3]{\dfrac{1562,5}{\sqrt[5]{2}}}$. O valor de $\log_5 N$, em função de m e p, é

a) $\dfrac{75m+6p}{15m}$
b) $\dfrac{70m-6p}{15m}$
c) $\dfrac{75m-6p}{15m}$
d) $\dfrac{70m+6p}{15m}$
e) $\dfrac{70m+6p}{15p}$

## Resolução Alternativa B

Para aplicar o logaritmo de N na base 10, primeiro vamos fatorar N:

$$N = 125\sqrt[3]{\frac{1562{,}5}{\sqrt[5]{2}}} = 5^3\sqrt[3]{\frac{3125}{2\sqrt[5]{2}}} = 5^3\sqrt[3]{\frac{5^5}{\sqrt[5]{2^6}}} = 5^3\frac{5^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{3}}} = \frac{5^{\frac{14}{3}}}{2^{\frac{2}{5}}}.$$

Aplicando o logaritmo de N na base 5, encontra-se:

$$\log_5 N = \log_5 \frac{5^{\frac{14}{3}}}{2^{\frac{6}{5}}} = \log_5 5^{\frac{14}{3}} - \log_5 2^{\frac{6}{5}} = \frac{14}{3} - \frac{2}{5}\log_5 2.$$

Aplicando mudança de base no $\log_5 2$ para a base 10, temos:

$$\log_5 2 = \frac{\log 2}{\log 5} = \frac{p}{m}.$$

Assim:

$$\log_5 N = \frac{14}{3} - \frac{2}{5}\cdot\frac{p}{m} = \frac{70m - 6p}{15m}$$

## QUESTÃO 05

Sabe-se que $y = \dfrac{2+2^{\cos 2x}}{2\left(1+4^{sen^2 x}\right)}, \forall x \in \Re$. Uma outra expressão para y é

a) 2 b) $2^{-sen^2 x}$ c) $2^{-2sen^2 x}$ d) $2^{-\cos^2 x}$ e) $2^{-2\cos^2 x}$

## Resolução Alternativa C

$$y = \frac{2+2^{\cos 2x}}{2\left(1+4^{sen^2 x}\right)} = \frac{2\left(1+2^{\cos(2x)-1}\right)}{2\left(1+2^{2sen^2 x}\right)} = \frac{1+2^{-2sen^2 x}}{1+2^{2sen^2 x}}$$

Substituindo $2^{-2sen^2 x} = a$ e $2^{2sen^2 x} = \dfrac{1}{a}$, segue que

$$y = \frac{1+a}{1+\frac{1}{a}} = \frac{\frac{1+a}{1}}{\frac{a+1}{a}} = \left(\frac{1+a}{1}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+1}\right) = a$$ . Logo, $\boxed{y = 2^{-2sen^2 x}}$

## QUESTÃO 06

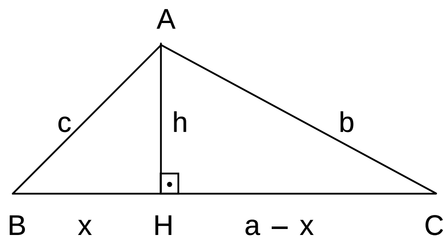
Um triângulo ABC apresenta lados a, b e c. Sabendo que $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são, respectivamente, os ângulos opostos aos lados b e c, o valor de $\dfrac{tg\hat{B}}{tg\hat{C}}$ é

a) $\dfrac{a^2-b^2+c^2}{a^2+b^2-c^2}\dfrac{c}{b}$ b) $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{a^2-b^2+c^2}$ c) $\dfrac{a^2-b^2+c^2}{a^2+b^2-c^2}$

d) $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{a^2-b^2+c^2}\dfrac{c}{b}$ e) $\dfrac{b}{c}$

## Resolução Alternativa B

Construindo um triângulo ABC, temos:




$$\frac{tg\hat{B}}{tg\hat{C}} = \frac{\frac{h}{x}}{\frac{h}{a-x}} = \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x} - 1.$$

Aplicando pitágoras nos triângulos ABH e ACH, temos:

$$\begin{cases} c^2 = h^2 + x^2 \\ b^2 = h^2 + (a-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 - b^2 = x^2 - (a-x)^2 \Leftrightarrow c^2 - b^2 = 2ax - a^2.$$

Assim, temos que $x = \dfrac{a^2 - b^2 + c^2}{2a}$.

Portanto,

$$\frac{tg\hat{B}}{tg\hat{C}} = \frac{a}{x} - 1 = \frac{2a^2}{a^2-b^2+c^2} - 1 = \frac{a^2+b^2-c^2}{a^2-b^2+c^2}.$$

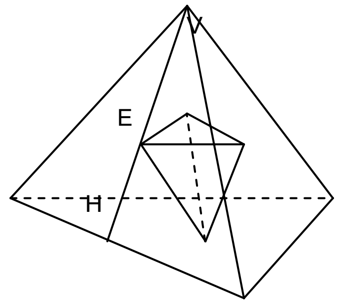
## QUESTÃO 07

Os centros das faces de um tetraedro regular são os vértices de um tetraedro interno. Se a razão entre os volumes dos tetraedros interno e original vale $\dfrac{m}{n}$ onde $m$ e $n$ são inteiros positivos primos entre si, o valor de $m+n$ é

a) 20
b) 24
c) 28
d) 30
e) 32

## Resolução Alternativa C

Por hipótese, temos os tetraedros indicados como na figura.




Como os vértices do tetraedro interno são os centros das faces do tetraedro original (por exemplo, o ponto E) e as faces desse tetraedro são triângulos eqüiláteros, temos que a distância de cada vértice do tetraedro interno (no caso, o segmento EH) à base de cada triângulo, face do tetraedro original, é $\dfrac{1}{3}$ da altura da face (apótema do tetraedro, que no caso, é o segmento VH). Como essa relação vale para as alturas de cada tetraedro e chamando de $H_o$ e $H_i$ de altura dos tetraedros original e interno, respectivamente, temos:

$\dfrac{H_i}{H_o} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{V_i}{V_o} = \dfrac{1}{27} = \dfrac{m}{n}$. Assim, temos que m=1 e n=27, concluindo que m+n=28.

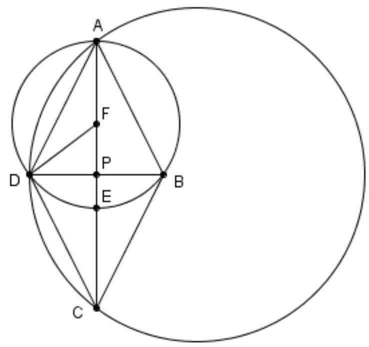
## QUESTÃO 08

Os raios dos círculos circunscritos aos triângulos ABD e ACD de um losango ABCD são, respectivamente, $\dfrac{25}{2}$ e 25. A área do losango ABCD é

a) 100 b) 200 c) 300 d) 400 e) 500

## Resolução Alternativa D

Do enunciado, podemos construir a seguinte figura:




Sabendo que a área de um triângulo inscrito em uma circunferência é dada por $\dfrac{abc}{4R}$, onde a, b e c são os lados do triângulo e R é o raio da circunferência, temos:

$A_{ABCD} = 2A_{ADB} = 2A_{ACD} \Rightarrow \dfrac{L^2.BD}{4.\frac{25}{2}} = \dfrac{L^2.AC}{4.25} \Rightarrow AC = 2BD$, onde L é o lado do losango.

Logo, a área do losango é: $\frac{AC.BD}{2} = (BD)^2$.

Seja F o centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABD, assim:

$$(FD)^2 = DP^2 + PF^2 = \left(\frac{BD}{2}\right)^2 + (PA - R)^2 \text{ (pitágoras)}$$

Como FD=R= $\frac{25}{2}$ e $PA = \frac{AC}{2} = BD$, temos:

$$R^2 = \frac{BD^2}{4} + R^2 - 2.BD.R + (BD)^2 \Rightarrow \frac{5(BD)^2}{4} = 25BD \Rightarrow BD = 20$$

Portanto, a área do losango é: $\frac{AC.BD}{2} = (BD)^2 = 20^2 = 400$.

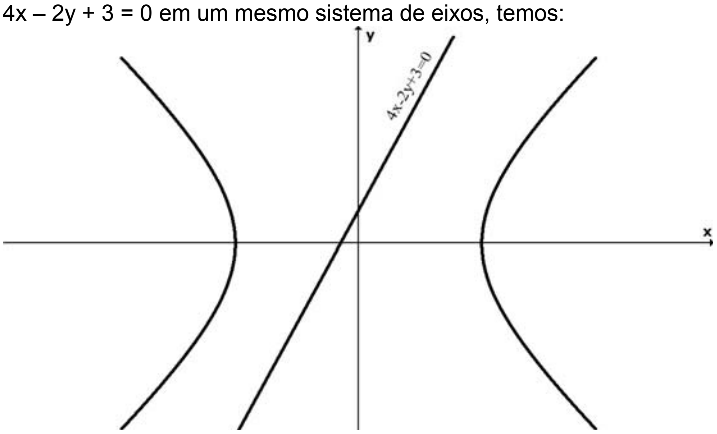
## QUESTÃO 09

Seja A $(a,b)$ o ponto da cônica $x^2 - y^2 = 27$ mais próximo da reta $4x - 2y + 3 = 0$. O valor de $a + b$ é

a) 9
b) 4
c) 0
d) -4
e) -9

## Resolução — Alternativa E

Fazendo os gráficos da hipérbole $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{27} = 1$ e da reta 4x – 2y + 3 = 0 em um mesmo sistema de eixos, temos:




Como a hipérbole é centrada na origem, seus dois ramos são simétricos com relação ao eixo y. Assim, o ponto da reta mais próximo da hipérbole é um ponto no terceiro quadrante, já que a reta está à esquerda da origem do plano cartesiano. Portanto, as coordenadas do ponto mais próximo são negativos.

Se A $(a,b)$ é um ponto da cônica, então $a^2 - b^2 = 27 \Leftrightarrow$

$a = \pm\sqrt{27 + b^2}$. A distancia de tal ponto à reta é dada por:

$d_{P,r} = \frac{|4a - 2b + 3|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{\left|\pm 4\sqrt{27 + b^2} - 2b + 3\right|}{\sqrt{20}}$. Para que a distancia seja mínima, a derivada de $\pm 4\sqrt{27 + b^2} - 2b + 3$ deve ser nula. Sendo assim, temos:

i) derivada de $\pm 4\sqrt{27 + b^2} - 2b + 3$ em relação a b:

$$\frac{d\left(\pm 4\left(27 + b^2\right)^{\frac{1}{2}} - 2b + 3\right)}{db} = \frac{\pm 4.\frac{1}{2}.2b}{\sqrt{27 + b^2}} - 2 = \frac{\pm 4.b}{\sqrt{27 + b^2}} - 2.$$

ii) Igualando a derivada a zero, temos:

$\frac{\pm 4.b}{\sqrt{27 + b^2}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \pm 2b = \sqrt{27 + b^2} \Leftrightarrow b^2 = 9 \Leftrightarrow b = -3$, pois b pertence ao terceiro quadrante.

Portanto, $a = \pm\sqrt{27 + b^2} \Rightarrow a = -6$ (a também pertence ao terceiro quadrante).

Assim, a+b= – 3 – 6 =– 9.

## QUESTÃO 10

Seja o sistema de equações lineares dadas por

$$\begin{cases} 6y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 10 \\ y_1 + 6y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 20 \\ y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + y_5 = 40 \\ y_1 + y_2 + y_3 + 6y_4 + y_5 = 80 \\ y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + 6y_5 = 160 \end{cases}$$

. O valor de $7y_1 + 3y_5$ é

a) 12 b) 24 c) 36 d) 48 e) 60

## Resolução — Alternativa D

Enumerando as equações:

$$\begin{cases} 6y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 10 & (I) \\ y_1 + 6y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 20 & (II) \\ y_1 + y_2 + 6y_3 + y_4 + y_5 = 40 & (III) \\ y_1 + y_2 + y_3 + 6y_4 + y_5 = 80 & (IV) \\ y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + 6y_5 = 160 & (V) \end{cases}$$

Somando as cinco equações do sistema, temos:

$$10y_1 + 10y_2 + 10y_3 + 10y_4 + 10y_5 = 310$$
$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 31 \quad (VI)$$

Fazendo a subtração (VI) – (I):

$$5y_1 = -21 \Rightarrow y_1 = -\frac{21}{5}$$

Fazendo a subtração (VI) – (V):

$$5y_5 = 129 \Rightarrow y_5 = \frac{129}{5}$$

Assim:

$$7y_1 + 3y_5 = 7\cdot\left(-\frac{21}{5}\right) + 3\cdot\frac{129}{5} = \frac{-147 + 387}{5} = \frac{240}{5} \Rightarrow$$
$$\boxed{7y_1 + 3y_5 = 48}$$

## QUESTÃO 11

Uma urna contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Retiram-se, **com reposição,** 3 bolas desta urna, sendo $\alpha$ o número da primeira bola, $\beta$ o da segunda e $\lambda$ o da terceira. Dada a equação quadrática $\alpha x^2 + \beta x + \lambda = 0$, a alternativa que expressa a probabilidade das raízes desta equação serem reais é

a) $\frac{19}{125}$ b) $\frac{23}{60}$ c) $\frac{26}{125}$

d) $\frac{26}{60}$ e) $\frac{25}{60}$

## Resolução — Sem resposta

Para que a equação $\alpha.x^2 + \beta.x + \lambda = 0$ tenha raízes reais, seu discriminante deve ser não-negativo, ou seja, $\Delta \geq 0$. Calculando o discriminante, obtemos: $\Delta = \beta^2 - 4.\alpha.\lambda$.

Assim, $\beta^2 - 4\alpha\lambda \geq 0 \Leftrightarrow \beta^2 \geq 4\alpha\lambda$.

Analisando as possibilidades para a tripla $(\alpha,\beta,\lambda)$ onde cada variável assume valores no conjunto {1,2,3,4,5} temos:

Para $\beta$ = 1, $1 \geq 4\alpha\lambda$ **(FALSO)**

Para $\beta$ = 2, temos **1** possibilidade: (1,2,1);

Para $\beta$ = 3, temos **3** possibilidades: (1,3,1), (2,3,1) e (1,3,2).

Para $\beta$ = 4, temos **8** possibilidades: (1,4,1), (2,4,2), (1,4,2),(2,4,1),(1,4,3),(3,4,1),(4,4,1) e (1,4,4).

Para $\beta$ = 5, temos **12** possibilidades: as mesmas 8 anteriores trocando $\beta$ por 5 e mais: (1,5,5),(5,5,1),(2,5,3) e (3,5,2). Com isso, totalizamos 24 possibilidades para que a equação tenha raízes reais.

Como temos 5.5.5 =125 resultados possíveis para a tripla$(\alpha,\beta,\lambda)$, a probabilidade pedida é: $\frac{24}{125}$.

## QUESTÃO 12

É dada uma PA de razão r. Sabe-se que o quadrado de qualquer número par x, $x > 2$, pode ser expresso como a soma dos n primeiros termos desta PA, onde n é igual à metade de x. O valor de r é

a) 2 b) 4 c) 8 d) 10 e) 16

## Resolução — Alternativa C

Temos uma $PA\ (a_1, a_2, \cdots, a_n)$, onde $n = \frac{x}{2}$. Fazendo a substituição para valores consecutivos de $x$, vem que:

$$\begin{cases} x = 4 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow a_1 + a_2 = 4^2 = 16 & (1) \\ x = 6 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 = 6^2 = 36 & (2) \\ x = 8 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 8^2 = 64 & (3) \end{cases}$$

Fazendo $(2)-(1)$: $a_3 = 36 - 16 \Rightarrow a_3 = 20$

Fazendo $(3)-(2)$: $a_4 = 64 - 36 \Rightarrow a_4 = 28$

Conseqüentemente:

$$r = a_4 - a_3 = 28 - 20 \Rightarrow \boxed{r = 8}$$

## QUESTÃO 13

Se as curvas $y = x^2 + ax + b$ e $x = y^2 + cy + d$ se interceptam em quarto pontos distintos, a soma das ordenadas destes quatro pontos

a) depende apenas do valor de c.
b) depende apenas do valor de a.
c) depende apenas dos valores de a e c.
d) depende apenas dos valores de a e b.
e) depende dos valores de a, b, c e d.

## Resolução — Alternativa A

Substituindo a segunda equação na primeira, temos:

$$y = (y^2+cy+d)^2 + a(y^2+cy+d) + b \Leftrightarrow$$
$$(y^4 + c^2y^2 + d^2 + 2cy^3 + 2dy^2 + 2cdy) + ay^2 + acy + ad + b - y = 0 \Leftrightarrow$$
$$y^4 + 2cy^3 + y^2(c^2 + 2d + a) + y(2cd + ac - 1) + d^2 + ad + b = 0,$$

que é um polinômio do quarto grau na variável y. Note que as raízes desse polinômio são justamente as ordenadas da intersecção entre as duas curvas. Como queremos a soma das ordenadas, queremos a soma das raízes do polinômio. Usando as relações de Girard, a soma é dada por $-\frac{\text{coeficiente de } y^3}{\text{coeficiente de } y^4} = -\frac{2c}{1} = -2c$. Assim, a soma depende somente de c.

## QUESTÃO 14

O par ordenado (x,y), com x e y inteiros positivos, satisfaz a equação $5x^2 + 2y^2 = 11(xy - 11)$. O valor x+y é

a) 160 b) 122 c) 81 d) 41 e) 11

## Resolução — Alternativa D

Fatorando a expressão dada, temos:

$$5x^2 + 2y^2 = 11(xy - 11) \Leftrightarrow 5x^2 + 2y^2 - 11xy = -121 \Leftrightarrow$$
$$5x^2 - 10xy - xy + 2y^2 = -121 \Leftrightarrow$$
$$5x(x - 2y) - y(x - 2y) = -121 \Leftrightarrow$$
$$(5x - y)(x - 2y) = -121$$

Como $x$ e $y$ são inteiros positivos, $(5x - y)$ e $(x - 2y)$ são inteiros. Assim, temos as seguintes possibilidades:

(I) $\begin{cases} 5x - y = -1 \\ x - 2y = 121 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} 5x - y = 1 \\ x - 2y = -121 \end{cases}$ (III) $\begin{cases} 5x - y = -11 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$

(IV) $\begin{cases} 5x - y = 11 \\ x - 2y = -11 \end{cases}$ (V) $\begin{cases} 5x - y = 121 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ (VI) $\begin{cases} 5x - y = -121 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Resolvendo cada sistema, o único sistema que fornece soluções inteiras positivas é o sistema (V), cuja solução é $x = 27$ e $y = 14$, fornecendo $x + y = 41$.

## QUESTÃO 15

Sejam $f$ uma função bijetora de uma variável real, definida para todo conjunto dos números reais e as relações h e g, definidas por:

$h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : (x,y) \to (x^2, x - f(y))$ e

$g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : (x,y) \to (x^3, x - f(y))$

Pode-se afirmar que

a) h e g são sobrejetoras.
b) h é injetora e g sobrejetora.
c) h e g não são bijetoras.
d) h e g não são sobrejetoras.
e) h não é injetora e g é bijetora.

## Resolução — Alternativa E

**h não é sobrejetora:**

O ponto $(-1, 0)$ nunca será atingido, pois $x^2 \geq 0, \forall\, x \in \mathbb{R}$

**h não é injetora:**

Como $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é sobrejetora podemos encontrar $y_1$ e $y_2$ tais que $f(y_1) = 1$ e $f(y_2) = -1$.

Assim, $h(1, y_1) = h(-1, y_2)$, pois:

$$h(1, y_1) = (1^2, 1 - f(y_1)) = (1, 1 - 1) = (1, 0)$$

$$h(-1, y_2) = ((-1)^2, -1 - f(y_2)) = (1, -1 - (-1)) = (1, 0)$$

Como $h(1, y_1) = h(-1, y_2)$, mas $(1, y_1) \neq (-1, y_2)$, segue que $h$ não é injetora.

**g é injetora:**

De fato:

$$g(x_1, y_1) = g(x_2, y_2) \Rightarrow \begin{cases} x_1^{\,3} = x_2^{\,3} \\ x_1 - f(y_1) = x_2 - f(y_2) \end{cases}$$

Da primeira equação, $x_1^{\,3} = x_2^{\,3} \Rightarrow x_1 = x_2$.

Substituindo na segunda equação, vem que:

$$x_1 - f(y_1) = x_2 - f(y_2) \Rightarrow f(y_1) = f(y_2)$$

Como f é injetora, $f(y_1) = f(y_2) \Rightarrow y_1 = y_2$

Assim, $g(x_1, y_1) = g(x_2, y_2) \Rightarrow (x_1, y_1) = (x_2, y_2)$, e segue que $g$ é uma função injetora.

**g é sobrejetora:**

Dado um ponto $(a, b)$ no contra-domínio $\mathbb{R}^2$ de $g$, é sempre possível encontrar $(x, y)$ tal que $g(x, y) = (a, b)$.

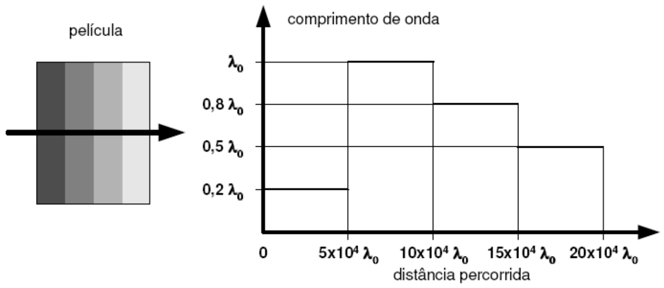
De fato, observando a existência da inversa de $f$:

$$g(x, y) = (a, b) \Rightarrow \begin{cases} x^3 = a \\ x - f(y) = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[3]{a} \\ y = f^{-1}\left(\sqrt[3]{a} - b\right) \end{cases}$$

Resumindo, $h$ **não** é uma função injetora nem sobrejetora, ao passo que $g$ é uma função ao mesmo tempo injetora e sobrejetora, ou seja, $g$ é uma função bijetora.

# FÍSICA

## QUESTÃO 16




Um raio de luz de freqüência $5x10^{14}$ Hz passa por uma película composta por 4 materiais diferentes, com características em conformidade com a figura acima. O tempo gasto para o raio percorrer toda a película, em $\eta s$ , é

a) 0,250 b) 0,640 c) 0,925 d) 1,000 e) 3,700

## Resolução Alternativa C

Sendo o movimento da luz uniforme em cada faixa da película, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \lambda \cdot f = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{\lambda \cdot f}$$

O tempo total é dado pela soma dos tempos gastos em cada trecho:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4$$

Como a onda sofre refração ao passar de um material para outro, sua freqüência permanece constante. Assim, sendo $d = 5 \cdot 10^4 \cdot \lambda_0$ a espessura de cada uma das camadas da película:

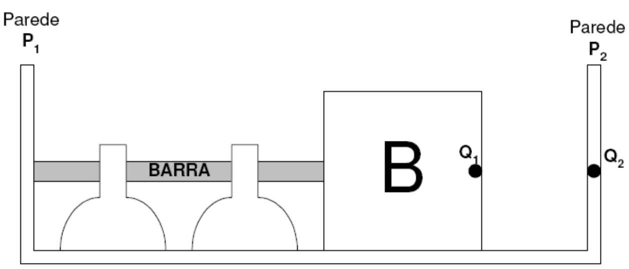
$$\Delta t = \frac{d}{\lambda_1 \cdot f} + \frac{d}{\lambda_2 \cdot f} + \frac{d}{\lambda_3 \cdot f} + \frac{d}{\lambda_4 \cdot f} = \frac{d}{f} \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_3} + \frac{1}{\lambda_4}\right)$$

Substituindo os valores de $\lambda$ para cada trecho correspondente, vem que:

$$\Delta t = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot \lambda_0}{5 \cdot 10^{14}} \cdot \left(\frac{1}{0,2 \cdot \lambda_0} + \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{0,8 \cdot \lambda_0} + \frac{1}{0,5 \cdot \lambda_0}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta t = 0,925 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 0,925 \text{ ns}}$$

## QUESTÃO 17




A figura apresenta uma barra metálica de comprimento L=12 m, inicialmente na temperatura de 20 °C, exatamente inserida entre a parede $P_1$ e o bloco B feito de um material isolante térmico e elétrico. Na face direita do bloco B está engastada uma carga $Q_1$ afastada 20 cm da carga $Q_2$, engastada na parede $P_2$. Entre as duas cargas existe uma força elétrica de $F_1$ newtons.

Substitui-se a carga $Q_2$ por uma carga $Q_3 = 2Q_2$ e aquece-se a barra até a temperatura de 270 °C. Devido a esse aquecimento, a barra sofre uma dilatação linear que provoca o deslocamento do bloco para a direita. Nesse instante a força elétrica entre as cargas é $F_2 = 32F_1$.

Considerando que as dimensões do bloco não sofrem alterações e que não exista qualquer força elétrica entre as cargas e a barra, o coeficiente de dilatação térmica linear da barra, em $^\circ C^{-1}$, é

a) $2,0 \times 10^{-5}$
b) $3,0 \times 10^{-5}$
c) $4,0 \times 10^{-5}$
d) $5,0 \times 10^{-5}$
e) $6,0 \times 10^{-5}$

## Resolução Alternativa D

Devido à dilatação, a separação entre as cargas mudará ao passarmos da primeira para a segunda situação. Nesse caso, sendo $d_1$ e $d_2$ as separações antes e depois do aquecimento, temos:

$$|\vec{F_2}| = 32 \cdot |\vec{F_1}| \Rightarrow \frac{k \cdot |Q_1| \cdot |Q_3|}{d_2^{\ 2}} = 32 \cdot \frac{k \cdot |Q_1| \cdot |Q_2|}{d_1^{\ 2}} \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot |Q_2|}{d_2^{\ 2}} = 32 \cdot \frac{|Q_2|}{d_1^{\ 2}} \Rightarrow \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow d_2 = \frac{d_1}{4} \Rightarrow$$

$$d_2 = \frac{0,20}{4} \Rightarrow d_2 = 0,05 \text{ m}$$

Assim, a variação de comprimento sofrida pela barra foi:

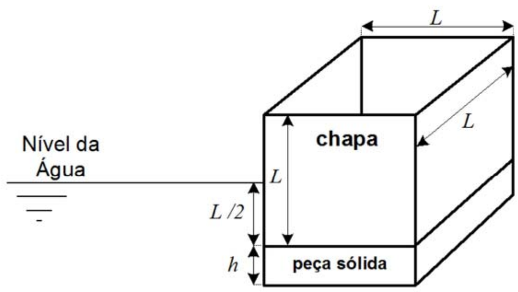
$$\Delta L = d_1 - d_2 = 0,20 - 0,05 \Rightarrow \Delta L = 0,15 \text{ m}$$

Então, o coeficiente de dilatação linear da barra será dado pela relação:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta \Rightarrow 0,15 = 12 \cdot \alpha \cdot (270 - 20) \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = 5,0 \cdot 10^{-5}\ ^\circ C^{-1}}$$

## QUESTÃO 18




Uma chapa de metal com densidade superficial de massa $\rho$ foi dobrada, formando as quatro faces laterais de um cubo de aresta L. Na parte inferior, fixou-se uma peça sólida em forma de paralelepípedo com dimensões $hxLxL$ e massa específica $\mu_\rho$, de maneira a compor o fundo de um recipiente. Este é colocado em uma piscina e 25 % do seu volume é preenchido com água da piscina, de massa específica $\mu_a$. Observa-se que, em equilíbrio, o nível externo da água corresponde à metade da altura do cubo, conforme ilustra a figura. Neste caso, a dimensão $h$ da peça sólida em função dos demais parâmetros é

a) $\dfrac{16\rho - L\mu_a}{4(\mu_a - \mu_\rho)}$ b) $\dfrac{8\rho - L\mu_a}{2(\mu_a - \mu_\rho)}$ c) $\dfrac{16\rho + L\mu_a}{2(\mu_a - \mu_\rho)}$

d) $\dfrac{8\rho + L\mu_a}{4(\mu_a - \mu_\rho)}$ e) $\dfrac{16\rho - L\mu_a}{2(\mu_a - \mu_\rho)}$

## Resolução Alternativa A

Sendo a densidade superficial definida como a razão entre a massa e a área da superfície, temos, para a chapa de metal:

$$\rho = \frac{m_c}{A} \Rightarrow m_c = \rho \cdot A$$

Como esta área será correspondente a quatro faces quadradas do cubo, cada uma de lado $L$, temos $A = 4L^2$, de modo que:

$$m_c = \rho \cdot 4L^2 \Rightarrow m_c = 4\rho L^2.$$

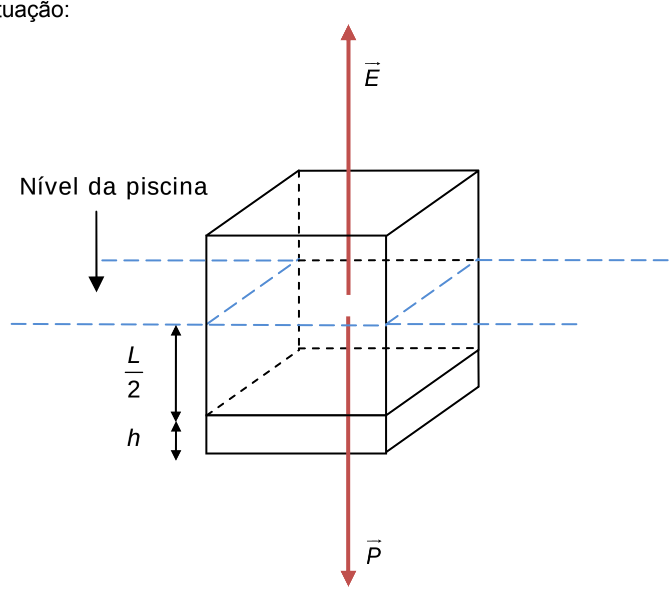
A massa da peça sólida de massa específica $\mu_\rho$, por sua vez, será dada por:

$$\mu_p = \frac{m_p}{hL^2} \Rightarrow m_p = \mu_p h L^2$$

E a massa de água, de massa específica $\mu_a$, que será colocada dentro desse recipiente, ocupando 25% de seu volume, será:

$$\mu_a = \frac{m_a}{\frac{25}{100} \cdot L^3} \Rightarrow m_a = \frac{\mu_a L^3}{4}$$

Quando mergulhamos esse conjunto na piscina, temos a seguinte situação:




Para que o conjunto esteja em equilíbrio:

$$|\vec{P}| = |\vec{E}| \Rightarrow (m_c + m_p + m_a) \cdot |\vec{g}| = \mu_a \cdot |\vec{g}| \cdot V_D$$

Nesse caso, $V_D$ é o volume de líquido (água da piscina) deslocado, e corresponde ao volume submerso do conjunto:

$$V_D = L^2\left(h + \frac{L}{2}\right)$$

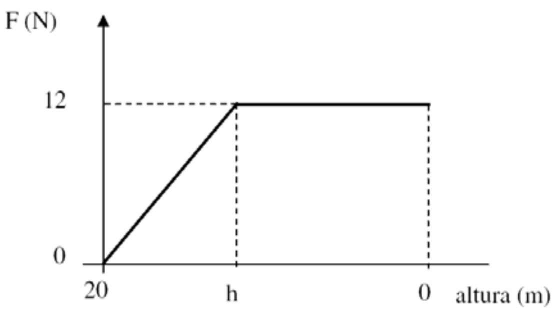
Assim, substituindo as massas e o volume deslocado na equação do empuxo, temos:

$$4\rho L^2 + \mu_p h L^2 + \frac{\mu_a L^3}{4} = \mu_a L^2\left(h + \frac{L}{2}\right) \Rightarrow$$

$$4\rho + \mu_p h + \frac{\mu_a L}{4} = \mu_a h + \frac{\mu_a L}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{h = \frac{16\rho - L\mu_a}{4(\mu_a - \mu_p)}}$$

## QUESTÃO 19




Um objeto com massa de 1 Kg é largado de uma altura de 20m e atinge o solo com velocidade de 10 m/s. Sabe-se que a força $F$ de resistência do ar que atua sobre o objeto varia com a altura, conforme o gráfico acima. Considerando que $g = 10 m/s^2$, a altura $h$, em metros, em que a força de resistência do ar passa a ser constante é

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10

## Resolução Alternativa B

A área sob o gráfico é numericamente igual a $\tau_{ar}$, apresentando sinal negativo pela força estar na direção contrária ao deslocamento (trabalho resistente).

Logo:

$$\tau_{ar} \overset{N}{=} -\text{Área} = -\frac{(20+h)\cdot 12}{2}$$

Pelo Teorema da Energia Cinética, o trabalho da força resultante, igual à soma do trabalho da força peso ($\tau_P$) e o trabalho da força de resistência do ar ($\tau_{ar}$), causa a variação de energia cinética do corpo.

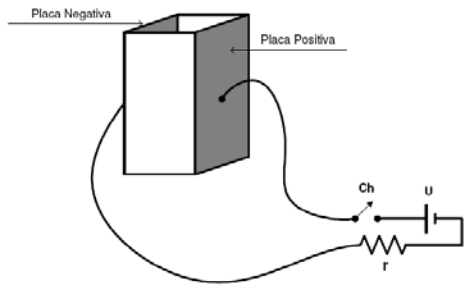
$$\tau_P + \tau_{ar} = \Delta E_c$$

$$mgH + \left(-\frac{(20+h)12}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Como a velocidade final é 10 m/s a partir do repouso, a massa do corpo é 1 kg e a variação de altura é 20 m, temos:

$$1\cdot 10\cdot 20 + \left(-\frac{(20+h)\cdot 12}{2}\right) = \frac{1\cdot 10^2}{2} - 0 \Rightarrow h = 5m$$

## QUESTÃO 20




Um reservatório possui duas faces metálicas que se comportam como placas de um capacitor paralelo. Ao ligar a chave **Ch,** com o reservatório vazio, o capacitor fica com uma carga $Q_1$ e com uma capacitância $C_1$. Ao repetir a experiência com o reservatório totalmente cheio com um determinado líquido, a carga passa a ser $Q_2$ e a capacitância $C_2$. Se a relação $Q_1/Q_2$ é 0,5, a capacitância no momento em que o líquido preenche metade do reservatório é

a) $C_1$ b) 3/4 $C_2$ c) $C_2$ d) 3/2 $C_2$ e) 3/4 $C_1$

## Resolução Alternativa B

Considerando que a quantidade de carga armazenada nos capacitores foi medida após o estabelecimento do equilíbrio no circuito, e sendo "A" a área das placas do capacitor e "d" a distância entre elas, podemos escrever as seguintes equações:

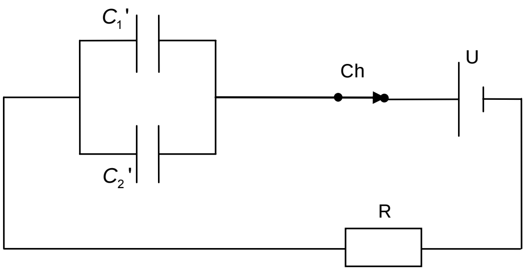
Para o reservatório sem água: $C_1 = \frac{Q_1}{U}$ (1)

Para o reservatório com água: $C_2 = \frac{Q_2}{U}$ (2)

Dividindo a (1) pela (2) obtemos:

$$\frac{\frac{Q_1}{U}}{\frac{Q_2}{U}} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = 0,5 \Rightarrow C_1 = \frac{C_2}{2} \quad (3)$$

Analisando agora a situação em que o reservatório está com água até a metade, e sabendo que a diferença de potencial é U através de qualquer caminho escolhido entre as placas, podemos trocar este novo capacitor por uma associação em paralelo de dois capacitores com área "A/2" e a mesma distância "d" entre suas placas, como no esquema a seguir:




Como temos $C = \varepsilon_{meio} \dfrac{A}{d}$ e a área de cada capacitor nesta associação é metade da área original, a capacitância de cada um deles é metade da capacitância original:

$$C_1' = \frac{C_1}{2} \quad \text{e} \quad C_2' = \frac{C_2}{2}$$

E, sendo a capacitância equivalente de uma associação em paralelo igual à soma das capacitâncias de cada capacitor, temos:

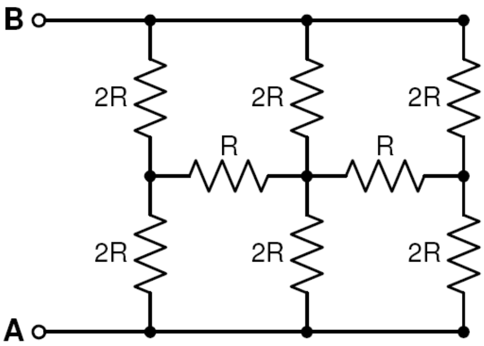
$$C_{eq} = C_1' + C_2' = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

Substituindo $C_1 = \dfrac{C_2}{2}$ da equação (3):

$$C_{eq} = \frac{\frac{C_2}{2} + C_2}{2} = \frac{3C_2}{4} \quad \text{ou} \quad C_{eq} = \frac{3 \cdot 2C_1}{4} = \frac{3C_1}{2}$$

Logo, a alternativa correta é a **B**.

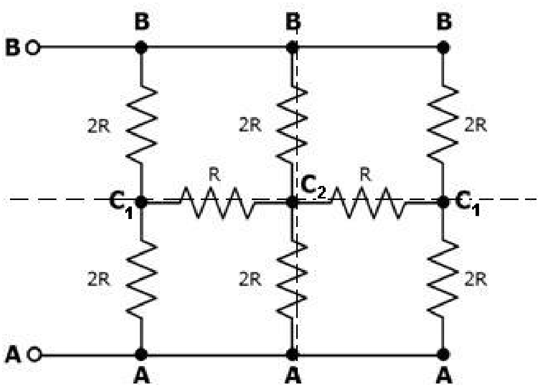
## QUESTÃO 21



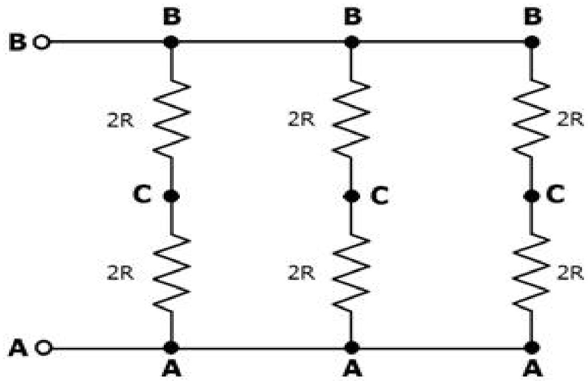

A resistência equivalente entre os terminais A e B da figura acima é
a) 1/3 R b) 1/2 R c) 2/3 R d) 4/3 R e) 2 R

### Resolução — Alternativa D

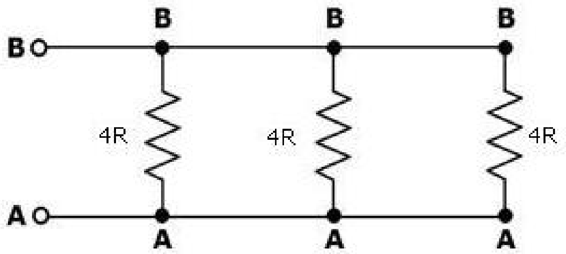
Por simetria pelo eixo vertical, os potenciais nos pontos denominados $C_1$ são iguais:




Devido ao eixo horizontal de simetria, podemos observar que a ddp entre B e $C_1$ deve ser igual à ddp entre $C_1$ e A. Por isso uma corrente que passa de B para $C_1$ deve ser igual à que passa de $C_1$ para A. Assim, a corrente entre $C_1$ e $C_2$ é nula, assim como a ddp entre esses dois pontos. Por isso um circuito equivalente, onde $C_1 = C_2 = C$ pode ser:




Que por fim equivale a:




Resolvendo o circuito em paralelo $R_{eq} = \dfrac{4R}{3}$

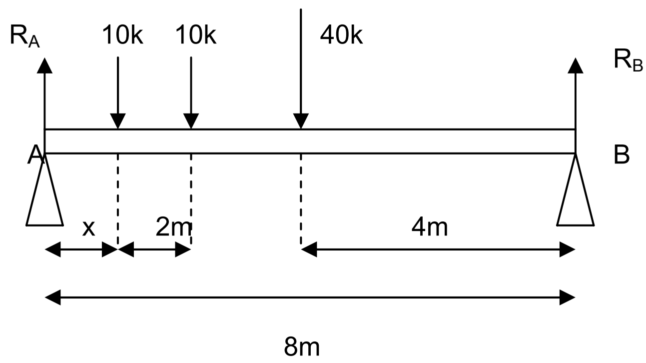
## QUESTÃO 22

Uma viga de 8,0 m de comprimento, apoiada nas extremidades, tem peso de 40 kN. Sobre ela, desloca-se um carro de 20 kN de peso, cujos 2 eixos de rodas distam entre si 2,0 m. No instante em que a reação vertical em um apoio é 27,5 kN, um dos eixos do carro dista, em metros, do outro apoio:
a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

### Resolução — Alternativa C

Sejam $R_A$ e $R_B$ as reações nos apoios A e B, respectivamente.
Dividiremos o peso do carro em duas partes iguais, para cada um de seus eixos.

Diagrama de corpo livre da viga:




Como a força vertical total sobre a viga é 60 kN, teríamos 30kN em cada apoio caso o carro estivesse bem no meio da viga. Assim com o carro deslocado para um dos lados, a menor reação de apoio será a do apoio contrário. No esquema acima temos então que $R_B$ = 27,5 kN.

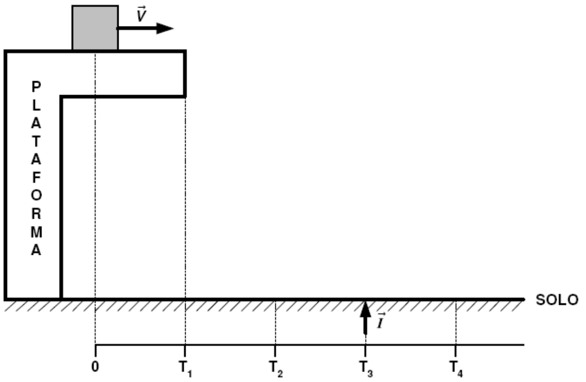
Do equilíbrio em rotação, a soma dos momentos das forças em relação a qualquer ponto deve ser nula. Tomando os momentos em relação ao ponto A:

$$10 \cdot x + 10 \cdot (x+2) + 40 \cdot 4 = 27{,}5 \cdot 8 \Rightarrow 20x = 40 \Rightarrow x = 2$$

(forças em kN e distâncias em m)

Logo as distâncias dos eixos ao apoio A valem 2 m e 4 m respectivamente.

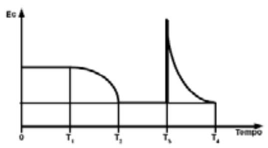
## QUESTÃO 23

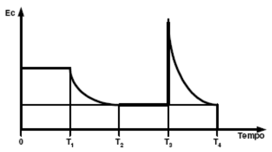


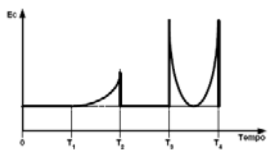

Na figura dada, o bloco realiza movimento descrito a seguir:

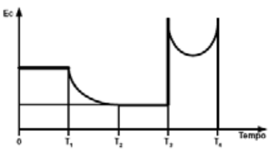
- Em t=0, desloca-se para a direita, com velocidade constante;
- Em t= $t_1$, cai da plataforma;
- Em t= $t_2$, atinge o solo e continua a se mover para a direita, sem quicar;
- Em t= $t_3$, é lançado para cima, pela ação do impulso $\vec{I}$;
- Em t= $t_4$, volta a atingir o solo.

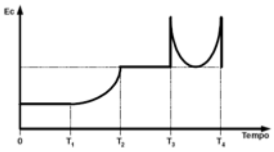
Nestas condições, a opção que melhor representa graficamente a energia cinética do bloco em função do tempo é

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

## Resolução Alternativa C

Vamos analisar todos os intervalos de tempo, lembrando que $E_{cinética} = \dfrac{mV^2}{2}$.

De 0 a $T_1$: Sua velocidade é constante e por isso sua energia cinética também.

De $T_1$ a $T_2$: O bloco começa a cair, desprezando a resistência do ar podemos dizer que sua velocidade horizontal se mantém constante, mas sua velocidade vertical começa a aumentar e por isso sua velocidade como um todo aumenta também. Assim, sua energia cinética aumenta nesse intervalo e as alternativas A, B e D estão incorretas.

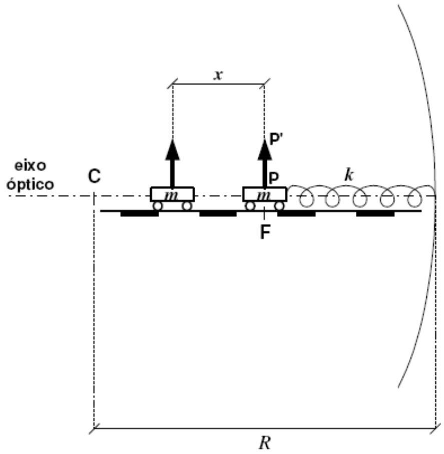
De $T_2$ a $T_3$: Devido à colisão (que consideramos quase instantânea e sem quicar o bloco), a velocidade vertical torna-se 0 e a velocidade horizontal não se altera. Assim a velocidade volta a ser igual à velocidade do bloco no intervalo de 0 a $T_1$ e se mantém constante, por esta razão a alternativa E está incorreta.

De $T_3$ a $T_4$: Supondo que as forças que originam o impulso $\vec{I}$ ajam num intervalo de tempo muito pequeno, a velocidade vertical deixa de ser igual a 0 e por isso a velocidade do bloco como um todo aumenta, aumentando sua energia cinética.

Depois do desaparecimento do impulso $\vec{I}$, o módulo da velocidade vertical volta a diminuir (assim como sua energia cinética) por causa da força peso, até o instante em que o corpo atinge sua altura máxima (a velocidade vertical é nula e a horizontal não se altera neste ponto), e então volta a ter o módulo de sua velocidade vertical aumentando (embora agora o corpo esteja caindo), até que a componente vertical novamente se anule na colisão com o chão no instante $T_4$. Nesse instante, a velocidade resultante volta a ser a inicial (horizontal).

A alternativa correta é a **C**.

## QUESTÃO 24




Considere o sistema acima, onde um objeto PP´ é colocado sobre um carrinho de massa *m* que se move, em movimento harmônico simples e sem atrito, ao longo do eixo óptico de um espelho esférico côncavo de raio de curvatura *R*. Este carrinho está preso a uma mola de constante *k* fixada ao centro do espelho, ficando a mola relaxada quando o objeto passa pelo foco do espelho. Sendo *x* a distância entre o centro do carrinho e o foco F, as expressões da freqüência *w* de inversão entre a imagem real e virtual e do aumento *M* do objeto são

a) $w = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e $M = -\dfrac{R}{2x}$

b) $w = \sqrt{\dfrac{m}{k}}$ e $M = -\dfrac{R(R+2x)}{4x\left(\dfrac{R}{2}+x\right)}$

c) $w = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e $M = \dfrac{R(R+x)}{4x\left(\dfrac{R}{2}+x\right)}$

d) $w = \sqrt{\dfrac{k}{R}}$ e $M = -\dfrac{2x}{R}$

e) $w = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e $M = -\dfrac{R+2x}{4x\left(\dfrac{R}{2}-x\right)}$

## Resolução Sem Resposta

Sabemos que para um corpo preso a uma mola na horizontal, e sem a presença de atritos, o corpo executa um MHS com freqüência angular $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, onde k é a constante de mola da mola em questão e m é a massa do corpo.

Além disso, um espelho côncavo conjuga imagens virtuais para objetos entre seu foco e seu vértice e conjuga imagens reais para objetos mais além do foco. Por isso, há inversão no tipo de imagem formada quando o carrinho passa pelo foco.

Considerando que a freqüência de inversão entre imagem real e virtual leva em consideração apenas a mudança de imagem real para imagem virtual (nesta ordem) e não de um tipo de imagem para o outro (em qualquer ordem), podemos dizer que a freqüência de inversão desejada é igual à freqüência de oscilação de MHS do carrinho, e por isso $f_{inversão} = f_{MHS}$. Mas para um MHS, temos a freqüência angular $\omega = 2\pi f_{MHS} = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ e portanto $f_{inversão} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Vamos agora encontrar o aumento M desejado. Considerando $x > 0$ a distância entre o centro do carrinho e o foco, temos:

$$p = f \pm x$$

(já que o carrinho pode estar antes ou depois do foco).

E também:

$$M = \frac{f}{f-p} = \frac{f}{f-(f \pm x)} = \frac{f}{\mp x}$$

Como $f = \frac{R}{2}$, então $M = \mp\frac{R}{2x}$

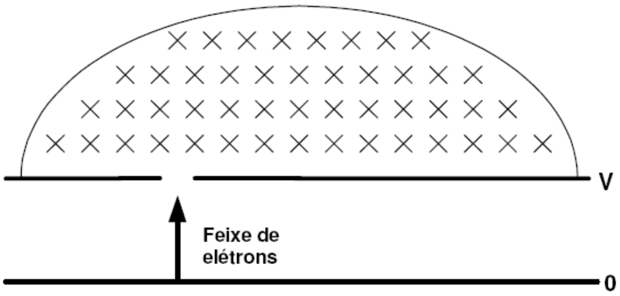
Note que aqui consideramos x como uma distância (pois assim foi escrito no enunciado).

Para que houvesse uma resposta válida, deveríamos definir um referencial positivo para x apontado para a esquerda. Neste caso teríamos:

$$M = -\frac{R}{2x}$$

Com esta consideração, a única alternativa possível seria **A**, entretanto, esta alternativa apresenta a freqüência angular e não a freqüência de inversão entre os tipos de imagens, que é a grandeza pedida de forma explícita e bastante clara no enunciado, de modo que não há resposta válida.

## QUESTÃO 25




Um feixe de elétrons passa por um equipamento composto por duas placas paralelas, com uma abertura na direção do feixe, e penetra em uma região onde existe um campo magnético constante. Entre as placas existe uma d.d.p. igual a V e o campo magnético é perpendicular ao plano da figura.

Considere as seguintes afirmativas:

I. O vetor quantidade de movimento varia em toda a trajetória.
II. Tanto o trabalho da força cinética quanto o da força magnética fazem a energia cinética variar.
III. A energia potencial diminui quando os elétrons passam na região entre as placas.
IV. O vetor força elétrica na região entre as placas e o vetor força magnética na região onde existe o campo magnético são constantes.

As afirmativas corretas são apenas:

a) I e II. b) I e III. c) II e III. d) I, II e IV. e) II, III e IV.

## Resolução Alternativa B

Supondo que $V > 0$, vamos analisar as afirmativas uma a uma:

**I. Verdadeira:** Durante o trajeto entre as placas do capacitor, existe um campo elétrico (que pode ser considerado uniforme), portanto existe uma força constante agindo nos elétrons igual a $\vec{F} = -q\vec{E}$ (onde $E \neq 0$ é o módulo do campo elétrico e q a carga dos elétrons que considerarmos na análise), assim a velocidade dos elétrons aumenta linearmente com o tempo (MUV) e o vetor quantidade de movimento varia em módulo (mas não em direção).

Durante o trajeto dentro do campo magnético, o corpo executará um movimento circular uniforme, já que a força resultante é $F = qV_0B$, sempre perpendicular à trajetória. Como o movimento é circular, o módulo do vetor quantidade de movimento não se altera, mas sua direção sim.

**II. Falsa:** A força elétrica realmente realiza trabalho, já que é diferente de 0 (entre as placas) e tem a mesma direção da trajetória.

A força magnética, no entanto, é sempre perpendicular à trajetória e por isso não realiza trabalho (mesmo sendo não nula).

**III. Verdadeira:** Pelo Teorema da Energia Cinética, e sendo o trabalho elétrico dado por $W = -\Delta E_p$:

$W = -\Delta E_p = \Delta Ec$

Como a velocidade aumenta (força dirigida para cima):

$-\Delta E_P = \Delta E_c > 0 \Rightarrow \Delta E_P < 0$

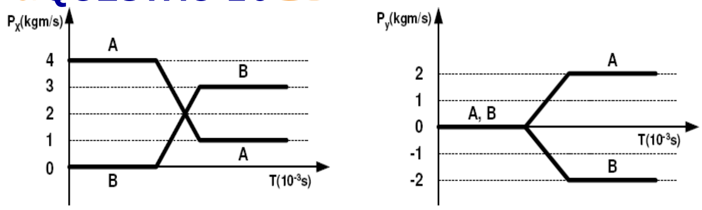
$\Delta E_P = E_{Pf} - E_{Po} < 0$

$E_{Pf} < E_{Po}$

Assim, dado dois instantes qualquer em que os elétrons estão entre as placas, a energia potencial final sempre é menor que a inicial.

**IV. Falsa:** Como já foi dito no item I, a força elétrica é constante mas a força magnética varia em direção.

## QUESTÃO 26




Duas partículas A e B de massas $m_A = 0{,}1$ Kg e $m_B = 0{,}2$ Kg sofrem colisão não frontal. As componentes x e y do vetor quantidade de movimento em função do tempo são apresentadas nos gráficos acima.

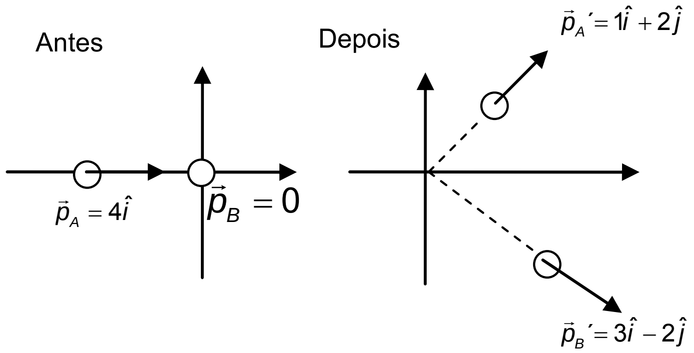
Considere as seguintes afirmativas:

I. A energia cinética total é conservada.
II. A quantidade de movimento total é conservada.
III. O impulso correspondente à partícula B é 2i+4j.
IV. O impulso correspondente à partícula A é -3i+ 2j.

As afirmativas corretas são apenas:

a) I e II. b) I e III. c) II e III. d) II e IV. e) III e IV.

## Resolução Alternativa D




Da figura acima temos que:

$$\begin{bmatrix} \vec{p}_i = \vec{p}_A + \vec{p}_B = 4\hat{i} + 0 = 4\hat{i} \\ \vec{p}_f = \vec{p}\,'_A + \vec{p}\,'_B = 1\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{i} - 2\hat{j} = 4\hat{i} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \vec{p}_i = \vec{p}_f$$

Portanto há conservação da quantidade de movimento. Daí a **afirmativa II é verdadeira.**

Em relação à energia cinética, temos que:

$$E_c = \frac{m.v^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

Assim no início a energia cinética será:

$$Ec_i = \frac{p_{Ax}{}^2}{2m_A} + \frac{p_{Bx}{}^2}{2m_B} + \frac{p_{Ay}{}^2}{2m_A} + \frac{p_{By}{}^2}{2m_B} = \frac{4^2}{2.0{,}1} = 80J$$

E no final será:

$$E_{cf} = \frac{p'_{Ax}{}^2}{2m_A} + \frac{p'_{Bx}{}^2}{2m_B} + \frac{p'_{Ay}{}^2}{2m_A} + \frac{p'_{By}{}^2}{2m_B} =$$

$$E_{cf} = \frac{1^2}{2.0{,}1} + \frac{3^2}{2.0{,}2} + \frac{2^2}{2.0{,}1} + \frac{(-2)^2}{2.0{,}2} = 57{,}5J$$

Portanto não há conservação de energia, como já esperávamos, pois não se trata de uma colisão perfeitamente elástica. Daí a **afirmativa I é falsa**.

O impulso $I_B$ correspondente à partícula B é:

$$\vec{I}_B = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 3\hat{i} - 2\hat{j} - 0 = 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

Daí a **afirmativa III é falsa**.

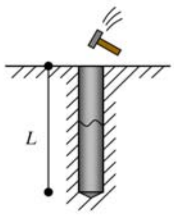
O impulso $I_A$ correspondente à partícula A é:

$$\vec{I}_A = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 1\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{i} = -3\hat{i} + 2\hat{j}$$

Daí a **afirmativa IV é verdadeira.**

## QUESTÃO 27

Uma estaca de comprimento $L$ de um determinado material homogêneo foi cravada no solo. Suspeita-se que no processo de cravação a estaca tenha sido danificada, sofrendo possivelmente uma fissura abrangendo toda sua seção transversal conforme ilustra a figura acima. Para tirar a dúvida, foi realizada uma percussão em seu topo com uma marreta.




Após $t_1$ segundos da percussão, observou-se um repique (pulso) no topo da estaca e, $t_2$ segundos após o primeiro repique, percebeu-se um segundo e último repique de intensidade significativa (também no topo da estaca), sendo $t_1 \neq t_2$.

Admitindo-se que a estaca esteja danificada em um único ponto, a distância do topo da estaca em que se encontra a fissura é

a) $\frac{Lt_1}{t_2}$ b) $\frac{Lt_1}{3t_2}$ c) $\frac{Lt_1}{t_1+t_2}$ d) $\frac{Lt_2}{t_1+t_2}$ e) $\frac{Lt_2}{2t_1}$

## Resolução Alternativa C

A distância x do topo até a fissura é:

$$x = \frac{v_s . t_1}{2} \quad (1)$$

Onde $v_s$ é a velocidade de propagação do som no interior da estaca.
E o tempo de chegada do segundo repique é $t_1 + t_2$, assim:

$$L = \frac{v_s . (t_1 + t_2)}{2} \quad (2)$$

Isolando $v_s$ na equação (2) e substituindo na equação (1), temos:

$$x = \frac{L . t_1}{t_1 + t_2}$$

O gabarito oficial assinalou o item A como resposta. Para isto, consideraram $t_2$ como tempo total de propagação do segundo pulso. Mas o enunciado diz que $t_2$ é o tempo decorrido após a chegada do primeiro pulso.

## QUESTÃO 28

Ao analisar um fenômeno térmico em uma chapa de aço, um pesquisador constata que o calor transferido por unidade de tempo é diretamente proporcional à área da chapa e à diferença de temperatura entre as superfícies da chapa. Por outro lado, o pesquisador verifica que o calor transferido por unidade de tempo diminui conforme a espessura da chapa aumenta. Uma possível unidade da constante de proporcionalidade associada a este fenômeno no sistema SI é:

a) $kg.m.s^{-3}.K^{-1}$ b) $kg.m^2.s.K$ c) $m.s.K^{-1}$
d) $m^2.s^{-3}.K$ e) $kg.m.s^{-1}.K^{-1}$

## Resolução Alternativa A

Temos várias formas de equacionar a situação descrita observando que o aumento do comprimento provoca diminuição do calor transferido. Mas para que haja uma constante de proporcionalidade vamos considerar:

Considerando $Q/t$ a quantidade de calor trocado por unidade de tempo, $A$ a área da placa, $e$ a espessura da placa, $\theta$ a diferença de temperatura, temos do enunciado que $Q/t \propto A.\theta$ e $Q/t \propto 1/e^x$, sendo que o expoente x>0 do comprimento não é conhecido, indica que o aumento da espessura diminui o calor por unidade de tempo. Assim, podemos escrever o calor transferido por unidade de tempo como: $\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta\theta}{e^x}$, com k a constante de proporcionalidade.

Escrita na forma dimensional temos:

$$\frac{[Q]}{[t]} = \frac{[k][A][\theta]}{[e]^x} \Rightarrow \frac{M.L^2}{T^3} = \frac{[k]L^2\theta}{L^x} \Rightarrow [k] = M \cdot L^x \cdot T^{-3} \cdot \theta^{-1}$$

Atribuindo as unidades para as dimensões de massa, comprimento, temperatura e tempo no S.I. a unidade de K pode ser (no caso de x=1): $kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot K^{-1}$

## QUESTÃO 29

Um planeta de massa $m$ e raio $r$ gravita ao redor de uma estrela de massa $M$ em uma órbita circular de raio $R$ e período $T$. Um pêndulo simples de comprimento $L$ apresenta, sobre a superfície do planeta, um período de oscilação $t$.

Dado que a constante de gravitação universal é G e que a aceleração da gravidade, na superfície do planeta, é $g$, as massas da estrela e do planeta são, respectivamente:

a) $\frac{4\pi^2 r^2 R}{T^2 G}$ e $\frac{4\pi^2 L r^2}{t^2 G}$

b) $\frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$ e $\frac{4\pi^2 L^2 r}{t^2 G}$

c) $\frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}$ e $\frac{4\pi^2 L r^2}{t^2 G}$

d) $\frac{4\pi^2 r R^2}{T^2 G}$ e $\frac{4\pi^2 L^3}{t^2 G}$

e) $\frac{4\pi^2 r R^2}{T^2 G}$ e $\frac{4\pi^2 L^2 r}{t^2 G}$

## Resolução Alternativa C

Para o planeta gravitando em torno da estrela, a força de atração gravitacional atua como resultante de natureza centrípeta:

$$\vec{F_G} = \vec{F_{cp}} \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R}$$

Para a órbita circular, a velocidade é dada por:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Substituindo na primeira equação, temos:

$$\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow \boxed{M = \frac{4\pi^2 R^3}{T^2 G}}$$

Para o pêndulo simples, o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta de massa $m$ e raio $r$ é dado por:

$$g = \frac{Gm}{r^2}$$

Nesse caso, do período do pêndulo simples vem que:

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\left(\frac{Gm}{r^2}\right)}} \Rightarrow \boxed{m = \frac{4\pi^2 L r^2}{t^2 G}}$$

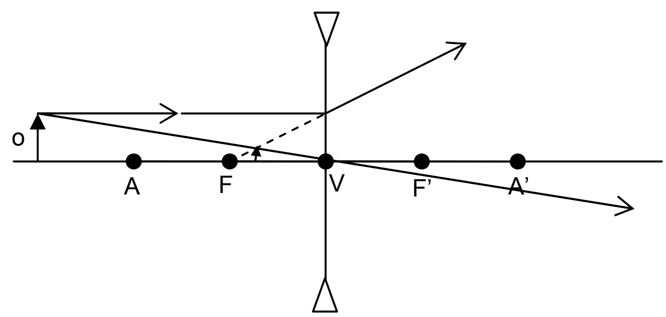
## QUESTÃO 30

Um corpo está a 40 cm de distância de uma lente cuja distância focal é –10 cm. A imagem deste corpo é

a) real e reduzida. b) real e aumentada.
c) virtual e reduzida. d) virtual e aumentada.
e) real e invertida.

## Resolução Alternativa C

A lente de distância focal f = –10 cm é uma lente divergente, assim traçamos os seguintes raios notáveis para determinar a posição da imagem:



Observe que a imagem formada está entre o foco F e o vértice V, sendo **virtual**, **reduzida** e **direita**.

Alternativamente, poderíamos ter considerado a equação de Gauss:

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{40}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{-10}\Rightarrow p'=-8,0\text{ cm}$$

Sendo $p'<0$, a imagem é **virtual**.

O aumento transversal é dado por:

$$A=-\frac{p'}{p}=-\frac{(-8,0)}{40}=\frac{1}{5}$$

Como $A>0$, isso indica que a imagem tem mesma orientação que o objeto (imagem **direita**). Por outro lado, como $|A|<1$, a imagem é **reduzida** em relação ao objeto.

# QUÍMICA

## QUESTÃO 31

Considere as seguintes afirmativas:

I. A molécula de $SO_2$ é linear e possui hibridação *sp*.

II. O hexafluoreto de enxofre possui estrutura octaédrica.

III. Em virtude da posição do átomo de carbono na Tabela Periódica, pode-se afirmar que não existem compostos orgânicos contendo orbitais híbridos $sp^3d$ ou $sp^3d^2$.

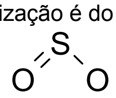
IV. O número total de orbitais híbridos é sempre igual ao número total de orbitais atômicos puros empregados na sua formação.

As afirmativas corretas são apenas:

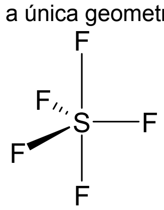
a) I b) I e III c) I e IV d) II e IV e) II, III e IV

## Resolução — Alternativa D

**I) FALSA.** A molécula do $SO_2$ é angular porque possui 3 nuvens eletrônicas e duas ligações (1 simples e 1 dupla) em torno do átomo central. Além disso, como só há uma ligação $\pi$ então só há um orbital p puro no S, portanto a hibridização é do tipo $sp^2$.



**II) VERDADEIRA.** A molécula do $SF_6$ tem seis ligantes em volta do átomo central e neste caso a única geometria possível é a octaédrica.



**III) FALSA.** O carbono não sofre expansão do octeto por se tratar de um átomo do 2º período (raio muito pequeno), o que não permitiria a formação de orbitais híbridos $sp^3d$ ou $sp^3d^2$ **em átomos de carbono**. No entanto, os compostos orgânicos podem conter ametais do 3º período em diante ou metais de transição que podem fazer ligações químicas utilizando-se dos referidos orbitais híbridos.

**IV) VERDADEIRA.** Na formação de orbitais híbridos e de orbitais moleculares vale a regra que diz que o número de orbitais híbridos tem de ser sempre igual ao número de orbitais atômicos.

## QUESTÃO 32

No processo de refino eletrolítico do cobre utilizam-se eletrodos deste metal e solução
aquosa de sulfato de cobre (II). Neste processo é correto afirmar que

a) no catodo obtém-se cobre impuro e ocorre liberação de oxigênio.

b) no anodo obtém-se cobre puro e ocorre a liberação de hidrogênio.

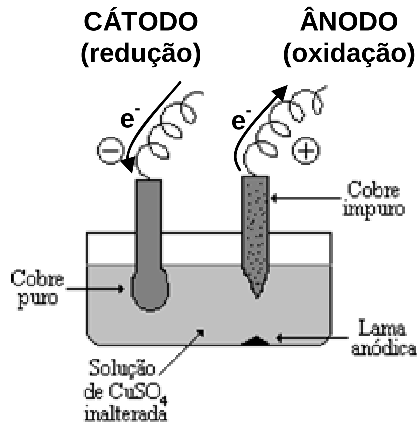
c) o cobre é depositado no anodo e dissolvido no catodo.

d) o cobre é dissolvido no anodo e depositado no catodo.

e) ocorre apenas liberação de hidrogênio e oxigênio.

## Resolução — Alternativa D

O processo de refino do cobre utiliza eletrodos ativos deste metal. A figura a seguir ilustra o processo.




No catodo ocorre a semi-reação:

$Cu^{+2}{}_{(aq)} + 2e^- \rightarrow Cu_{(s)}$

No anodo ocorre a semi-reação:

$Cu_{(s)} \rightarrow Cu^{+2}{}_{(aq)} + 2e^-$

Desta maneira, o cobre é dissolvido no ânodo e depositado no cátodo. As impurezas existentes no anodo ficam em solução ou precipitam, formando a chamada "lama anódica".
O custo do refino eletrolítico do cobre é compensado pela extração e venda dos materiais presentes na lama anódica (Ag, Au, Pt, sílica, restos de minérios), impurezas com alto potencial de redução.

## QUESTÃO 33

Uma massa *x* de $CaCO_3$ reagiu com 50 mL de $HC\ell$ 0,20M aquoso, sendo o meio reacional, posteriormente, neutralizado com 12 mL de $NaOH$ aquoso. Sabe-se que 20 mL desta solução foram titulados com 25 mL do $HC\ell$ 0,20M. A massa *x* de $CaCO_3$ é
(Dados: massas atômicas Ca = 40 u.m.a.; C = 12 u.m.a.; O = 16 u.m.a.)

a) 0,07 g
b) 0,35 g
c) 0,70 g
d) 3,50 g
e) 7,00 g

## Resolução — Alternativa B

**1.** Cálculo da concentração da solução de NaOH:

$HC\ell + NaOH = NaC\ell + H_2O$

$n\,(HC\ell) = n(NaOH)$

$V(HC\ell)\times M(HC\ell) = V(NaOH)\times M(NaOH)$

Mas 20mL de $NaOH$ foram titulados por 25mL $HC\ell$ 0,2M:

$25\times 0,20 = 20\times M(NaOH)$

$M = \dfrac{25\times 0,20}{20} = 0,25\ mol/L$.

**2.** Cálculo do excesso de $HC\ell$ usado na reação com com $CaCO_3$.
Em 12 mL da solução de concentração 0,25 M temos
$n_{NaOH} = (C_M.V)_{NaOH} = 0,25.12.10^{-3} = 3.10^{-3}$ mol
Esta quantidade foi utilizada para reagir com o excesso de $HC\ell$ utilizado na reação com $CaCO_3$. Logo, pela estequiometria da reação $HC\ell + NaOH \rightarrow NaC\ell + H_2O$ o excesso é calculado por $n_{HCl\ excesso} = n_{NaOH} = 3.10^{-3}$ mol.

**3.** Cálculo da quantidade de ácido que reagiu com $CaCO_3$:
Nos 50 mL de $HC\ell$ 0,20 mol/L, há $n_{total} = 0,20.50.10^{-3} = 10.10^{-3}$ mols de $HC\ell$
A quantidade de $HC\ell$ que reagiu:
$n = n_{total} - n_{excesso\ ácido} = 10.10^{-3} - 3.10^{-3} = 7.10^{-3}$ mol

**4.** Cálculo da massa de $CaCO_3$ que reagiu

$CaCO_3(s) + 2HC\ell(aq) = CaC\ell_2(a) + H_2O(\ell) + CO_2(g)$

Pela estequiometria da reação têm-se que:

$n(CaCO_3) = \dfrac{n(HC\ell)}{2}$

$n(CaCO_3) = \dfrac{7}{2}\cdot 10^{-3} = 3,5\cdot 10^{-3}mols$

Logo, $m = 3,5\times 10^{-3}\times 100g = 0,35g$

Obs.: $M_{CaCO_3}$ = 1.40+1.12+3.16 = 100 g/mol

## QUESTÃO 34

O osso humano é constituído por uma fase mineral e uma fase orgânica, sendo a primeira correspondente a cerca de 70% da massa óssea do ser humano. Dentre os minerais conhecidos, a hidroxiapatita, $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$, é o mineral de estrutura cristalina e estequiometria mais próxima à dos nanocristais constituintes da fase mineral dos tecidos ósseos.
Considere que os átomos de cálcio estão na fase mineral dos tecidos ósseos e que o esqueleto de um indivíduo corresponde a um terço do seu peso. O número de átomos de cálcio em uma pessoa de 60 kg é
(Dados: massas atômicas Ca = 40 u.m.a.; P = 31 u.m.a.; O = 16 u.m.a.; H = 1 u.m.a.; Número de Avogadro = $6,02x10^{23}$)

a) $8,39 \times 10^{24}$
b) $2,52 \times 10^{25}$
c) $8,39 \times 10^{25}$
d) $1,20 \times 10^{26}$
e) $2,52 \times 10^{26}$

## Resolução — Alternativa C

A massa da fase mineral dos tecidos ósseos (70% da massa do esqueleto, que corresponde a 1/3 da massa corpórea) é calculada por:

$$60kg\cdot\frac{1}{3}\cdot 0,70 = 14\text{ kg}$$

Como cada mol da hidroxiapatita (massa molar 1004 g/mol) possui 10 mols de átomos de Cálcio, temos:

1004 gramas ----- 10 x $6,02x10^{23}$ átomos de Ca
14000 gramas --- n

n = $8,39 \times 10^{25}$ átomos de Cálcio

Obs.: Massa molar da hidroxiapatita $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$ é dada por 40x10 + 6x95 + 2x17 = 1004 gramas/mol

## QUESTÃO 35

Foram introduzidos 10 mols de uma substância X no interior de um conjunto cilindro-pistão adiabático, sujeito a uma pressão constante de 1atm. X reage espontânea e irreversivelmente segundo a reação:

$$X(s) \rightarrow 2Y(g) \qquad \Delta H = -200\text{ cal}$$

Considere que a temperatura no início da reação é 300 K e que as capacidades caloríficas molares das substâncias X e Y são constantes e iguais a $5,0\ cal.mol^{-1}.K^{-1}$ e $1,0\ cal.mol^{-1}.K^{-1}$, respectivamente. O volume final do conjunto cilindro-pistão é
(Dado: $R = 0,082\ atm.L.mol^{-1}.K^{-1}$)

a) 410,0 L
b) 492,0 L
c) 508,4 L
d) 656,0 L
e) 820,0 L

## Resolução — Alternativa D

Segundo o enunciado, a energia liberada no processo é de 200 cal/mol X. Para calcular o valor total da energia liberada deve-se considerar o número de mols de X (10 mols).

$$Q_x = 200\ .10 = 2000\text{ cal}$$

A energia liberada na reação será toda utilizada para elevar a temperatura do sistema final (gás Y), uma vez que se trata de um sistema adiabático (que não troca calor com as vizinhanças). Neste caso o $\Delta T$ é dado por:

$$Q = n_Y.C_{PY}.\Delta T$$
$$2000 = 20.1.\Delta T$$
$$\Delta T = 100K$$

Então, como a temperatura inicial era de 300K, a temperatura final será de 400K.
Considerando o sistema final formado apenas pelo gás ideal Y, temos que:

$$P.\ V = n.\ R.T$$
$$1.V = 20.0,082.400$$
$$V = 656L$$

**Obs.:** Foi considerada na resolução que a capacidade calorífica fornecida era a pressão constante, informação que deveria ser fornecida no enunciado. Também vale ressaltar que o valor não representa um valor válido para a capacidade calorífica a pressão constante para um gás ideal ($c_P$ = 5/2 R = 5 $cal.K^{-1}.mol^{-1}$ para um gás monoatômico).

## QUESTÃO 36

Assinale a alternativa correta.

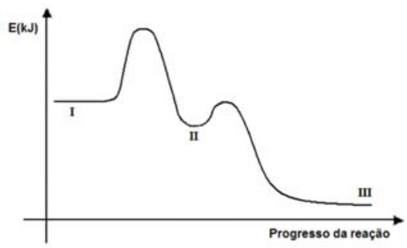
a) Um veículo de testes para redução de poluição ambiental, projetado para operar entre – 40 °C e 50 °C, emprega $H_2$ e $O_2$, os quais são estocados em tanques a 13 MPa. Pode-se afirmar que a lei dos gases ideais não é uma aproximação adequada para o comportamento dos gases no interior dos tanques. (Dado: 1 atm = 101,3 kPa)
b) A pressão de vapor de um líquido independe da temperatura.
c) Um recipiente de 500 mL, inicialmente fechado e contendo um líquido em equilíbrio com seu vapor, é aberto. Pode-se afirmar que a pressão de vapor do líquido aumentará.
d) Na equação $pV = nRT$, o valor numérico de $R$ é constante e independe do sistema de unidades empregado.
e) De acordo com o princípio de Avogadro, pode-se afirmar que, dadas as condições de temperatura e pressão, o volume molar gasoso depende do gás considerado.

## Resolução Alternativa A

**a) CORRETA.** Esta alternativa está correta, pois a lei dos gases ideais representa uma boa aproximação se as partículas gasosas estão suficientemente afastadas para desprezarmos o efeito das interações intermoleculares e o volume ocupado pelas partículas, o que ocorre em sistemas de baixa pressão e alta temperatura, situação contrária aquela descrita para os tanques de $H_2$ e $O_2$. Vale lembrar que o gás ideal apresenta interação entre as moléculas nula e volume molecular nulo.
**b) INCORRETA.** A pressão de vapor depende da temperatura do sistema. Quanto maior a temperatura de um sistema, maior a agitação das partículas do líquido, maior a quantidade de partículas que passam de estado de vapor e, portanto, maior a pressão de vapor.
**c) INCORRETA.** A pressão de vapor do líquido independe do fato do frasco estar aberto ou fechado. Esta propriedade depende da natureza do líquido e da temperatura.
**d) INCORRETA.** O valor de R depende das unidades utilizadas para pressão, volume e temperatura.
**e) INCORRETA.** Segundo Avogadro nas mesmas condições de temperatura e pressão, o volume molar do gás independe do tipo de gás. Na realidade este princípio é uma aproximação bastante válida do que acontece somente com o gás ideal, no qual as interações intermoleculares e o volume ocupado pelas partículas gasosas são nulos. A aproximação é tão mais válida quanto menor a pressão e mais alta a temperatura.

## QUESTÃO 37

Considere a seqüência de reações e o perfil energético associados ao processo de oxidação do dióxido de enxofre.
Etapa 1 (elementar): $SO_2(g) + NO_2(g) \rightarrow SO_3(g) + NO(g)$
Etapa 2: $2\,NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2\,NO_2(g)$




A alternativa que apresenta corretamente os compostos no estágio II, o catalisador e a lei de velocidade para a reação global é

| | Estágio II | Catalisador | Lei de Velocidade |
|---|---|---|---|
| a) | $NO$, $O_2$ | $NO$ | $k[SO_2]^2[O_2]$ |
| b) | $SO_3$, $NO$, $O_2$ | $NO_2$ | $k[SO_2]^2[O_2]$ |
| c) | $SO_3$, $NO$, $O_2$ | $NO_2$ | $k[SO_2][NO_2]$ |
| d) | $NO$, $O_2$ | $NO$ | $k[SO_2][NO_2]$ |
| e) | $SO_3$, $NO$, $NO_2$ | $O_2$ | $k[SO_2][NO_2]$ |

## Resolução Alternativa C

De acordo com o enunciando as reações acontecem na seqüência dada, ou seja, etapa 1 corresponde à transformação I → II (no gráfico) e etapa 2 corresponde à tranformação II →III (no gráfico).
Sendo assim, como a etapa I apresenta maior energia de ativação (como pode ser visto no gráfico) ela será a etapa lenta e, portanto, determinante para a velocidade da reação. Como no enunciado diz-se que se trata de uma reação elementar, a lei da velocidade depende dos dois reagentes e de seus respectivos coeficientes estequiométricos.

$$V = k\,[SO_2].[NO_2]$$

No patamar II estão presentes as substâncias resultantes da 1ª. etapa ($SO_3$ e NO) e o reagente da 2ª. etapa ($O_2$).
O catalisador é o $NO_2$, pois ele foi adicionado a primeira etapa e recuperado ao final da segunda etapa, não sendo consumido pelo processo, mas influenciando no mecanismo da reação de forma a aumentar a velocidade.

Comentário: Caso a seqüência de reações não estivesse clara no enunciado, poder-se-ia pensar na seqüência inversa a fornecida, como outra possibilidade para este processo. No entanto, essa não seria uma boa hipótese, pois o NO é um composto altamente instável (radical livre), de difícil obtenção e muito reativo para ser usado como catalisador. O $NO_2$, apesar de também ser um radical livre, é mais estável do que NO por apresentar ressonância, sendo mais indicado neste caso como catalisador.

## QUESTÃO 38

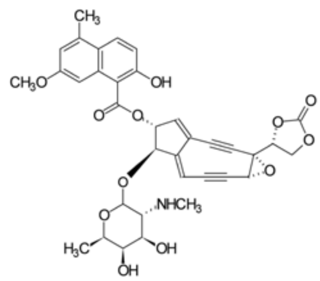
Assinale a alternativa correta.
a) Nas reações de decaimento radioativo, a velocidade de reação independe da concentração de radioisótopo e, portanto, pode ser determinada usando-se apenas o tempo de meia vida do isótopo.
b) O decaimento nuclear do ${}^{238}_{92}U$ pode gerar ${}^{206}_{82}Pb$ através da emissão de 8 partículas $\alpha$ e 6 partículas $\beta$.
c) A vulcanização é o processo usado para aumentar a rigidez de elastômeros por intermédio da hidrogenação de suas insaturações.
d) Copolímeros são polímeros formados pela reação de dois monômeros diferentes, com a eliminação de uma substância mais simples.
e) O craqueamento é o processo que tem por objetivo "quebrar" as frações mais pesadas de petróleo gerando frações mais leves. Durante o craqueamento, são produzidos hidrocarbonetos de baixa massa molecular, como o etano e o propano. Estas moléculas são usadas como monômeros em uma variedade de reações para formar plásticos e outros produtos químicos.

## Resolução Alternativa B

**a) Falsa.** A velocidade de decaimento não depende apenas do tempo de meia vida do isótopo. Depende também da massa (ou do número de mols) dos radioisótopos presentes na amostra e que ainda não sofreram o decaimento, de acordo com v = k . massa, onde k = ln 2 / $t_{1/2}$.
**b) Verdadeira.** ${}_{92}U^{238} \rightarrow {}_{82}Pb^{206} + 8\,{}_{+2}\alpha^{4} + 6\,{}_{-1}\beta^{0}$
**c) Falsa.** No processo de vulcanização, é utilizado o enxofre para o aumento da rigidez dos elastômeros.
**d) Falsa.** O processo de polimerização de copolímeros pode ser um processo de adição, não havendo a eliminação de substância mais simples. Além disso, podem ser utilizados mais de dois monômeros no processo de formação dos copolímeros, não sendo o processo restrito a dois monômeros.
**e) Falsa.** Os hidrocarbonetos resultantes do processo de craqueamento devem ser insaturados. Estes hidrocarbonetos são utilizados como monômeros em uma variedade de reações para formar plásticos e outros produtos químicos.

## QUESTÃO 39

A neocarzinostatina é uma molécula da família das enediinas que são produtos naturais isolados de microrganismos e apresentam poderosa atividade anti-tumoral, por serem capazes de agir como intercalantes nas moléculas de DNA, interrompendo, dessa forma,
o rápido crescimento celular característico das células tumorais.

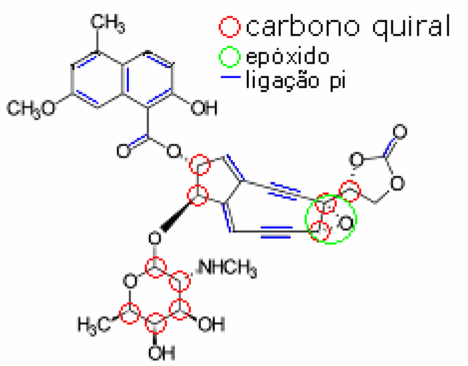


Analisando a estrutura da neocarzinostatina acima, pode-se afirmar que esta forma canônica da molécula possui
a) 256 isômeros ópticos e 11 ligações $\pi$.
b) 512 isômeros ópticos e 11 ligações $\pi$.
c) 256 isômeros ópticos e 13 ligações $\pi$.
d) 512 isômeros ópticos e 13 ligações $\pi$.
e) 1024 isômeros ópticos e 13 ligações $\pi$.

## Resolução Alternativa D

Analisando a figura identifica-se a presença de 10 carbonos quirais (ver figura). No entanto considera-se 9 centros assimétricos, pois no epóxido o conjunto dos dois carbonos assimétricos, devido à estrutura de suas ligações, apresenta apenas duas possibilidades de isômeros

óticos. Sendo assim o número de isômeros ópticos pode ser calculado pela expressão:
nº isômeros ópticos = $2^n = 2^9 = 512$.
n = número de centros assimétricos.




Ainda pela análise da fórmula do composto, identifica-se a presença de 2 ligações triplas (4 ligações $\pi$) e 9 ligações duplas (9 ligações $\pi$), totalizando 13 ligações $\pi$.

## QUESTÃO 40

Assinale a alternativa correta.

a) Os carboidratos, também conhecidos como glicídios, são ésteres de ácidos graxos superiores.
b) Os carboidratos mais simples são os monossacarídeos que, em virtude de sua simplicidade estrutural, podem ser facilmente hidrolisados.
c) Os lipídios são macromoléculas altamente complexas, formadas por centenas ou milhares de ácidos graxos que se ligam entre si por intermédio de ligações peptídicas.
d) As enzimas constituem uma classe especial de glicídios indispensável à vida, pois atual como catalisadores em diversos processos biológicos.
e) A seqüência de aminoácidos em uma cadeia protéica é denominada estrutura primária da proteína.

## Resolução Alternativa E

**a) Errada.** Os carboidratos são conhecidos como glicídios, mas estes compostos quimicamente apresentam, em geral, as funções álcool, aldeído e cetona. Os ésteres de ácidos graxos superiores são classificados como lipídeos.
**b) Errada.** Os dissacarídeos, oligossacarídeos e polissacarídeos sofrem hidrólise com relativa facilidade e não os monossacarídeos.
**c) Errada.** Os lipídios normalmente não são macromoléculas altamente complexas, sendo constituídos por uma a três moléculas de ácidos graxos (acilgliceróis). A ligação peptídica citada no item é característica das proteínas.
**d) Errada.** As enzimas são proteínas com função catalítica (biocatalisadores), ou seja, são polímeros de aminoácidos.
**e) Correta.** A estrutura primária de uma proteína nada mais é que sua seqüência de aminoácidos.