

FEZ

**ELITE**  
**PRÉ-VESTIBULAR**  
**c a m p i n a s**

**Aprovou!**

*Elite Resolve*

**FUVEST 2011**  
**2ª fase**

**PROVA ESPECÍFICA**

**[www.elitecampinas.com.br](http://www.elitecampinas.com.br)**

os melhores **gabaritos** da internet

**BIOLOGIA**

**QUESTÃO 01**

Os néfrons são as unidades funcionais dos rins, responsáveis pela filtração do sangue e pela formação da urina.

a) Complete a Tabela na folha de respostas, comparando as concentrações de aminoácidos, glicose e ureia, no sangue que chega ao néfron, com as concentrações dessas substâncias na urina e no sangue que deixa o néfron, em uma pessoa saudável. Marque com "X" os espaços da Tabela correspondentes às alternativas corretas.

b) Cerca de 30% da água presente no sangue que chega ao néfron passa para a cápsula renal, onde se inicia a filtração. Entretanto, a quantidade de água no sangue que sai do néfron é praticamente igual à quantidade de água do sangue que chega a ele. Explique como ocorre a recomposição da quantidade de água no sangue.

| Substância  | Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração na urina |       |             | Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração no sangue que deixa o néfron |       |             |
|-------------|---|-------|-------------|---|-------|-------------|
|             | Maior   | Menor | Equivalente | Maior   | Menor | Equivalente |
| Aminoácidos |   |       |             |   |       |             |
| Glicose     |   |       |             |   |       |             |
| Ureia       |   |       |             |   |       |             |

**Resolução**

a) Aminoácidos e glicose são totalmente reabsorvidos pelo néfron; portanto, suas concentrações no sangue que chega e que deixa o néfron são equivalentes entre si e maiores do que na urina. A ureia, por outro lado, não é reabsorvida, portanto, sua concentração no sangue que deixa o néfron é menor do que no sangue que chega ao néfron. Além disso, a intensa reabsorção de água que ocorre nos rins torna a concentração de ureia na urina muito maior em relação ao sangue que chega ao néfron.

| Substância  | Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração na urina |       |             | Concentração no sangue que chega ao néfron relativa à concentração no sangue que deixa o néfron |       |             |
|-------------|---|-------|-------------|---|-------|-------------|
|             | Maior   | Menor | Equivalente | Maior   | Menor | Equivalente |
| Aminoácidos | X   |       |             |   |       | X           |
| Glicose     | X   |       |             |   |       | X           |
| Ureia       |   | X     |             | X   |       |             |

b) Conforme o filtrado percorre as diferentes porções do néfron, ocorre reabsorção de sais minerais, glicose, aminoácidos e vitaminas, aumentando a concentração de tais substâncias no sangue. Isso faz com que a água presente no filtrado retorne ao sangue por osmose. Além disso, no túbulo contorcido distal, a reabsorção de água é intensificada por ação do hormônio antidiurético (ADH), secretado pela neuro-hipófise, o que conduz à recomposição da quantidade de água no sangue.

**QUESTÃO 02**

Há doenças hereditárias que são causadas por mutações no DNA mitocondrial.

a) O risco de ocorrerem meninas e meninos afetados por essas doenças é igual na prole de mulheres afetadas e na prole de homens afetados? Justifique sua resposta.

b) Uma mutação no DNA mitocondrial pode estar presente nos espermatozoides dos afetados? Justifique sua resposta.

**Resolução**

a) O risco não é o mesmo, pois, durante a fecundação, apenas o núcleo do espermatozoide penetra no ovócito, portanto, suas mitocôndrias não são transmitidas ao zigoto. Assim sendo, o risco, igual para meninos e meninas, de aparecerem descendentes afetados pela doença, só ocorre quando a mãe é afetada.

b) Sim, uma vez que espermatozoides também possuem mitocôndrias, responsáveis por gerar a energia necessária ao batimento do flagelo e, portanto, à sua locomoção. Deve-se notar que, para que a mutação esteja presente nas mitocôndrias do espermatozoide, ela deve ocorrer em células da linhagem germinativa, que originarão os gametas masculinos, ou no início do desenvolvimento embrionário daquele organismo. Neste último caso, a mutação estará presente em todas as células do indivíduo.

Em qualquer das circunstâncias que levam ao surgimento dessa mutação, contudo, os espermatozoides não serão capazes de transmiti-la à descendência, já que no ato da fecundação a porção do espermatozoide que possui as mitocôndrias, o colo, não penetra no ovócito como foi exposto no item anterior.

**QUESTÃO 03**

Os acidentes em que as pessoas são "queimadas" por cnidários ocorrem com frequência no litoral brasileiro. Esses animais possuem cnidoblastos ou cnidócitos, células que produzem uma substância tóxica, que é composta por várias enzimas e fica armazenada em organelas chamadas nematocistos.

Os cnidários utilizam essa substância tóxica para sua defesa e a captura de presas.

a) Em que organela(s) do cnidoblasto ocorre a síntese das enzimas componentes da substância tóxica?

b) Após a captura da presa pelo cnidário, como ocorrem sua digestão e a distribuição de nutrientes para as células do corpo do animal?

**Resolução**

a) Enzimas são tipos de proteínas, as quais são sintetizadas pela integração entre três organelas celulares: ribossomos, retículo endoplasmático granular e complexo de Golgi, presentes do citoplasma dos cnidoblastos.

b) A digestão nos cnidários se inicia na cavidade gastrovascular e é completada intracelularmente após as partículas semidigeridas serem endocitadas por células especializadas na gastroderme. Depois disso, os nutrientes são distribuídos entre as células por difusão.

**QUESTÃO 04**

Resultados de uma pesquisa publicada na revista *Nature*, em 29 de julho de 2010, mostram que a quantidade média de fitoplâncton dos oceanos diminuiu cerca de 1% ao ano, nos últimos 100 anos.

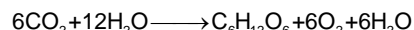
Explique como a redução do fitoplâncton afeta

a) os níveis de carbono na atmosfera.

b) a biomassa de decompositores do ecossistema marinho.

**Resolução**

a) Fitoplâncton é o nome que se dá ao conjunto de algas unicelulares e cianobactérias, que se encontram na camada mais superficial de corpos d'água, sejam eles formados por água salobra, salgada ou doce. Estes organismos são fotossintetizantes e, por isso, constituem a base das cadeias alimentares aquáticas. Analisando a equação da fotossíntese,



o candidato deveria notar que a atividade fotossintética é responsável por capturar CO<sub>2</sub> da atmosfera. De fato, uma vez que a exposição do fitoplâncton à luz é intensa na superfície da água, a taxa de fotossíntese produzida por esses organismos é muito alta e, com isso, o sequestro de carbono atmosférico produzido por eles é grande. Uma diminuição do fitoplâncton oceânico, tal como a referida no enunciado, deverá, portanto, diminuir a captura de carbono na forma de CO<sub>2</sub> na atmosfera. Com isso, os níveis atmosféricos de carbono devem aumentar.

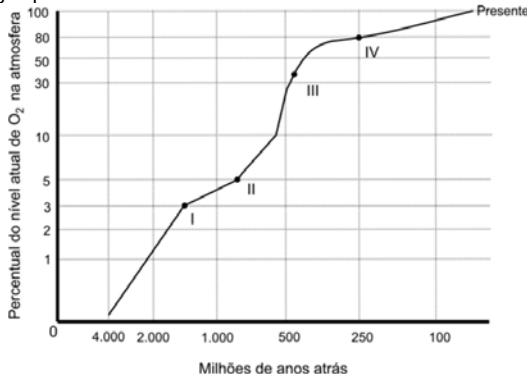
b) Para esta análise, o candidato deveria se lembrar de que todo o carboidrato produzido por fotossíntese pelo fitoplâncton vai sustentar os níveis tróficos componentes da cadeia alimentar do qual o fitoplâncton faz parte. Dessa forma, a biomassa de cada um dos níveis tróficos subsequentes nas cadeias alimentares aquáticas depende da quantidade de biomassa sintetizada pelo fitoplâncton. Os decompositores, por sua vez, obtêm moléculas de todos os níveis tróficos.

Com a redução da biomassa de fitoplâncton, pode-se notar dois efeitos distintos: i) no curto prazo, um aumento na biomassa de decompositores, uma vez que, com a morte do fitoplâncton e, posteriormente, de organismos componentes de níveis tróficos mais elevados, há mais matéria orgânica a ser degradada, e ii) no longo prazo, um decréscimo na biomassa dos decompositores, uma vez que com a diminuição no tamanho da população das espécies em toda a cadeia alimentar, há menos biomassa a ser decomposta.

**QUESTÃO 05**

No gráfico abaixo, a curva mostra a porcentagem do gás oxigênio (O<sub>2</sub>) na atmosfera terrestre, ao longo do tempo, em relação ao nível atual. Nessa curva, os pontos I, II, III e IV representam o surgimento de grupos de seres vivos:

- I. Eucariontes unicelulares
- II. Organismos multicelulares
- III. Cordados
- IV. Angiospermas



Fonte: Vida – A ciência da Biologia. Vol II. Artmed Ed., 2005. Adaptado

- a) Que grupos de seres vivos, surgidos depois do ponto II e antes do ponto IV da curva, contribuíram para o aumento do O<sub>2</sub> atmosférico?
- b) Depois de que ponto assinalado na curva surgiu o cloroplasto?
- c) Que tipos de respiração apresentam os animais que surgiram a partir do ponto III da curva?

**Resolução**

a) O intervalo de tempo a que a questão se refere está compreendido entre o surgimento de organismos multicelulares (ponto II) e o surgimento das angiospermas (ponto IV). Dentro desse período encontramos o surgimento de todas as algas pluricelulares, que são as **algas verdes** (*Chlorophyta*), as **algas pardas** (*Phaeophyta*) e as **algas vermelhas** (*Rhodophyta*); das **briófitas** (plantas de pequeno porte sem vasos condutores de seiva, popularmente chamadas de musgos); das **pteridófitas** (as samambaias e avencas, plantas com vasos condutores de seiva, sem frutos, flores ou sementes que ainda necessitam de água para a reprodução) e as **gimnospermas** (pinheiros, olmos, que possuem vasos condutores de seiva e sementes, não apresentando ainda flores e frutos – que são exclusividade das angiospermas – porém já apresentam independência da água para realizar a fecundação). Todos estes grupos de indivíduos realizam fotossíntese, tendo contribuído, portanto, para o aumento do oxigênio atmosférico.

b) A teoria mais aceita para explicar o surgimento dos cloroplastos é a chamada teoria endossimbiótica, proposta pela bióloga Lynn Margulis. Com base numa série de semelhanças morfológicas e fisiológicas (como a presença de membranas duplas, de ribossomos de tamanho reduzido, de DNA circular disperso no plasma de preenchimento), a teoria sugere que cloroplastos (assim como mitocôndrias) seriam organelas descendentes de organismos procariontes que desenvolveram uma relação de simbiose com células eucariontes. Ao viver dentro dessas células, os ancestrais dos cloroplastos teriam encontrado um ambiente químico de composição mais estável. A partir de então, uma relação de dependência mútua entre as células eucariontes e os cloroplastos teria se estabelecido. Portanto, o candidato deveria condicionar o surgimento do cloroplasto como organela individualizada a partir do ponto I, que corresponde ao surgimento dos organismos eucariontes unicelulares.

c) O ponto III da curva corresponde ao surgimento dos cordados. Há três tipos de respiração que aparecem em animais pertencentes a esse filo: branquial, pulmonar ou cutânea. Saiba mais sobre estes tipos de respiração:

**i) branquial:** medeia a troca de gases entre o sangue do animal e a água. Aparece em Myxiniiformes (peixes-feiticeira) e Petromyzontiiformes (lampreias), Chondricties (tubarões, raias e quimeras), Actinopterií (peixes ósseos de nadadeiras raiadas), Sarcopterií (peixes ósseos de nadadeira lobada), Dipnoi (peixe ósseo pulmonados) além de alguns anfíbios (salamandras e girinos).

**ii) pulmonar:** medeia a troca de gases entre o sangue e o ar atmosférico. Os pulmões aparecem pela primeira vez nos Dipnoi, peixes pulmonados (como a piramboia brasileira), originados de uma especialização da bexiga natatória, órgão originalmente relacionado à manutenção da flutuabilidade. A presença de pulmões é um caráter

compartilhado por todos os Dipnoi e os Tetrapoda (vertebrados terrestres, anfíbios, “répteis”, aves e mamíferos).

**iii) cutânea:** existe em anfíbios anuros (sapos, rãs e pererecas) e em ápodes (cobras cegas). São, nesses grupos, auxiliares à respiração pulmonar. Esse complemento se faz necessário uma vez que o desenvolvimento dos pulmões em anfíbios é incipiente.

**QUESTÃO 06**

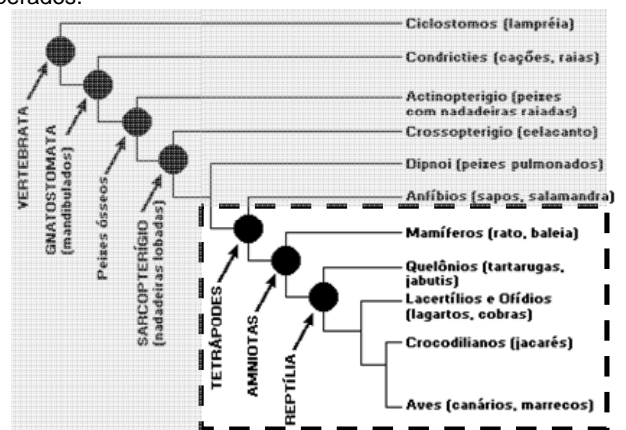
Quanto à termorregulação, os animais são classificados em endotérmicos, ou seja, dependentes da produção metabólica de calor, e ectotérmicos, que utilizam fontes ambientais de calor para manter seu metabolismo.

- a) Um *habitat* com baixo suprimento de alimentos favorece o estabelecimento de animais endotérmicos ou ectotérmicos? Justifique sua resposta.
- b) Considerando as características do primeiro grupo de vertebrados a conquistar definitivamente o ambiente terrestre, seus representantes viviam em um clima mais próximo ao tropical ou ao temperado? Justifique sua resposta.

**Resolução**

a) Um animal ectotérmico tem sua temperatura corpórea variando em função da temperatura ambiental. Assim, o nível de atividade de um animal ectotérmico varia em função da temperatura do ambiente onde ele se encontra. Portanto, não se verifica um dispêndio significativo de energia para a manutenção da temperatura corpórea constante nesses animais. Já um animal endotérmico possui mecanismos fisiológicos (e.g. sudorese, eriçamento de pelos e penas, ovação) para o controle da perda do calor produzido por seu metabolismo. Para ativar esses mecanismos, é necessário um gasto extra de energia. Logo, a condição endotérmica depende da possibilidade de um aporte maior de alimentos para os animais que a possuem. Portanto, um *habitat* com baixo suprimento de energia favorece o estabelecimento de animais ectotérmicos

b) O primeiro grupo de vertebrados a conquistar definitivamente o ambiente terrestre foi o dos Amniota (os atuais lagartos, serpentes, tartarugas, crocodilos, aves e mamíferos, além dos extintos dinossauros, entre outros, em destaque na figura abaixo). O ancestral desse grupo, tendo por base o conhecimento atual sobre o registro fóssil, era um animal reptiliano, muito provavelmente ectotérmico. Uma vez que o nível de atividade de um animal ectotérmico é diretamente influenciado pela temperatura ambiental, é esperado que o clima no qual surgiu o ancestral dos amniota seja próximo ao tropical. Essa inferência é corroborada pela atual distribuição geográfica dos grupos de vertebrados. Enquanto mamíferos e aves (endotérmicos) têm uma distribuição mais ampla, estando presentes em muitas áreas do globo, com climas diversos, a distribuição de répteis é muito mais restrita, com uma diversidade mais abundante em regiões de clima tropical enquanto poucas espécies são verificadas em zonas de climas temperados.



**Equipe desta resolução**

**Biologia**

- Bruno Rosário Crespo
- Marcelo Monetti Pavani
- Lucas dos Santos Machado

**Revisão**

- Eliel Barbosa da Silva
- Fabiano Gonçalves Lopes
- Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani
- Vagner Figueira de Faria

**Digitação, Diagramação e Publicação**

- Carolina Dorte dos Santos
- Carolina Marcondes Garcia Ferreira

**FÍSICA**

**QUESTÃO 01**

Um forno solar simples foi construído com uma caixa de isopor, forrada internamente com papel alumínio e fechada com uma tampa de vidro de 40 cm x 50 cm. Dentro desse forno, foi colocada uma pequena panela contendo 1 xícara de arroz e 300 ml de água à temperatura ambiente de 25 °C. Suponha que os raios solares incidam perpendicularmente à tampa de vidro e que toda a energia incidente na tampa do forno a atravesse e seja absorvida pela água. Para essas condições, calcule:

- A potência solar total  $P$  absorvida pela água.
- A energia  $E$  necessária para aquecer o conteúdo da panela até 100 °C.
- O tempo total  $T$  necessário para aquecer o conteúdo da panela até 100 °C e evaporar 1/3 da água nessa temperatura (cozer o arroz).

**NOTE E ADOTE**

Potência solar incidente na superfície da Terra: 1 kW/m<sup>2</sup>

Densidade da água: 1 g/cm<sup>3</sup>

Calor específico da água: 4 J/(g °C)

Calor latente de evaporação da água: 2200 J/g

Desconsidere as capacidades caloríficas do arroz e da panela.

**Resolução**

- A potência total absorvida pela água será dada por:  $P = I \cdot A$ , sendo  $I$  a potência solar incidente e  $A$  a área da tampa de vidro. Assim:

$$P = 1 \cdot 10^3 \cdot 0,40 \cdot 0,50 \Leftrightarrow \boxed{P = 200 \text{ W}}$$

- Pela equação do calor sensível:  $E = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

Como o calor específico da água é dado em J/g°C, calculando a massa em g, obtemos  $m = d \cdot V = 1 \cdot 300 = 300 \text{ g}$ . Portanto:

$$E = 300 \cdot 4 \cdot 75 \Leftrightarrow \boxed{E = 9 \cdot 10^4 \text{ J}}$$

- O calor total necessário  $Q$  para o processo será o calor obtido no item anterior mais o calor necessário para evaporar 100 ml de água. O calor para vaporizar é:

$$Q_v = m \cdot L = 100 \cdot 2200 = 22 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Assim, o calor total  $Q$  é dado por:

$$Q = E + Q_v = 9 \cdot 10^4 + 22 \cdot 10^4 = 31 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Já a potência é dada por  $P = \frac{Q}{\Delta t} \Leftrightarrow T = \Delta t = \frac{Q}{P}$ . Logo:

$$T = \frac{31 \cdot 10^4}{200} \Leftrightarrow \boxed{T = 1550 \text{ s}}$$

**QUESTÃO 02**

Num espetáculo de circo, um homem deita-se no chão do picadeiro e sobre seu peito é colocada uma tábua, de 30 cm x 30 cm, na qual foram cravados 400 pregos, de mesmo tamanho, que atravessam a tábua. No clímax do espetáculo, um saco com 20 kg de areia é solto, a partir do repouso, de 5 m de altura em relação à tábua, e cai sobre ela. Suponha que as pontas de todos os pregos estejam igualmente em contato com o peito do homem. Determine:

- A velocidade do saco de areia ao tocar a tábua de pregos.
- A força média total aplicada no peito do homem se o saco de areia parar 0,05 s após seu contato com a tábua.
- A pressão, em N/cm<sup>2</sup>, exercida no peito do homem por cada prego, cuja ponta tem 4 mm<sup>2</sup> de área.

**NOTE E ADOTE**

Aceleração da gravidade no local:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Despreze o peso da tábua com os pregos.

Não tente reproduzir esse número de circo!

**Resolução**

- Podemos resolver esta questão com a equação de Torricelli aplicada à queda livre do saco de areia:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$$

Onde  $v_0 = 0$  (abandonado do repouso),  $a = g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\Delta s = 5 \text{ m}$ . Substituindo os valores temos:

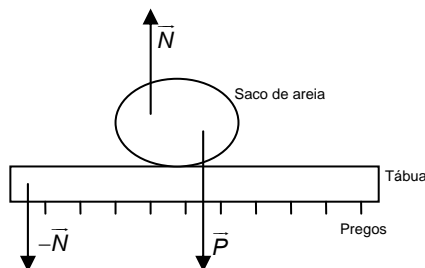
$$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 5 = 100$$

$$\boxed{v = 10 \text{ m/s}}$$

- A força média aplicada sobre o peito do homem é igual à:

$$F_{\text{peito}} = P_{\text{tábua}} + N$$

Onde foi desprezado o peso da tábua e  $N$  é a reação normal média de contato entre o saco de areia e a tábua. Logo, para sabermos a força que atua sobre o peito do homem basta calcularmos o valor de  $N$ . Veja a configuração das forças na interação entre a tábua e o saco de areia abaixo:



Sobre o saco de areia temos, pelo teorema do impulso:

$$\vec{I}_R = \Delta \vec{Q}$$

$$\vec{F}_R \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_f - m \cdot \vec{v}_i$$

Onde  $v_f = 0$  e  $v_i = 10 \text{ m/s}$ ,  $m = 20 \text{ kg}$  e  $\Delta t = 0,05 \text{ s}$ . Assim temos:

$$\vec{F}_R \cdot \Delta t = -m \cdot \vec{v}_i$$

$$\vec{F}_R = -\frac{m \cdot \vec{v}_i}{\Delta t}$$

Concluimos que o vetor força resultante e o vetor velocidade inicial estão na mesma direção, mas possuem sentidos contrários. Assim temos:

$$|\vec{N}| - P_{\text{saco}} = \frac{m \cdot v_i}{\Delta t}$$

$$|\vec{N}| - 200 = \frac{20 \cdot 10}{0,05}$$

$$\boxed{|\vec{N}| = 4200 \text{ N}}$$

- A força sobre o peito do homem se distribuirá através dos 400 pregos, a pressão exercida sobre o peito do homem será:

$$P = \frac{N}{400 \cdot A_{\text{Cada Pregos}}} = \frac{4200 \text{ N}}{400 \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2)}$$

$$\boxed{P = 262,5 \text{ N/cm}^2}$$

**QUESTÃO 03**

Trens de alta velocidade, chamados trens-bala, deverão estar em funcionamento no Brasil nos próximos anos. Características típicas desses trens são: velocidade máxima de 300 km/h, massa total (incluindo 500 passageiros) de 500 t e potência máxima dos motores elétricos igual a 8 MW. Nesses trens, as máquinas elétricas que atuam como motores também podem ser usadas como geradores, freando o movimento (freios regenerativos). Nas ferrovias, as curvas têm raio de curvatura de, no mínimo, 5 km. Considerando um trem e uma ferrovia com essas características, determine:

- O tempo necessário para o trem atingir a velocidade de 288 km/h, a partir do repouso, supondo que os motores forneçam a potência máxima o tempo todo.
- A força máxima na direção horizontal, entre cada roda e o trilho, numa curva horizontal percorrida a 288 km/h, supondo que o trem tenha 80 rodas e que as forças entre cada uma delas e o trilho tenham a mesma intensidade.
- A aceleração do trem quando, na velocidade de 288 km/h, as máquinas elétricas são acionadas como geradores de 8 MW de potência, freando o movimento.

**NOTE E ADOTE**

1 t = 1000 kg

Desconsidere o fato de que, ao partir, os motores demoram alguns segundos para atingir sua potência máxima.

**Resolução**

a) Assumindo, segundo o texto, uma potência constante e desprezando a resistência do ar ou quaisquer outras forças dissipativas, ou seja, que toda a energia do motor é transformada em energia cinética do trem, temos:

$$P = \frac{\Delta E_{cin}}{\Delta t} = \frac{\frac{m \cdot v^2}{2} - 0}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot P} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 80^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^6}$$

Lembrando que a velocidade, no sistema internacional, deve estar em m/s ( $v = 288 \text{ km/h} = 80 \text{ m/s}$ ).

$$\therefore \Delta t = 200 \text{ s}$$

b) Numa curva, com velocidade constante, desprezando forças dissipativas, a máxima força será dada pela resultante centrípeta. A resultante centrípeta será máxima quando o raio for o menor possível, para velocidade constante, pois são grandezas inversamente proporcionais ( $F_{CP} = \frac{m \cdot v^2}{R}$ ). Sendo  $f$  a força horizontal que cada uma das rodas faz sobre os trilhos, temos a seguinte relação:

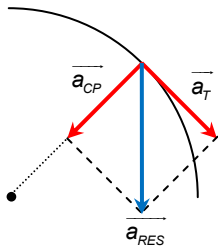
$$F_{ResHoriz} = 80 \cdot f = \frac{m \cdot v^2}{R} \Leftrightarrow f = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 80^2}{80 \cdot 5 \cdot 10^3} \Leftrightarrow f = 8000 \text{ N}$$

c) Novamente, desprezando as forças dissipativas e sabendo que a potência instantânea pode ser calculada por  $P_{inst} = F \cdot v$  e que  $F = m \cdot a$ , temos, substituindo a segunda equação na primeira:

$$P_{inst} = F \cdot v = m \cdot a \cdot v$$

$$8 \cdot 10^6 = 500 \cdot 10^3 \cdot a \cdot 80 \Leftrightarrow a = 0,2 \text{ m/s}^2$$

**Observação.** O enunciado deste item não deixa claro se o trem estaria executando uma curva ou não nesse momento. Se fosse o caso, ainda não estaria sendo especificado se o raio dessa curva seria de fato o raio mínimo, como foi perguntado no item (b). Embora a velocidade seja numericamente a mesma do item anterior, o que poderia sugerir que o item (c) seria uma continuação da mesma situação tratada no item (b), nada é afirmado explicitamente a esse respeito. Caso levássemos em consideração essa continuidade, teríamos no instante em que o trem executa essa curva de raio  $R$  a seguinte ilustração:



A componente tangencial da aceleração seria a aceleração calculada anteriormente:  $a_T = 0,2 \text{ m/s}^2$ .

E como estamos analisando o caso da trajetória curva, a aceleração admite ainda uma componente centrípeta, dada por:

$$a_{CP} = \frac{v^2}{R} = \frac{80^2}{R} = \frac{6400}{R}, \text{ onde } R \text{ é o raio dessa curva.}$$

Assim, a aceleração (resultante) teria módulo igual a:

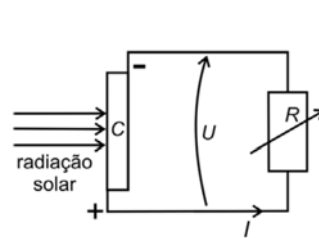
$$a_{RES}^2 = a_T^2 + a_{CP}^2 = 0,2^2 + \left(\frac{6400}{R}\right)^2 \Rightarrow a_{RES} = \sqrt{0,04 + \frac{4,096 \cdot 10^7}{R^2}}$$

Considerando ainda que o raio  $R$  é no mínimo 5 km, a aceleração ficaria limitada a um valor máximo dado por:

$$R \geq 5 \cdot 10^3 \text{ m} \Leftrightarrow a_{RES} \leq \sqrt{0,04 + \frac{4,096 \cdot 10^7}{(5 \cdot 10^3)^2}} \Leftrightarrow a_{RES} \leq 1,3 \text{ m/s}^2$$

**QUESTÃO 04**

A conversão de energia solar em energia elétrica pode ser feita com a utilização de painéis constituídos por células fotovoltaicas que, quando expostas à radiação solar, geram uma diferença de potencial  $U$  entre suas faces. Para caracterizar uma dessas células ( $C$ ) de  $20 \text{ cm}^2$  de área, sobre a qual incide  $1 \text{ kW/m}^2$  de radiação solar, foi realizada a medida da diferença de potencial  $U$  e da corrente  $I$ , variando-se o valor da resistência  $R$ , conforme o circuito esquematizado na figura abaixo. Os resultados obtidos estão apresentados na tabela.

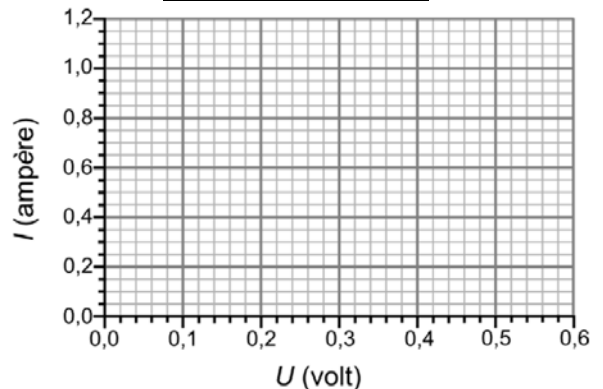


| U(volt) | I(ampère) |
|---------|-----------|
| 0,10    | 1,0       |
| 0,20    | 1,0       |
| 0,30    | 1,0       |
| 0,40    | 0,98      |
| 0,50    | 0,90      |
| 0,52    | 0,80      |
| 0,54    | 0,75      |
| 0,56    | 0,62      |
| 0,58    | 0,40      |
| 0,60    | 0,00      |

- Faça o gráfico da curva  $I \times U$  na figura impressa na folha de respostas.
- Determine o valor da potência máxima  $P_m$  que essa célula fornece e o valor da resistência  $R$  nessa condição.
- Determine a eficiência da célula  $C$  para  $U = 0,3 \text{ V}$ .

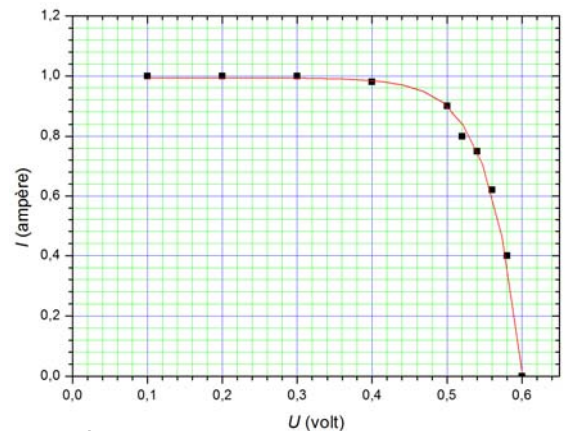
NOTE E ADOTE

$$\text{Eficiência} = \frac{P_{fornecida}}{P_{incidente}}$$



**Resolução**

a) Na figura a seguir temos a representação gráfica dos pontos experimentais e uma curva que se aproxima desses valores, conforme pedido.



**Observação:** É importante ressaltar que o enunciado pediu que se fizesse o gráfico da curva  $I \times U$  a partir dos dados experimentais fornecidos pela tabela dada. No entanto, como não foi dado o modelo teórico para o comportamento da célula fotovoltaica, a rigor o correto seria inserir somente os pontos experimentais sem ligá-los por curva alguma. Ao conhecer apenas alguns pontos experimentais, sem haver um modelo teórico associado, a curva poderia ter qualquer formato, desde que passasse pelos pontos experimentais ou próxima a eles, por exemplo.

b) A potência elétrica é dada pelo produto da tensão pela corrente. Na tabela a seguir temos o resultado da potência fornecida pela célula (nesse caso, igual à potência dissipada pelo resistor) com dois algarismos significativos para todos os pontos experimentais. Como se pode ver na linha indicada pela seta, temos o maior valor para a potência igual a 0,45 W, isto é:

$$P_m = 0,45 \text{ W}$$

| U (volt) | I (ampère) | P (watt) |
|----------|------------|----------|
| 0,10     | 1,0        | 0,10     |
| 0,20     | 1,0        | 0,20     |
| 0,30     | 1,0        | 0,30     |
| 0,40     | 0,98       | 0,39     |
| 0,50     | 0,90       | 0,45     |
| 0,52     | 0,80       | 0,42     |
| 0,54     | 0,75       | 0,41     |
| 0,56     | 0,62       | 0,35     |
| 0,58     | 0,40       | 0,23     |
| 0,60     | 0,00       | 0,00     |

Nessa condição, a resistência pode ser calculada por:

$$U = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{0,50}{0,90} \Rightarrow R = \frac{5}{9} \Omega$$

c) Seja  $\eta$  a eficiência da célula, sendo  $\eta = \frac{P_{\text{fornecida ao circuito}}}{P_{\text{incidente na célula}}}$ .

Para  $U = 0,30 \text{ V}$ , pela tabela acima,  $P_{\text{fornecida}} = 0,30 \text{ W}$ .

A potência incidente é dada por:

$$P_{\text{incidente}} = I \cdot A$$

onde  $I$  é a potência incidente da radiação solar por  $\text{m}^2$ . Assim:

$$P_{\text{incidente}} = 10^3 \cdot 20 \cdot (10^{-2})^2 = 20 \cdot 10^{-1} \Rightarrow P_{\text{incidente}} = 2,0 \text{ W}$$

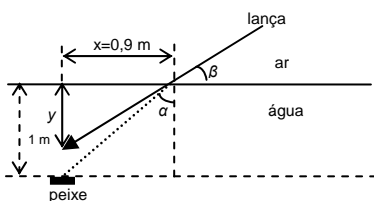
Portanto:

$$\eta = \frac{0,30}{2,0} = 0,15 \text{ ou } \eta = 15 \%$$

### QUESTÃO 05

Um jovem pesca em uma lagoa de água transparente, utilizando, para isto, uma lança. Ao enxergar um peixe, ele atira sua lança na direção em que o observa. O jovem está fora da água e o peixe está 1 m abaixo da superfície. A lança atinge a água a uma distância  $x = 90 \text{ cm}$  da direção vertical em que o peixe se encontra, como ilustra a figura abaixo. Para essas condições, determine:

- O ângulo  $\alpha$ , de incidência na superfície da água, da luz refletida pelo peixe.
- O ângulo  $\beta$  que a lança faz com a superfície da água.
- A distância  $y$ , da superfície da água, em que o jovem enxerga o peixe.

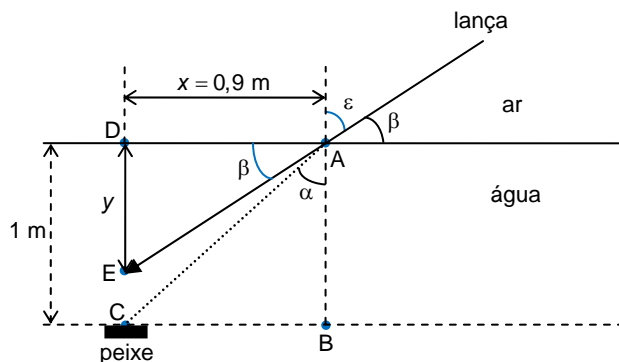


NOTE E ADOTE  
Índice de refração do ar = 1  
Índice de refração da água = 1,3  
Lei de Snell:  $v_1 / v_2 = \sin \theta_1 / \sin \theta_2$

| Ângulo $\theta$ | $\sin \theta$ | $\text{tg } \theta$ |
|-----------------|---------------|---------------------|
| 30°             | 0,50          | 0,58                |
| 40°             | 0,64          | 0,84                |
| 42°             | 0,67          | 0,90                |
| 53°             | 0,80          | 1,33                |
| 60°             | 0,87          | 1,73                |

### Resolução

Com base nas grandezas representadas na figura abaixo, vamos responder à questão.



a) No triângulo ABC temos:

$$\text{tg } \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{0,9}{1} \Rightarrow \text{tg } \alpha = 0,9$$

Pela tabela temos que:

$$\alpha = 42^\circ$$

b) Pela figura temos que  $\epsilon + \beta = 90^\circ$ . O ângulo  $\epsilon$  pode ser calculado pela lei de Snell:

$$n_{\text{Ar}} \cdot \sin \epsilon = n_{\text{Água}} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \epsilon = 1,3 \cdot \sin 42^\circ$$

Pela tabela temos que  $\sin 42^\circ = 0,67$ , assim:

$$\sin \epsilon = 1,3 \cdot 0,67 = 0,871$$

Pela tabela, sabemos então que  $\epsilon \approx 60^\circ$ , como  $\epsilon + \beta = 90^\circ$  temos finalmente que

$$\beta = 30^\circ$$

c) No triângulo ADE temos que:

$$\text{tg } \beta = \frac{DE}{AD} \Rightarrow 0,58 = \frac{y}{0,9}$$

$$y = 0,9 \cdot 0,58 \Rightarrow$$

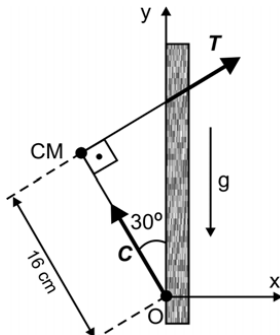
$$y = 0,522 \text{ m}$$

### QUESTÃO 06

Para manter-se equilibrado em um tronco de árvore vertical, um pica-pau agarra-se pelos pés, puxando-se contra o tronco, e apoia sobre ele sua cauda, constituída de penas muito rígidas, conforme figura ao lado. No esquema impresso na folha de respostas estão indicadas as direções das forças nos pés ( $T$ ) e na cauda ( $C$ ) do pica-pau – que passam pelo seu centro de massa ( $CM$ ) – e a distância da extremidade da cauda ao  $CM$  do pica-pau, que tem 1 N de peso ( $P$ ).

- Calcule os momentos das forças  $P$  e  $C$  em relação ao ponto  $O$  indicado no esquema impresso na folha de respostas.
- Escreva a expressão para o momento da força  $T$  em relação ao ponto  $O$  e determine o módulo dessa força.
- Determine o módulo da força  $C$  na cauda do pica-pau.





**Resolução**

a) O momento do peso em relação ao ponto O é dado pelo produto do peso  $P$  pelo braço  $b$  (veja figura). Assim:

$$M_p = P \cdot b = 1 \cdot (16 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 30^\circ) \Rightarrow$$

$M_p = 8 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$ , sendo que  $\vec{M}_p$  é um vetor normal ao plano do papel, saindo do mesmo.

Como o braço da força  $C$  no ponto O é zero, o momento da mesma será nulo

$$\vec{M}_C = \vec{0}$$

b) Observando a figura anterior, como  $T$  passa pela reta que contém o CM, o braço desta força será de 16 cm. Dessa forma:

$$M_T = 0,16 \cdot T$$

Para calcularmos o valor da força  $T$  podemos utilizar da condição de que a soma dos momentos das forças deve ser nula. Assim, adotando o sentido horário como positivo, temos:

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{\text{horário}} + M_{\text{anti-horário}} = 0 \Rightarrow T \cdot 0,16 - M_p = 0 \Rightarrow$$

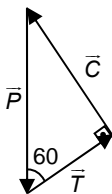
$$\Rightarrow T \cdot 0,16 - 8 \cdot 10^{-2} = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{T = 0,5 \text{ N}}$$

Finalmente, o momento  $M_T$  é:

$M_T = 0,08 \text{ N} \cdot \text{m}$ , sendo que  $\vec{M}_T$  é um vetor normal ao plano do papel, entrando no mesmo.

c) Observe o triângulo de forças a seguir. Podemos aplicar a seguinte relação trigonométrica:



$$\text{sen} 60^\circ = \frac{C}{P} = C \Rightarrow \boxed{C = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N}}$$

## Equipe desta resolução

### Física

Cleuton Luís Ferreira da Fonseca  
Danilo José de Lima

### Revisão

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

## Digitação, Diagramação e Publicação

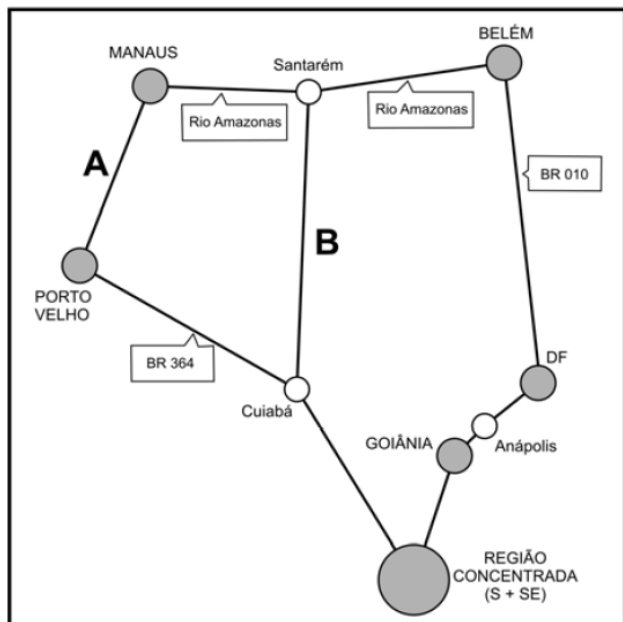
Carolina Dorte dos Santos  
Carolina Marcondes Garcia Ferreira

**GEOGRAFIA**

**QUESTÃO 01**

A maior integração da Amazônia Legal à economia brasileira está baseada na estruturação de um sistema de circulação, envolvendo, principalmente, hidrovias e rodovias, conforme esquema abaixo.

AMAZÔNIA LEGAL: ESQUEMA BÁSICO DE LOGÍSTICA DE TRANSPORTES



Fonte: Huertas, D. M., Da fachada atlântica à imensidão amazônica, 2009. Adaptado.

Com base nesse esquema e em seus conhecimentos, identifique o eixo

- a) hidroviação **A** e analise sua relação com os mercados interno e externo.
- b) rodoviária **B** e analise a polêmica em torno da pavimentação dessa rodovia, considerando um impacto ambiental e um social.

**Resolução**

a) O eixo A representa a Hidrovia do Rio Madeira, ligando Porto Velho (RO) à Itacoatiara (AM), próximo a Manaus. Internamente, esta hidrovia é muito importante, pois é uma das poucas vias de escoamento da produção agropecuária do Centro-Oeste brasileiro. A produção de soja, algodão, milho e carne seguem por via rodoviária pela BR364 até Porto Velho onde é colocada em barcas e levada até Itacoatiara, porto de águas profundas, onde navios de calado oceânico podem aportar. O objetivo principal dessa hidrovia é o escoamento da produção para o mercado externo (China e União Européia).

b) O eixo B representa a rodovia BR163 (Cuiabá-Santarém) que começou a ser construída em 1973, em função do PIN (Plano de Integração Nacional). Prevista para ter 1780km, seu objetivo é integrar o Centro Oeste e o sul da Amazônia ao porto de Santarém de onde a produção agropecuária do Centro Oeste é escoada para o exterior e facilitar o deslocamento de mercadorias da Zona Franca de Manaus para o Sudeste brasileiro.

A construção e asfaltamento desta rodovia é um tema polêmico entre o Ministério do Meio Ambiente e o Ministério do Desenvolvimento Econômico, devido às questões sócio ambientais envolvidas. Dentre as questões ambientais podemos citar: a rodovia atravessa parte da Floresta Amazônica, na área do Arco do Desmatamento, o que poderá intensificar a ocupação e derrubada da área; a perda da biodiversidade e o impacto sobre o solo e recursos hídricos regionais. Sobre as questões sociais podemos citar: a falta de regulamentação fundiária, estimulando a grilagem de terras e os conflitos agrários; a proximidade a áreas indígenas, tais como o Parque Nacional do Xingu, a Comunidade Munducuru e Andirá-Maraú, podendo causar grande impacto em relação à saúde, organização social, econômica e cultural dessas comunidades.

**QUESTÃO 02**

**PESSOAL OCUPADO NOS ESTABELECIMENTOS AGROPECUÁRIOS - 2006**

| Localidade                  | Total de pessoal ocupado | Mão de obra familiar | Empregados contratados |
|-----------------------------|--------------------------|----------------------|------------------------|
| Brasil                      | 16.367.633               | 12.810.591 (78,3%)   | 3.557.042 (21,7%)      |
| Estado de São Paulo         | 828.492                  | 416.111 (50,2%)      | 412.381 (49,8%)        |
| Estado do Rio Grande do Sul | 1.219.511                | 1.071.709 (87,9%)    | 147.802 (12,1%)        |

Fonte: IBGE, Censo Agropecuário 2006. Adaptado.

Com base na tabela e em seus conhecimentos:

- a) Analise a presença de mão de obra familiar nos Estados de São Paulo e do Rio Grande do Sul, relacionando-a com as atividades agropecuárias predominantes em cada um deles.
- b) Tendo em vista o fato de que a mão de obra familiar é majoritária no Brasil, analise os dados de pessoal ocupado nos estabelecimentos rurais no Estado de São Paulo, considerando as transformações agrárias ocorridas, nesse estado, a partir dos anos 1950.

**Resolução**

a) No estado do Rio Grande do Sul o uso da mão de obra familiar é consideravelmente maior que no estado de São Paulo, chegando a quase 90% do total. Isso se deve ao processo de colonização baseado em famílias de imigrantes europeus que se instalaram em minifúndios policultores e mão de obra familiar visando o mercado interno. Essa tradição permanece ainda hoje como observa-se na tabela do IBGE.

Já no estado de São Paulo a mão de obra familiar é menor em relação ao Rio Grande do Sul, em especial na região centro-oeste paulista, onde predomina o agronegócio com grandes propriedades altamente mecanizadas, portanto poupadoras de mão de obra.

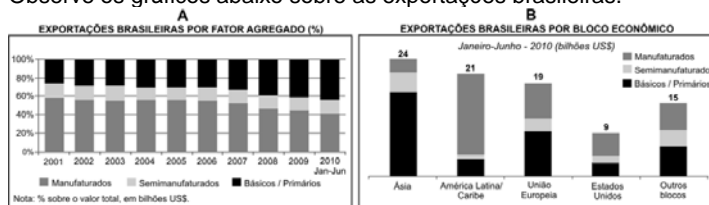
b) Segundo a tabela, em relação ao Brasil, o estado de São Paulo apresenta um pequeno uso de mão de obra familiar no campo, apenas 50,2%. O estado é tradicionalmente monocultor. Com a decadência da cafeicultura em 1930 a tradição monocultora não se perdeu, tendo o estado optado por cultivos como algodão e cana de açúcar.

No final dos anos 50, durante o governo JK, o país é aberto a entrada das transnacionais produtoras de bens de consumo duráveis, tais como maquinário agrícola.

A partir dos anos 70, com a inserção do capitalismo no campo, a monocultura e a mecanização se consolidam, tornando o estado de São Paulo responsável por 17% do total da produção agrícola brasileira, porém necessitando de pouca mão de obra. A alta produtividade se expressa nas culturas de cana de açúcar (60,2% da cana produzida no Brasil), laranja (80,5%), milho (11,7%) e café (9,4%).

**QUESTÃO 03**

Observe os gráficos abaixo sobre as exportações brasileiras.



Fonte: SECEX/MDIC.210. Adaptado

- a) Com base no gráfico A e em seus conhecimentos, analise e explique as exportações brasileiras entre 2001 e 2010.
- b) Compare as exportações brasileiras para a América Latina/Caribe e para a União Européia (gráfico B). Explique as diferenças encontradas.

**Resolução**

a) Segundo a tabela, em 2001, os manufaturados representaram quase 60% da pauta de exportação, enquanto os básicos/primários representaram cerca de 25%. Durante a década houve queda gradativa da participação dos manufaturados, com o aumento da participação dos produtos básicos/primários, a qual foi mais acentuada a partir de 2007, de modo que, em 2010, a pauta de exportações passou a ter a seguinte composição: os manufaturados caíram para 40% enquanto os produtos básicos/primários superaram a marca dos 40%.

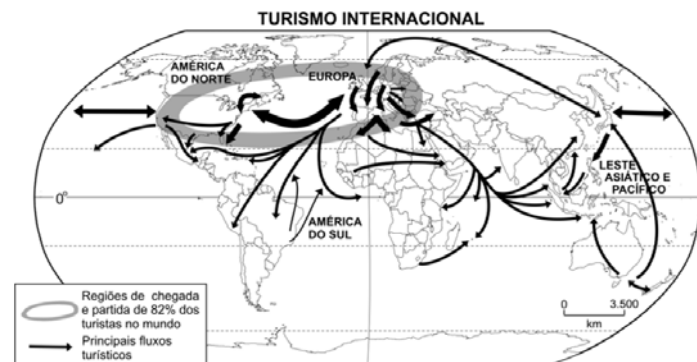
Durante toda a década, as exportações dos semimanufaturados, em porcentagem, mantiveram-se relativamente estáveis.

A década de 2000 foi marcada pelo crescimento da economia mundial puxada pelo arranque econômico da Bacia do Pacífico, particularmente da China, país que necessita vorazmente de matérias primas e energia para manter sua gigantesca produção industrial. Consequentemente, passou a importar minérios (principalmente ferro) e alimentos (particularmente a soja) do Brasil, favorecendo a participação das commodities na pauta de exportação.

**b)** Na pauta de exportação para a América Latina/Caribe predominam os itens manufaturados. Isso se deve à industrialização restrita e incompleta e ao baixo nível tecnológico dos nossos vizinhos, fazendo com que os manufaturados brasileiros sejam valorizados e bem aceitos. Além disso, estes países foram responsáveis pela exportação brasileira de 21 bilhões de dólares, correspondendo ao segundo maior grupo importador de produtos brasileiros, no período de janeiro a junho de 2010.

Já para a União Européia, as exportações totalizaram 19 bilhões de dólares em janeiro a junho de 2010, representando o terceiro maior grupo importador de produtos brasileiros, sendo que, para este bloco, a participação dos produtos básicos/primários nas exportações é maior. Isto se deve à antiguidade da industrialização e ao alto padrão tecnológico existente na Europa (além da forte concorrência de outros países exportadores), que supre o mercado europeu com produtos manufaturados e ao protecionismo intenso praticado por esse bloco econômico, que dificulta a entrada de produtos brasileiros industrializados.

#### QUESTÃO 04



Com base no mapa e em seus conhecimentos:

**a)** Analise os principais fluxos de turistas pelo mundo, relacionando-os com aspectos da Divisão Internacional do Trabalho.

**b)** Faça uma análise sobre a posição do Brasil na distribuição dos fluxos internacionais de turistas.

#### Resolução

**a)** O principal fluxo de turistas no mundo - 82% do total - ocorre entre as regiões desenvolvidas: Europa e América Anglo Saxônica. Na Divisão Internacional do Trabalho, estas áreas exportam produtos de alto valor agregado, de alto preço no mercado internacional. Isso tem um reflexo na condição econômica e trabalhista da população que tem elevada renda, o que lhe permite a prática do turismo, inclusive internacional. Além disso, esta população está protegida por leis trabalhistas que garantem um período de férias remuneradas aos trabalhadores, o que possibilita as viagens. Outro fator que explica o fato de 82% do fluxo ocorrer entre estas áreas é a presença da melhor infraestrutura para receber turistas, tais como aeroportos, hotéis, restaurantes e, principalmente, segurança.

**b)** Apesar do potencial turístico – florestas, praias, cidades históricas, festas (como o Carnaval e a Festa do Boi) – o Brasil recebe um pequeno fluxo de turistas, equivalente a 0,5% do fluxo mundial, colocando-se no 4º lugar da América nesta atividade. A título de exemplo, a Espanha recebe 50 milhões de turistas no ano, enquanto que em 2005 o Brasil recebeu 5,4 milhões de turistas (sendo a maior parte oriunda da Europa).

Os principais entraves à entrada de turistas no Brasil são a insegurança pública, resultando em crimes contra turistas com forte repercussão internacional e a precária infraestrutura de aeroportos, hotéis, além do escasso apoio ao turista nas cidades.

Os brasileiros também fazem pouco turismo internacional, devido aos baixos rendimentos da maioria da população e aos elevados índices de subempregados (informais) sem direito à CLT e férias remuneradas.

#### QUESTÃO 05

A erosão dos solos é um grave problema ambiental e socioeconômico. A intensidade dos processos erosivos, por sua vez, relaciona-se a fatores naturais e à ação humana.

**a)** Identifique e explique dois fatores que contribuem para a erosão dos solos, sendo um deles natural e outro decorrente da ação humana.

**b)** Identifique e explique um problema socioeconômico relacionado à erosão dos solos em áreas urbanas.

#### Resolução

**a)** Dentre os fatores que contribuem para a erosão do solo podemos citar:

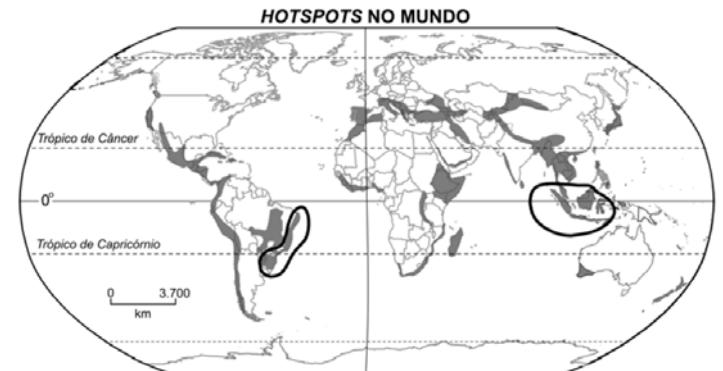
- **natural:** lixiviação e laterização dos solos das áreas savânicas. Esse bioma se caracteriza por possuir algumas áreas sem cobertura vegetal e clima alternadamente seco e úmido. No período das chuvas torrenciais, a força da água arranca a camada superficial do solo, lixiviando-o. Este solo, que já é ácido, tem seus nutrientes retirados expondo as camadas mais profundas do solo, ricas em alumínio e ferro, o que provoca a formação de uma carapaça ferruginosa ácida, a laterita.

- **ação humana:** a expansão urbana desordenada leva à ocupação de encostas (favelização) favorecendo a retirada da vegetação nativa e expondo o solo a elevados índices de erosão. Outro fator muito recorrente no Brasil é a prática da queimada (coivara) para a limpeza do solo antes do plantio. Essa prática é feita no período imediatamente anterior às chuvas, expondo o solo a situações como a descrita no item “a” e abrindo imensas voçorocas, inviabilizando a prática agrícola e a perda desse importante recurso natural.

**b)** Um problema socioeconômico relacionado à erosão dos solos nas encostas é o deslizamento de terra e soterramento de casas, provocando perdas materiais e mortes. Tal problema ocorre devido à falta de planejamento urbano, que leva à ocupação das encostas e áreas de mananciais, por moradias geralmente precárias, que acabam por retirar a vegetação, responsável por promover a resistência do solo.

#### QUESTÃO 06

Observe o mapa a seguir.



Fonte: www.biodiversityhotspots.org. Acessado em 12/07/2010. Adaptado.

Em 1988, o ecólogo inglês Norman Myers propôs a criação do conceito de *hotspot* com o objetivo de resolver um dos dilemas dos conservacionistas: *quais são as áreas mais importantes onde se deve preservar a biodiversidade na Terra?* Conforme Myers, um *hotspot* deve conter pelo menos 1.500 espécies endêmicas de plantas e haver perdido mais de 3/4 da vegetação natural existente na área.

Sobre os dois *hotspots* em terras emersas, assinalados no mapa:

**a)** Identifique e explique as causas da existência do *hotspot* em território brasileiro.

**b)** Explique as causas da existência do *hotspot* na Ásia equatorial.

#### Resolução

**a)** A área demarcada no mapa do território brasileiro é a Mata Atlântica. Nesta região encontramos uma quantidade enorme de espécies endêmicas, devido, principalmente, à diferença latitudinal deste bioma, o que lhe confere variedade de climas tropicais (úmido no litoral do Nordeste e Sudeste, de altitude nos Mares de Morros e alternadamente úmido e seco em áreas de Minas Gerais e São Paulo). Essa diversidade climática dentro da tropicalidade permite elevada heterogeneidade devido à adaptação da flora aos diferentes índices pluviométricos e de temperatura.

Este bioma está entre os mais devastados do planeta, restando apenas 3% de sua área original. As causas da devastação são: desmatamento para a prática da agricultura canavieira no litoral no Nordeste a partir do século XVI; desmatamento para a cafeicultura no Sudeste a partir do século XIX; interiorização da população e urbanização na área do bioma.

**b)** A área demarcada na Ásia equatorial é parte da Indochina: Indonésia, Malásia, Papua Nova Guiné, Brunei, Cingapura e Tailândia. Esta área é formada por um extenso arquipélago montanhoso (altitude modifica a temperatura). Cortada pela linha do Equador, possui altas temperaturas nas planícies costeiras; por ser insular, equatorial e sofrer influência dos ventos monçônicos, é muito úmida, apresentando, portanto, condições físicas que propiciam grande heterogeneidade de espécies vegetais.

Esta região é um dos “formigueiros humanos” da Ásia. Intensamente utilizada para a agricultura praticada tanto nas planícies como nas montanhas num sistema de curva de nível (terraceamento) para o cultivo principalmente do arroz. A partir do século XIX, com a colonização européia as plantations foram determinantes para a devastação da vegetação. A partir da década de 80 a demanda mundial por madeira foi o combustível para as “madeireiras asiáticas”, devastando a floresta e comprometendo a fauna e as populações nativas.

## **Equipe desta resolução**

### **Geografia**

Fábio Bacchiogga  
Lúcia Regina Brocanelo Gentil

### **Revisão**

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

### **Digitação, Diagramação e Publicação**

Carolina Dorte dos Santos  
Carolina Marcondes Garcia Ferreira

## HISTÓRIA

### QUESTÃO 01

Se utilizássemos, numa conversa com homens medievais, a expressão “Idade Média”, eles não teriam ideia do que isso poderia significar. Eles, como todos os homens de todos os períodos históricos, se viam vivendo na época contemporânea. De fato, falarmos em Idade Antiga ou Média representa uma rotulação posterior, uma satisfação da necessidade de se dar nome aos momentos passados. No caso do que chamamos de Idade Média, foi o século XVI que elaborou tal conceito. Ou melhor, tal preconceito, pois o termo expressava um desprezo indistigado pelos séculos localizados entre a Antiguidade Clássica e o próprio século XVI.

Hilário Franco Júnior, *A Idade Média. Nascimento do Ocidente*. 3ª ed. São Paulo: Brasiliense, s.d. [1986]. p.17. Adaptado.

A partir desse trecho, responda:

a) Em que termos a expressão “Idade Média” pode carregar consigo um valor depreciativo?

b) Como o período comumente abarcado pela expressão “Idade Média” poderia ser analisado de outra maneira, isto é, sem um julgamento de valor?

### Resolução

a) O valor depreciativo do termo Idade Média está associado ao fato de que, no século XVI vivia-se o ápice do Renascimento Cultural. Os renascentistas inspiravam-se na **Cultura Clássica** e buscavam assim uma sociedade pautada por **valores racionais, antropocêntricos e hedonistas**, tal como na Grécia e na Roma antiga, bem diferente do período anterior (séculos V ao XV), no qual predominaram valores místicos e teocêntricos difundidos pela Igreja Católica e suas diversas ordens e instituições (como a Inquisição), contribuindo com um relativo atraso tecnológico do período. Tal atraso possibilitou a cunhagem do termo Idade Média, ou seja, o período obscuro e de atraso que existiu entre o esplendor da **Antiguidade Clássica** e o Renascimento Cultural do XVI, segundo aqueles que consolidaram a expressão. Contudo, podemos ressaltar que a maioria dos artistas renascentistas viveram cronologicamente no período medieval.

b) O período comumente referido como Idade Média poderia ser analisado simplesmente como o **período cronológico que sucedeu a Antiguidade e antecedeu a Idade Moderna (momento que compreende dos séculos V ao XV, dentro do qual se destacou o modo de produção feudal)**.

**NOTAS:** 1) Vale destacar que abordagens mais atuais, como a do historiador Jacques Le Goff, procuram enfatizar a Idade Média como um período de grandes descobertas e inovações, merecendo destaque o moinho hidráulico, o uso de ferraduras em animais, o advento da imprensa, o surgimento das universidades e dos estados modernos;

2) O uso do termo Idade Média apenas de forma cronológica, bastante comum nos livros didáticos, segue o padrão da historiografia positivista do século XIX.

### QUESTÃO 02

Observe a imagem e leia o texto a seguir.



Fonte: Michelangelo, *A criação de Adão*, detalhe do teto da Capela Sistina, Vaticano (c. 1511). [www.rastel.com](http://www.rastel.com)

Michelangelo começou cedo na arte de dissecar cadáveres. Tinha apenas 13 anos quando participou das primeiras sessões. A ligação do artista com a medicina foi reflexo da efervescência cultural e científica do Renascimento. A prática da dissecação, que se encontrava dormente havia 1.400 anos, foi retomada e exerceu influência decisiva sobre a arte que então se produzia.

Clayton Levy, “Pesquisadores dissecam lição de anatomia de Michelangelo”, *Jornal da Unicamp*, nº 256, junho de 2004, [http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp\\_hoje/ju/junho2004/ju256pag1.html](http://www.unicamp.br/unicamp/unicamp_hoje/ju/junho2004/ju256pag1.html). Acessado em 11/06/2010.

a) Explique a relação, mencionada no texto, entre artes plásticas e dissecação de cadáveres, no contexto do Renascimento.

b) Identifique, na imagem acima, duas características da arte renascentista.

### Resolução

a) No contexto do Renascimento Cultural, a relação entre artes plásticas e dissecação de cadáveres **se dá em função da perfeição anômica que as esculturas produzidas no referido período começam a adquirir**. As obras do período, devido ao profundo detalhamento de suas formas, possuem um caráter de extrema racionalidade e naturalismo (duas importantes características do Renascimento).

Artistas como Michelangelo, Rafael Sanzio e Leonardo da Vinci promoviam a dissecação de inúmeros cadáveres desrespeitando preceitos morais impostos pela Igreja Católica na época. Ao promoverem tais práticas, revolucionaram a arte da representação humana nas artes plásticas.

b) Deveriam ser identificadas apenas duas dentre as que seguem:

- **Racionalismo:** detalhes anômicos presentes em ambos os corpos, sobretudo a musculatura, característica típica das obras de Michelangelo, conhecida como gigantismo das formas.

- **Antropocentrismo:** exposto na ideia de criação do homem.

- **Naturalismo:** presente na representação da nudez de Adão e no fundo que compõe o cenário em que Adão se encontra.

- **Perspectiva:** expressa na tridimensionalidade presente na pintura.

### QUESTÃO 03

Observe a seguinte foto.



Fonte: Imagens das estátuas de Antônio Raposo Tavares [esq.] e Fernão Dias Pais [dir.], existentes no salão de entrada do Museu Paulista, São Paulo.

Essas duas estátuas representam bandeirantes paulistas do século XVII e trazem conteúdos de uma mitologia criada em torno desses personagens históricos.

a) Caracterize a mitologia construída em torno dos bandeirantes paulistas.

b) Indique dois aspectos da atuação dos bandeirantes que, em geral, são omitidos por essa mitologia.

### Resolução

a) O movimento paulista das bandeiras, iniciado no século 17, constituía expedições dos habitantes da capitania de São Vicente ao interior da colônia. Este movimento foi caracterizado pela historiografia tradicional como um **feito heroico** de grandes aventureiros, os quais se lançaram ao interior do Brasil colônia com o objetivo de encontrar ouro e metais preciosos. De maneira épica, teriam **desbravado nosso interior e proporcionado a expansão do território colonial** muito além das fronteiras estabelecidas pelo Tratado de Tordesilhas, **fazendo com que o país assumisse o tamanho que possui hoje**. Notadamente, essa visão mitológica daqueles personagens – representados pelas figuras de Raposo Tavares e Fernão Dias – foi forjada pelas elites cafejeiras paulistas a partir do século 19. Os grandes barões do café paulistas estavam assumindo o controle da política brasileira e desejaram forjar um passado glorioso para aquela região. É possível notar que no estado de São Paulo o governador reside no “palácio dos Bandeirantes”, as principais estradas que rumam para o interior foram batizadas com os nomes de famosos bandeirantes, tais como o próprio Tavares e também Anhangüera (Bartolomeu Bueno da Silva) e Fernão Dias. Outro aspecto que merece ser destacado está na vestimenta de ambas as estátuas. As representações encontram-se idealizadas, portando um par de botas (sabemos que andavam descalços) e extremamente bem vestidos, com capa e chapéu, fato que contrasta com a miséria presente na região à época do bandeirantismo. Finalmente, podemos afirmar que o

bandeirantismo foi importante na expansão do território brasileiro, porém não podemos minimizar outros acontecimentos importantes, como as **entradas**, a **pecuária** e a busca por **drogas do sertão**, tais como a castanha, a baunilha, o guaraná e o urucum, que também contribuíram para o alargamento do território brasileiro.

b) Com a atribuição da imagem de grandes heróis aos bandeirantes, normalmente são omitidas algumas atitudes hoje bastante questionáveis, tais como perseguições e extermínios de grupos indígenas, além da escravização dos mesmos. Destaca-se também o aniquilamento de quilombos, onde se refugiavam os escravos. Um exemplo foi o de Palmares, em 1695, por meio do bandeirante Domingos Jorge Velho. Também podemos citar ataques às missões jesuíticas, ateando fogo a elas e as destruindo, além do assassinato dos padres jesuítas.

#### QUESTÃO 04

Observe os dois quadros a seguir.



Fonte: Victor Meirelles de Lima, **Combate naval do Riachuelo**, 2ª versão, 1882/1883



Fonte: Juan Manuel Blanes, **A destruição causada pela guerra**, 1880

Essas duas pinturas se referem à chamada Guerra da Tríplice Aliança (ou Guerra do Paraguai), ocorrida na América do Sul entre 1864 e 1870.

a) Esses quadros foram pintados cerca de dez anos depois de terminada a Guerra do Paraguai, o da esquerda, por um brasileiro, o da direita, por um uruguaio. Analise como cada um desses quadros procura construir uma determinada visão do conflito.

b) A Guerra do Paraguai foi antecedida por vários conflitos na região do Rio da Prata, que coincidiram e se relacionaram com o processo de construção dos Estados nacionais na região. Indique um desses conflitos, relacionando-o com tal processo.

#### Resolução

a) A primeira tela, pintada por um brasileiro, retrata a batalha naval do Riachuelo, ocorrida em 1865 e considerada pelos historiadores como uma das mais importantes e decisivas da Guerra do Paraguai, pois proporcionou à Tríplice Aliança (Brasil, Argentina e Uruguai) controlar, a partir de então, os rios da bacia platina até a fronteira com o Paraguai. Podemos perceber que a tela **representa o acontecimento de maneira gloriosa, e ressalta a grande vitória dos aliados** naquele momento. Já a segunda tela, do pintor uruguaio, apresenta um outro lado do conflito. Há uma **mulher solitária, desolada, rodeada de inúmeros cadáveres**. Sabemos que uma das principais consequências da guerra para o Paraguai foi o **extermínio quase completo de sua população masculina**. Dessa forma, as duas telas retratam de maneiras distintas o mesmo acontecimento. A primeira glorifica a vitória naval da Tríplice aliança e a segunda enfatiza os efeitos de destruição e morte da guerra para a população da região onde ela aconteceu.

b) A Guerra do Paraguai tem origem no conflito pela hegemonia política e econômica na região do Prata. Estavam envolvidos o Brasil, a Argentina, o Paraguai e o Uruguai. Podemos enumerar os seguintes conflitos que envolveram esses países antes da eclosão da Guerra do Paraguai, sendo que apenas um já seria suficiente para responder a questão: **Guerra Cisplatina** (1825-1828), entre Brasil e Argentina que redundou na independência do Uruguai, o qual era uma província do Brasil. **Guerra contra Oribe e Rosas** (1851-1852), respectivamente governantes de Uruguai e Argentina que entram em atrito com o Brasil (governado por D. Pedro II) por questões políticas envolvendo interesses na região do Prata. **Guerra contra Aguirre** (1864), governante uruguaio que era aliado do Paraguai (de Solano López) e belicoso com relação aos interesses brasileiros na região. Quando Aguirre foi derrubado pelo Brasil, o governante do Paraguai Francisco Solano López, pretendendo defender seus interesses, declarou guerra ao Brasil, que à época estava aliado ao Uruguai e à Argentina (configurando a chamada Tríplice Aliança contra o Paraguai).

#### QUESTÃO 05

*Este livro não pretende ser um libelo nem uma confissão, e menos ainda uma aventura, pois a morte não é uma aventura para aqueles que se deparam face a face com ela. Apenas procura mostrar o que foi uma geração de homens que, mesmo tendo escapado às granadas, foram destruídos pela guerra.*

Erich Maria Remarque, **Nada de novo no front**. São Paulo: Abril, 1974 [1929], p.9.

Publicado originalmente em 1929, logo transformado em *best seller* mundial, o livro de Remarque é, em boa parte, autobiográfico, já que seu autor foi combatente do exército alemão na Primeira Guerra Mundial, ocorrida entre 1914 e 1918. Discuta a ideia transmitida por “uma geração de homens que, mesmo tendo escapado às granadas, foram destruídos pela guerra”, considerando:

a) As formas tradicionais de realização de guerras internacionais, vigentes até 1914 e, a partir daí, modificadas.

b) A relação da guerra com a economia mundial, entre as últimas décadas do século XIX e as primeiras do século XX.

#### Resolução

a) Até o início da Primeira Guerra Mundial as guerras estavam baseadas no que convencionou-se chamar de **Guerra de Movimento**. A principal característica das guerras de movimento, também chamadas de guerras de posição era o enfrentamento direto entre as linhas dos exércitos inimigos. Devido aos avanços tecnológicos na área militar decorrentes da 2ª Revolução Industrial, tais como metralhadoras, granadas e minas terrestres, este tipo de enfrentamento tornou-se obsoleto, sendo necessário o desenvolvimento de novas estratégias. Assim, surge a **Guerra de Trincheiras**, que predominou na 1ª Guerra Mundial, caracterizada justamente pelo “não enfrentamento direto” entre os exércitos. Na referida Guerra, os exércitos procuravam entrincheirar-se formando uma linha de defesa, e nela aguardavam pacientemente o ataque do inimigo ou o melhor momento para o avanço contra as trincheiras inimigas. Vale destacar que os soldados ficavam meses entrincheirados, portanto enfrentavam também outros inimigos: chuva e lama, frio, fome, doenças infecciosas, ratos, baratas, pulgas e piolhos devido à proximidade das trincheiras e dos esgotos. Dentro deste quadro, algo que assombrava bastante os soldados era o fator psicológico tanto nos momentos da guerra quanto posteriormente, devido ao trauma deixado pela mesma, seja pelos enfrentamentos, seja pelos períodos entrincheirados.

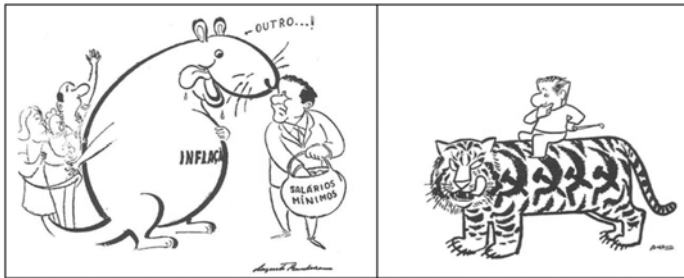
**Observação:** As trincheiras geraram novas estratégias bélicas, merecendo destaque as bombas de gás, os tanques de guerra e a utilização de aviões (mesmo que em pequena escala). Tais estratégias ganharam grande destaque com a eclosão da 2ª Guerra Mundial.

b) A Primeira Guerra Mundial tem relação direta com a economia mundial do final do século XIX e início do século XX. O período em questão é o da 2ª Revolução Industrial, marcada pelo advento de novas fontes de energia (eletricidade e petróleo), desenvolvimento da linha de montagem (fordismo e taylorismo), produção de aço (processo bessemer) e desenvolvimento de indústrias especializadas (química e petroquímica). Todo este processo se faz presente em diversos países (Inglaterra, Bélgica, França, Alemanha, Itália, Rússia, EUA e Japão), os quais deram início ao chamado Imperialismo ou Neocolonialismo. O Imperialismo foi marcado pela dominação de áreas periféricas (África, Ásia e América principalmente), sendo que os imperialistas buscavam repatriar capitais excedentes, matérias primas para suas indústrias, mão-de-obra barata e mercado consumidor. Graças ao Imperialismo os países industrializados da Europa iniciaram inúmeros atritos, sendo marcantes as disputas pelo Egito e pelo Marrocos na África, as disputas pela Região Balcânica na Europa Oriental e as disputas pela Manchúria na China. Tais áreas ou eram estratégicas ou eram ricas em recursos naturais (matérias primas). A disputa por tais áreas contribuiu para o afloramento da febre nacionalista, o que juntamente com as disputas imperialistas ocasionou a 1ª Guerra Mundial. **Portanto, para os homens da época (do final do XIX e início do XX), a Guerra era uma forma de fortalecimento da economia. Porém, o final da 1ª Guerra acabou com tal visão, pois a Europa viu-se arrasada e passou por uma intensa crise econômica nos momentos posteriores à Guerra.** Inflação, desemprego, fome e violência passaram a ser acontecimentos comuns no dia-a-dia do europeu. A exceção foi os EUA, que passaram por um curto período de muita prosperidade (dominando os antigos mercados europeus), até que a euforia do crescimento industrial americano acabasse devido ao Crack da Bolsa

em 1929. A partir deste momento, ficou claro para europeus e americanos que o modelo liberal proposto no século XVIII havia fracassado e que, não necessariamente as guerras estivessem relacionadas à prosperidade econômica.

**QUESTÃO 06**

Considere as seguintes charges.



Fonte: Augusto Bandeira, **Correio da Manhã**, 14/07/1963 (esq.) e Biganti, **O Estado de S. Paulo**, 09/02/1964 (dir.). Imagens extraídas de: Rodrigo Patto Motta, **Jango e o golpe de 1964 na caricatura**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006, p. 98 e 165.

Essas charges foram publicadas durante a presidência de João Goulart (1961-1964).

- a) Cada charge apresenta uma crítica a um determinado aspecto do governo de Goulart. Identifique esses dois aspectos.
- b) Analise como esses dois aspectos contribuíram para a justificativa do golpe militar de 1964.

**Resolução**

a) A primeira charge estabelece uma crítica ao modelo econômico desenvolvido durante o governo de João Goulart, pois a inflação era grande (na charge representada por um enorme rato, louco para devorar o salário dos trabalhadores) e corroía o poder de compra da população, que sofria com o crescimento do custo de vida. Já na segunda ilustração, podemos fazer dois comentários. O tigre em questão está pintado com a foice e o martelo, símbolo do comunismo. Podemos interpretar João Goulart como o comandante dos comunistas no Brasil, pois o presidente está montado no comunismo, ou que Jango é frágil para controlar e conter o suposto perigo que aquela ideologia representaria para o país. Em ambas as análises, há uma visão negativa do governo Jango por parte dos setores mais conservadores da sociedade. Vale destacar que Jango havia lançado as Reformas de Base (agrária, bancária, tributária, fiscal e educacional), as quais alterariam a estrutura política e social secular até então vigente no Brasil. Daí decorre o fato de Jango ser considerado comunista pelos grupos oposicionistas, sobretudo a UDN, o militares da ESG (Escola Superior de Guerra), os setores reacionários da Igreja Católica e os EUA.

b) O aspecto econômico favoreceu o golpe de 1964, pois a população, sensibilizada por esses problemas, estava propensa a aceitar uma mudança nos destinos do país, como a adoção de um regime militar, criando uma expectativa de melhoria na sua condição de vida em decorrência desse processo. Já a segunda charge, evoca a ideia que Jango é perigoso, pois é ou se relaciona com os comunistas. Podemos também inferir na segunda charge que o presidente é visto como fraco e que seria necessário um governo forte, de cunho militar, para resolver os problemas nacionais, afastando o perigo do comunismo e dos políticos corruptos populistas, que só pensavam em ganhar o voto da população com falsas promessas e poucos resultados após as eleições. Lembremos que o período em questão (1961-1964), remonta a um momento importante da Guerra Fria, com a adesão de Cuba ao socialismo. Neste interim ocorre a polarização ideológica do mundo entre capitalistas e socialistas, e sendo Jango identificado como comunista, precipita-se a necessidade de sua derrubada, o que ocorre com o Golpe de 1964.

## Equipe desta resolução

### História

Alfredo Terra Neto  
André Gustavo Bengtson

### Revisão

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

## Digitação, Diagramação e Publicação

Carolina Dorte dos Santos  
Carolina Marcondes Garcia Ferreira

**MATEMÁTICA**

**QUESTÃO 01**

Determine o conjunto de todos os números reais  $x$  para os quais vale a desigualdade

$$|\log_{16}(1-x^2) - \log_4(1+x)| < \frac{1}{2}$$

**Resolução**

Primeiramente, pela condição de existência do logaritmo, temos:

$$\begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1 \quad (I)$$

Por outro lado, trabalhando com o módulo, temos:

$$\begin{aligned} |\log_{16}(1-x^2) - \log_4(1+x)| &= \left| \log_{16}(1-x^2) - \frac{\log_{16}(1+x)}{\log_{16}4} \right| = \\ &= \left| \log_{16}(1-x^2) - \frac{\log_{16}(1+x)}{2} \right| = \left| \log_{16}(1-x^2) - 2 \cdot \log_{16}(1+x) \right| = \\ &= \left| \log_{16}(1-x^2) - \log_{16}(1+x)^2 \right| = \left| \log_{16} \frac{1-x^2}{(1+x)^2} \right| = \left| \log_{16} \frac{(1+x) \cdot (1-x)}{(1+x)^2} \right| = \\ &= \left| \log_{16} \frac{1-x}{1+x} \right| \end{aligned}$$

Isso reduz nosso sistema de inequações a:

$$\begin{aligned} \left| \log_{16} \frac{1-x}{1+x} \right| < \frac{1}{2} &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \log_{16} \frac{1-x}{1+x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \log_{16} 16^{-\frac{1}{2}} < \log_{16} \frac{1-x}{1+x} < \log_{16} 16^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Como logaritmo na base 16 é uma função estritamente crescente (pois a base é maior que 1), a comparação entre os logaritmandos é feita mantendo-se o sinal da inequação, isto é:

$$16^{-\frac{1}{2}} < \frac{1-x}{1+x} < 16^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < \frac{1-x}{1+x} < 4$$

Como já fizemos a imposição de que  $1+x > 0$  para garantir a existência do logaritmo, podemos nesse caso multiplicar todas as inequações por  $1+x$  mantendo os sinais das inequações inalterados:

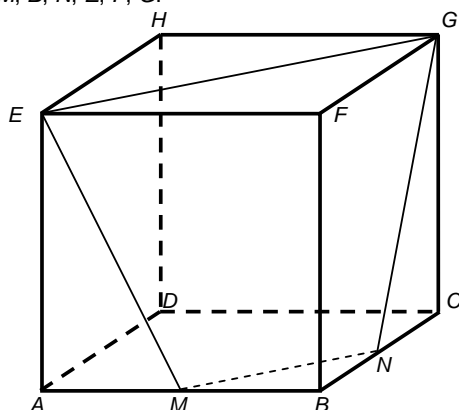
$$\begin{aligned} \frac{1}{4} < \frac{1-x}{1+x} < 4 &\Leftrightarrow 1+x < 4 \cdot (1-x) < 16 \cdot (1+x) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x < 3 \\ -12 < 20x \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{5} < x < \frac{3}{5} \quad (II) \end{aligned}$$

O conjunto verdade do sistema de inequações proposto será dado pela intersecção das condições I e II, isto é:

$$V = ]-1, 1[ \cap \left] -\frac{3}{5}, \frac{3}{5} \right[ \Leftrightarrow V = \left] -\frac{3}{5}, \frac{3}{5} \right[$$

**QUESTÃO 02**

Na figura abaixo, o cubo de vértices  $A, B, C, D, E, F, G, H$  tem lado  $\ell$ . Os pontos  $M$  e  $N$  são pontos médios das arestas  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ , respectivamente. Calcule a área da superfície do tronco de pirâmide de vértices  $M, B, N, E, F, G$ .



**Resolução**

A superfície do tronco de pirâmide é composta por cinco polígonos:

- dois triângulos retângulos ( $EFG$  e  $MBN$ );
- dois trapézios retângulos ( $MBFE$  e  $NBFG$ ), congruentes entre si;
- um trapézio isósceles ( $MEGN$ )

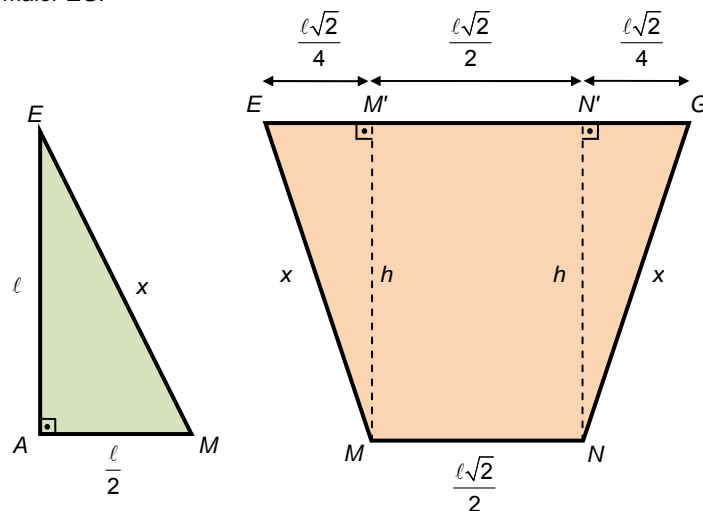
Calculemos a área de cada uma dessas faces para somar no final.

$$S_{EFG} = \frac{EF \cdot FG}{2} = \frac{\ell \cdot \ell}{2} = \frac{\ell^2}{2}$$

$$S_{MBN} = \frac{MB \cdot BN}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right) \cdot \left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{\ell^2}{8}$$

$$S_{MBFE} = S_{NBFG} = \frac{(EF + MB) \cdot BF}{2} = \left(\ell + \frac{\ell}{2}\right) \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{3\ell^2}{4}$$

Para calcular a área do trapézio  $MEGN$ , considere as figuras a seguir, em que  $M'$  e  $N'$  são os pés das alturas do trapézio em relação à base maior  $EG$ :



No triângulo retângulo  $EAM$ , temos  $x^2 = \ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ .

Já no triângulo  $EM'M$ , temos  $x^2 = h^2 + \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)^2$ .

Comparando essas duas expressões, vem que:

$$\ell^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{4}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{9\ell^2}{8} \Leftrightarrow h = \frac{3\ell}{2\sqrt{2}} \quad (\text{pois } h > 0)$$

Assim, a área do trapézio  $MEGN$  será dada por:

$$S_{MEGN} = \frac{(EG + MN) \cdot MM'}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\ell\sqrt{2} + \frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{3\ell}{2\sqrt{2}} = \frac{9\ell^2}{8}$$

A área  $S$  da superfície do tronco de pirâmide será igual a:

$$\begin{aligned} S &= S_{EFG} + S_{MBN} + S_{MBFE} + S_{NBFG} + S_{MEGN} \\ S &= \frac{\ell^2}{2} + \frac{\ell^2}{8} + \frac{3\ell^2}{4} + \frac{3\ell^2}{4} + \frac{9\ell^2}{8} \Leftrightarrow S = \frac{13\ell^2}{4} \end{aligned}$$

**QUESTÃO 03**

Para a prova de um concurso vestibular, foram elaboradas 14 questões, sendo 7 de Português, 4 de Geografia e 3 de Matemática. Diferentes versões da prova poderão ser produzidas, permutando-se livremente essas 14 questões.

- Quantas versões distintas da prova poderão ser produzidas?
- A instituição responsável pelo vestibular definiu as versões classe A da prova como sendo aquelas que seguem o seguinte padrão: as 7 primeiras questões são de Português, a última deve ser uma questão de Matemática e, ainda mais: duas questões de Matemática não podem aparecer em posições consecutivas. Quantas versões classe A distintas da prova poderão ser produzidas?
- Dado que um candidato vai receber uma prova que começa com 7 questões de Português, qual é a probabilidade de que ele receba uma versão classe A?

**Resolução**

a) Cada prova é produzida permutando-se as 14 questões. Como o total de permutações de  $n$  objetos distintos é igual a  $n!$ , segue que o total de provas que podem ser produzidas é, portanto, igual a  $14!$ .

b) As provas da versão classe A são compostas, inicialmente, por 7 questões de Português. Temos assim  $7!$  modos de compor a parte de Português dessa prova.

Como a última questão deve ser de Matemática e duas questões dessa disciplina não podem aparecer em posições consecutivas, temos que as únicas permutações possíveis entre as questões de Matemática e Geografia são as seguintes (G representa uma questão de Geografia; M representa uma questão de Matemática):

- MGMGGGM
- MGGMGGM
- MGGGMGM
- GMGMGGM
- GMGGMGM
- GGMGMGM

Desse modo, existem 6 possibilidades para distribuímos as questões da segunda parte da prova. Lembrando que temos  $3!$  modos de permutar as questões de Matemática e  $4!$  modos de permutar as questões de Geografia, temos que, pelo Princípio Multiplicativo, o número de versões classe A distintas da prova que podem ser produzidas é igual a  $7! \cdot 6 \cdot 3! \cdot 4! = 4354560$ .

**c) RESOLUÇÃO 1:**

Admitindo que as 7 primeiras questões da prova sejam de Português, as questões restantes são permutações das questões de Geografia e Matemática, ou seja, o total de provas cujas 7 primeiras questões são de Português é dado por  $7! \cdot 7! = (7!)^2$ . Desse modo, a probabilidade dessa prova ser da versão classe A é dada por:

$$p = \frac{6 \cdot 3! \cdot 4! \cdot 7!}{(7!)^2} = \frac{6 \cdot 3! \cdot 4!}{7!} = \frac{6 \cdot 3! \cdot 4!}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!} \Leftrightarrow p = \frac{6}{35}$$

**RESOLUÇÃO 2:**

Definimos os eventos:

$A = \{ \text{O candidato recebe uma prova versão classe A} \}$

$B = \{ \text{O candidato recebe uma prova que começa com 7 questões de português} \}$

A probabilidade condicional de ocorrer o evento A, dado que ocorre o evento B é  $p(A|B)$ , que é a probabilidade a ser determinada e é dada por:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Agora devemos notar que toda prova classe A sempre começa com 7 questões de português, então temos que  $A \subset B$ , ou seja, o evento B contém o evento A, logo:

$$A \cap B = A \Rightarrow p(A \cap B) = p(A)$$

Então podemos escrever:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{p(A)}{p(B)} = \frac{n(A)}{n(B)} \cdot \frac{n(\text{Total})}{n(\text{Total})} = \frac{n(A)}{n(B)}$$

$n(A)$  foi calculado no item (b), enquanto  $n(B)$  é o número de provas que começam com 7 questões de português, e é dado por  $n(B) = 7! \cdot 7!$ , pois podemos permutar as questões de português de  $7!$  modos distintos nas primeiras 7 posições e as 7 questões restantes, também de  $7!$  modos distintos. Então temos:

$$p(A|B) = \frac{n(A)}{n(B)} = \frac{6 \cdot 3! \cdot 4! \cdot 7!}{7! \cdot 7!} = \frac{36}{7 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{6}{35} \Leftrightarrow p(A|B) = \frac{6}{35}$$

**QUESTÃO 04**

a) Sendo  $i$  a unidade imaginária, determine as partes real e imaginária do número complexo

$$z_0 = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{2i} + i$$

b) Determine um polinômio de grau 2, com coeficientes inteiros, que tenha  $z_0$  como raiz.

c) Determine os números complexos  $w$  tais que  $z_0 \cdot w$  tenha módulo igual a  $5\sqrt{2}$  e tais que as partes real e imaginária de  $z_0 \cdot w$  sejam iguais.

d) No plano complexo, determine o número complexo  $z_1$  que é o simétrico de  $z_0$  com relação à reta de equação  $y - x = 0$ .

**Resolução**

a) Inicialmente, note que a divisão entre números complexos é feita multiplicando-se o numerador e o denominador da fração pelo conjugado do denominador. Assim:

$$z_0 = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{2i} + i \Leftrightarrow z_0 = \left(\frac{1}{1+i}\right) \cdot \left(\frac{1-i}{1-i}\right) - \left(\frac{1}{2i}\right) \cdot \left(\frac{-2i}{-2i}\right) + i$$

$$z_0 = \frac{1-i}{2} - \left(\frac{-i}{2}\right) + i \Leftrightarrow z_0 = \frac{1}{2} + 1 \cdot i$$

Logo, temos que:

$$\begin{cases} \text{Re}(z_0) = \frac{1}{2} \\ \text{Im}(z_0) = 1 \end{cases}$$

b) Seja  $p(x) = ax^2 + bx + c$  um polinômio com coeficientes inteiros (e, portanto, reais). Se  $z_0$  é raiz de  $p(x)$ , temos, pelo teorema das raízes complexas, que  $\bar{z}_0$  (conjugado de  $z_0$ ) também é raiz desse polinômio.

Aplicando as relações de Girard, temos:

$$z_0 + \bar{z}_0 = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow -\frac{b}{a} = \left(\frac{1}{2} + i\right) + \left(\frac{1}{2} - i\right) \Leftrightarrow -\frac{b}{a} = 1 \Leftrightarrow b = -a \quad (I)$$

$$z_0 \cdot \bar{z}_0 = \frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \left(\frac{1}{2} + i\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - i\right) \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow c = \frac{5a}{4} \quad (II)$$

A partir de (II) temos que, se  $c$  é inteiro então a fração  $\frac{5a}{4}$  é inteira, ou seja,  $a$  deve ser um múltiplo de 4. Fazendo  $a = 4k$ ,  $k$  inteiro não-nulo (do contrário o polinômio não seria do segundo grau e nem teria coeficientes inteiros), temos, substituindo em (I) e (II), que  $b = -4k$  e  $c = 5k$ . Assim, o polinômio  $p(x)$  é dado por:

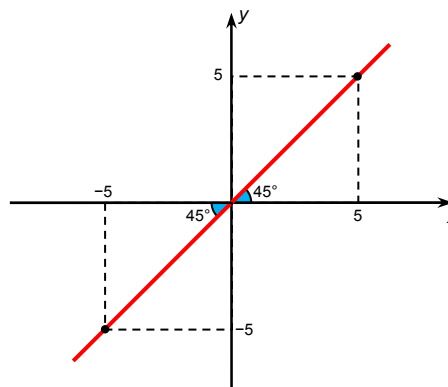
$$p(x) = 4k \cdot x^2 - 4k \cdot x + 5k \Leftrightarrow p(x) = k \cdot (4x^2 - 4x + 5), \quad k \in \mathbb{Z}^*$$

Como o exercício pede um polinômio, devemos, portanto, dar algum valor inteiro não-nulo para  $k$ . Em particular, os polinômios  $4x^2 - 4x + 5$ ,  $8x^2 - 8x + 10$  e  $12x^2 - 12x + 15$  seriam, por exemplo, as respostas para  $k$  igual a 1, 2 e 3, respectivamente.

c) Como  $z_0 \cdot w$  tem as partes real e imaginária iguais, ele deve pertencer à reta  $y = x$  (bissetriz dos quadrantes ímpares), ou seja, seu afixo no plano de Argand-Gauss é da forma  $(b, b)$ . Logo:

$$|z_0 \cdot w| = |b + b \cdot i| = \sqrt{b^2 + b^2} = |b|\sqrt{2}$$

Como  $|z_0 \cdot w| = 5\sqrt{2}$ , segue que  $|b|\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow b = \pm 5$ .



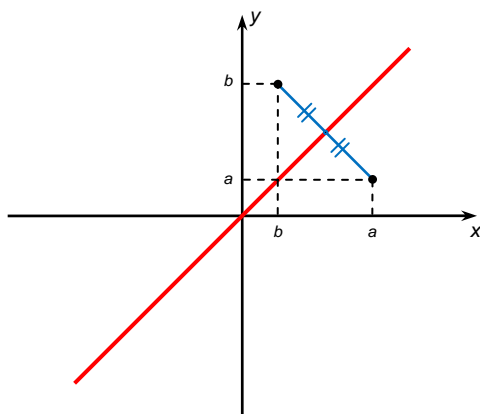
Assim:

$$z_0 \cdot w = 5 + 5i \text{ ou } z_0 \cdot w = -5 - 5i \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2} + i\right) \cdot w = 5 + 5i \text{ ou } \left(\frac{1}{2} + i\right) \cdot w = -5 - 5i \Leftrightarrow$$

$$\boxed{w = 6 - 2i} \text{ ou } \boxed{w = -6 + 2i}$$

d) A reta  $y - x = 0$  pode ser reescrita como  $y = x$ . Para cada ponto  $(a, b)$  do plano, seu simétrico em relação à reta  $y = x$  é o ponto  $(b, a)$ , como ilustrado na figura a seguir:



Como o número complexo  $z_0 = \frac{1}{2} + i$  é identificado como o ponto  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ , seu simétrico em relação à  $y = x$  será o ponto  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ , de modo que  $z_1 = 1 + \frac{1}{2}i$ .

**QUESTÃO 05**

As raízes da equação do terceiro grau

$$x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$$

são todas reais e formam uma progressão geométrica. Determine

a) as raízes da equação;

b) o valor de  $k$ .

**Resolução**

a) Sejam  $x_1, x_2$  e  $x_3$  as raízes de  $x^3 - 14x^2 + kx - 64 = 0$ . Sem perda de generalidade vamos admitir que  $(x_1, x_2, x_3)$  seja, nessa ordem, uma progressão geométrica. Vale lembrar que, nesse caso, temos  $(x_2)^2 = x_1 \cdot x_3$ .

Aplicando a relação de Girard do produto das raízes:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{(-64)}{1} \Leftrightarrow (x_1 \cdot x_3) \cdot x_2 = 64 \Leftrightarrow (x_2)^2 \cdot x_2 = 64$$

$$\Leftrightarrow (x_2)^3 = 64 \Leftrightarrow x_2 = 4$$

Como  $(x_2)^2 = x_1 \cdot x_3$ , temos então que  $x_1 \cdot x_3 = 4^2 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_3 = 16$ .

Aplicando agora a relação de Girard da soma das raízes:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{(-14)}{1} \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 14 \Leftrightarrow x_1 + x_3 = 10$$

Temos, então, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 10 \\ x_1 \cdot x_3 = 16 \end{cases}$$

Precisamos, portanto, de dois números cujo produto seja 16 e cuja soma seja 10. Note que esses números são, justamente, 2 e 8.

**Assim, as raízes desse polinômio são 2, 4 e 8.**

**Obs:** é indiferente tomarmos  $x_1 = 2$  e  $x_3 = 8$  ou  $x_1 = 8$  e  $x_3 = 2$ . De fato, no primeiro caso teríamos (2;4;8), que é uma progressão geométrica crescente, enquanto no segundo teríamos (8;4;2), uma progressão geométrica decrescente. Em ambos os casos o enunciado é satisfeito.

b) Temos duas resoluções possíveis. A primeira consiste em perceber que  $x = 2$  satisfaz a equação, ou seja, trocando  $x$  por 2:

$$(2)^3 - 14 \cdot (2)^2 + k \cdot (2) - 64 = 0 \Leftrightarrow 8 - 56 + 2k - 64 = 0 \Leftrightarrow 2k = 112$$

$$\Leftrightarrow k = 56$$

Outro modo de resolver esse item seria aplicando a relação de Girard para soma dos produtos das raízes tomadas duas a duas. De fato:

$$+\frac{k}{1} = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 8 + 4 \cdot 8 \Leftrightarrow k = 8 + 16 + 32 \Leftrightarrow k = 56$$

**QUESTÃO 06**

As circunferências  $C_1$  e  $C_2$  estão centradas em  $O_1$  e  $O_2$ , têm raios  $r_1 = 3$  e  $r_2 = 12$ , respectivamente, e tangenciam-se externamente. Uma reta  $t$  é tangente a  $C_1$  no ponto  $P_1$ , tangente a  $C_2$  no ponto  $P_2$  e intercepta a reta  $\overline{O_1O_2}$  no ponto  $Q$ . Sendo assim, determine

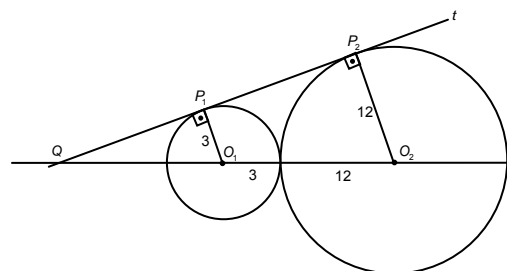
a) o comprimento  $P_1P_2$ ;

b) a área do quadrilátero  $O_1O_2P_2P_1$ ;

c) a área do triângulo  $QO_2P_2$ .

**Resolução**

a) Considerando que  $P_1$  e  $P_2$  sejam pontos não coincidentes, a situação descrita pelo enunciado pode ser representada como na figura a seguir.



Os triângulos  $QP_1O_1$  e  $QP_2O_2$  são semelhantes, pois  $\widehat{P_1} \cong \widehat{P_2}$  e o ângulo  $\widehat{Q}$  é comum aos dois triângulos (critério AA de semelhança). Logo,

$$\frac{QO_2}{QO_1} = \frac{O_2P_2}{O_1P_1} \Rightarrow \frac{15 + QO_1}{QO_1} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow QO_1 = 5$$

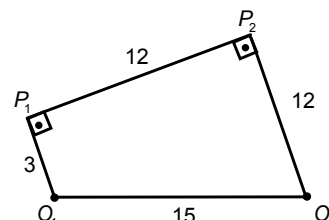
Aplicando o Teorema de Pitágoras aos triângulos  $QP_1O_1$  e  $QP_2O_2$ , obtemos:

$$QP_1^2 = QO_1^2 - O_1P_1^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow QP_1 = 4$$

$$QP_2^2 = QO_2^2 - O_2P_2^2 = 400 - 144 = 256 \Rightarrow QP_2 = 16$$

$$\text{E então } P_1P_2 = QP_2 - QP_1 \Rightarrow P_1P_2 = 16 - 4 \Rightarrow P_1P_2 = 12$$

b) O quadrilátero  $O_1O_2P_2P_1$  é um trapézio retângulo.



Então sua área pode ser determinada por:

$$A(O_1O_2P_2P_1) = \frac{(b_{\text{maior}} + b_{\text{menor}}) \cdot h}{2} = \frac{(12 + 3) \cdot 12}{2} = 90$$

c) O triângulo  $QO_2P_2$  é retângulo. Então sua área pode ser determinada por:

$$A(QO_2P_2) = \frac{QP_2 \cdot O_2P_2}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96$$

**Equipe desta resolução**

**Matemática**

Darcy Gabriel Augusto de Camargo Cunha  
Rafael da Gama Cavallari

**Revisão**

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

**Digitação, Diagramação e Publicação**

Carolina Dorte dos Santos  
Carolina Marcondes Garcia Ferreira



$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

Podemos então concluir que os cilindros apresentam a mesma quantidade de matéria, ou seja, o mesmo número de mols de moléculas dos gases. Sendo  $n$  o número de mols de moléculas

existentes nos cilindros, e sabendo que  $n = \frac{m}{M}$  pode-se calcular a massa de gás em cada cilindro ( $m$ ) em função do número de mols de moléculas existentes.

(I) Massa do cilindro com  $O_2$  puro ( $m_A$ ):

$$m_A = n \cdot M_{O_2} = 32n \text{ (gramas)}$$

(II) Massa do cilindro com Ar (considerando a composição atmosférica aproximada em volume como sendo 80%  $N_2$  e 20%  $O_2$ ) ( $m_B$ ):

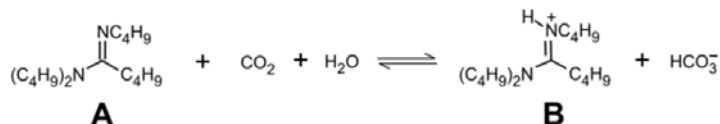
$$m_B = 0,8n \cdot M_{N_2} + 0,2n \cdot M_{O_2} = 22,4n + 6,4n = 28,8n \text{ (gramas)}$$

Concluimos que  $m_A > m_B$ .

c) A diferença de temperatura ocorre porque quando se usa ar ao invés de oxigênio puro, parte do calor que a reação libera é absorvido pelo processo de aquecimento do  $N_2$  do ar que não reage, portanto quando se usa oxigênio puro, não é necessário aquecer essa massa extra de matéria ( $N_2$ ) portanto a temperatura da chama será maior.

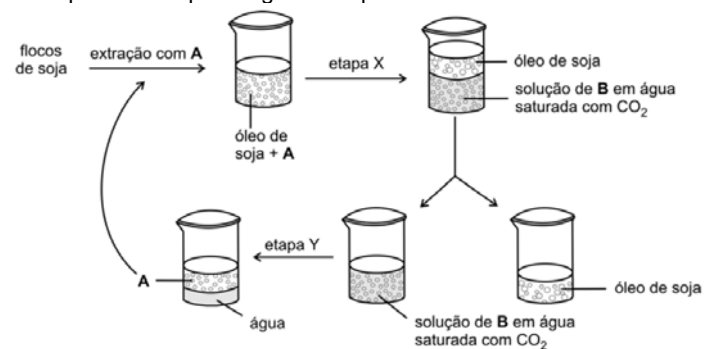
#### QUESTÃO 04

Recentemente, foi preparado um composto **A** que é insolúvel em água. No entanto, quando misturado com água saturada de gás carbônico, forma-se uma solução que contém o ion **B**. Quando a solução resultante é aquecida, o gás carbônico é eliminado, e se formam duas camadas, uma de água e outra de composto **A**. Essas transformações reversíveis podem ser representadas pela seguinte equação química:



O composto **A** está sendo testado em um novo processo de extração do óleo de soja. No processo atual, utiliza-se hexano para extrair o óleo dos flocos de soja, formando uma solução. Em seguida, o hexano é separado do óleo de soja por destilação.

O novo processo, utilizando o composto **A** em vez de hexano, pode ser representado pelo seguinte esquema:



a) Descreva o que deve ser feito nas etapas X e Y para se obter o resultado mostrado no esquema.

b) Explique por que, no processo de extração do óleo de soja, é vantajoso evitar a destilação do solvente hexano.

#### Resolução

a) **Etapa X:** Nesta etapa deve ocorrer adição de água saturada com gás carbônico. Esta adição promoverá a transformação do composto **A** no composto **B**, que por ser um composto solúvel em água (polar) irá se separar do óleo de soja (fase apolar).

**Etapa Y:** Nesta etapa deve ocorrer o aquecimento da solução de **B** em água saturada com  $CO_2$ . Este aquecimento eliminará o  $CO_2$  da solução, deslocando o equilíbrio mostrado no enunciado no sentido da formação da substância **A**. A formação de **A** nesta etapa torna-se importante pois este composto será reutilizado no início do processo de extração do óleo de soja.

b) Evitar a realização da destilação de uma mistura contendo o solvente hexano é vantajoso e interessante por diversos motivos:

I) Redução do consumo energético: a separação de substâncias por destilação envolve a completa evaporação do solvente. A energia consumida na evaporação do hexano é muito maior do que o aquecimento da água saturada com  $CO_2$  no novo processo;

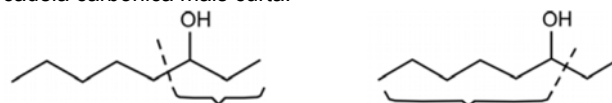
II) Evitar a utilização de hexano que é um derivado de petróleo;

III) O hexano é um solvente altamente inflamável, e evitar sua utilização reduziria o risco de acidentes, além de que possui toxicidade considerável e a exposição a vapores de hexano pode ser prejudicial à saúde.

#### QUESTÃO 05

A espectrometria de massas é uma técnica muito utilizada para a identificação de compostos. Nesse tipo de análise, um feixe de elétrons de alta energia provoca a quebra de ligações químicas, gerando fragmentos das moléculas da amostra, os quais são registrados como linhas verticais em um gráfico, chamado espectro de massas. Nesse gráfico, em abscissas, são representadas as massas molares dos fragmentos formados e, em ordenadas, as abundâncias desses fragmentos.

Quando álcoois secundários são analisados por espectrometria de massas, resultam várias quebras de ligações, sendo a principal a que ocorre entre o átomo de carbono ligado ao grupo OH e o átomo de carbono vizinho. Para o 3-octanol, por exemplo, há duas possibilidades para essa quebra, como mostrado abaixo. Forma-se, em maior abundância, o fragmento no qual o grupo OH está ligado à cadeia carbônica mais curta.



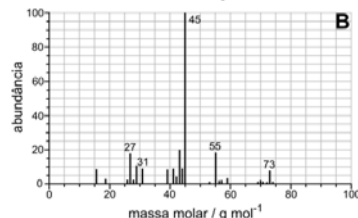
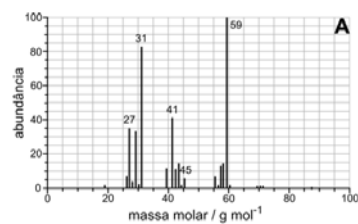
massa molar do fragmento mais abundante =  $59 \text{ g mol}^{-1}$       massa molar do fragmento mais abundante =  $101 \text{ g mol}^{-1}$

A reação de hidratação do *cis*-2-penteno produz dois álcoois secundários que podem ser identificados por seus espectros de massas (**A** e **B**), os quais estão apresentados no espaço destinado à resposta desta questão.

a) Escreva a equação química que representa a reação de hidratação do *cis*-2-penteno, mostrando os dois álcoois secundários que se formam.

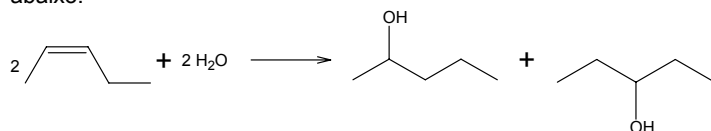
b) Atribua, a cada espectro de massas, a fórmula estrutural do álcool correspondente. Indique, em cada caso, a ligação que foi rompida para gerar o fragmento mais abundante.

|   | massa molar<br>$\text{g mol}^{-1}$ |
|---|------------------------------------|
| H | 1                                  |
| C | 12                                 |
| O | 16                                 |



#### Resolução

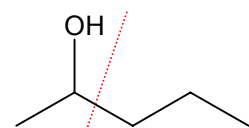
a) A reação de hidratação do *cis*-2-penteno leva à formação de dois álcoois secundários devido à possibilidade da adição do OH ao carbono 2 ou ao carbono 3 (carbonos ligados ao mesmo número de outros carbonos). Os álcoois formados são o 2-pentanol e o 3-pentanol, e a equação de hidratação do *cis*-2-penteno é mostrada abaixo:



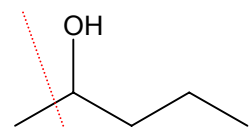
b) Primeiramente, deve-se determinar, a partir das fórmulas estruturais de cada um dos álcoois secundários formados, os fragmentos que contêm o grupo OH (e suas respectivas massas molares), formados em maior abundância pela quebra de ligações durante o processo de

análise por espectrometria de massas, segundo exemplificado no enunciado:

I) 2-propanol:

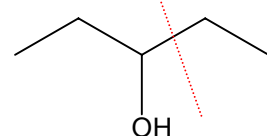
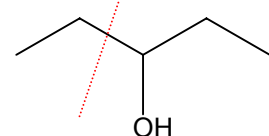


Fragmento de maior abundância que contém OH  
Massa molar:  $45\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$



Fragmento de menor abundância que contém OH  
Massa molar:  $73\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

II) 3-propanol:

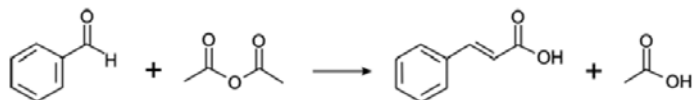


Os fragmentos que contém OH são os mesmos para as duas quebras possíveis. Massa molar:  $59\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$

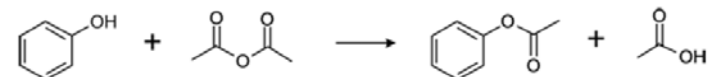
Pela análise das massas molares dos fragmentos que contém OH de ambos os casos, conclui-se que o espectro **B refere-se ao 2-propanol**, pois apresenta picos de  $45\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$  (mais abundante) e um pico de  $73\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$  (menos abundante), e o espectro **A refere-se ao 3-propanol** pois apresenta um pico de  $59\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ . A inexistência de um pico de 45 maior no espectro A, assim como a inexistência de um pico de 59 maior no espectro B reafirmam esta análise.

### QUESTÃO 06

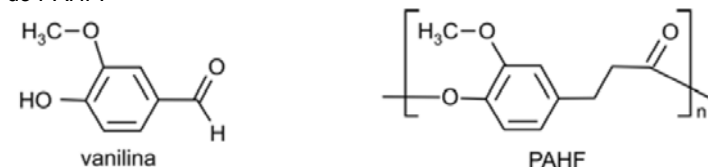
Aldeídos aromáticos reagem com anidrido acético, produzindo ácidos com uma ligação dupla entre os dois átomos de carbono adjacentes ao grupo carboxila, como exemplificado:



Fenóis também podem reagir com anidrido acético, como exemplificado:



Um novo polímero, PAHF, foi preparado a partir da vanilina, por uma sequência de etapas. Na primeira delas, ocorrem duas transformações análogas às já apresentadas. Seguem as representações da vanilina e do PAHF.



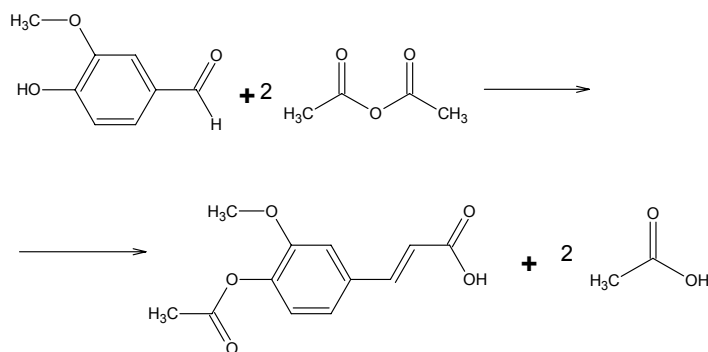
a) Escreva a equação química balanceada que representa a reação da vanilina com anidrido acético.

O composto aromático obtido na reação descrita no item a) pode ser transformado no polímero PAHF pela seguinte sequência de reações: hidrogenação, hidrólise e polimerização.

b) Considerando a ligação entre duas unidades monoméricas no polímero, como se pode classificar o PAHF? Seria: poliamida, poliálcool, poliácido, poliéster ou polialdeído? Explique.

### Resolução

a) A equação da reação da vanilina com anidrido acético deve levar em consideração a proporção estequiométrica de 1 mol de vanilina para 2 mols de anidrido acético, já que nota-se a presença das funções aldeído e fenol na vanilina, e ambas reagem com anidrido acético.

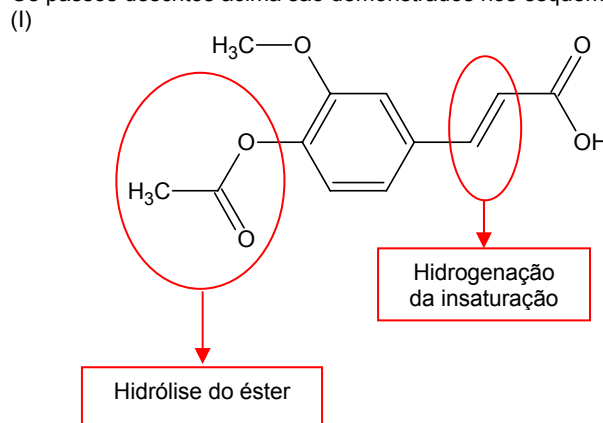


b) O composto orgânico aromático que foi obtido, como mostrado na equação do item anterior, sofre hidrogenação da dupla ligação adjacente ao grupo carboxila e hidrólise do éster, que regenerará a função fenol.

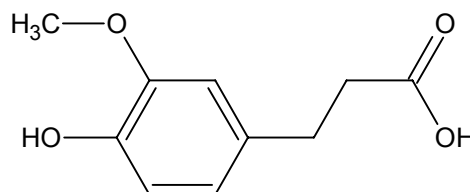
A polimerização ocorrerá devido à reação entre a função fenol de um monômero e a função ácido carboxílico de outro monômero.

Ocorrerá esterificação com liberação de água, evidenciando a polimerização por condensação. A função formada na ligação entre os monômeros será a função éster, e, portanto, este polímero pode ser classificado como um poliéster.

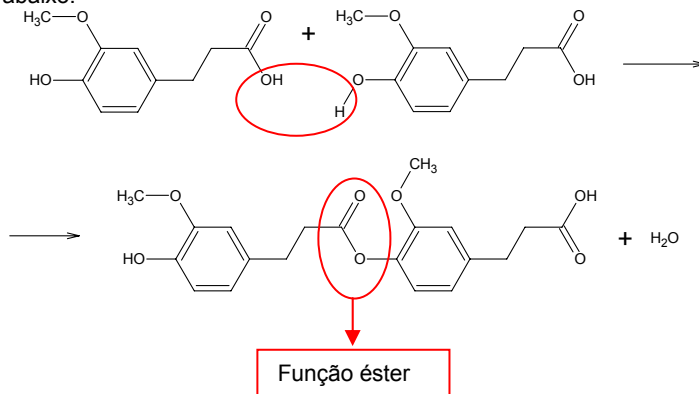
Os passos descritos acima são demonstrados nos esquemas abaixo:



(II) O composto resultante (monômero) apresentará a seguinte fórmula molecular:



(III) A reação entre duas moléculas deste monômero é apresentada abaixo:



## Equipe desta resolução

### Química

Roberto Bineli Muterle  
Vinícius Garcia Freaza

### Revisão

Eliel Barbosa da Silva  
Fabiano Gonçalves Lopes  
Marcelo Duarte Rodrigues Cecchino Zabani  
Vagner Figueira de Faria

### Digitação, Diagramação e Publicação

Carolina Dorte dos Santos  
Carolina Marcondes Garcia Ferreira