

FEZ

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

Aprovou!

DICAS
IME 2012

www.elitecampinas.com.br

os melhores **gabaritos** da internet

CONHEÇA O PROCESSO SELETIVO IME 2012

O IME é conhecido por ter um dos exames mais desafiantes do país. O ingresso é fruto de muito esforço dos candidatos: o grau de complexidade dos conteúdos cobrados e das questões é propositalmente elevado para selecionar apenas aqueles candidatos melhor preparados e que estão decididos a entrar em uma instituição reconhecida como uma das melhores engenharias do país, ao lado do ITA.

Propomos-nos com este material a passar algumas dicas para o melhor rendimento no exame que está por vir, acompanhando-lhe dia-a-dia com resumos de tópicos não tão enfatizados (e até mesmo não vistos) no ensino médio. Estes tópicos fazem parte da filosofia do vestibular do IME: cobrar assuntos cada vez mais específicos, para valorizar aquele candidato que se preparou especificamente para este vestibular.

Para ajudá-lo, analisamos os anos anteriores e fizemos nossas apostas. Para cada dia, você terá um resumo, que irá lhe ajudar em algumas questões que possuem alta probabilidade de aparecerem na prova. Estes resumos estarão também disponíveis em nosso site (www.elitecampinas.com.br), bem como a resolução das provas que você realizou.

DICAS IMPORTANTES - GERAIS

De maneira geral, para as questões dissertativas do vestibular do IME, o candidato deve necessariamente esclarecer como chegou à resposta. Na correção é dado ponto parcial, ou seja, ele pode conseguir algum ponto por resolver apenas parte da questão. Por isso, é importante não deixar nenhuma questão em branco.

Um bom plano de prova é fundamental. Para administrar bem o tempo, candidato deve começar a prova pelas questões mais fáceis. Elas têm o mesmo valor das difíceis, assim, recomendamos que não perca tempo excessivo em questões muito complexas, deixando pouco tempo (eventualmente nenhum) para as mais simples.

Desde o ano de 2007 o IME conta com uma prova objetiva que foi inserida no primeiro dia do calendário, sendo que, para 2012 esta prova figurará como a primeira fase. **Somente serão classificados para as provas dissertativas dos candidatos que tiverem nota total superior a 50% e nota superior a 40% em cada matéria da prova teste.** Outro critério de desclassificação do candidato é a **não obtenção de 40% em qualquer prova discursiva, ou se a média total ficar inferior a 50%.**

Para o cálculo da média, leva-se em conta pesos diferenciados para cada prova:

Matéria	Peso
Prova objetiva de Matemática, Física e Química	Caráter apenas eliminatório (peso 0,0)
Prova discursiva de Matemática	3,0
Prova discursiva de Física	2,5
Prova discursiva de Química	2,5
Prova mista de Português	1,0
Prova mista de Inglês	1,0

Apesar destas informações, só se preocupe com a sua nota após os exames. Mesmo se você acha que não atingiu os critérios mínimos em uma prova, não desista do concurso. Primeiro porque você não tem certeza: questões podem ser anuladas, correções podem ser brandas. Segundo porque, mesmo se você não passar este ano, não existe melhor treino para o vestibular que o próprio vestibular. No mínimo você estará ganhando experiência, diminuindo o nervosismo e até aprendendo!

Você deve se concentrar nas prova dia a dia. As provas anteriores já foram e você não tem como mudar suas respostas. As posteriores, encare quando vier. Se sua preparação foi boa, não importa o nível de dificuldade: você sabe a matéria! Tenha o mesmo pensamento ao resolver as questões. Cada uma é um desafio que será superado por você.

Você está preparado para encarar este desafio. Para auxiliá-lo, veja a seguir um resumo teórico do que tem maior probabilidade de ser cobrado na prova do IME 2012. Bons estudos!

ELITE
PRÉ-VESTIBULAR
c a m p i n a s

(19) 3251 1012

www.elitecampinas.com.br

TURMA ITA/IME/AFA

Para garantir uma preparação adequada aos concorridíssimos vestibulares do ITA, do IME e da AFA, esta turma possui aprofundamento nas disciplinas de exatas fortíssimo! **O nível de complexidade das questões abordadas não possui precedentes em Campinas e região.** Isto permite ao nosso aluno atingir o elevado nível de domínio necessário para enfrentar com sucesso as provas destes vestibulares.

APROVAÇÕES – 2011 ATÉ O MOMENTO:**6 Aprovados na AFA!****APROVADOS****TURMA ITA/IME/AFA 2010**✓ **12 aprovados na AFA, em 23 alunos**✓ **2 aprovados no IME, em 7 alunos****1 aprovado no ITA, em 7 alunos**

São porcentagens muito mais expressivas do que as das redes do estado de São Paulo: graças ao acompanhamento muito personalizado de nossos alunos.

www.elitecampinas.com.br

A MATEMÁTICA NO IME

Uma só palavra é capaz de definir a prova de Matemática do IME: bela. Essa prova possui exercícios que exigem grande conhecimento e domínio da matéria por parte dos candidatos e, normalmente, apresenta alguns problemas que conseguem desafiar até mesmo as mentes mais bem preparadas, o que a torna um desafio tentador.

A análise dos últimos anos permite concluir que certos temas sempre aparecem. A prova é bastante variada, mas notamos que temas como **polinômios**, **logaritmos** (normalmente misturados com outros temas tais como determinantes, sistemas lineares, etc.), **teoria dos números** e **seqüências** (principalmente progressão aritmética) aparecem com uma frequência bastante elevada. Isso porque nem sequer citamos as questões de geometria plana e trigonometria que com certeza estarão presentes na prova.

Provavelmente você já estudou cada um desses temas e sabe que existem vários livros muito bons sobre cada um desses assuntos. Entretanto, existem alguns detalhes que caem nas provas do IME que exigem determinados cuidados por parte do candidato, detalhes que não aparecem em vários livros. Como exemplo, basta observar que nos últimos 10 anos, palavras como **demonstre**, **prove** e **mostre** foram citadas 20 vezes, uma média de 2 itens por ano. Proporcionalmente, é mais fácil aparecer um item com a palavra "demonstre" do que um item com um polinômio, que é o assunto mais cobrado neste vestibular! Nos últimos 3 anos foram 4 questões de demonstração.

Levando em consideração a análise feita, segue uma seleção de assuntos que podem ser importantes para o ótimo desempenho.

Além da parte de demonstrações, este material também traz formulários de trigonometria, logaritmos e cônicas (assuntos que são abordados em praticamente todas as provas do IME), além da relação de Stewart, que é extremamente prática em alguns problemas de geometria plana.

Bons estudos!

COMO É QUE EU PROVO ISSO?

Bom, todos nós um dia nos deparamos com algum exercício do tipo "prove que" ou "demonstre que". E, provavelmente, a pergunta "como é que eu provo isso?" com certeza já foi feita em alguma dessas situações.

Exercícios de demonstração têm duas partes fundamentais: uma **hipótese** e uma **tese**. A **tese** é o que queremos provar, por isso, enquanto não for provada, jamais pode ser encarada como verdadeira. Já a nossa **hipótese** normalmente é algo que o exercício nos fornece como verdadeiro, e é o ponto de partida que temos para nossa demonstração.

Em resumo:

Hipótese → base da nossa demonstração (pode ser encarado como verdadeiro no exercício).
Tese → é o que queremos provar.

Assim, se a partir da sua hipótese você conseguir, através de uma série de processos lógicos, mostrar que sua tese é verdadeira, então você conseguiu *demonstrar* essa tese. Em resumo, o processo de demonstração está baseado na seguinte seqüência:

hipótese → **processos lógicos** → **tese**

Obs: nem sempre o exercício fornecerá uma hipótese. Nesses casos podemos utilizar como hipótese qualquer fato reconhecidamente verdadeiro sobre o assunto.

Normalmente, trabalhamos com hipóteses que são, matematicamente falando, razoáveis. No entanto, no processo de demonstração, podemos nos deparar com teses **totalmente absurdas**. Nem sempre será necessário demonstrar, às vezes, podemos encontrar algo que chamamos **contra-exemplo**, ou seja, podemos, através de exemplificação, mostrar que a nossa tese é absurda.

Exemplos:

1. Prove ou dê um contra-exemplo: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

Hipótese: não foi fornecida

Tese: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

Observe que nesse exercício não temos uma hipótese para o início da demonstração. Dessa forma, qual seria então uma hipótese razoável para iniciarmos nossa demonstração? Como sugestão, lembre-se que sempre é verdade que $(a + b)^2 = a^2 + 2.ab + b^2$. Vamos utilizar esse fato como hipótese. A partir dessa hipótese, perceba que, caso nossa tese seja verdadeira então $a^2 + 2.ab + b^2 = a^2 + b^2$. Porém, se isso for verdade, temos então que $2.ab = 0$. Bem, em momento algum foi dito que isso teria que acontecer! Assim, provavelmente deve existir algum CONTRA-EXEMPLO. Tomando $a = b = 1$, temos que $(a + b)^2 = (1 + 1)^2 = 4$, enquanto que $a^2 + b^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, ou seja, encontramos um exemplo no qual nossa tese não é verdadeira.

2. Prove que se $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ então $a = 0$ ou $b = 0$.

Hipótese: $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

Tese: $a = 0$ ou $b = 0$

Em nosso exercício, essa hipótese é uma VERDADE ABSOLUTA. Mesmo com uma hipótese aparentemente estranha, as regras matemáticas continuam válidas. Assim, ainda é verdade que $(a + b)^2 = a^2 + 2.ab + b^2$. Dessa forma, temos então que:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2.ab + b^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 + 2.ab + b^2 - a^2 - b^2 = 0 \Rightarrow 2.ab = 0$$

A partir de processos lógicos encontramos então que, caso $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ então $2.ab = 0$. Bem, a multiplicação de dois números só é nula quando um deles for zero, logo, se $2.ab = 0$ então $a = 0$ ou $b = 0$. Considerando a cadeia de implicações $(a + b)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 2.ab = 0 \Rightarrow a = 0$ ou $b = 0$, temos então que necessariamente $(a + b)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a = 0$ ou $b = 0$, e nossa tese está provada.

REDUÇÃO AO ABSURDO

Um modo extremamente conhecido de demonstração é chamado de **redução ao absurdo**. Esse processo é baseado nas seguintes etapas:

1. analisamos nossa hipótese e nossa tese;
2. supomos que nossa tese é FALSA;
3. a partir de processos lógicos, acabamos por obter algum resultado que é absurdo.

Se isso ocorre, ou seja, se a partir do fato de transformarmos nossa tese em uma coisa supostamente falsa encontramos um resultado que é absurdo, então nossa tese deve ser verdadeira, e então ela está provada.

Exemplo: prove que existem infinitos números primos.

Tese: existem infinitos números primos.

Suponha justamente o contrário, ou seja, suponha que existe um número finito de números primos. Assim, seja $\{2, 3, 5, 7, \dots, p\}$ o conjunto de todos os números primos existentes. Dessa forma, seja então N o número formado pelo produto de todos esses números, ou seja,

$$N = 2 \times 3 \times \dots \times p$$

Bom, esse número é composto e é divisível por todos os números primos. Porém, e o número $N + 1$? O que podemos falar sobre ele? Ora, o número $N + 1$, quando dividido por 2, dá resto 1. Da mesma forma, quando for dividido por 3, dá resto 1. Além disso, quando esse número for dividido por p, também teremos resto 1. Assim, $N + 1$ não é divisível por nenhum número além dele mesmo e do número 1, logo, $N + 1$ é um número primo. Porém nós partimos do princípio de que p era o nosso último número primo, e isso nos gera um ABSURDO. Assim, devem existir então infinitos números primos.

PRINCÍPIO DA INDUÇÃO FINITA

O processo de indução finita é, provavelmente, o modo mais interessante de se provar exercícios normalmente relacionados com propriedades de números inteiros. Ele é um método simples, porém muito eficaz de prova, baseado em 3 etapas:

1. mostra-se que a tese é válida para algum número qualquer;
2. supõe-se que para o valor **k** nossa tese é verdadeira (essa será nossa nova hipótese);
3. se a propriedade continuar válida para **k+1** então ela é válida para qualquer número natural.

Exemplo: mostre que $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Vamos seguir cada etapa:

1) Se $n = 1$, temos que $1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$.

2) Vamos supor que $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

Como $1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$, temos, somando $(k+1)$ em ambos os lados:

$$(1 + 2 + \dots + k) + (k + 1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k + 1)$$

$$\Rightarrow 1 + 2 + \dots + k + (k + 1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Lembrando que $k + 2 = (k + 1) + 1$, temos então:

$$1 + 2 + \dots + k + (k + 1) = \frac{(k+1)[(k+1) + 1]}{2}$$

Isso comprova que a fórmula continua válida para **k+1**. Assim, ela é válida para qualquer que seja **n** natural.

IME 2004 - EXEMPLO DE DEMONSTRAÇÃO

A prova de 2004 apresentou uma questão interessante, de dificuldade média, cujo enunciado é o seguinte:

QUESTÃO:

Considere o polinômio $P(x) = x^3 + ax + b$ de coeficientes reais, com $b \neq 0$. Sabendo que suas raízes são reais, demonstre que $a < 0$.

SOLUÇÃO

Aqui, temos:

Hipótese: as raízes de $P(x)$ são reais

Tese: $a < 0$

Como regra geral, nós nunca admitimos inicialmente que nossa tese é verdadeira. Com isso em mente, sejam então **r**, **s** e **t** as raízes de $P(x)$, que por hipótese são números reais. Através das relações de Girard, temos:

$$\begin{cases} r + s + t = 0 \\ r.s + t.t + s.t = a \\ r.s.t = -b \end{cases}$$

Como $b \neq 0$, temos que $r.s.t \neq 0$, e assim **r**, **s** e **t** são diferentes de zero. Elevando agora ambos os membros da primeira equação ao quadrado, temos:

$$(r + s + t)^2 = 0 \Rightarrow r^2 + s^2 + t^2 + 2.(r.s + s.t + r.t) = 0$$

$$r^2 + s^2 + t^2 + 2.a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}(r^2 + s^2 + t^2)$$

Como **r**, **s** e **t** são reais (hipótese) e não-nulos, segue então que:

$$r^2 + s^2 + t^2 > 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}(r^2 + s^2 + t^2) < 0 \Rightarrow a < 0.$$

FORMULÁRIO DE TRIGONOMETRIA

Fórmulas básicas:

$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$	$\operatorname{sec} x = \frac{1}{\operatorname{cos} x}$	$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1$
$\operatorname{cot} gx = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x} = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$	$\operatorname{cos} ecx = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$	$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \operatorname{sec}^2 x$
		$\operatorname{cot}^2 x + 1 = \operatorname{cos} ec^2 x$

Soma e subtração de arcos

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(a + b) &= \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} b + \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{cos} a \\ \operatorname{sen}(a - b) &= \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{cos} b - \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{cos} a \\ \operatorname{cos}(a + b) &= \operatorname{cos} a \cdot \operatorname{cos} b - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \\ \operatorname{cos}(a - b) &= \operatorname{cos} a \cdot \operatorname{cos} b + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(a + b) &= \frac{\operatorname{tga} + \operatorname{tgb}}{1 - \operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb}} \\ \operatorname{tg}(a - b) &= \frac{\operatorname{tga} - \operatorname{tgb}}{1 + \operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb}} \end{aligned}$$

Arco duplo

$$\begin{aligned} \operatorname{cos} 2x &= \operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x \\ \operatorname{cos} 2x &= 2 \cdot \operatorname{cos}^2 x - 1 \\ \operatorname{cos} 2x &= 1 - 2 \operatorname{sen}^2 x \\ \operatorname{sen} 2x &= 2 \cdot \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x \end{aligned}$$

Arco metade

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} x}{2}} \\ \operatorname{cos}\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 + \operatorname{cos} x}{2}} \\ \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} x}{1 + \operatorname{cos} x}} \end{aligned}$$

Arco triplo

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 3x &= 3 \cdot \operatorname{sen} x - 4 \cdot \operatorname{sen}^3 x \\ \operatorname{cos} 3x &= 4 \operatorname{cos}^3 x - 3 \cdot \operatorname{cos} x \end{aligned}$$

Transformação de soma em produto (muito importante)

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q &= 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p+q}{2} \operatorname{cos} \frac{p-q}{2} \\ \operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q &= 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p-q}{2} \operatorname{cos} \frac{p+q}{2} \\ \operatorname{cos} p + \operatorname{cos} q &= 2 \cdot \operatorname{cos} \frac{p+q}{2} \operatorname{cos} \frac{p-q}{2} \\ \operatorname{cos} p - \operatorname{cos} q &= -2 \cdot \operatorname{sen} \frac{p+q}{2} \operatorname{sen} \frac{p-q}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tgp} + \operatorname{tgq} &= \frac{\operatorname{sen}(p+q)}{\operatorname{cos} p \cdot \operatorname{cos} q} \\ \operatorname{tgp} - \operatorname{tgq} &= \frac{\operatorname{sen}(p-q)}{\operatorname{cos} p \cdot \operatorname{cos} q} \end{aligned}$$

IME 2005 – UM EXEMPLO DE TRIGONOMETRIA

Para ilustrar a importância da trigonometria para o vestibular do IME, podemos dizer que na última década, pelo menos 12 questões abordavam prioritariamente trigonometria. Isto sem levar em conta aquelas que podiam apresentar também resolução trigonométrica (como por exemplo, algumas questões de geometria plana). Para exemplificar uma destas questões, abaixo segue um exemplo de 2005

QUESTÃO: Resolva a equação $2 \operatorname{sen} 11x + \operatorname{cos} 3x + \sqrt{3} \operatorname{sen} 3x = 0$.

SOLUÇÃO:

$2 \operatorname{sen} 11x + \operatorname{cos} 3x + \sqrt{3} \operatorname{sen} 3x = 0$, dividimos ambos os termos por 2

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2} \cdot \operatorname{sen} 11x + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{cos} 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{sen} 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} 11x + \left(\operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{cos} 3x + \operatorname{sen} 3x \cdot \operatorname{cos} \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} 11x + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6} + 3x\right) = 0$$

Sabemos que: $\operatorname{sen} p + \operatorname{sen} q = 2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \operatorname{cos}\left(\frac{p-q}{2}\right)$, logo:

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{11x + 3x + \frac{\pi}{6}}{2}\right) \cdot \operatorname{cos}\left(\frac{11x - 3x - \frac{\pi}{6}}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \operatorname{sen}\left(7x + \frac{\pi}{12}\right) \cdot \operatorname{cos}\left(4x - \frac{\pi}{12}\right) = 0$$

Logo, temos duas situações para a igualdade ser satisfeita:

a) $\operatorname{sen}\left(7x + \frac{\pi}{12}\right) = 0 \Leftrightarrow 7x + \frac{\pi}{12} = \pi + k \cdot \pi \Leftrightarrow x = \frac{11\pi}{84} + k \cdot \frac{\pi}{7}$

ou

b) $\operatorname{cos}\left(4x - \frac{\pi}{12}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{48} + k \cdot \frac{\pi}{4}$

CÔNICAS

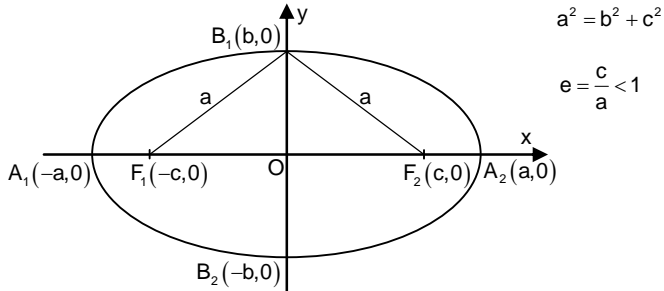
O tópico de cônicas normalmente não é enfatizado no ensino médio. Isto ocorre primeiramente por sua complexidade e pela pouca incidência em vestibulares deste assunto. Entretanto, no vestibular do IME, temos 12 questões na última década que abordam este assunto. Nos últimos anos, nota-se também uma preferência por **hipérboles**, o que, de modo algum significa que o candidato pode desprezar as demais cônicas, as quais aparecem com mais frequência nos testes:

2002 – parábola	2009 testes – hipérbole
2004 – parábola	2010 testes – hipérbole e elipse
2005 – elipse	2010 disc – hipérbole
2006 – hipérbole	2011 testes – hipérbole
2007 disc – hipérbole	2011 disc – hipérbole
2008 testes – cônicas em geral	

A seguir um resumo das principais propriedades das cônicas:

ELIPSE

Dados dois pontos F_1 e F_2 distantes $2c$. Uma elipse de focos em F_1 e F_2 é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ cuja soma das distâncias a F_1 e F_2 é constante e igual a $2a$, com $2a > 2c$.



O: centro F_1, F_2 : focos A_1, A_2, B_1, B_2 : vértices A_1A_2 : eixo maior ($2a$)
 B_1B_2 : eixo menor ($2b$) F_1F_2 : distância focal ($2c$) e : excentricidade

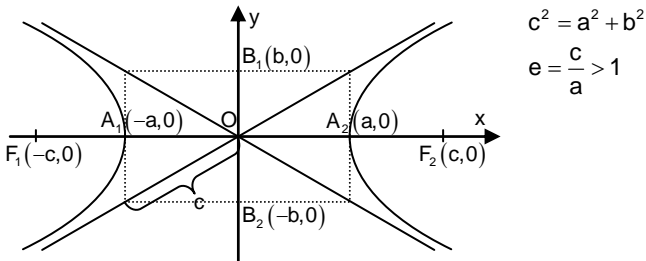
Equações reduzidas – centro em (x_0, y_0)

- $A_1A_2 // Ox$: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

- $A_1A_2 // Oy$: $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} + \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$

HIPÉRBOLE

Dados dois pontos F_1 e F_2 distantes $2c$. Uma hipérbole de focos em F_1 e F_2 é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ cujo módulo da diferença das distâncias a F_1 e F_2 é constante e igual a $2a$, com $2a < 2c$.



O: centro F_1, F_2 : focos A_1, A_2 : vértices e : excentricidade
 A_1A_2 : eixo real ($2a$) B_1B_2 : eixo imaginário ou conjugado ($2b$)
 F_1F_2 : distância focal ($2c$)

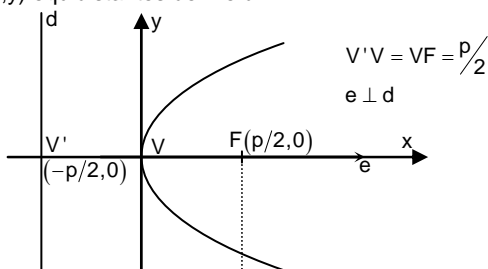
Equações reduzidas – centro em (x_0, y_0)

- $A_1A_2 // Ox$: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

- $A_1A_2 // Oy$: $\frac{(y-y_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1$

PARÁBOLA

Dados um ponto F e uma reta d ($F \notin d$). Uma parábola é o conjunto dos pontos $P(x,y)$ equidistantes de F e d .



F: foco V: vértice V'F: p – parâmetro e: eixo de simetria

Equações reduzidas – centro em (x_0, y_0)

- e // Ox: $(y - y_0)^2 = 4p(x - x_0)$

- e // Oy: $(x - x_0)^2 = 4p(y - y_0)$

RECONHECIMENTO DE UMA CÔNICA

Dada uma equação do 2º grau redutível à forma $\frac{(x-x_0)^2}{k_1} + \frac{(y-y_0)^2}{k_2} = 1$	
$k_1 = k_2$	Circunferência
$k_1 > 0, k_2 > 0$ e $k_1 > k_2$	Elipse de eixo maior horizontal
$k_1 > 0, k_2 > 0$ e $k_1 < k_2$	Elipse de eixo maior vertical
$k_1 > 0$ e $k_2 < 0$	Hipérbole de eixo real horizontal
$k_1 < 0$ e $k_2 > 0$	Hipérbole de eixo real vertical

Rotação de eixos

As coordenadas de um ponto $P(x,y)$ após a rotação de eixos de um ângulo θ são dadas por (x', y') tais que	
$x = x' \cdot \cos\theta - y' \cdot \sin\theta$	$y = x' \cdot \sin\theta + y' \cdot \cos\theta$

Interpretação de uma equação do 2º grau

Dada a eq. geral do 2º grau: $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ é sempre possível eliminar o seu termo retângulo ($2Bxy$) através de uma rotação de eixos de um ângulo θ tal que	
$A = C \rightarrow \theta = \pi/4$	$A \neq C \rightarrow \text{tg } 2\theta = 2B/(A - C)$

IME 1998 – UM EXEMPLO DE CÔNICAS

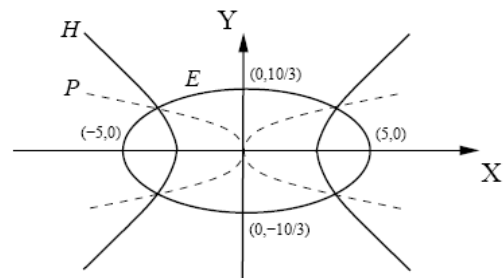
Em 1998 foi cobrada uma questão bastante interessante a respeito deste tópico pouco enfatizado no ensino médio. Ele relaciona parábola, hipérbole e elipse, necessitando um certo traquejo matemático nestas três cônicas:

QUESTÃO: Considere uma elipse e uma hipérbole centradas na origem, O , de um sistema cartesiano, com eixo focal coincidente com o eixo OX . Os focos da elipse são vértices da hipérbole e os focos da hipérbole são vértices da elipse.

Dados os eixos da elipse como 10 cm e $\frac{20}{3} \text{ cm}$, determine as equações das parábolas, que passam pelas interseções da elipse e da hipérbole e são tangentes ao eixo OY na origem.

SOLUÇÃO:

Do enunciado temos:



I) Para a elipse

Temos $a = 5$; $b = \frac{10}{3}$ e portanto a equação da elipse é: $\frac{x^2}{25} + \frac{9y^2}{100} = 1$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, temos que $c^2 = 25 - \frac{100}{9} \Rightarrow c_{\text{elipse}} = \frac{5\sqrt{5}}{3}$

Note que temos $c_{\text{elipse}} = a_{\text{hipérbole}}$

II) Para a hipérbole

Temos $a = \frac{5\sqrt{5}}{3}$; $c = 5$

Como $c^2 = a^2 + b^2$, temos que $b^2 = 25 - \frac{125}{9} \Rightarrow b = \frac{10}{3}$

Assim, a equação da hipérbole é: $\frac{9x^2}{125} - \frac{9y^2}{100} = 1$

Pontos de interseção das Cônicas
Somando as equações das cônicas:

$$\begin{cases} E: \frac{x^2}{25} + \frac{9y^2}{100} = 1 \\ H: \frac{9x^2}{125} - \frac{9y^2}{100} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{14x^2}{125} = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{125}{7} \Rightarrow y^2 = \frac{200}{63}$$

As parábolas tangentes ao eixo OY, têm equações da forma:

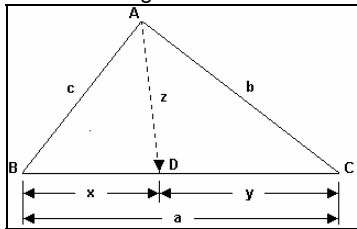
$$y^2 = 4px$$

Logo: $\frac{200}{63} = 4p \left(\pm \sqrt{\frac{125}{7}} \right) \Rightarrow 4p = \pm \sqrt{\frac{7}{125}} \cdot \frac{200}{63} \Rightarrow 4p = \pm \frac{8\sqrt{35}}{63}$

Assim, a equação das parábolas são dadas por: $P: y^2 = \pm \frac{8\sqrt{35}}{63} x$

GEOMETRIA – A RELAÇÃO DE STEWART

Um teorema bastante importante, que pode facilitar a vida do candidato em geometria é o teorema de Stewart:



$$b^2x + c^2y - z^2a = a \cdot x \cdot y$$

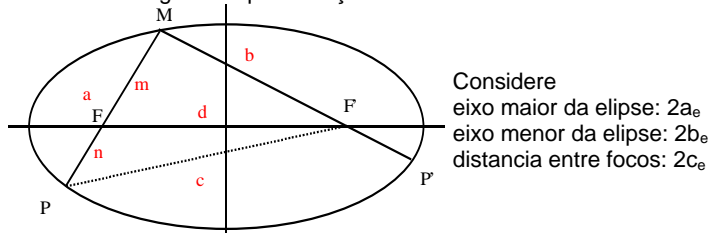
IME 2005 – UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE STEWART

QUESTÃO: Considere uma elipse de focos F e F' , e M um ponto qualquer dessa curva. Traça-se por M duas secantes \overline{MF} e $\overline{MF'}$, e que interceptam a elipse em P e P' , respectivamente. Demonstre que a soma $(\overline{MF} / \overline{FP}) + (\overline{MF'} / \overline{F'P'})$ é constante.

Sugestão: Calcule inicialmente a soma $(1/\overline{MF}) + (1/\overline{FP})$.

SOLUÇÃO:

Considere a seguinte representação:



Considere eixo maior da elipse: $2a_e$
eixo menor da elipse: $2b_e$
distancia entre focos: $2c_e$

Para visualizarmos a Relação de Stewart no triângulo MPF' , temos:

$$\begin{array}{l} MP = a = m + n \\ MF = m \\ FP = n \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} FF' = d = 2c_e \\ MF' = b \\ PF' = c \end{array} \right.$$

Daí, pela Relação de Stewart, temos:

$$m \cdot c^2 + n \cdot b^2 - a \cdot d^2 = a \cdot m \cdot n$$

Das propriedades da elipse, temos:

- A) $b + m = c + n = 2a_e$ (soma das distâncias de um ponto aos focos constante) $\Rightarrow b = 2a_e - m$ e $c = k - n$
- B) $d = 2c_e$

Substituindo na relação de Stewart:

$$\begin{aligned} m \cdot (2a_e - n)^2 + n \cdot (2a_e - m)^2 &= (m + n) \cdot 4c_e^2 + (m + n) \cdot m \cdot n \\ \Rightarrow m \cdot (4a_e^2 - 4a_e n + n^2) + n \cdot (4a_e^2 - 4a_e m + m^2) &= (m + n) \cdot 4c_e^2 + (m + n) \cdot m \cdot n \\ \Rightarrow (m + n) \cdot 4a_e^2 - 8a_e m n + (m + n) \cdot m \cdot n &= (m + n) \cdot 4c_e^2 + (m + n) \cdot m \cdot n \\ \Rightarrow (m + n) \cdot (4a_e^2 - 4c_e^2) &= 8a_e m n \\ \Rightarrow \frac{m + n}{m \cdot n} &= \frac{8a_e}{4a_e^2 - 4c_e^2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{8a_e}{4a_e^2 - 4c_e^2}$$

Lembrando que $a_e^2 = b_e^2 + c_e^2$, temos $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2a_e}{b_e^2}$ que é constante.

Assim, tomando-se $\frac{2a_e}{b_e^2} = K = \text{constante}$, vem:

$$\frac{1}{PF} + \frac{1}{MF} = K \text{ (I); analogamente, } \frac{1}{PF'} + \frac{1}{MF'} = K \text{ (II)}$$

Multiplicando (I) por MF e (II) por MF', chega-se a:

$$\frac{MF}{PF} + 1 = K \cdot MF \text{ (III) e } \frac{MF'}{PF'} + 1 = K \cdot MF' \text{ (IV)}$$

De (III) + (IV) tem-se:

$$2 + \frac{MF}{PF} + \frac{MF'}{PF'} = K \cdot (MF + MF')$$

Da propriedade da elipse $(MF + MF') = 2a_e$

$$\frac{MF}{PF} + \frac{MF'}{PF'} = K \cdot 2a_e - 2 = C = \text{constante}$$

Observação: Cálculo da constante C:

$$C = 2a_e \cdot K - 2 = 2a_e \cdot \frac{2a_e}{b_e^2} - 2 = \frac{4a_e^2 - 2b_e^2}{b_e^2} = \frac{2(a_e^2 + c_e^2)}{b_e^2}$$

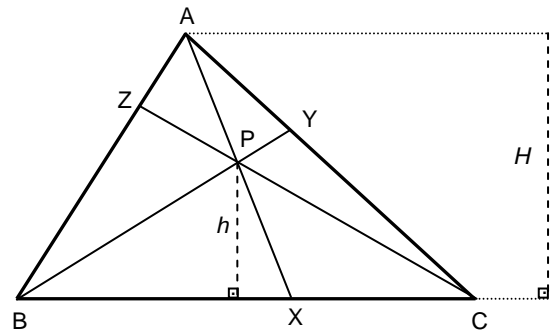
TEOREMA DE CEVA

Teorema: Sejam \overline{AX} , \overline{BY} , \overline{CZ} cevianas de um triângulo ABC , elas serão concorrentes em um ponto P se e somente se

$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1.$$

Demonstração:

Tomemos P , o ponto de encontro das cevianas \overline{AX} , \overline{BY} , \overline{CZ} e denotaremos por (ABC) a área do triângulo ABC . Podemos notar que os triângulos BPX e CPX têm a mesma altura h em relação às bases \overline{BX} e \overline{XC} , respectivamente. Notamos também que os triângulos ABX e ACX têm a mesma altura H em relação às bases \overline{BX} e \overline{XC} , respectivamente.



Desta maneira temos que:

$$(ABX) = \frac{BX \cdot H}{2}, \quad (ACX) = \frac{CX \cdot H}{2}$$

$$\text{e} \\ (BPX) = \frac{BX \cdot h}{2}, \quad (CPX) = \frac{CX \cdot h}{2}.$$

Segue que:

$$\frac{(ABP)}{(ACP)} = \frac{(ABX) - (BPX)}{(ACX) - (CPX)} \Rightarrow \frac{(ABP)}{(ACP)} = \frac{\frac{BX \cdot H}{2} - \frac{BX \cdot h}{2}}{\frac{CX \cdot H}{2} - \frac{CX \cdot h}{2}} = \frac{BX}{CX}$$

Analogamente obtemos $\frac{CY}{YA} = \frac{(BCP)}{(ABP)}$ e $\frac{AZ}{ZB} = \frac{(ACP)}{(BCP)}$.

Desta maneira podemos concluir que:

$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = \frac{(ABP)}{(ACP)} \cdot \frac{(BCP)}{(ABP)} \cdot \frac{(ACP)}{(BCP)} = 1.$$

Agora devemos demonstrar que a recíproca também é verdadeira. A recíproca afirma que se três cevianas, $\overline{AX}, \overline{BY}, \overline{CZ}$, satisfazem $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$, então elas concorrem no mesmo ponto P .

Tomemos P o ponto de encontro das cevianas \overline{AX} e \overline{BY} do triângulo ABC . Iremos mostrar que \overline{CZ} passa por P .

Seja $\overline{CZ'}$ uma ceviana que passa por P . Pela demonstração acima podemos afirmar que $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ'}{Z'B} = 1$.

Pela hipótese, temos que $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$, portanto:

$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ'}{Z'B} = \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} \Rightarrow \frac{AZ'}{Z'B} = \frac{AZ}{ZB}$$

Substituindo $AZ = AB - ZB$ e $AZ' = AB - Z'B$, temos:

$$\frac{AB - ZB}{ZB} = \frac{AB - Z'B}{Z'B} \Rightarrow \frac{AB}{ZB} - 1 = \frac{AB}{Z'B} - 1 \Rightarrow ZB = Z'B$$

Assim, concluímos que Z e Z' são equidistantes do ponto B .

Agora fazendo a substituição $ZB = AB - AZ$ e $Z'B = AB - AZ'$, temos:

$$\frac{AZ}{AB - AZ} = \frac{AZ'}{AB - AZ'} \Rightarrow \frac{AB}{AZ'} - 1 = \frac{AB}{AZ} - 1 \Rightarrow AZ = AZ'$$

Portanto concluímos que Z e Z' são equidistantes do ponto A , e por consequência das duas condições, temos que $Z = Z'$, como queríamos demonstrar.

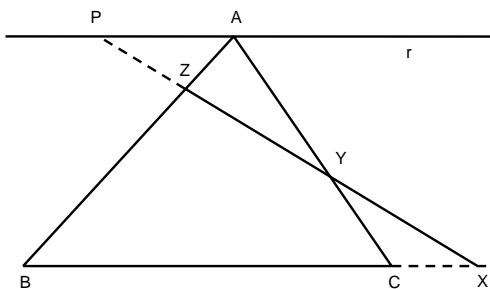
TEOREMA DE MENELAUS

Teorema: Sejam X, Y, Z pontos nas retas suportes dos lados $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$, respectivamente, do triângulo ABC e diferentes dos vértices. Tais pontos serão colineares se e somente se

$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1.$$

Demonstração:

Tomemos r , a reta paralela ao lado \overline{BC} que passa pelo vértice A . Prolongaremos o segmento \overline{XZ} e denotaremos como P o encontro de tal segmento com a reta r . Podemos observar semelhança entre os seguintes triângulos: $\triangle BZX \sim \triangle AZP$ e $\triangle CYX \sim \triangle AYP$.



Pela semelhança temos:

$$\frac{BZ}{AZ} = \frac{BX}{AP} \text{ e } \frac{CY}{AY} = \frac{CX}{AP}.$$

Isolando AP nas duas equações temos:

$$AP = \frac{AZ \cdot BX}{ZB} \text{ e } AP = \frac{YA \cdot XC}{CY}.$$

Segue que:

$$\frac{AZ \cdot BX}{ZB} = \frac{YA \cdot XC}{CY} \Rightarrow \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1.$$

Agora devemos demonstrar que a recíproca também é verdadeira. A recíproca afirma que se tomarmos pontos X, Y, Z nas retas suportes dos lados $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$, respectivamente, do triângulo ABC diferentes dos vértices e a equação $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$ é satisfeita, então estes pontos são colineares.

Tomemos X, Y, Z pontos das retas suportes dos lados $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$,

respectivamente, que satisfaçam $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$. Suponhamos que

as retas \overline{AB} e \overline{XY} se interceptem num ponto Z' , pela demonstração acima podemos afirmar que $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ'}{Z'B} = 1$.

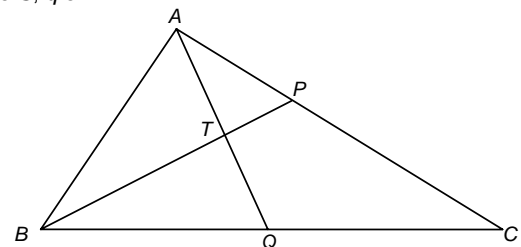
Pela hipótese temos que $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$, portanto:

$$\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ'}{Z'B} = \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} \Rightarrow \frac{AZ}{ZB} = \frac{AZ'}{Z'B}$$

A partir daqui, a demonstração é idêntica à feita anteriormente para a parte final do teorema de Ceva.

IME 2005 – UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE MENELAUS

Considere um triângulo ABC de área S . Marca-se o ponto P sobre o lado \overline{AC} tal que $PA/PC = q$, e o ponto Q sobre o lado \overline{BC} de maneira que $QB/QC = r$. As cevianas \overline{AQ} e \overline{BP} encontram-se em T , conforme ilustrado na figura. Determine a área do triângulo ATP em função de S, q e r .



Resolução

Seja h_1 a distância do ponto B à reta \overline{AC} . Então, a área do triângulo ABP representa uma fração da área S do triângulo ABC dada por:

$$\frac{S_{ABP}}{S} = \frac{AP \cdot h_1}{AC \cdot h_1} = \frac{AP}{AC}$$

Como $\frac{PA}{PC} = q \Leftrightarrow PA = q \cdot PC$, podemos calcular a razão $\frac{AP}{AC}$ por:

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AP}{AP + PC} = \frac{q \cdot PC}{q \cdot PC + PC} = \frac{q}{q + 1}$$

Assim:

$$\frac{S_{ABP}}{S} = \frac{AP}{AC} = \frac{q}{q + 1} \Leftrightarrow S_{ABP} = \frac{q}{q + 1} \cdot S$$

Por outro lado, seja h_2 a distância do ponto A à reta \overline{BP} . Então, a área do triângulo ATP representa uma fração da área do triângulo ABP dada por:

$$\frac{S_{ATP}}{S_{ABP}} = \frac{TP \cdot h_2}{BP \cdot h_2} = \frac{TP}{BP}$$

Agora, como os pontos A, T e Q são colineares, aplicando o teorema de Menelaus no triângulo BQP , vem que:

$$\frac{TB}{QP} \cdot \frac{AP}{AC} \cdot \frac{QC}{QB} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{BP - TP}{TP}\right) \cdot \left(\frac{q}{q + 1}\right) \cdot \frac{1}{r} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{BP}{TP} - 1 = \frac{(q + 1) \cdot r}{q} \Leftrightarrow \frac{BP}{TP} = \frac{q \cdot r + r + q}{q} \Leftrightarrow \frac{TP}{BP} = \frac{q}{q \cdot r + r + q}$$

Portanto:

$$\frac{S_{ATP}}{S_{ABP}} = \frac{TP}{BP} \Leftrightarrow \frac{S_{ATP}}{\frac{q}{q + 1} \cdot S} = \frac{q}{q \cdot r + r + q} \Leftrightarrow S_{ATP} = \frac{q^2}{(q + 1) \cdot (q \cdot r + r + q)} \cdot S$$

OBSERVAÇÃO FINAL

Como observação final, gostaríamos de deixar bem claro que, em qualquer exercício de Matemática, a argumentação é fundamental, principalmente em exercícios que envolvem demonstrações. Não basta apenas chegar a um resultado, também é necessário especificar o modo como esse resultado foi obtido.

A FÍSICA NO IME

Na prova de física do IME dificilmente um tópico aparece totalmente isolado dos demais. Frequentemente uma questão pode ser desmembrada em várias e cada uma destas novas questões já seria bastante complexa. Entretanto, um pouco de organização ajuda bastante a separar cada passo da resolução, de maneira a melhorar o seu desempenho.

Assim, a grande dica para a prova do IME é pensar no que você está fazendo. Não adianta iniciar a resolução de uma questão sem antes ter imaginado um plano. Logo, sua resolução será mais objetiva e você terá maiores chances de êxito.

Podemos citar alguns tópicos que o IME costuma enfatizar mais em suas provas. Novamente, passamos-lhe um resumo sobre as apostas dos professores do ELITE. De maneira geral, podemos citar que historicamente os assuntos mais cobrados nesta prova são:

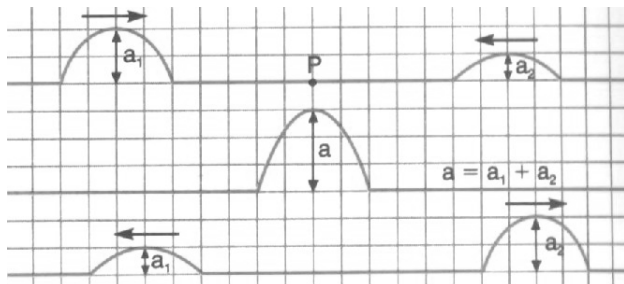
- **Empuxo e Resistores na água** – com muita recorrência, a prova do IME apresenta questões envolvendo empuxo e questões sobre resistências imersas em água, elevando sua temperatura, considerando os últimos quatorze anos do seu vestibular. Questões envolvendo diretamente o conceito de empuxo apareceram em: 1998, 1999, 2000 (2 questões), 2001, 2002 (3 questões), 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2010 e 2011. Questões sobre aquecimento de água através de resistores apareceram em 1998, 2000, 2004, 2007, 2008 e 2010.
- **Força Magnética em cargas e condutores** – Movimento de cargas em regiões com campo magnético, força em fios transportando corrente e indução eletromagnética são temas que têm aparecido com muita frequência nos últimos anos do vestibular do IME: 1997, 1999, 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005 (2 questões), 2006, 2007 e 2008. Em 2009, a questão sobre este assunto foi um teste, de natureza conceitual (verdadeiro/falso) e em 2011 foram 3 questões (sendo 1 teste e 2 dissertativas).
- **Capacitores** – Nos últimos quatorze anos apareceu quase sempre pelo menos uma questão envolvendo capacitores. Além de aparecer em circuitos, como em 2000, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2009 (3 questões), 2010 (2 questões) e 2011 (2 questões), outra situação que tem se repetido é a de separação das placas de um capacitor de placas paralelas, com conseqüente variação da capacitância, como em 1997, 1998, 2005, 2007, 2008, 2010 e 2011. Alguns dos conceitos envolvendo capacitores não pertencem ao ensino médio, como regime transitório (carregamento e descarregamento) de capacitores. Em 2002 e em 2003 estes tópicos foram cobrados.
- **Difração e Interferência** – Trata-se de um assunto bastante específico, cobrado pelo IME e pelo ITA, assim como circuitos envolvendo capacitores, que não aparece em vestibulares como os da Fuvest e da Unicamp. Questões envolvendo estes conceitos apareceram em 1997, 2001, 2004, 2005, 2007 e 2010. O IME tem certa preferência por difração em fenda simples, enquanto o ITA costuma cobrar bastante o experimento de Young (fenda dupla) e interferência de maneira geral. Contudo, a questão de 2010 do IME foi sobre experimento de Young, entre outros assuntos, enquanto que em 2011 não houve incidência do assunto.

Colocamos a seguir um breve resumo para que você possa relembrar estes conceitos. **Bons estudos!**

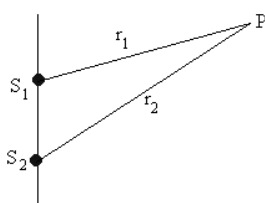
INTERFERÊNCIA

Interferência – É o fenômeno da superposição de duas ou mais ondas num mesmo ponto do espaço.

Superposição de Ondas – Quando dois pulsos propagando-se em sentidos opostos se encontram, temos uma superposição desses pulsos. Após o encontro, os pulsos continuam seu caminho sem que nenhuma propriedade (período, velocidade, frequência, etc) tenha se alterado.



Dizemos que a interferência é **construtiva** quando as amplitudes das ondas se somam, e que é **destrutiva** quando as amplitudes das ondas se cancelam.



Para ondas em concordância de fase, a interferência construtiva se dá quando a diferença entre as distâncias percorridas por cada onda (diferença de caminhos), denotada por $\Delta s = r_2 - r_1$, for igual a um

número inteiro de comprimentos de onda (λ), ao passo que a interferência destrutiva se dá quando a diferença de caminhos for igual a um número inteiro ímpar de meio comprimento de onda.

Ondas em concordância de fase:

Interferência construtiva: $\Delta s = n \cdot \lambda, n \in \mathbb{Z}$

Interferência destrutiva: $\Delta s = n \cdot \frac{\lambda}{2}, n \text{ ímpar} \in \mathbb{Z}$

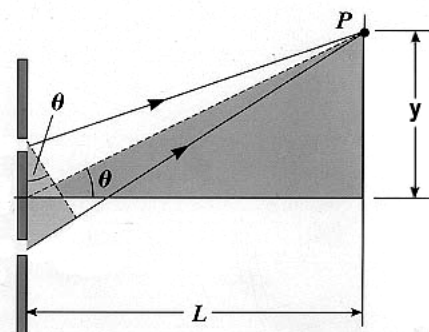
Para ondas em oposição de fase, ocorre o contrário:

Ondas em oposição de fase:

Interferência construtiva: $\Delta s = n \cdot \frac{\lambda}{2}, n \text{ ímpar} \in \mathbb{Z}$

Interferência destrutiva: $\Delta s = n \cdot \lambda, n \in \mathbb{Z}$

Experiência de Young – Nesta experiência, duas fendas são iluminadas por uma fonte de luz monocromática, estando as fendas separadas entre si de uma distância d .



Um padrão de interferência consistindo de franjas claras e escuras é observado num anteparo, colocado à distância L das fendas. A condição para ocorrência de interferência construtiva (franjas claras), isto é, pontos onde é máxima a intensidade luminosa, é dada por:

$$d \cdot \text{sen}\theta = m \cdot \lambda, \text{ com } m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \text{ (pontos de máximo)}$$

Os pontos de interferência destrutiva (franjas escuras), isto é, aqueles onde a intensidade luminosa é mínima, são dados por:

$$d \cdot \sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \text{ com } m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots \text{ (pontos de mínimo)}$$

Fazendo a aproximação: $\sin\theta \approx \tan\theta$, válida para pequenos ângulos,

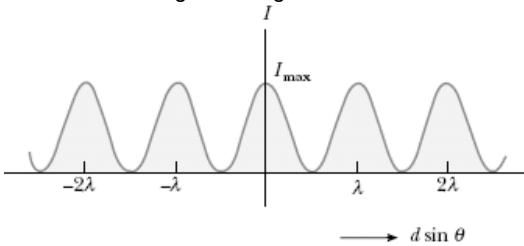
com $\tan\theta = \frac{y}{L}$, temos:

$$y = \frac{\lambda \cdot L}{d} m \text{ (pontos de máximo)}$$

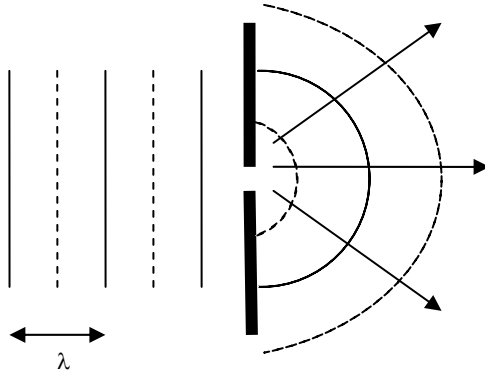
$$y = \frac{\lambda \cdot L}{d} \left(m + \frac{1}{2}\right) \text{ (pontos de mínimo),}$$

com $m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$ em ambos os casos.

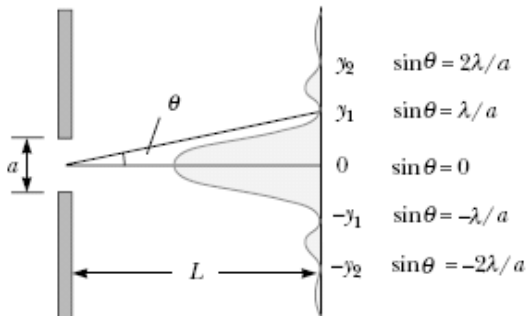
A intensidade luminosa I das franjas varia em função do produto $d \cdot \sin\theta$ de acordo com o gráfico seguinte:



Difração – Mudança da direção de propagação da onda ao passar por uma fenda de tamanho comparável ao seu comprimento de onda.



A chamada **difração de Fraunhofer** estuda o fenômeno da difração fazendo uma luz monocromática (de comprimento de onda λ) passar perpendicularmente a uma única fenda de largura a , a uma distância L de um anteparo. Neste anteparo observamos franjas claras e escuras, correspondendo a pontos de máxima e mínima intensidade luminosa, como na figura a seguir:



Os pontos de mínima intensidade luminosa são dados por:

$$a \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda, \text{ com } m = \pm 1; \pm 2; \dots \text{ (pontos de mínimo)}$$

Os **pontos de máxima** intensidade, por sua vez, estão aproximadamente a meio caminho de dois pontos de mínimo consecutivos.

Dois fatos devem ser observados com relação à diferença entre os dois fenômenos (interferência e difração):

- Embora as relações entre as grandezas nos dois fenômenos sejam parecidas ($d \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$ e $a \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$), a primeira relação indica os pontos de máximo no fenômeno

da interferência, enquanto a segunda indica os pontos de mínimo no fenômeno da difração.

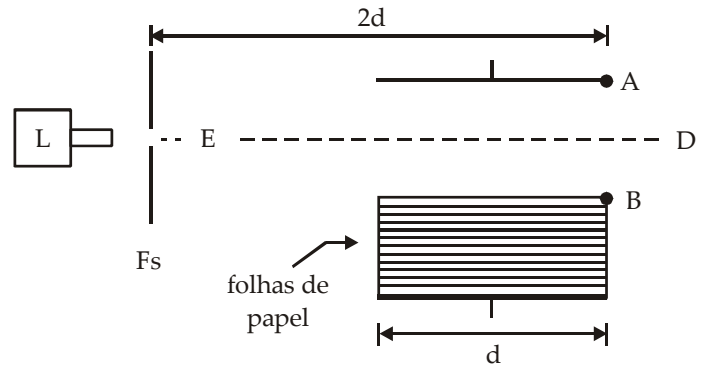
- Enquanto a intensidade máxima atingida no fenômeno da interferência seja constante, a intensidade máxima atingida no fenômeno da difração vai diminuindo, tendendo a zero à medida que nos distanciamos do máximo central.

IME 2007 – UM EXEMPLO DE DIFRAÇÃO E CAPACITOR

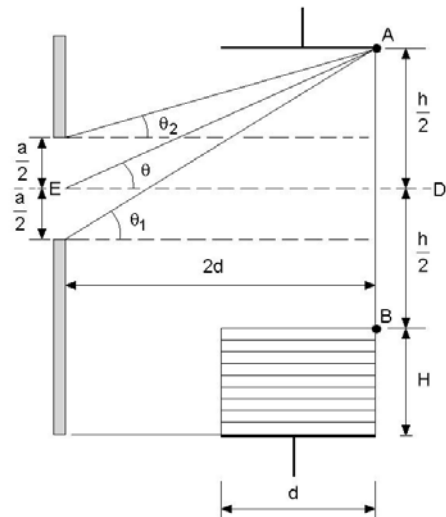
QUESTÃO: A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples F_s projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, equidistantes da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura e_r , determine o número de folhas empilhadas em cada embalagem.

- Dados: comprimento de onda do laser λ ;
largura da fenda simples = a ;
distância entre a fenda e a reta AB = $2d$
área da superfície das placas do capacitor = d^2
permissividade do vácuo = ϵ_0
permissividade do papel = ϵ
capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C

Obs.: despreze o efeito da borda do capacitor



SOLUÇÃO: Observe a figura:



Da figura acima temos que:

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\frac{h}{2} + \frac{a}{2}}{2d} \quad \operatorname{tg}\theta_2 = \frac{\frac{h}{2} - \frac{a}{2}}{2d} \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{h}{2d}$$

Consideraremos que $h \gg a$, uma vez que a é largura da fenda (da ordem de grandeza do comprimento de onda) e h é o espaço entre a placa superior e a face da folha de papel que se encontra no topo da pilha. Desse modo podemos assumir que $\operatorname{tg}\theta_1 \approx \operatorname{tg}\theta_2 \approx \operatorname{tg}\theta$, ou seja, os raios incidentes que interferem destrutivamente para formar o mínimo de difração de primeira ordem no ponto A são praticamente paralelos. Então, podemos considerar, que a diferença de caminho entre os pares de raios que se cancelam é dada por:

$$\Delta = \frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{a}\right)^2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}{a} \Rightarrow \Rightarrow \text{tg} \theta = \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}$$

Logo:

$$\frac{h}{4d} = \frac{\lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \Rightarrow h = \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}}$$

O conjunto de folhas junto com o capacitor formam um sistema de dois capacitores em série (um cujo dielétrico é o papel e outro cujo dielétrico é o vácuo). Assim, lembrando que $C = \epsilon \frac{A}{d}$ temos as capacitâncias:

$$C_{\text{papel}} = \epsilon \frac{d^2}{H} \text{ e } C_{\text{vacuo}} = \epsilon_0 \frac{d^2}{h}$$

A capacitância equivalente é dada por: $C = \frac{C_{\text{papel}} \cdot C_{\text{vacuo}}}{C_{\text{papel}} + C_{\text{vacuo}}}$

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{h} \cdot \frac{\epsilon \cdot d^2}{H}}{\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{h} + \frac{\epsilon \cdot d^2}{H}} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot d^2}{\epsilon_0 \cdot H + \epsilon \cdot h} \Rightarrow C \cdot \epsilon_0 \cdot H + C \cdot \epsilon \cdot h = \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot d^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{\epsilon \cdot d^2}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - h \right) \Rightarrow H = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \right)$$

Como $H = n \cdot e_t$, temos:

$$n = \frac{\epsilon}{e_t \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{\sqrt{a^2 - \lambda^2}} \right)$$

NOTA: Para que o ângulo θ fosse considerado pequeno deveríamos ter $\frac{h}{2} \ll 2d$, o que não necessariamente é verdade.

Caso o enunciado colocasse esta condição como verdadeira, teríamos:

$$\frac{\lambda}{a} = \sin \theta = \text{tg} \theta = \frac{h}{2 \cdot d} \Rightarrow h = \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{a}$$

Substituindo na equação da associação de capacitores:

$$H = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \cdot \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - h \right) \Rightarrow n \cdot e_t = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{a} \right) \Rightarrow n = \frac{\epsilon}{e_t \cdot \epsilon_0} \left(\frac{\epsilon_0 \cdot d^2}{C} - \frac{4 \cdot d \cdot \lambda}{a} \right)$$

ELETROMAGNETISMO

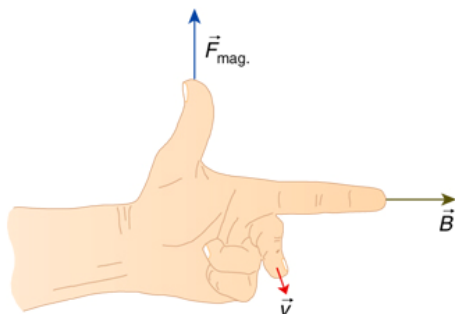
FORÇA MAGNÉTICA DE LORENTZ

Numa carga elétrica q em movimento, animada de velocidade vetorial \vec{v} , mergulhada numa região onde atua um magnético \vec{B} , que forma um ângulo θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) com o vetor velocidade \vec{v} , surge uma força \vec{F}_m atuando nessa carga, dita **força magnética de Lorentz**, com as seguintes características:

Módulo: $|\vec{F}_m| = |q| \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \theta$

Direção e Sentido:

Dados pela **regra da mão esquerda**, dedo indicador no sentido do campo magnético \vec{B} , dedo médio no sentido da velocidade \vec{v} , o polegar dá a direção e o sentido da força magnética \vec{F}_m :

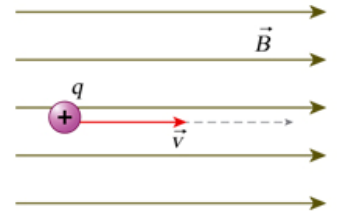


Essa regra vale para partículas positivamente carregadas ($q > 0$). Se a partícula estiver com carga elétrica negativa ($q < 0$), devemos **inverter**

o **sentido** do vetor encontrado de acordo com a regra da mão esquerda.

O movimento resultante da partícula de acordo com o ângulo da velocidade \vec{v} em relação ao campo magnético \vec{B} será:

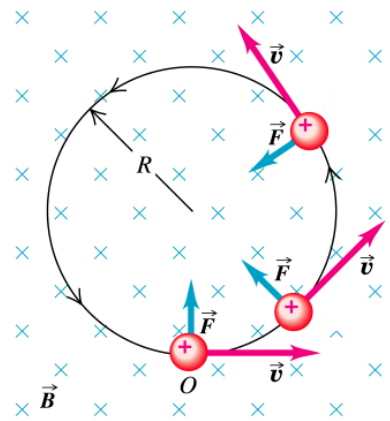
(I) $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$: A **força magnética será nula**, pois nesses casos $\sin \theta = 0$, e portanto a partícula seguirá sua trajetória com velocidade vetorial constante, em **movimento retilíneo e uniforme**.



(II) $\theta = 90^\circ$: A força magnética atuará como resultante de natureza **centrípeta** e, portanto, a partícula descreverá uma circunferência em **movimento circular uniforme**.

O raio (R) e o período (T) desse movimento são dados por:

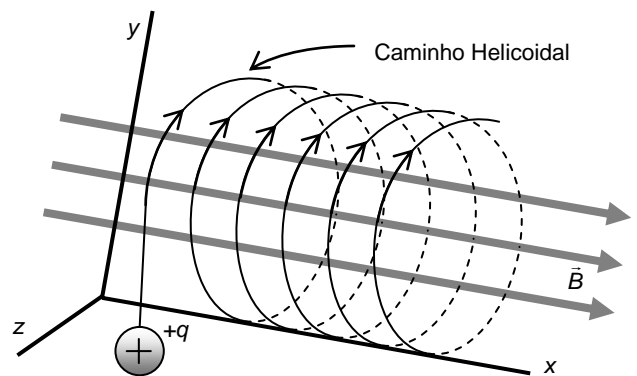
$$R = \frac{m \cdot |\vec{v}|}{|q| \cdot |\vec{B}|}; \quad T = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot |\vec{B}|}$$



(III) $0^\circ < \theta < 180^\circ, \theta \neq 90^\circ$: Decompomos a velocidade numa direção paralela (\vec{v}_x) ao campo magnético e noutra perpendicular ao campo ($\vec{v}_\perp = \vec{v}_y + \vec{v}_z$), obtendo uma composição de dois movimentos:

Na direção paralela, movimento retilíneo e uniforme, como visto no caso (I).
No plano perpendicular, movimento circular uniforme, como visto no caso (II).

A composição desses dois movimentos nos dá a forma do movimento resultante, **uma trajetória helicoidal** (hélice cilíndrica).



Orientando os três eixos cartesianos (x, y e z) como na figura, com o campo magnético paralelo ao eixo x , a partícula executa um movimento retilíneo e uniforme na direção do eixo x , mantendo a componente \vec{v}_x de sua velocidade vetorial \vec{v} inalterada. No plano perpendicular ao eixo x – o plano yz – a partícula executa um movimento circular uniforme, tendo a força magnética \vec{F}_m como resultante de natureza centrípeta. Esse movimento conserva o módulo da componente da velocidade perpendicular ao campo magnético, mas altera sua direção e sentido. No caso, tal componente é a soma vetorial $\vec{v}_\perp = \vec{v}_y + \vec{v}_z$, sempre contida num plano perpendicular à direção do campo magnético.

O **passo da hélice** é a distância Δx que a partícula percorre na direção do eixo x durante um intervalo de tempo correspondente a um período (T) do movimento circular que ela executa no plano perpendicular. Essa distância é a menor distância que a partícula percorre ao longo do eixo x para que suas coordenadas y e z voltem a ficar iguais às do ponto inicial, ou ainda, para que sua velocidade vetorial tenha exatamente as mesmas características (módulo, direção e sentido) daquelas do ponto inicial.

Para este movimento, temos então:

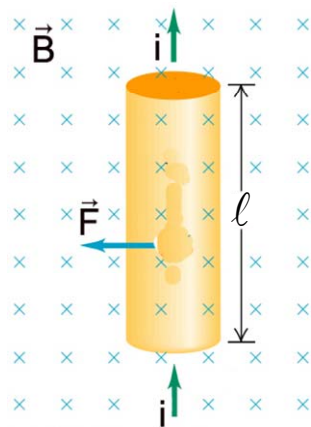
$$R = \frac{m \cdot \sqrt{|\vec{v}_y|^2 + |\vec{v}_z|^2}}{|q| \cdot |\vec{B}|}, \text{ onde } |\vec{v}_\perp| = |\vec{v}_y + \vec{v}_z| = \sqrt{|\vec{v}_y|^2 + |\vec{v}_z|^2}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{|q| \cdot |\vec{B}|}; \quad \Delta x = |\vec{v}_x| \cdot T = \frac{2\pi \cdot m \cdot |\vec{v}_x|}{|q| \cdot |\vec{B}|}$$

Força Magnética sobre um condutor

Num fio de comprimento ℓ , transportando uma corrente i , imerso num campo magnético \vec{B} , que forma um ângulo θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) com o fio, surge uma força magnética \vec{F}_m com as seguintes características:

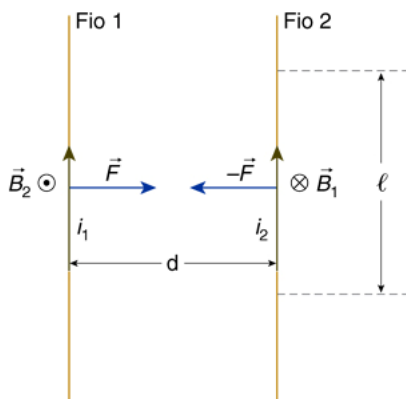
- **Módulo:** $|\vec{F}_m| = |\vec{B}| \cdot i \cdot \ell \cdot \text{sen}\theta$
- **Direção:** A Força magnética é perpendicular ao campo magnético \vec{B} e ao condutor.
- **Sentido:** Dado pela **regra da mão esquerda**, dedo indicador no sentido do campo magnético \vec{B} , dedo médio no sentido da corrente i (em lugar da velocidade \vec{v} , na força de Lorentz), o polegar dá a direção e o sentido da força magnética \vec{F}_m .



Força magnética entre dois fios paralelos

Quando dois fios de mesmo comprimento ℓ , transportando correntes i_1 e i_2 , são dispostos paralelamente um ao outro a uma distância d , aparece uma força magnética \vec{F}_m de interação entre eles dada por:

$$|\vec{F}_m| = \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot d}$$



Tal força será de **atração** se as correntes estiverem no **mesmo sentido**, e será de **repulsão** se as correntes estiverem em **sentidos opostos**.

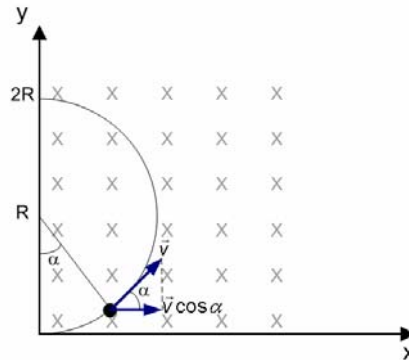
Obs.: Considera-se o caso de fios longos em relação à distância que os separam.

IME 2007 – TESTES – UM EXEMPLO DE ELETROMAGNETISMO

QUESTÃO: Uma partícula com carga elétrica penetra, ortogonalmente, num campo magnético uniforme com velocidade v no ponto cujas coordenadas (x, y) são $(0, 0)$ e sai do campo no ponto $(0, 2R)$. Durante a permanência no campo magnético, a componente x da velocidade da partícula no instante t é dada por:

- a) $v \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi v \cdot t}{R}\right)$
- b) $v \cdot \cos\left(\frac{\pi v \cdot t}{R}\right)$
- c) $v \cdot \cos\left(\frac{v \cdot t}{R}\right)$
- d) $v \cdot \cos\left(\frac{2v \cdot t}{R}\right)$
- e) $v \cdot \cos\left(\frac{v \cdot t}{2R}\right)$

SOLUÇÃO:



A partir da figura, temos:

$$v_x = v \cdot \cos \alpha$$

e

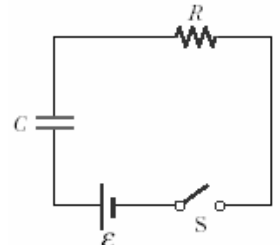
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\alpha \cdot R}{t} \Rightarrow \alpha = \frac{v \cdot t}{R}$$

Substituindo, temos:

$$v_x = v \cdot \cos\left(\frac{v \cdot t}{R}\right)$$

CIRCUITO RC

Capacitor sendo carregado – Montamos um circuito constituído por uma bateria ideal de força eletromotriz ε , um resistor de resistência R , e um capacitor de capacitância C :



O capacitor está inicialmente descarregado. Ao fecharmos a chave S , aparecerá uma corrente circulando no circuito, que passará a carregar o capacitor. A carga acumulada no capacitor e a corrente no circuito ao longo do tempo são dadas por:

$$Q(t) = C \cdot \varepsilon \cdot (1 - e^{-t/RC}); \quad i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

No instante inicial, fazendo $t = 0$ nas equações acima, obtemos:

$$Q(0) = 0 \text{ e } i(0) = \frac{\varepsilon}{R}$$

Ou seja, a carga inicial é nula (já sabíamos, pois o capacitor está inicialmente descarregado), e a corrente inicial é a mesma que apareceria se não tivéssemos o capacitor no circuito. Disso, concluímos o seguinte:

“Quando montamos um circuito com um capacitor inicialmente descarregado, no instante inicial tudo se passa como se o capacitor fosse um fio de resistência nula, ou seja, como se simplesmente tirássemos o capacitor do circuito e substituíssemos por um fio”.

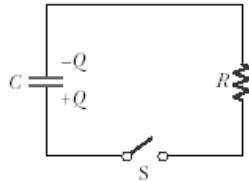
À medida que o tempo vai passando, o capacitor vai se carregando, e a corrente vai ficando cada vez menor. Passado muito tempo, praticamente não temos mais corrente circulando, e a carga no capacitor tende a um valor limite. Observe o que acontece quando fazemos o tempo tender a infinito nas equações da carga e na corrente:

$$t \rightarrow +\infty \Rightarrow e^{-t/RC} \rightarrow 0 \Rightarrow Q_{FINAL} = Q(+\infty) = C \cdot \varepsilon \text{ e } i_{FINAL} = i(+\infty) = 0$$

Ou seja, a corrente final no circuito é nula, e a carga final do capacitor é o produto da capacitância pela força eletromotriz, sendo que a diferença de potencial que aparece no capacitor ao fim do processo é a força eletromotriz da bateria. Ou seja:

“Depois de muito tempo, estando o capacitor já totalmente descarregado, tudo se passa como se o capacitor fosse uma chave aberta no circuito, impedindo a circulação de corrente e consumindo assim toda a força eletromotriz da bateria”.

Capacitor sendo descarregado – Após carregar completamente um capacitor, abrimos a chave S e retiramos a bateria do circuito. Fechando a chave S, o capacitor começa a se descarregar, fornecendo corrente para o resistor.



Nessa nova situação, a carga presente no capacitor e a corrente no circuito ao longo do tempo são dadas por:

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-t/RC}; \quad i(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$$

O sinal negativo na expressão da corrente indica que no processo de descarga, a corrente circula no sentido contrário àquele em que circulava no processo de carga do capacitor.

No instante inicial ($t = 0$), temos:

$$Q(0) = Q_0 \quad \text{e} \quad i(0) = -\frac{Q_0}{RC}$$

Depois de muito tempo, o resistor terá consumido praticamente toda a carga do capacitor, e tanto a carga restante quanto a corrente circulando tendem a zero, uma vez que, fazendo o tempo tender a infinito nas equações da carga e da corrente, temos:

$$t \rightarrow +\infty \Rightarrow e^{-t/RC} \rightarrow 0 \Rightarrow Q_{\text{FINAL}} = Q(+\infty) = 0 \quad \text{e} \quad i_{\text{FINAL}} = i(+\infty) = 0$$

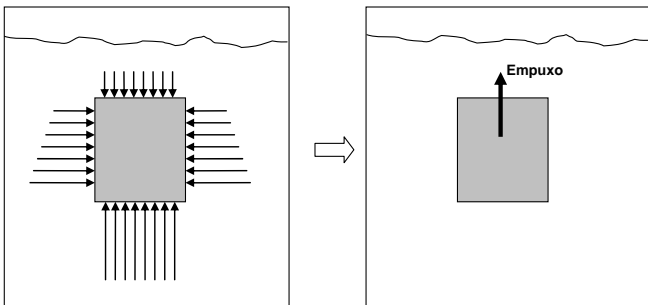
EMPUXO

Empuxo (Arquimediano) – Quando um corpo está imerso, de maneira total ou parcial em um líquido, este aplica sobre o corpo uma força de intensidade igual ao peso do volume de líquido deslocado. Tal força exercida pelo líquido é chamada de empuxo.

Se um corpo está com um volume V_D imerso num líquido de densidade ρ_L , o empuxo que o líquido exerce sobre o corpo é dado por: $|\vec{E}| = \rho_D \cdot V_D \cdot |\vec{g}|$ onde \vec{g} é a aceleração da gravidade.

A direção e o sentido do empuxo podem ser obtidos analisando a diferença de pressão a que cada uma das faces do sólido está submetida.

Por exemplo, coloquemos um cubo dentro da água. Lembrando que a pressão dentro do líquido aumenta conforme nos aproximamos do fundo do recipiente, a pressão na face de baixo será maior que na face de cima, ou seja, a força será maior na face de baixo do que na face de cima. Assim, surge uma força resultante do líquido no sólido verticalmente apontando para cima (além da força peso). Nas faces laterais, como a pressão é a mesma em ambas as faces numa determinada altura, com as forças atuando em sentidos opostos, não há força resultante do líquido na direção horizontal. Assim, o empuxo terá direção vertical e sentido para cima.



IME 2002 – UM EXEMPLO SOBRE EMPUXO

No caso de termos mais de um líquido no recipiente onde colocamos nosso sólido, devemos isolar as porções do sólido que estão mergulhadas em cada um dos líquidos, calculando o empuxo individual que cada líquido aplica sobre a porção (volume) correspondente, e depois somar (soma vetorial) para obter o empuxo resultante. Observemos este exemplo de questão do IME-2002:

QUESTÃO: Um conjunto é constituído por dois cubos isolados. O cubo base, de lado L , recebe, sobre o centro da sua face superior, o centro da face inferior do segundo cubo de lado $L/4$. Tal conjunto é imerso em um grande reservatório onde se encontram dois líquidos imiscíveis, com massas específicas ρ_A e ρ_B , sendo $\rho_A < \rho_B$. A altura da

coluna do líquido A é $9L/8$. Em uma primeira situação, deixa-se o conjunto livre e, no equilíbrio, constata-se que somente o cubo maior se encontra totalmente imerso, como mostra a figura 1. Uma força F é uniformemente aplicada sobre a face superior do cubo menor, até que todo conjunto fique imerso, na posição representada na figura 2. Determine a variação desta força quando a experiência foi realizada na Terra e em um planeta X, nas mesmas condições de temperatura e pressão.

Obs: admita que a imersão dos blocos não altere as alturas das colunas dos líquidos.

- Dados: massa da Terra = M_T
- massa do planeta X = M_X
- raio da Terra = R_T
- raio do planeta X = R_X
- aceleração da gravidade na Terra = g

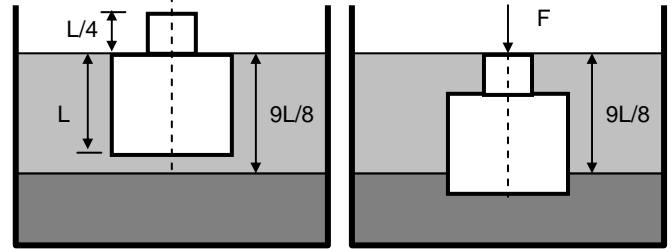


Figura 1

Figura 2

SOLUÇÃO:

Na **primeira situação**, o volume deslocado do primeiro líquido é o volume do cubo maior ($V_D = L^3$). O peso dos dois blocos é equilibrado pelo empuxo aplicado pelo líquido de cima, já que os blocos não deslocam nenhum volume do líquido de baixo:

$$|\vec{P}_1| + |\vec{P}_2| = |\vec{E}| \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot |\vec{g}| = \rho_A \cdot V_D \cdot |\vec{g}| \Rightarrow m_1 + m_2 = \rho_A \cdot L^3$$

Na **segunda situação**, o volume total deslocado é a soma dos volumes deslocados do primeiro e do segundo líquido. A altura do líquido de baixo ocupada pelo bloco maior é dada por

$$h = L + \frac{L}{4} - \frac{9L}{8} = \frac{L}{8}$$

O empuxo total exercido, nesse caso, será a soma dos empuxos que cada líquido exerce sobre a porção correspondente do sólido, e deverá equilibrar agora a força \vec{F} mais o peso dos dois blocos:

$$|\vec{E}_1| = \rho_A \cdot \left[\left(\frac{L}{4}\right)^3 + L^2 \cdot \left(L - \frac{L}{8}\right) \right] \cdot |\vec{g}|, \quad \text{onde} \quad \left[\left(\frac{L}{4}\right)^3 + L^2 \cdot \left(L - \frac{L}{8}\right) \right]$$

é a soma do volume do bloco menor com a porção do bloco maior que está no líquido de cima.

$$|\vec{E}_2| = \rho_B \cdot \left[L^2 \cdot \frac{L}{8} \right] \cdot |\vec{g}|$$

$$\text{Assim: } |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| = |\vec{F}| + |\vec{P}_1| + |\vec{P}_2| \Rightarrow |\vec{F}| = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| - (m_1 + m_2) \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{F}| = \rho_A \cdot \left[\left(\frac{L}{4}\right)^3 + L^2 \cdot \left(L - \frac{L}{8}\right) \right] \cdot |\vec{g}| + \rho_B \cdot \left[L^2 \cdot \frac{L}{8} \right] \cdot |\vec{g}| - \rho_A \cdot L^3 \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{F}| = L^3 \cdot |\vec{g}| \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right]$$

$$\text{Analogamente, no planeta X, teríamos: } |\vec{F}_X| = L^3 \cdot |\vec{g}_X| \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right]$$

$$\text{Agora, } g = |\vec{g}_T| = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2} \quad \text{e} \quad |\vec{g}_X| = \frac{G \cdot M_X}{R_X^2}, \quad \text{portanto:}$$

$$|\vec{g}_X| = \frac{M_X}{M_T} \cdot \left(\frac{R_T}{R_X} \right)^2 \cdot g$$

A variação procurada então vale:

$$|\vec{F}_X| - |\vec{F}_T| = |\vec{F}_X| = L^3 \cdot |\vec{g}_X| \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right] - L^3 \cdot |\vec{g}_T| \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_X| - |\vec{F}_T| = L^3 \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right] \cdot (|\vec{g}_X| - |\vec{g}_T|) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_X| - |\vec{F}_T| = L^3 \cdot \left[\frac{\rho_B}{8} - \frac{7\rho_A}{64} \right] \cdot \left[\frac{M_X}{M_T} \cdot \left(\frac{R_T}{R_X} \right)^2 - 1 \right] \cdot g$$

A QUÍMICA NO IME

A prova de química do IME realmente é uma prova para futuros engenheiros. Todos os anos, uma ou duas questões apresentam grau de interdisciplinaridade tamanho que, em determinados momentos, não se consegue notar qual seria o assunto principal: trata-se realmente de química, ou é apenas um pretexto para uma abordagem diferente de física e matemática? Este estilo de prova favorece o candidato que apresente domínio equilibrado entre as três disciplinas de exatas (e não somente em Química).

Em linhas gerais, pressão (hidrostática), transferência de calor (calor sensível) e termodinâmica são tópicos geralmente aprendidos nas aulas de física e frequentemente cobrados nas provas de química do IME. A matemática aparece em vários momentos, inclusive com questões de elevado nível. Por exemplo, em 2004 houve uma questão sobre a soma de uma sequência recursiva.

O IME apresenta um enfoque bastante quantitativo para as questões: Estequiometria está bastante presente; lei das velocidades, eletroquímica, termoquímica, propriedades coligativas, entre outros assuntos também aparecem com frequência. Entretanto, esta abordagem não deixa de lado a parte qualitativa da química, que também aparece de maneira inteligente e profunda.

Alguns assuntos são dignos de menção:

- **Propriedades coligativas:** Desde 1996, o único ano em que este assunto não apareceu foi 2007, nos demais sempre apareceu uma questão (duas em 2002), geralmente com abordagem bastante quantitativa (cálculo do aumento da temperatura de ebulição, da massa do soluto que causa determinado abaixamento da pressão de vapor...) sem dispensar a necessidade do conhecimento teórico do assunto. Mais adiante neste material há um resumo deste tópico, com exemplos de como o IME costuma abordá-lo.
- **Cinética:** Na última década este assunto foi cobrado em 12 questões. Em alguns casos são questões de nível médio, normalmente apresentando uma tabela da velocidade de determinada reação para cada concentração de reagente como será apresentado neste material. Entretanto, nos últimos anos, o IME apresentou uma tendência de cobrar cinética da radioatividade e até mesmo outros tópicos de cinética mais avançados. Também preparamos um material que poderá ajudá-lo neste assunto.
- **Eletroquímica:** A ênfase do estudo de eletroquímica no IME é a parte estequiométrica. Assim, neste material, faremos uma breve descrição dos dois principais processos estudados na eletroquímica (PILHAS e ELETRÓLISE) e apresentaremos alguns exemplos de como a estequiometria aparece na eletroquímica. Nos últimos 10 anos, caíram 10 questões de eletroquímica, sendo 2 no IME 2011. Existe ainda a ocorrência de processos eletroquímicos relacionados com termodinâmica (2004 e 2006), que também será abordada neste material.
- **Orgânica:** o vestibular do IME é conhecido por suas questões de química orgânica. Normalmente são questões trabalhosas, que envolvem vários aspectos a serem analisados para sua resolução. As reações químicas aparecem com maior frequência, apesar de eventualmente termos questões de isomeria e até mesmo de identificação de funções orgânicas. Isto indica que a banca busca os candidatos que foram além da simples memorização de estruturas e reações: o perfil esperado é de estudantes que consigam relacionar os conceitos e uni-los em um problema prático.

Assim, a prova de química do IME é uma prova particular. Quem gosta de exatas tem prazer em fazê-la, pois em muitos momentos você se depara com um problema desafiador, que envolve conhecimentos diversos. Você nota como a química e a física, sempre apoiados pela matemática, se complementam! Com certeza é um grande desafio, para o qual você certamente está se preparando há algum tempo. Vale a pena o esforço, pois o prêmio é gratificante: aprovação numa das melhores engenharias do país! Esta prova é apenas mais um passo em uma carreira de grande sucesso!

A equipe Elite apoia você nesta jornada e lhe dedica este resumo dos principais tópicos comentados, com exemplos de como o IME aborda cada assunto. Os assuntos foram escolhidos cuidadosamente, pois apresentam elevada probabilidade de aparecerem em sua prova. Então:

Bons estudos!

PROPRIEDADES COLIGATIVAS

Este tópico é de extrema relevância no vestibular do IME. Nos últimos 11 anos, temos que foram cobradas 11 questões (uma por ano). Assim, 10% da prova está garantida para o candidato que conhece bem este assunto.

Estudaremos algumas propriedades físicas de uma substância, que sofrem influência da adição de um soluto. Estas são as propriedades coligativas. Analisaremos como essas propriedades variam e como trabalhar melhor com soluções, observando suas propriedades físicas.

Pressão de vapor

Um recipiente fechado, contendo um líquido evapora parcialmente, até saturar o meio gasoso. A fase líquida estará em permanente contato com a fase vapor em equilíbrio dinâmico

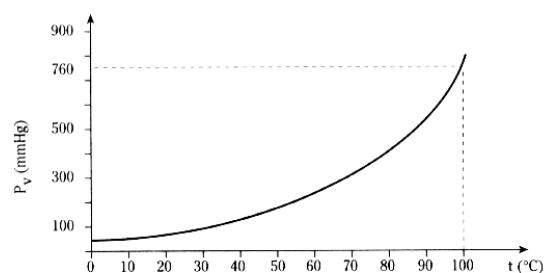
Neste momento, o vapor exerce sobre o líquido a pressão máxima de vapor (maior pressão possível)

Pressão máxima de vapor de um líquido é a pressão que seu vapor exerce, num recipiente fechado, quando está em equilíbrio com o líquido, a uma certa temperatura.

Temos que:

- o volume da fase gasosa **NÃO** altera a pressão de vapor de um líquido
- o volume da fase líquida **NÃO** altera a pressão de vapor.
- **o aumento da temperatura acarreta num aumento da pressão de vapor de um líquido.**

Colocando num gráfico os valores de pressão de vapor observados quando alteramos a temperatura de um sistema contendo água pura obtemos o seguinte resultado:



Ainda analisando os fatores que influenciam a pressão de vapor, temos que líquidos diferentes têm pressões de vapor diferentes. Os **líquidos mais voláteis** apresentam **maior pressão de vapor**, pois as moléculas passam mais facilmente para o estado de vapor.

OBS.: Temperatura de ebulição de um líquido

Para um líquido entrar em ebulição, é necessário que sua pressão de vapor seja igual à pressão do ambiente em que se encontra.

Como o aquecimento aumenta a pressão de vapor conforme visto no gráfico anterior, o líquido eventualmente irá entrar em ebulição. Outra maneira de efetuar a ebulição é diminuirmos a pressão ambiente, de modo que a pressão externa se iguale à pressão do líquido na temperatura dada.

EFEITOS COLIGATIVOS

Todos os efeitos coligativos são dependentes apenas na **concentração de partículas** na solução.

- **Tonoscopia:** Em uma solução, a pressão de vapor de cada um dos participantes é proporcional à sua fração molar. No caso de uma solução com um soluto não volátil, despreza-se a pressão de vapor do soluto e temos que a pressão de vapor da mistura é dada pela nova pressão de vapor do solvente, calculada a partir da lei de Raoult:

$$\text{Lei de Raoult: } P = X_2 \cdot P_2 \text{ ou } \Delta P = X_1 \cdot P_2$$

Para soluções bastante diluídas, pode-se utilizar $\Delta P/P_2 = K_T \cdot W \cdot i$

Onde:

- K_T é a constante tonométrica e pode ser calculada em função da

$$\text{massa molar da solução pela equação } K_T = \frac{M_2}{1000}$$

- W é a molalidade da solução e é a relação entre o número de mols

$$\text{de soluto e a massa do solvente em kg: } W = \frac{n_1}{m_2(\text{kg})}$$

- i é o fator de Van't Hoff e corresponde ao número de mols de partículas que se encontram em solução após fazermos a dissolução de 1 mol de soluto.

EXEMPLO: IME 2005

Determine o abaixamento relativo da pressão de vapor do solvente quando 3,04 g de cânfora (C₁₀H₁₆O) são dissolvidos em 117,2 mL de etanol a 25 °C.

SOLUÇÃO:

1ª Solução:

$$\frac{\Delta p}{p} = K_t \times W \times i \text{ (soluções diluídas)}$$

$i = 1$, uma vez que o soluto é molecular.

$$K_t = \frac{\text{massa molar do solvente}}{1000} \text{ (o solvente é o etanol)}$$

Usando índice 1 para soluto e índice 2 para solvente:

$$W = \frac{m_1}{M_1} \times \frac{1000}{m_2} \Rightarrow W = \frac{3,04}{152} \times \frac{1000}{m_2}$$

$$m_2 = d \times V \Rightarrow m_2 = \frac{785 \times 10^3 \text{ g}}{10^6 \text{ mL}} \times 117,2 \text{ mL} \Rightarrow m_2 = 92,0 \text{ g}$$

$$W = \frac{3,04}{152} \times \frac{1000}{92} \Rightarrow W = 0,217$$

$$\frac{\Delta p}{p} = 46 \times 10^{-3} \times 0,217 \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = 9,98 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\Delta p}{p} = 9,98 \times 10^{-3} \text{ é o abaixamento relativo da pressão de vapor.}$$

2ª Solução:

Esta solução não exige a hipótese de termos soluções diluídas. Como se trata de uma solução molecular, o abaixamento relativo da pressão de vapor do solvente é dado pela fração molar do soluto (lei de Raoult).

$$\frac{\Delta p}{p} = X_{\text{soluto}}$$

Cânfora – massa molar = 152 g/mol

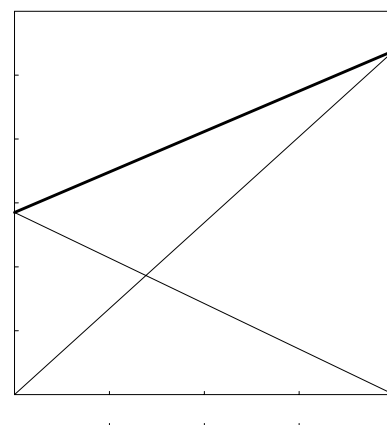
Etanol – massa molar = 46 g/mol

$$\frac{\Delta p}{p} = X_{\text{soluto}} = \frac{\frac{3,04}{152}}{\frac{3,04}{152} + \frac{117,2 \times 0,785}{46}} \Rightarrow X_{\text{soluto}} = \frac{0,02}{0,02 + 2} = \frac{1}{101}$$

$$\Rightarrow X_{\text{soluto}} = 9,901 \times 10^{-3}$$

$$\text{Assim: } \frac{\Delta p}{p} = X_{\text{soluto}} = 9,901 \times 10^{-3}$$

OBS.: Quando temos a dissolução de um soluto volátil, temos que a pressão de vapor da solução é igual à soma das pressões de vapor parcial de cada um dos componentes desta solução. Note que, segundo a lei de Raoult, quando dois líquidos infinitamente miscíveis são postos juntos, a pressão de vapor de cada um é reduzida pela pressão de vapor do outro, de maneira que cada componente em uma solução contribui proporcionalmente a sua fração molar na mistura. A pressão total de vapor é igual a soma das pressões de vapor exercidas por cada componente, na mistura. Assim, temos:



Os gráficos das pressões parciais de cada componente na mistura e da pressão total

$$p_a = X_a \cdot p_{0a}$$

$$p_b = X_b \cdot p_{0b}$$

$$p_{\text{mistura}} = p_a + p_b$$

- **Ebulioscopia:** aumento da temperatura de ebulição do solvente ao adicionarmos soluto não volátil.

Assim como a pressão de vapor, temos que a temperatura de ebulição irá depender apenas da molalidade da solução (independe da natureza do soluto). Analogamente à expressão que relaciona o abaixamento da pressão de vapor à molalidade, podemos analisar o aumento da temperatura de ebulição à concentração molar do soluto, através de uma constante, que chamamos de constante ebulioscópica. Assim:

$$\Delta t_E = K_E \cdot W \cdot i$$

EXEMPLO: IME 2004

Na produção de uma solução de cloreto de sódio em água a 0,90% (p/p), as quantidades de solvente e soluto são pesadas separadamente e, posteriormente, promove-se a solubilização. Certo dia, suspeitou-se que a balança de soluto estivesse descalibrada. Por este motivo, a temperatura de ebulição de uma amostra de solução foi medida, obtendo-se 100,14 °C. Considerando o sal totalmente dissociado, determine a massa de soluto a ser acrescentada de modo a produzir um lote de 1000 kg com a concentração correta. (dado constante ebulioscópica da água 0,52 K.kg/mol)

SOLUÇÃO:

Através da propriedade coligativa conhecida como ebuliometria ou ebulioscopia, determinamos a concentração molar da referida solução: $\Delta t_{eb} = k_{eb} \cdot W \cdot i \Rightarrow 100,14 - 100,00 = 0,52 \cdot W \cdot 2 \Rightarrow W = 0,1346$ molal, isto é, 0,1346 mol de NaCl/1000 g de H₂O.

Deseja-se obter uma solução de NaCl em H₂O 0,90%(p/p) o que traduz 9 g do referido sal em 1000 g de solução, isto é, em 991 g de H₂O.

Em relação a primeira solução citada (0,1346 mol de NaCl/1000 g de H₂O) traduzindo-se em massa, teríamos 7,8741 g do sal para cada 1000g de H₂O, fazendo-se a proporção para 991 g de H₂O encontraríamos o valor de 7,803 g do sal, como necessitamos de 9 g do sal para a referida quantidade de H₂O teríamos que acrescentar 1,197 g de NaCl à 998,803 g da primeira solução.

Como a questão refere-se a 1000 kg de solução todas as quantidades devem ser adotadas na unidade kg, isto é, acrescentar 1,197 kg de NaCl a 998,803 kg da primeira solução.

- **Crioscopia:** abaixamento da temperatura de congelamento do solvente ao adicionarmos soluto não volátil.

Como nos outros efeitos coligativos observados, essa alteração depende apenas da concentração do soluto. Essa diminuição é proporcional à molalidade segundo uma constante K_C analogamente ao aumento da temperatura. Assim:

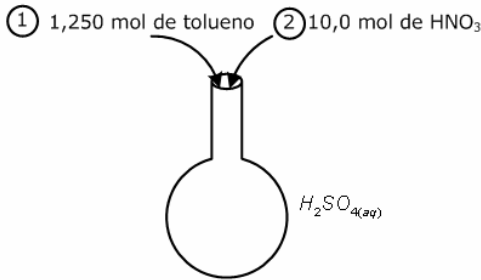
EXEMPLO: IME 2006

Em um balão contendo ácido sulfúrico concentrado foram colocados 1,250 mols de tolueno. A seguir foram gotejados 10,0 mols de ácido nítrico concentrado, mantendo o sistema sob agitação e temperatura controlada, o que gerou uma reação cuja conversão de tolueno é de 40%. Ao final do processo, separou-se todo o produto obtido.

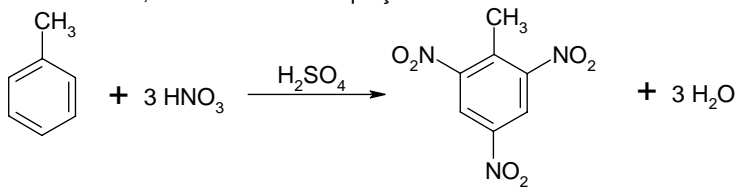
Ao produto da reação acima foram acrescentados 7,50 g de uma substância **A**, de peso molecular 150 g e 14,8 g de outra substância **B**,

de peso molecular 296 g. A mistura foi dissolvida em $2,00 \times 10^3$ g de um solvente orgânico cuja constante crioscópica é $6,90^\circ\text{C kg/mol}$. Determine a variação da temperatura de solidificação do solvente orgânico, considerando que o sólido obtido e as substâncias **A** e **B** não são voláteis e não reagem entre si.

Solução:



O tolueno em contato com ácido nítrico na presença H_2SO_4 forma o trinitro-tolueno, de acordo com a equação:



Como a reação tem um rendimento de 40%
 1 mol Tolueno — 0,4 mol TNT
 1,250 mol Tolueno — n_{TNT}

$$n_{\text{TNT}} = 0,5 \text{ mols}$$

Ao produto da reação – TNT – devidamente isolado, foram acrescentados:

- 7,5 gramas de A: $n = \frac{7,50}{150} = 0,05 \text{ mol de A}$
- 14,8 gramas de B: $n = \frac{14,8}{296} = 0,05 \text{ mol de B}$

Assim, temos um total de 0,05 mols de A, 0,05 mols de B e 0,5 mols de TNT, totalizando 0,6 mols de partículas (assumindo que A e B não reagem com o solvente nem com qualquer componente da mistura e além disso não se ionizam ou dissociam)

Assim, o abaixamento da temperatura de congelamento é dada por:

$$\Delta T_c = K_c \cdot W = K_c \cdot \frac{n_1}{M_2}$$

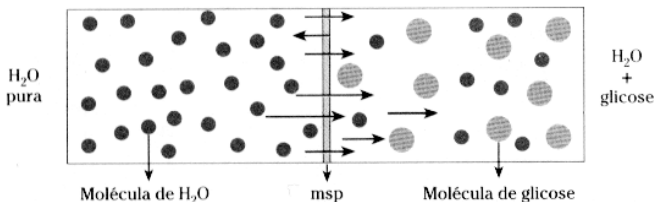
$$\Delta T_c = 6,9 \cdot \frac{0,6}{2}$$

$$\Delta T_c = 2,07^\circ\text{C}$$

Observação: para que o efeito crioscópico acima ocorra é necessário que A e B sejam perfeitamente solúveis no solvente orgânico em questão.

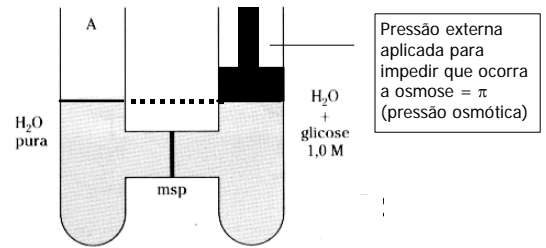
Pressão osmótica:

Quando água pura e uma solução de glicose são colocadas em um frasco separados por uma *membrana semipermeável* (permeável apenas para o solvente), temos que esta membrana permite a passagem de solvente em ambas as direções, mas no intuito de diluir o meio mais concentrado, a passagem de água do meio mais diluído para o meio mais concentrado é predominante.



O fenômeno que permite a passagem do solvente, do meio mais diluído para o meio mais concentrado, através de uma membrana semipermeável é denominado **osmose**.

É possível impedir a passagem das moléculas do solvente da membrana (impedir a osmose). Para que isso ocorra deveremos aplicar sobre a solução uma pressão externa. Essa pressão deve ser igual à pressão do líquido passando através da membrana para impedir completamente a osmose. A pressão do líquido ao passar pela membrana é chamada de **pressão osmótica da solução** (π)



Experimentalmente comprova-se que a pressão osmótica de soluções muito diluídas de solutos moleculares (não-eletrólitos) é diretamente proporcional à concentração molar do soluto (molaridade). É proporcional também à temperatura. Assim:

$$\pi = \frac{n_1}{V} \cdot R \cdot T \cdot i$$

onde R é a constante de proporcionalidade e tem o mesmo valor da constante universal dos gases.

EXEMPLO: IME 2000

Um instrumento desenvolvido para medida de concentração de soluções aquosas não eletrolíticas, consta de:

- a. um recipiente contendo água destilada;
- b. um tubo cilíndrico feito de uma membrana semipermeável, que permite apenas passagem de água, fechado em sua extremidade inferior;
- c. um sistema mecânico que permite comprimir a solução no interior do tubo, pela utilização de pesos de massa padrão.

O tubo cilíndrico possui uma seção transversal de $1,0 \text{ cm}^2$ e apresenta duas marcas distanciadas de $12,7 \text{ cm}$ uma da outra.

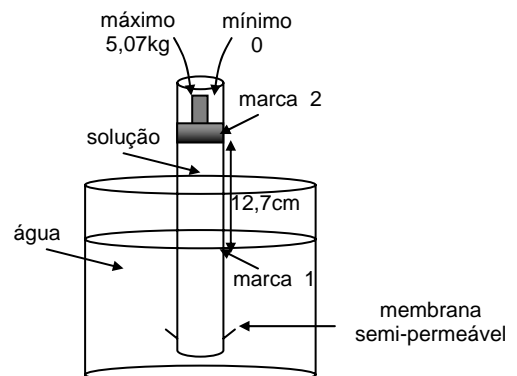
Para medir a concentração de uma solução, coloca-se a solução em questão no interior do tubo, até atingir a primeira marca. Faz-se a imersão do tubo no recipiente com água, até que a primeira marca fique no nível da superfície da água do recipiente. Comprime-se então a solução no tubo, adicionando as massas padrão, até que, no equilíbrio, a solução fique na altura da segunda marca do tubo, anotando-se a massa total utilizada.

Devido a considerações experimentais, especialmente da resistência da membrana, o esforço máximo que pode ser aplicado corresponde à colocação de uma massa de $5,07 \text{ kg}$.

Considerando a massa específica das soluções como sendo a mesma da água e que todas as medidas devem ser realizadas a 27°C , calcule as concentrações mínima e máxima que tal instrumento pode medir.

- Dados: $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 10,33 \text{ m H}_2\text{O} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$;
 aceleração da gravidade = $9,80 \text{ m/s}^2$;
 constante universal dos gases = $0,082 \text{ atm.L/mol.K}$;
 massa específica da água a $27^\circ\text{C} = 1,00 \text{ g/cm}^3$.

Solução: Esquemáticamente, podemos representar:



A pressão osmótica π pode ser expressa por: $\pi = P_{\text{massas}} + P_{\text{coluna de H}_2\text{O}}$

A pressão osmótica mínima ocorre quando $P_{massas} = 0$ e a máxima para a pressão exercida pelas massas atinge o limite de 5,07kg.

Em ambos os casos a P_{coluna} de H_2O é a mesma e pode ser calculada por:

$$10,33m H_2O \rightarrow 1 atm$$

$$0,127m H_2O \rightarrow P_{coluna de H_2O} \Rightarrow P_{coluna de H_2O} = 1,23 \cdot 10^{-2} atm$$

$$\text{Assim: } \pi_{mínimo} = P_{coluna de H_2O} \Rightarrow \pi_{mínimo} = 1,23 \cdot 10^{-2} atm$$

A pressão devido à massa máxima (máxima pressão osmótica) pode ser calculada por:

$$P_{massa} = \frac{mg}{S} \Rightarrow P_{massa} = \frac{5,07 \cdot 9,8}{10^{-4}} \Rightarrow P_{massa} = 496860 Pa = 4,9 atm$$

$$\text{Logo } \pi_{máximo} = P_{coluna de H_2O} + P_{máximo}$$

$$\text{Já que a } P_{coluna de H_2O} < P_{massa} \Rightarrow \pi_{máximo} \approx P_{máximo} \approx 4,9 atm$$

Mas: $\pi = MRT_i$, onde $i = 1$ pois o soluto não é iônico.

$$\text{Logo: } \pi = MRT \begin{cases} \pi_{mínimo} = M_{mínimo} RT \\ \pi_{máximo} = M_{máximo} RT \end{cases}$$

$$1,23 \cdot 10^{-2} = M_{mínimo} \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow M_{mínimo} = 5 \cdot 10^{-4} M$$

$$4,9 = M_{máximo} \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow M_{máximo} \approx 0,2 M$$

Resumindo a parte quantitativa de propriedades periódicas, temos:

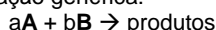
	Solução molecular	Solução iônica
Tonometria	$\Delta P = X_1 \cdot P_2$ $\Delta P/P_2 = K_T \cdot W$	$\Delta P = X_1 \cdot P_2 \cdot i$ $\Delta P/P_2 = K_T \cdot W \cdot i$
Ebuliometria	$\Delta t_E = K_E \cdot W$	$\Delta t_E = K_E \cdot W \cdot i$
Criometria	$\Delta t_C = K_C \cdot W$	$\Delta t_C = K_C \cdot W \cdot i$
Pressão osmótica	$\pi = M \cdot R \cdot T$	$\pi = M \cdot R \cdot T \cdot i$

Obs: $i = 1 + \alpha (q - 1)$

CINÉTICA

Lei da ação das massas: A cada temperatura, a velocidade de uma reação é diretamente proporcional ao produto das concentrações molares dos reagentes, elevadas a expoentes determinados experimentalmente.

Considere a seguinte reação genérica:



A velocidade desta reação pode ser calculada pela expressão:

$$v = k [A]^p [B]^q$$

onde

- **p e q** são experimentalmente determinados
- **k** = constante de velocidade de reação; aumenta com a temperatura
- **p** = ordem da reação em relação a **A**
- **q** = ordem da reação em relação a **B**
- **p + q + ...** = ordem da reação

Obs.: para reagente(s) gasoso(s) temos que a pressão de um gás é diretamente proporcional à sua concentração em mol/L. Por isso, no caso de reagente(s) gasoso(s), a lei de velocidade pode ser expressa em termos de pressão.

Para $aA_{(g)} + bB_{(g)} \rightarrow \text{produtos}$, temos:

$$v = k \cdot p_A^p \cdot p_B^q$$

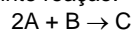
CASO A: Reação elementar

Reação elementar é aquela que ocorre numa única etapa. Numa reação elementar os expoentes a que devem ser elevadas as concentrações molares dos reagentes na expressão da velocidade são os próprios coeficientes dos reagentes na equação balanceada. Neste caso, para $aA + bB + \dots \rightarrow \text{produtos}$, temos:

$$v = k [A]^a [B]^b \dots$$

EXEMPLO: IME 2002

Considere a seguinte reação:



A partir dos dados fornecidos na tabela abaixo, calcule a constante de velocidade da reação e o valor da concentração X. Considere que as

ordens de reação em relação aos reagentes são iguais aos respectivos coeficientes estequiométricos.

Teste	Concentração de A mol / L	Concentração de B mol / L	Velocidade da reação mol / L.s
1	10	X	v
2	X	20	2v
3	15	30	13.500

Solução:

A lei de velocidade é $v = k \cdot [A]^2 \cdot [B]$

Aplicando para o teste 1:

$$v = k \cdot 10^2 \cdot x \rightarrow v = k \cdot 100 \cdot x$$

Aplicando para o teste 2:

$$2 \cdot v = k \cdot x^2 \cdot 20$$

Dividindo as relações, obtemos $0,5 = 5/x \rightarrow x = 10 \text{ mol/L}$.

Aplicando para o teste 3:

$$13500 = k \cdot 15^2 \cdot 30 \rightarrow k = 2 \frac{L^2}{\text{mol}^2 \cdot s}$$

CASO B: Reação não elementar

Quando uma reação química se desenvolve em duas ou mais etapas distintas, a velocidade da reação depende apenas da etapa lenta. Em outras palavras, podemos dizer que a etapa lenta é a que determina a velocidade da reação. Neste caso, os expoentes a que devem ser elevadas as concentrações molares dos reagentes na expressão da velocidade são os coeficientes da etapa lenta. Tipicamente, seus valores são obtidos experimentalmente.

EXEMPLO: IME 2006

Para a reação $A + B \rightarrow C$ foram realizados três experimentos, conforme a tabela abaixo:

Experimento	[A] mol/L	[B] mol/L	Velocidade de reação mol/(L.min)
I	0,10	0,10	$2,0 \times 10^{-3}$
II	0,20	0,20	$8,0 \times 10^{-3}$
III	0,10	0,20	$4,0 \times 10^{-3}$

Determine:

- a lei da velocidade da reação acima;
- a constante de velocidade;
- a velocidade de formação de **C** quando as concentrações de **A** e **B** forem ambas 0,50 M.

Solução:

a) Sabemos que a lei da velocidade é dada por

$$v = k \cdot [A]^x \cdot [B]^y$$

Precisamos descobrir o valor de x e y.

Observando os experimentos I e III, temos que ao dobrarmos a concentração de B, a velocidade da reação é dobrada. Assim, $y = 1$. Observando os experimentos III e II, temos que ao dobrarmos a concentração de A, a velocidade da reação é dobrada. Assim, $x = 1$. Portanto a lei da velocidade da reação é:

$$v = k \cdot [A] \cdot [B]$$

b) Para descobrirmos a constante da velocidade, basta substituir o valor das concentrações e da velocidade para qualquer experimento. Escolhendo o primeiro experimento, temos:

$$\begin{aligned} v &= k \cdot [A] \cdot [B] \\ 2 \cdot 10^{-3} &= k \cdot 0,1 \cdot 0,1 \\ k &= 0,2 \text{ L}/(\text{mol} \cdot \text{min}) \end{aligned}$$

c) Como $v = 0,2 \cdot [A] \cdot [B]$, temos que a velocidade da reação para concentrações de **A** e **B** iguais a 0,5 M é:

$$\begin{aligned} v &= 0,2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \\ v &= 0,05 \text{ mol}/(\text{L} \cdot \text{min}) \end{aligned}$$

Assim, temos que a quantidade formada de C é 0,05 mols por cada litro a cada minuto, pois seu coeficiente estequiométrico é 1. Assim, a velocidade de formação de **C** é 0,05 mol/(L.min)

APROFUNDAMENTO - CINÉTICA

Uma determinação importante no estudo da cinética de uma reação química é a da *ordem da reação*. Convém recordar, nos casos mais simples (onde há apenas um reagente), o que se entende por *ordem da reação*. Sendo C_0 a concentração inicial do reagente, e C a concentração do reagente decorrido em tempo t de reação, se dC/dt obedecer à equação $\frac{dC}{dt} = -k \cdot C^n$, n será a ordem da reação.

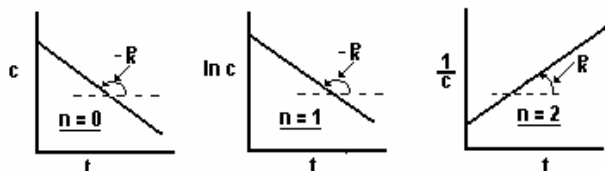
A variação da concentração deve ser obtida em função do tempo em diversos casos.

Se $n = 0$ (reação de ordem zero), a equação obtida será $C = C_0 - k \cdot t$.

Se $n = 1$ (reação de ordem um, ou de primeira ordem), a equação obtida será $\ln C = \ln C_0 - k \cdot t \therefore C = C_0 \cdot e^{-k \cdot t}$

Se $n = 2$ (reação de ordem dois, ou de segunda ordem), a equação obtida será $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + k \cdot t \therefore C = \frac{C_0}{1 + C_0 \cdot k \cdot t}$

Medindo-se, durante um experimento, os valores de C em diferentes instantes t , nos casos aqui considerados serão obtidos os gráficos esquematicamente representados na figura abaixo.



EXEMPLO: IME 2005

O propeno pode ser obtido através da reação de isomerização do ciclopropano, conforme apresentado na reação abaixo:



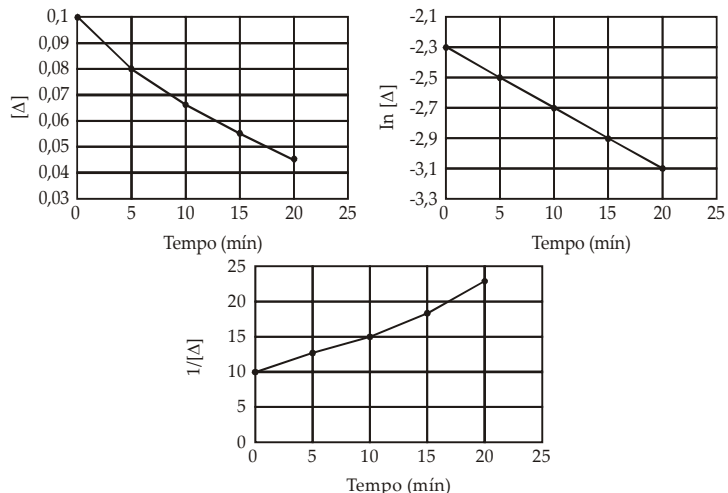
O estudo teórico da cinética, considerando diferentes ordens para esta reação, fornece as seguintes equações:

$[\Delta] = 0,100 - kt$, se a reação for de ordem zero;

$\ln\left(\frac{[\Delta]}{0,100}\right) = -kt$, se a reação for de primeira ordem; e

$\frac{1}{[\Delta]} - \frac{1}{0,100} = kt$, se a reação for de segunda ordem,

onde k é a constante de velocidade. Seguindo este estudo, foram obtidos dados experimentais da concentração de ciclopropano $[\Delta]$ ao longo do tempo t , apresentados nos gráficos abaixo em três formas diferentes. Considerando as informações mencionadas, determine a expressão da velocidade de reação para a isomerização do ciclopropano.



SOLUÇÃO:

Qualquer das representações será uma reta, desde que se tenha nos eixos:

a) Concentração molar x tempo → ordem zero
De fato, para ordem zero, tem-se:

$[\Delta] = 0,100 - kt$
Ou seja, $y = b - ax$

b) Logaritmo neperiano x tempo → 1ª ordem
Para 1ª ordem:

$\ln\left(\frac{\Delta}{0,100}\right) = -kt \Rightarrow \ln[\Delta] - \ln 0,100 = -kt \Rightarrow \ln[\Delta] = \ln 0,100 - kt$

Ou seja, $y = b - ax$

c) Inverso da concentração molar x tempo → 2ª ordem
Para 2ª ordem:

$\frac{1}{[\Delta]} = \frac{1}{0,100} + kt$

Ou seja, $y = b + ax$

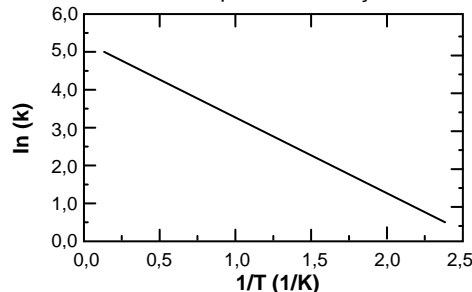
Das representações propostas, apenas uma é uma reta: a correspondente à reação de 1ª ordem, porque tem $\ln[\Delta]$ no eixo das ordenadas.

Portanto a expressão da velocidade é $v = k [\Delta]$.

Obs.: Equação de Arrhenius é um outro tópico que pode ser cobrado no vestibular do IME e representa uma maneira de calcular qual é a constante de velocidade da reação. Observe o exemplo abaixo:

EXEMPLO: ITA 1999

A equação de Arrhenius $k = A \cdot e^{-E_a/RT}$ mostra a relação de dependência da constante de velocidade (k) de uma reação química com a temperatura (T), em kelvin (K), a constante universal dos gases (R), o fator pré-exponencial (A) e a energia de ativação (E_a). A curva abaixo mostra a variação da constante de velocidade com o inverso da temperatura absoluta para uma dada reação química que obedece à equação acima. A partir da análise deste gráfico, assinale a opção que apresenta o valor da razão E_a/R para essa reação.



- a) 0,42 b) 0,50 c) 2,0 d) 2,4 e) 5,5

Solução:

Temos que, do gráfico, $y = m \cdot x + n$. Como m é o coeficiente

angular, da curva, temos: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5}{2,5} = -2$. Assim:

$\ln(k) = -2 \cdot \left(\frac{1}{T}\right) + n$

$\ln\left(A \cdot e^{-E_a/RT}\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{T}\right) + n$

$\ln A + \ln\left(e^{-E_a/RT}\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{T}\right) + n$

$\ln A - \frac{E_a}{RT} = -2 \cdot \left(\frac{1}{T}\right) + n$

Comparando termo a termo, temos que $\frac{E_a}{R} = 2$

RADIOATIVIDADE

Cinética da desintegração radioativa

A. Velocidade de desintegração

Define-se como velocidade (ou atividade) de desintegração: $v = -\frac{dn}{dt}$

B. Constante radioativa (C):

Verifica-se experimentalmente que a velocidade de desintegração é proporcional ao número de átomos (analogamente a uma reação química de primeira ordem). Assim, podemos dizer que $v = C \cdot n$

Esta constante C é chamada de constante radioativa ou constante de desintegração, sendo característica e fixa para cada isótopo radioativo

C. Vida média (V_m):

A vida média é a média aritmética dos tempos de vida de todos os átomos do isótopo. É "como se fosse" uma expectativa de vida do isótopo.

Pode-se demonstrar, com alguns artifícios matemáticos, que a vida média é o inverso da constante radioativa:

$$V_m = \frac{1}{C}$$

D. Período de meia-vida (P):

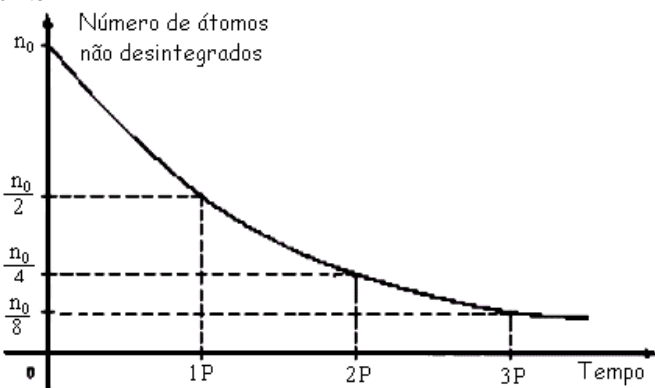
É o tempo necessário para que metade da amostra radioativa se desintegre. A cada vez que se passa um tempo igual ao período de meia vida, a quantidade de átomos se torna a metade daquela que se tinha inicialmente;

Assim depois de x períodos de meia-vida podemos dizer que a

quantidade de amostra é: $n = \frac{n_0}{2^x} = n_0 \cdot 2^{-x} = n_0 \cdot 2^{-\frac{t}{P}}$

E. Variação da quantidade com o tempo

O gráfico do número de átomos não-desintegrados pelo tempo usando o que já é sabido a respeito de tempo de meia-vida tem a forma seguinte:



A curva acima é denominada curva de decaimento radioativo. Analogamente à reação química de primeira ordem, podemos utilizar para a modelagem da curva de decaimento, a expressão:

$$\ln(n) = -C \cdot t \text{ ou } n = n_0 \cdot e^{-C \cdot t}$$

Demonstra-se facilmente que as duas relações para a obtenção da

quantidade da amostra $\left(n = n_0 \cdot 2^{-\frac{t}{P}} \text{ e } n = n_0 \cdot e^{-C \cdot t} \right)$ são

equivalentes e encontra-se :

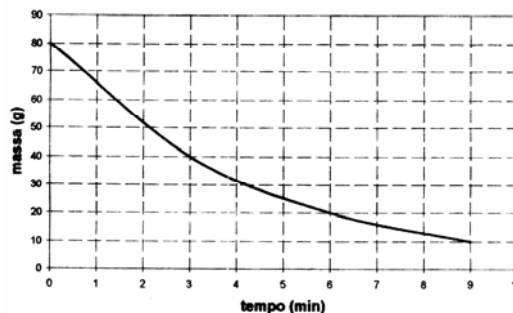
$$n_0 \cdot 2^{-\frac{t}{P}} = n_0 \cdot e^{\left(-\frac{t}{P}\right) \ln 2} \Rightarrow C = \frac{\ln 2}{P} = \frac{0,69}{P}$$

Resumindo, temos as seguintes relações matemáticas bastante importantes, visto que a maior parte dos enunciados se utiliza destes parâmetros:

Considerando que a velocidade v é dada por $v = -\frac{dn}{dt}$, temos que a quantidade de isótopos não desintegrados é dada por $n = n_0 \cdot e^{-C \cdot t}$. As relações entre a vida média, período de meia vida e a constante radioativa são expressas por: $V_m = \frac{1}{C}$; $C = \frac{\ln 2}{P} = \frac{0,69}{P}$;

EXEMPLO: IME 2006

Uma amostra de um determinado elemento Y tem seu decaimento radioativo representado pelo gráfico a seguir:



Determine o número de átomos não desintegrados quando a atividade do material radioativo for igual a 2,50 μCi.

Solução:

Pelo gráfico temos que o tempo de meia vida (P) é igual 3 min (180 s)

$$P = \ln 2 \cdot V_m$$

$$180 = 0,7 \cdot V_m \Rightarrow V_m = \frac{180}{0,7} \text{ s}$$

$$V_m = \frac{1}{C} \Rightarrow C = \frac{1}{V_m} \Rightarrow C = \frac{1}{\frac{180}{0,7}} \Rightarrow C = \frac{0,7}{180} \text{ s}^{-1}$$

A velocidade de desintegração é dada por $V = C N$ onde N é o número de átomos não desintegrados e C é a constante radioativa.

$$V = 2,5 \mu\text{Ci}$$

onde Ci = $3,70 \cdot 10^{10}$ Bq (desintegrações / segundo)

$$V = 2,5 \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6} = 9,25 \cdot 10^{-4} \text{ Bq}$$

$$N = V/C = \frac{9,25 \cdot 180}{0,7} \cdot 10^4$$

$$N = 2378,57 \cdot 10^4$$

$$N = 2,38 \cdot 10^7 \text{ átomos}$$

OBS.: A atividade de uma amostra com átomos radioativos (ou fonte radioativa) é medida em:

- Bq (Becquerel) = uma desintegração por segundo

- Ci (Curie) = $3,7 \times 10^{10}$ Bq

ELETROQUÍMICA

Partiremos da convenção para processos eletroquímicos:

Eletrodo onde ocorre oxidação **Eletrodo onde ocorre redução**

Ânodo

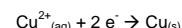
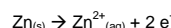
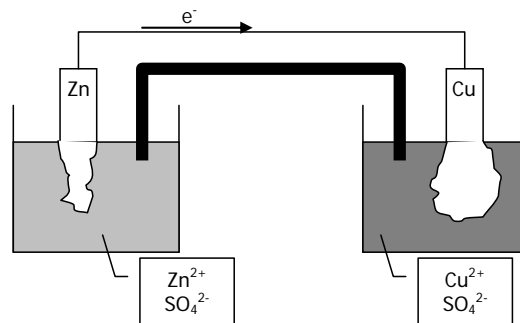
Cátodo

PILHAS

Certas substâncias possuem tendência de sofrer reações de oxidação e de redução, com troca de elétrons.

Se conseguíssemos fazer esses elétrons passarem por um circuito externo poderíamos aproveitar esse movimento ordenado dos elétrons (corrente elétrica).

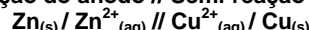
Exemplo: pilha de Daniell



OBS.: Em pilhas, o ânodo é o pólo negativo e o cátodo o pólo positivo

A representação sugerida pela IUPAC é a seguinte:

Semi-reação do ânodo // Semi-reação do cátodo



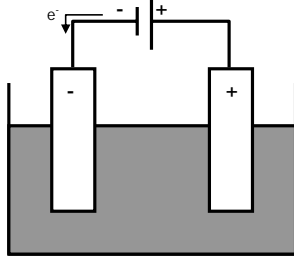
ELETRÓLISE

O processo de eletrólise é simples. Dois eletrodos de polos contrários são mergulhados em um líquido que contenha íons livres. Os cátions migram para o polo negativo (aqui denominado cátodo) e os ânions migram para o polo positivo (aqui denominado ânodo)

Eletrólise ígnea – Eletrólise utilizando o composto fundido.

Eletrólise em meio aquoso – Eletrólise utilizando uma solução aquosa de determinada substância.

Temos que a fonte externa impõe um fluxo de elétrons que faz com que ocorra reações de oxidação e redução em cada eletrodo.



ESTEQUIOMETRIA DA ELETROQUÍMICA

Nos últimos 10 anos, o IME cobrou 9 questões de eletroquímica, sendo que destas, 8 estavam relacionadas com a estequiometria em processos eletroquímicos. Isto demonstra o grande interesse da banca em avaliar se o candidato está preparado para trabalhar estequiometria (como na maior parte das questões da prova) associada com processos mais práticos, como por exemplo o consumo de uma bateria, ou então no tratamento de um certo material. Sendo assim, a probabilidade deste assunto ser abordado novamente é grande e é importante que o candidato se prepare adequadamente.

A base do estudo da estequiometria é relacionar a carga transportada pelo circuito e as grandezas que podem ser observadas, como massa, volume entre outras. É conhecido que o módulo da carga de um elétron é $1,9 \cdot 10^{-19}$ C. Assim, calculando a quantidade de elétrons que circula em uma eletrólise podemos saber qual é a quantidade de produto formado no ânodo ou no cátodo.

Calculemos qual é a carga transportada por um mol de elétrons:

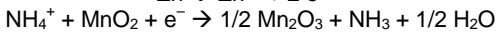
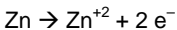
$$\begin{matrix} 1 \text{ elétron} & \text{---} & 1,9 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ 6 \cdot 10^{23} \text{ elétrons} & \text{---} & x \end{matrix}$$

$$x \cong 96500 \text{ C}$$

Essa é a carga total transportada por um mol de elétrons e é denominada 1 Faraday (F) e utilizaremos este fato para trabalhar a estequiometria na eletrólise. Analisemos o exemplo abaixo:

EXEMPLO: IME 2002

Um certo fabricante produz pilhas comuns, nas quais o invólucro de zinco funciona como anodo, enquanto que o catodo é inerte. Em cada uma, utilizam-se 5,87 g de dióxido de manganês, 9,2 g de cloreto de amônio e um invólucro de zinco de 80 g. As semi-reações dos eletrodos são:

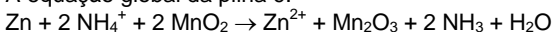


Determine o tempo que uma destas pilhas leva para perder 50% de sua carga, fornecendo uma corrente constante de 0,08 A.

Dado: Constante de Faraday: $F = 96.500 \text{ C}$

Solução:

A equação global da pilha é:



Logo, a proporção reacional é 1 mol de Zn, 2 mols de NH_4Cl e 2 mols de MnO_2 , com 2 mols de elétrons trocados na reação

Para considerarmos metade da carga da pilha, consideremos que metade do reagente limitante foi consumida. Na determinação do reagente limitante, calculamos a quantidade (em mols) de cada reagente:

$$\text{Zn} \rightarrow \frac{80}{65,4} = 1,22 \quad \text{NH}_4\text{Cl} \rightarrow \frac{9,2}{53,5} = 0,172 \quad \text{MnO}_2 \rightarrow \frac{5,87}{86,9} = 0,0675$$

Comparando com os coeficiente estequiométricos, podemos notar que o reagente limitante é o MnO_2 .

A proporção estequiométrica de MnO_2 e elétrons é:

$$2 \text{ mols de } \text{MnO}_2 \quad \text{---} \quad 2 \cdot \text{ mols de elétrons}$$

Como 1 mol de MnO_2 equivale à massa molar de MnO_2 (86,9 g) e 1 mol de elétron equivale à carga 96500 C, temos:

$$\begin{matrix} 2,86,9 \text{ g} & \text{---} & 2 \cdot 96500 \text{ C} \\ m & \text{---} & \Delta Q \end{matrix}$$

Considerando o consumo de metade da quantidade de MnO_2 e relacionando com a carga, temos

$$m = 0,5 \cdot 5,87 \text{ g}$$

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t = 0,08 \cdot t$$

$$\text{Assim, } t = \frac{0,5 \cdot 5,87 \cdot 96500}{0,08 \cdot 86,9} = 40740,43 \text{ s.}$$

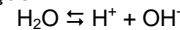
Este tempo corresponde a aproximadamente 11,32 h.

A ELETRÓLISE AQUOSA

Existe na **eletrólise aquosa** uma competição pela descarga de elétrons. Todos os ânions migram para o ânodo, porém somente um elemento conseguirá descarregar seus elétrons. Assim como tudo na natureza, uma ordem pré-determinada pelas características de cada elementos é seguida:

Metais alcalinos, alcalinos-terrosos e alumínio	H^+	Demais metais (Mn^{2+} , Zn^{2+} etc.)
→ → → Facilidade de descarga crescente → → →		
Ânions oxigenados e fluoreto	OH^-	Ânions não oxigenados e hidrogeno-sulfato

Os íons H^+ e OH^- estarão sempre participando desta “competição” pela descarga em uma solução aquosa, visto que a água sofre ionização, segundo a reação:



Assim, devemos escolher quem irá se descarregar em cada polo da eletrólise. Caso sejam os íons da água, iremos notar a formação de gás hidrogênio (H_2) e/ou gás oxigênio (O_2). Isso acontece porque em uma solução aquosa existem íons H^+ e OH^- que quando reduzidos ou oxidados geram H_2 e O_2 segundo as seguintes reações:



OBS.: Outro assunto recorrente no vestibular do IME é titulação. A **titulação** é uma técnica que consiste em juntar lentamente uma solução a outra até o término da reação entre seus solutos, com a finalidade de determinar a concentração de uma das soluções, a partir da concentração já conhecida da outra solução. Da simples análise estequiométrica, pode-se chegar a este resultado.

DICA: representando a molaridade por μ , temos que o número de mols de soluto em uma solução é dado por $n_1 = \mu \cdot V$

Observe o exemplo abaixo que relaciona estequiometria na eletrólise aquosa e titulação:

EXEMPLO IME 2003

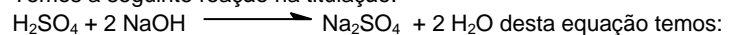
Uma célula eletrolítica de eletrodos inertes, contendo 1,0L de solução de ácido sulfúrico 30% em peso, operou sob corrente constante durante 965 minutos. Ao final da operação, retirou-se uma alíquota de 2,0 mL do eletrólito, a qual foi diluída a 50,0 mL e titulada com solução padrão 0,40 mol/L de hidróxido de sódio.

Sabendo-se que a titulação consumiu 41,8 mL da solução da base, determine a corrente que circulou pela célula. Considere que a massa específica da solução de ácido sulfúrico 30% em peso é $1,22 \text{ g/cm}^3$ e a massa específica da água é $1,00 \text{ g/cm}^3$.

SOLUÇÃO

Titulação:

Temos a seguinte reação na titulação:



$$1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ --- } 2 \text{ mol } \text{NaOH}$$

$$\mu_{\text{ácido}} \cdot V_{\text{ácido}} \text{ --- } \mu_{\text{base}} \cdot V_{\text{base}}$$

Fazendo $V_{\text{ácido}} = 2 \text{ mL}$, $V_{\text{base}} = 41,8 \text{ mL}$ e $M_{\text{base}} = 0,4 \text{ mol/L}$ temos

$$\mu_{\text{ácido}} \cdot 0,050 \cdot 2 = 0,40 \cdot 0,0418 \cdot 1$$

$$\mu_{\text{ácido}} = 0,40 \cdot 0,418 \text{ mol/L (eletrólito diluído)}$$

Diluição:

Durante a diluição, o número de mols de ácido permaneceu constante

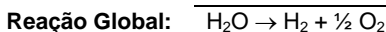
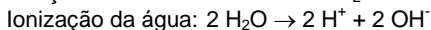
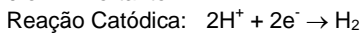
$$n_{\text{conc}} = n_{\text{diluido}}$$

$$(\mu \cdot V)_{\text{conc}} = (\mu \cdot V)_{\text{diluido}}$$

$$\mu_{\text{conc}} = 0,40 \cdot 0,418 \cdot 0,050 / 0,002 = 4,18 \text{ mol/L (eletrólito concentrado, após a eletrólise)}$$

Analise agora a eletrólise:

Temos que, pela preferência de descarga, o ânion que se oxida é o OH⁻ (maior potencial de oxidação que o SO₄²⁻) e o cátion que se reduz é o H⁺. Portanto:



Assim, a eletrólise não alterará a quantidade de ácido sulfúrico (eletrólise da água). Assim, a partir dos dados do enunciado, podemos obter a quantidade de ácido sulfúrico (antes e depois da eletrólise, pois esta permanece inalterada).

Temos que, o eletrólito antes da eletrólise apresentava 30% de sua massa composta por ácido sulfúrico:

$$\text{Massa total} = \rho \times V$$

$$\text{Massa de H}_2\text{SO}_4 = 0,30 \times \rho \times V = 0,30 \times 1,22 \times 1000 = 366\text{g}$$

Como a massa de H₂SO₄ não mudou ao longo da eletrólise (quem sofreu eletrólise foi a água), durante este processo teremos apenas uma alteração da quantidade de água. O volume final da solução pode ser calculado pela concentração de ácido após a eletrólise:

$$V_{\text{FINAL}} = n^\circ \text{ de mols / molaridade}$$

$$V_{\text{FINAL}} = \frac{366}{98 \times 4,18} = 0,893\text{L}$$

Sendo a variação de volume da solução igual ao volume de água que reagiu ao longo da eletrólise:

$$\Delta V_{\text{ÁGUA}} = 1 - 0,893 = 0,107\text{L} = 107\text{mL} \Rightarrow \text{massa de água} = \rho \times V = 107\text{g}$$

Temos que, a proporção de água consumida para carga trocada entre os eletrodos, de acordo com a reação global da eletrólise, é de: 1 mol H₂O – 2 mols de elétrons

Como 1 mol de H₂O tem massa igual a 18 g (massa molar) e 1 mol de elétrons tem carga igual a 96500 C (1 Faraday), temos que esta proporção pode ser reescrita

$$18 \text{ g} \quad \text{---} \quad 2.96500 \text{ C}$$

$$m_{\text{consumida}} \quad \text{---} \quad i \cdot \Delta t$$

Fazendo a massa consumida igual a 107 gramas (calculada anteriormente), temos que

$$107 \cdot 2 \cdot 96500 = 18 \cdot i \cdot \Delta t$$

$$i \cdot \Delta t = \frac{107 \cdot 2 \cdot 96500}{18}$$

Como o tempo de funcionamento da célula é de 965 minutos (965.60 segundos), temos:

$$i \cdot 60 \cdot 965 = \frac{107 \cdot 2 \cdot 96500}{18} \Rightarrow i = 19,8 \text{ A}$$

ELETROQUÍMICA E TERMODINÂMICA

Em 2004, e posteriormente em 2006, o IME buscou relacionar eletroquímica e termodinâmica. Apesar (e talvez por causa disso) deste assunto fugir do escopo do ensino médio, ele é um forte candidato para ser cobrado na prova deste ano, visto que o claro objetivo da banca é selecionar aqueles que se prepararam especificamente para este vestibular. Como o assunto já foi cobrado algumas vezes, a banca espera que quem busca entrar no IME tenha este conhecimento e o utiliza para separar aqueles que colocaram o IME como segunda opção. E a tendência é que o nível de exigência neste tópico fique cada vez maior.

Podemos relacionar a variação de energia livre de Gibbs da reação e a diferença de potencial da pilha através da seguinte equação:

$$\Delta G_{\text{reação}} = -n \cdot F \cdot E$$

Abaixo veremos como chegamos nesta conclusão:

Relação entre E e a energia de Gibbs da reação ($\Delta G_{\text{reação}}$).

No caso da pilha a T e p constantes, temos que

$$\Delta G = W_{e,\text{máx.}} \text{ (trabalho elétrico máximo)}$$

Dado que:

- para medir o trabalho elétrico máximo a pilha deve estar operando de forma reversível.

- esta condição é possível quando o potencial da pilha pode ser equilibrado pelo potencial oposto de uma fonte externa.

Com esta última condição satisfeita, podemos considerar que, ao ligarmos uma fonte externa com ddp (E) que impõe uma corrente nula. Esta ddp da fonte externa tem o mesmo valor da força eletromotriz (fem) da pilha.

Considere que numa pilha qualquer, N elétrons passam pelo circuito externo.

Como o número de elétrons N é igual ao produto do número de mols de elétrons e o número de Avogadro ($N = n \cdot N_A$), temos que a carga total transferida entre os dois eletrodos é:

$$Q = -n \cdot e \cdot N_A = -n \cdot F$$

Onde

e = módulo da carga do elétron

N_A = número da Avogadro

F é a carga por mol de elétrons (a constante de Faraday).

Assim o trabalho efetuado quando uma carga Q = -n.F passa do ânodo para o cátodo é:

$$W_e = E(-n \cdot F)$$

Lembre-se que o trabalho elétrico é definido por: W_e = E.Q (produto da diferença de potencial que uma carga percorre por esta carga)

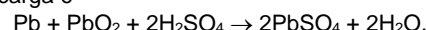
No caso da pilha reversível a T e p constantes: $\Delta G = W_{e,\text{máx}}$

Assim: $\Delta G_{\text{reação}} = -n \cdot F \cdot E$

Com n = número de mols de elétrons que passam pelo circuito por mol de reação, F é a constante de Faraday e E é a diferença de potencial fornecida pela pilha. Esta é a relação que tem aparecido neste vestibular.

EXEMPLO IME 2006

Os eletrodos de uma bateria de chumbo são de Pb e PbO₂. A reação global de descarga é



Admita que o “coeficiente de uso” seja de 25,0 %. Este coeficiente representa a fração do Pb e PbO₂ presentes na bateria que são realmente usados nas reações dos eletrodos.

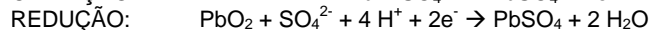
Calcule:

a) a massa mínima de chumbo em quilogramas (incluindo todas as formas em que se encontra esse elemento) que deve existir numa bateria para que ela possa fornecer uma carga de 38,6 x 10⁴ C;

b) o valor aproximado da variação de energia livre da reação, sendo de 2,00 V a voltagem média da bateria quando fora de uso.

Solução

a) Na reação $\text{Pb} + \text{PbO}_2 + 2\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 2\text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$ ocorrem as seguintes reações parciais:



Assim, a quantidade de elétrons trocada na bateria para o consumo de 1 mol de Pb e 1 mol de PbO₂ é 2 mols.

Assim, 2 mols de chumbo (em todas as formas que ele se encontra) são necessários para a troca de 2 mols de elétrons (2.9,65.10⁴ C)

$$2 \text{ mols chumbo} \rightarrow 2,9,65 \cdot 10^4 \text{ C}$$

$$x \text{ mols chumbo} \rightarrow 38,6 \cdot 10^4 \text{ C}$$

Assim, o número de mols de chumbo consumido é x = 4 mols.

Sabendo-se a massa molar do chumbo

$$1 \text{ mol chumbo} \rightarrow 207 \text{ g}$$

$$4 \text{ mol chumbo} \rightarrow m_1$$

A massa de chumbo consumida é $m_1 = 828$ gramas. Como essa quantidade corresponde a 25% da quantidade total de chumbo mínima para a bateria funcionar, temos:

$$\begin{aligned} 828 \text{ g chumbo} &\rightarrow 25\% \\ m_2 \text{ g chumbo} &\rightarrow 100\% \end{aligned}$$

A massa mínima de elemento chumbo na bateria é de $m = 3312$ g ou 3,312 kg de chumbo.

b) $\Delta G = -nFE^\circ$, onde n é o número de mols de elétrons trocados em um mol de reação, F é a constante de Faraday e E° é a diferença de potencial da reação.

$$\Delta G = -2.9,65 \cdot 10^4 \cdot 2 = -386 \text{ kJ/mol de reação}$$

NOTA: Outras relações interessantes da termodinâmica, que costumam ser cobradas nos vestibulares do IME e do ITA:

Entalpia, energia interna e trabalho: $\Delta H = \Delta U + p\Delta V$
Entropia e troca de calor Em uma transformação reversível: $\Delta S = \frac{Q}{T}$ (Q = calor absorvido, temperatura constante)
Energia livre de Gibbs e espontaneidade $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ <ul style="list-style-type: none"> • $\Delta G < 0 \rightarrow$ reação espontânea • $\Delta G > 0 \rightarrow$ reação não espontânea • $\Delta G = 0 \rightarrow$ reações direta e inversa em equilíbrio

A QUÍMICA ORGÂNICA NO IME

Além de questões de identificação de séries de reações, temos uma alta incidência de questões que esperam a identificação de substâncias a partir de dados experimentais. Este seria o grau de dificuldade máximo alcançado por este vestibular e temos que nos últimos 10 anos, 5 questões apresentaram esta abordagem (três colocavam como um dos dados o teste de Tollens)

EXEMPLO: IME 2004

Um composto orgânico A, de fórmula molecular C_9H_{10} , quando tratado com hidrogênio, na presença de um catalisador, fornece um composto B de massa molecular duas unidades maior que A. Oxidando A ou B com $KMnO_4$ e KOH , obtém-se o composto C, de fórmula molecular $C_7H_5O_2K$. A reação de B com uma solução de HNO_3 e H_2SO_4 fornece dois isômeros D e E. Finalmente, quando A é tratado com O_3 e, em seguida, com zinco em pó, obtém-se um composto F, com fórmula molecular C_8H_8O , o qual apresenta resultado negativo no teste de Tollens. Com base nas informações acima, forneça as fórmulas estruturais planas dos compostos A, B, C, D, E e F e justifique sua resposta, apresentando as respectivas reações.

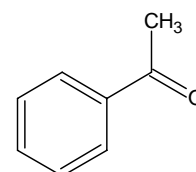
SOLUÇÃO:

Como A e B diferem entre si por 2 unidades de massa e B é obtido após hidrogenação de A, as fórmulas moleculares de A e B são, respectivamente, C_9H_{10} e C_9H_{12} . Assim, estes compostos devem apresentar em suas estruturas anel aromático com ramificação: A apresenta ramificação insaturada e B ramificação saturada, uma vez que ocorre rompimento de ligação π da seção olefínica da estrutura A, ou seja, os átomos de carbono sp^2 da estrutura A são transformados em átomos de carbono sp^3 na estrutura B.

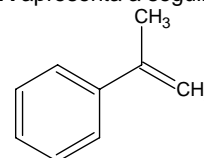
A oxidação enérgica de A ou B com $KMnO_4$ produz, após reação com KOH , o sal benzoato de potássio ($C_7H_5O_2K$).

A nitração de B produz os isômeros estruturais de posição D e E porque o radical alquílico isopropil de B é um orientador orto-para em reações de substituição eletrofílica de Friedel-Crafts. Os compostos D e E são denominados, respectivamente, de 2-isopropil-nitro-benzeno (orto-isopropil-nitro-benzeno) e 4-isopropil-nitro-benzeno (para-isopropil-nitro-benzeno).

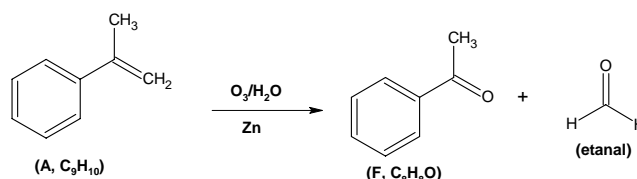
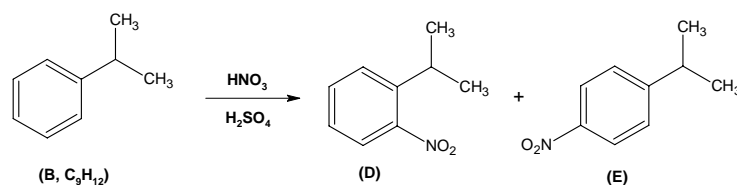
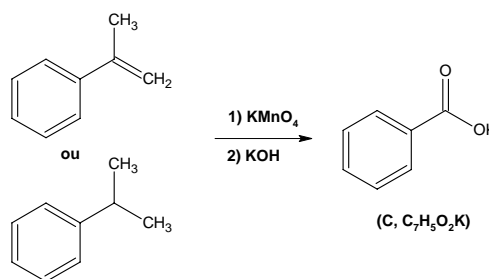
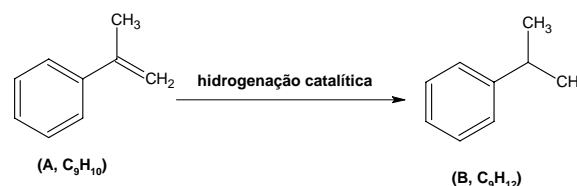
Por fim, se a ozonólise de A gera a cetona C_8H_8O , uma vez que apresenta teste negativo de Tollens, ou seja, C_8H_8O pode ser somente a substância metil-fenil-cetona:



Portanto, o hidrocarboneto A deve possuir C_{sp^2} ligado diretamente ao anel aromático, ou seja, A apresenta a seguinte estrutura:



Concluindo, o esquema de reações é o seguinte:



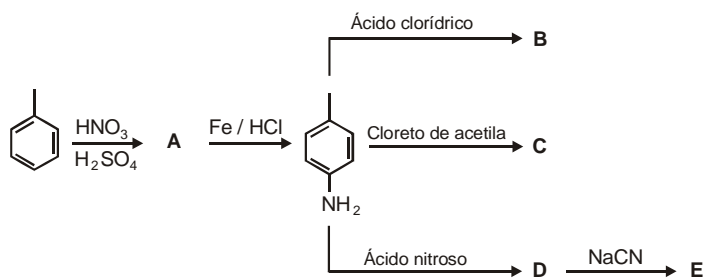
Obs: Na etapa de ozonólise também será gerada a substância metanal (CH_2O , formol) a qual fornece teste positivo para o reativo de Tollens devido a oxidação a ácido metanoico (ácido fórmico) e produção do metal prata. Contudo, o enunciado não faz referência à mesma.

REAÇÕES ORGÂNICAS

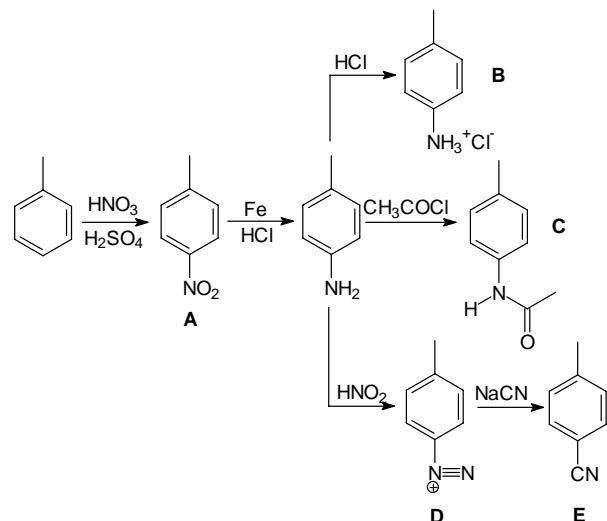
Conforme comentamos, à uma grande incidência de questões que cobram séries de reações. Podemos dizer que, nos últimos dez anos, das 19 questões que apareceram predominantemente abordando orgânica, 14 eram a respeito de reações orgânicas das mais variadas e que normalmente não são enfatizadas no ensino médio (incluem-se as questões de identificação de compostos, apresentada anteriormente).

EXEMPLO: IME 2002

Determine, na sequência de reações abaixo, os principais produtos (A, B, C, D e E) em cada caso.



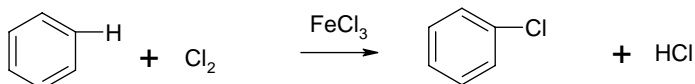
SOLUÇÃO:



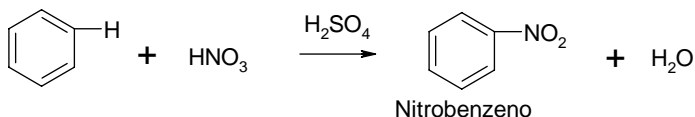
REAÇÕES ORGÂNICAS – HIDROCARBONETOS AROMÁTICOS

O anel benzênico é muito estável e precisa de condições bastante energéticas para sofrer ruptura do anel. As principais substituições são:

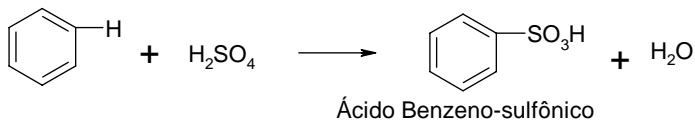
Halogenação



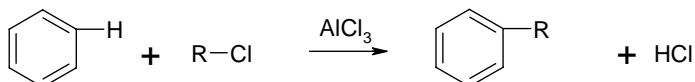
Nitração



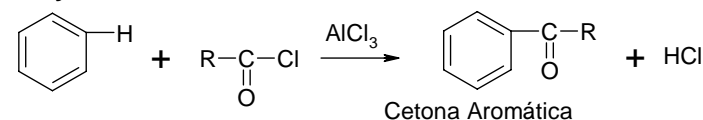
Sulfonação



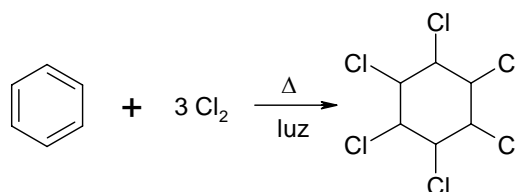
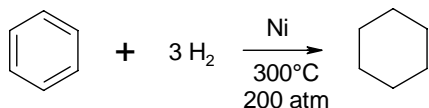
Alquilação



Acilação



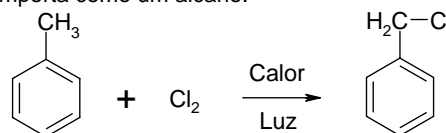
A reação de adição ocorre em condições muito energéticas:



Essa última reação é utilizada para se obter o BHC (benzeno hexa clorado), composto utilizado como inseticida.

Reações Fora do Anel

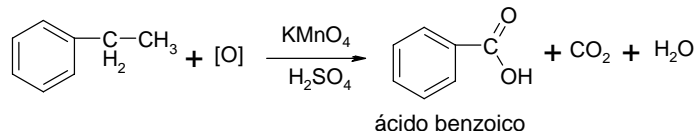
Podem ocorrer reações no radical ligado ao anel benzênico, semelhante às estudadas anteriormente. Por exemplo, no ataque do tolueno, na presença de luz e calor, temos a reação no metil. Este radical se comporta como um alcano.



Reações de Oxidação

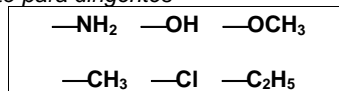
É muito difícil oxidar os carbonos do anel benzênico. Isto só ocorre em condições muito energéticas e produz a ruptura e consequentemente o desaparecimento desse anel benzênico.

Nos radicais do anel as reações são menos difíceis. Essa reação sempre resulta em ácido benzoico para aromáticos com apenas 1 radical .



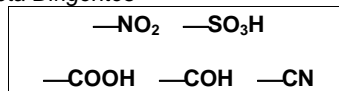
Influência de um Radical no Anel

a) *Radicais orto-para dirigentes*



A maioria desses radicais só possuem ligações simples entre os átomos.

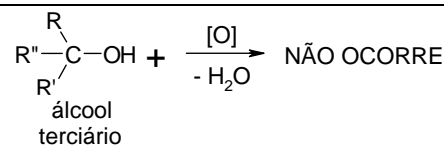
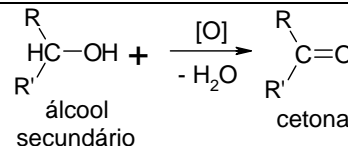
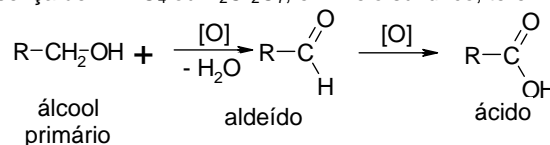
b) *Radicais Meta Dirigentes*



A maioria desses radicais possuem ligações duplas, triplas ou dativas.

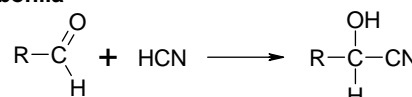
REAÇÕES ORGÂNICAS - OXIDAÇÃO DE ÁLCOOIS

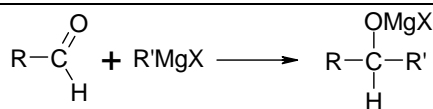
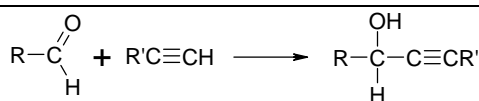
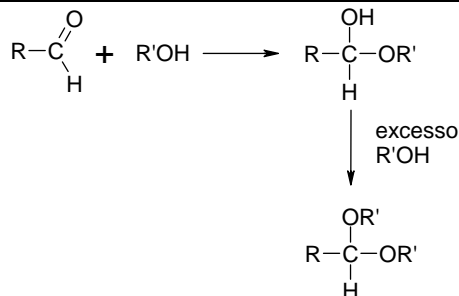
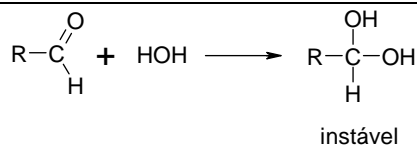
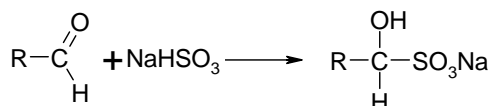
Na presença de KMnO₄ ou K₂Cr₂O₇, em meio sulfúrico, teremos:



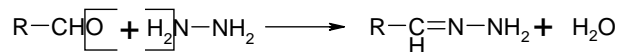
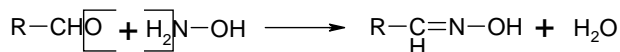
REAÇÕES ORGÂNICAS – ALDEÍDOS E CETONAS

Adição à Carbonila





Eliminação do Oxigênio da Carbonila

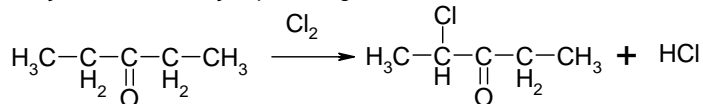


Reações dos Hidrogênios em posição α

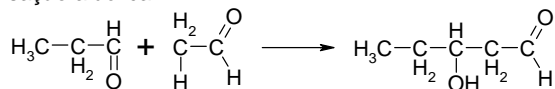
Os carbonos vizinhos da carbonila são denominados carbonos em posição α e são mais reativos que os demais.

Podem ocorrer:

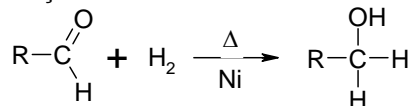
- reações de substituição por halogênios.



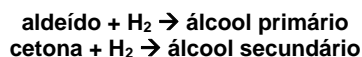
-condensação aldólica.



Reações de Redução

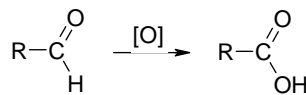


Em geral temos:



Reações de Oxidação

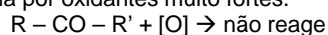
Diante de oxidantes fracos, os aldeídos se oxidam a ácidos carboxílicos.



aldeídos

ácidos

Já as cetonas não reagem na presença de oxidantes fracos ou quebram sua cadeia por oxidantes muito fortes.



NOTA: Uma maneira de diferenciar aldeídos de cetonas é que somente os aldeídos reduzem os **reativos de Tollens e de Fehling**.

a) **Reativo de Tollens:** é uma solução amoniacal de nitrato de prata, que, em presença de aldeído (teste positivo), tem seus íons Ag⁺ reduzidos a prata metálica; a prata deposita-se nas paredes internas do tubo de ensaio formando um "espelho de prata"; as cetonas não reagem.

b) **Reativo de Fehling (ou licor de Fehling):** que é uma solução que possui íons de Cu²⁺ (azul) e em presença de aldeído (teste positivo) tem seus íons reduzidos a Cu⁺, formando um precipitado vermelho tijolo de Cu₂O

O PORTUGUÊS NO IME

A seguir, apresentaremos um breve resumo dos tópicos essenciais de língua portuguesa que apareceram nos últimos vestibulares do IME. Cabe ressaltar, contudo, que a prova vem sofrendo inúmeras alterações, bastante positivas, no sentido de enfatizar a capacidade de leitura e interpretação de seus candidatos. A tendência é que se apresentem muitos textos e questões que visem a refletir sobre a língua de uma forma mais “viva” e menos repleta de nomenclaturas, ideal para aquele candidato que tem uma capacidade reflexiva aguçada. Neste material retomaremos alguns conceitos fundamentais que servirão tanto para as possíveis questões de gramática normativa quanto para as de uso linguístico.

Bons estudos!

FIGURAS DE LINGUAGEM

Toda língua possui normas que regulam o emprego de palavras, de estruturas de frases, de formas de formular as ideias. Cada vez que ocorre um desvio dos padrões, pode-se supor duas situações distintas: por desconhecimento de alguma norma ocorreu um erro ou, de modo proposital, fez-se um desvio dos padrões, que determinou uma construção linguística mais expressiva. Uma figura de linguagem consiste em um desvio dos padrões de linguagem, com o objetivo de tornar o texto mais expressivo. As figuras de linguagem podem estar relacionadas à escolha de palavras, à estruturação da frase, à formulação das ideias ou à escolha de fonemas de um texto (expressão, frase...). Vejamos:

Figuras de palavras

Comparação - estabelece a aproximação de dois seres (objetos, ideias, realidades), por se perceber entre eles uma característica comum. Exemplo: “*O mar canta como um canário*”.

Metáfora - a apreensão de uma característica comum entre um ser e outro pode determinar o emprego de uma palavra no lugar de outra. Toda metáfora pressupõe uma comparação, cujos elementos de comparação (nexos gramaticais) foram eliminados. Exemplo: “*Sobre o leito frio, sou folha tombada num sereno rio*”.

Metonímia - uma palavra pode ser substituída por outra, por existir entre elas um “vínculo lógico”, que pode ser de natureza diversa, tal como: autor e obra, parte e todo, causa e consequência, marca característica e produto, característica concreta e nomeação abstrata dessa característica. Exemplo: “*(— Essa cova em que estás) — É uma cova grande para tua carne pouca, mas a terra dada não se abre a boca*”.

Catacrese - algumas vezes, uma ausência vocabular determina um emprego metafórico que acaba por se cristalizar, por fixar-se em seu emprego. A esse emprego metafórico cristalizado, dá-se o nome de catacrese. Exemplos: pé da mesa, céu da boca, asa do nariz

Sinestesia - em especial em caracterizações, é comum que se misturem palavras relacionadas aos diferentes sentidos (audição, olfato, paladar, visão, tato) ou palavras relacionadas a sentidos e sensações. Exemplos: cor berrante (visão e audição)

Figuras de pensamento

Antítese - como forma de enfatizar uma oposição, duas realidades (dois seres, duas ideias) opostas são confrontadas. Exemplo: “*Eu também já tive meu ritmo. Fazia isto, dizia aquilo. E meus amigos me queriam, meus inimigos me odiavam*”

Paradoxo - duas ideias opostas podem fundir-se em uma única imagem. Exemplo: “*Mas nem sequer ouviste o que eu não disse*”.

Eufemismo - construção que visa a atenuar uma ideia considerada (cultural ou socialmente) como negativa. Muitas vezes, o eufemismo relaciona-se à ideia de morte ou de doenças. Exemplo: *O doente não estava muito bem. Mandaram chamar o vigário*.

Hipérbole - construção que exagera uma ideia de modo a destacá-la. Exemplo: “*Chorai, olhos de mil figuras, pelas mil figuras passadas, e pelas mil que vão chegando. (...)*”

Ironia - palavra (ou expressão) empregada, dentro de um contexto específico, com o sentido oposto àquele que normalmente possui. A ironia, muitas vezes, denuncia uma crítica. Exemplo: *Moribundo na cama, a conversa sobre a bolsa de valores era muito interessante para ele!*

Gradação - enumeração que – de modo crescente (clímax) ou de modo decrescente (anti-clímax) apresenta uma realidade. Exemplo: “*Por mais que me procure, antes de tudo ser feito, eu era amor. Só isso encontro. Caminho, navego, voo, — sempre amor (...)*”

Prosopopeia ou personificação: atribuição de uma característica de ser animado a um ser inanimado ou de uma característica humana a um outro ser. Exemplo: “*E o vento brinca nos bigodes do construtor*”

Figuras de construção

Inversão - o rompimento da ordem direta dos termos da oração (sujeito, verbo, complementos, adjuntos) ou de nomes e seus determinantes. Exemplo: “*Não a Ti, Cristo, odeio ou te não quero*”.

Elipse - supressão de um termo da frase que, pelo contexto, pode ser facilmente recuperado.

Exemplo: *Fizesse um dia de sol, iríamos à praia. (Se fizesse um dia de sol, iríamos à praia)*.

Zeugma - supressão de um termo da frase, que se torna desnecessário em virtude de já ter sido expresso anteriormente. Exemplo: “*O animal teme a morte porque vive; o homem também, e porque a desconhece (...)*”

Pleonasma - de modo enfático, pode-se repetir um termo sintático (pleonasma sintático) ou uma ideia (pleonasma semântico). Exemplo: “*Dói-me no coração uma dor que me envergonha...*”

Epíteto - uma característica típica de um ser pode ser explicitada enfaticamente. Exemplo: “*Só a rapariga o aquecer ao colo quando pequeno, e, depois, pelos anos fora, o consentira ao lume, enroscado a seus pés, enquanto a neve, branca e fria, ia cobrindo o telhado*”.

Polissíndeto - Emprego repetido do mesmo conectivo. Exemplo: “*O ar da sala estava turvo de fumaça; isso e o calor, e o peso da cerveja, e o ruído das conversas e risos ia me deixando apático e desinteressado*”.

Assíndeto - omissão de um conectivo que facilmente pode ser subentendido no contexto. Exemplo: *Lava, passa, cozinha, cuida das crianças, alimenta os animais, varre o terreiro, assa pão no forninho*.

Anáfora - como forma de organizar o texto, repete-se, a espaços regulares, uma palavra, uma expressão, uma frase. Exemplo: “*São cinco horas da tarde. Hora elegante, hora do chá inglês que o mundo adotou, hora clara em que estão presos todos os demônios e atadas as mãos das feiticeiras e dos elfos*”.

Anacoluto - pode-se topicalizar (colocar como tópico, no início de uma frase) uma palavra ou expressão que, dentro da estrutura da oração não possui função sintática. Exemplo: *A dona da casa, ninguém é melhor cozinheira!*

Silepse - Casos especiais de concordância, em que a concordância estritamente gramatical (entre termos expressos) é substituída pela concordância de ideias. **Silepse de número**: o verbo pode se apresentar no plural, apesar de um sujeito coletivo singular, desde que se apresente afastado dele. Exemplo: “*A mãe ficara na porta, chorando sempre, exclamando bobagens, escorada nas outras mulheres todas, que ajudavam a chorar... E o resto do povo tinham feito o pelo-sinal e virado as costas, porque faz mal a gente ficar espiando um enterro até ele se sumir*”.

Silepse de pessoa: o verbo pode estar em uma pessoa gramatical diferente do sujeito, se o contexto indicar, por exemplo, a inclusão do falante entre os seres identificados como sujeito. Exemplo: *Coubemos todos no pequeno fusca da Marta*. Verbo: 1.ª p. do plural / Sujeito: 3.ª p. do plural; **Silepse de gênero**: uma palavra adjetiva pode concordar com uma ideia relacionada a um nome e não necessariamente com o gênero desse nome. Exemplo: *Sua Santidade está velhinho e cansado*.

Figuras Sonoras

Aliteração - repetição de sons consonantais iguais ou parecidos em um contexto. Em geral, a aliteração reforça alguma ideia expressa por meio vocabular. Exemplo: “*Leves véus velam, nuvens vãs, a lua*”.

Assonância - repetição de sons vocálicos iguais em sílabas tônicas de palavras próximas em um contexto. Exemplo: “*E no dia lindo vi que vinhas vindo, minha vida*”.

Paronomásia - jogo de palavras que consiste na aproximação (ou substituição) de palavras ou expressões que possuem semelhança fonética e/ou ortográfica: “*Ei-lo sentado num banco Pálido e polido*”.

Onomatopeia - escolha de vocábulos ou de expressões (interjeições) que procura imitar o som do ser nomeado. Exemplo: “*Dez horas da noite, o relógio farto batia dão! dão! dão! dão! dão! dão! dão! dão!*”

IME 2006 – EXEMPLO DE FIGURA DE LINGUAGEM

Existe uma tendência de não se esperar de um candidato que ele saiba de cor todos os nomes das figuras de linguagem. Espera-se, em primeiro lugar, que consiga perceber um desvio da norma e, além disso, que saiba identificar a diferença de sentido resultante desse desvio. Assim, o vestibular do IME tem trabalhado, por exemplo, com a apresentação de frases em que ocorrem figuras de linguagem para que o aluno, dentre alternativas propostas, reconheça frase(s) em que a mesma figura está presente. Foi o que aconteceu na questão 5 da prova de 2006.

A figura de linguagem presente em “as palavras... não param de dançar...” também aparece em:

- a) “O poema é uma autêntica pílula literária...”.
- b) “A onda anda...”.
- c) “... não há repouso senão no movimento”.
- d) “Desconfio que escrevi um poema”.

Em “A onda anda” ocorre a personificação de um ser inanimado (onda), atribuindo-lhe característica de um ser humano (anda), figura que recebe o nome de **Prosopopeia**. A mesma construção ocorre em “as palavras... não param de dançar...”, em que o ser inanimado “palavras” recebe características de seres animados (dançar).

ORAÇÕES COORDENADAS E SUBORDINADAS**ORAÇÕES COORDENADAS****1) Orações Coordenadas Assindéticas:**

As orações coordenadas assindéticas são as não iniciadas por conjunção coordenativa.

Ex: *Chegamos a casa, tiramos a roupa, banhamo-nos, fomos deitar.*

2) Orações Coordenadas Sindéticas:

São cinco as orações coordenadas sindéticas, iniciadas por uma conjunção coordenativa.

A) Aditiva: Não só reclamava da escola, **mas também** atenuava os colegas; Esse garoto não estuda **nem** trabalha.

B) Adversativa: Sempre foi muito estudioso, **no entanto** não se adaptava à nova escola; Faça tudo o que quiser fazer, **porém** seja consciente de seus atos.

C) Alternativa: Estude, **ou** não sairá nesse sábado; A juventude atual **ora** reclama **ora** atrapalha.

D) Conclusiva: Estudou como nunca fizera antes, **por isso** conseguiu a aprovação; O Vasco é o melhor time do Brasil hoje em dia, **por isso** está na final do campeonato; O relógio é de ouro; não enferruja, **pois**.

E) Explicativa: Conseguiu a aprovação, **pois** estudou como nunca fizera antes; O Vasco está na final do campeonato, **porque** é o melhor time do Brasil hoje em dia.

O relógio não enferruja, **pois** é de ouro.

ORAÇÕES SUBORDINADAS**1) Orações Subordinadas Adverbiais**

A) Causal: Saímos rapidamente, **visto que** estava armando um tremendo temporal; Como estivesse chovendo, não saímos de casa; Por ter chegado atrasada, não pôde entrar na palestra.

B) Comparativa: Diocesildo era mais esforçado que o irmão.

C) Concessiva: Todos se retiraram, apesar de não terem terminado a prova; Mesmo que ele tenha razão, posicionar-me-ei contrário às suas ideias.

D) Condicional: Você terá um futuro brilhante, desde que se esforce; Contanto que se esforce, você terá um futuro brilhante; A continuar agindo dessa maneira, tudo se dificultará.

E) Conformativa: Construimos nossa casa, conforme as especificações dadas pela Prefeitura; Como combinamos ontem, eis os documentos.

F) Consecutiva: Ele fala tão alto, que não precisa do microfone; Ele é de tamanha capacidade, que a todos encanta.

G) Temporal: Fico triste, sempre que vou à casa de Juvenildo; Ao terminar essa discussão, sairemos daqui.

H) Final: Ele não precisa do microfone, para que todos o ouçam; Aqui estamos para estudar.

I) Proporcional: À medida que o tempo passa, mais experientes ficamos.

2) Orações Subordinadas Substantivas

A) Oração Subordinada Substantiva Subjetiva: É necessário **que façamos nossos deveres**;

Convém que façamos nossos deveres; Foi afirmado que você subornou o guarda.

B) Oração Subordinada Substantiva Objetiva Direta: Todos desejamos **que seu futuro seja brilhante**.

C) Oração Subordinada Substantiva Objetiva Indireta: *Lembro-me de que tu me amavas.*

D) Oração Subordinada Substantiva Completiva Nominal: *Tenho necessidade de que me elogiem.*

E) Oração Subordinada Substantiva Apositiva: *Todos querem o mesmo destino: que atinjamos a felicidade.*

F) Oração Subordinada Substantiva Predicativa: *A verdade é que nunca nos satisfazemos com nossas posses.*

3) Orações Subordinadas Adjetivas

1. Restritivas: "Há alunos QUE PRATICAM ESPORTE."; "O sol QUE SE FILTRA ATRAVÉS DAS FOLHAS desenha no ar colunas amarelas de poeira..."

2. Explicativas: "O Brasil, QUE É O MAIOR PAÍS DA AMÉRICA DO SUL, têm milhões de analfabetos."; "... recebi o pagamento das mãos de meu pai, QUE ME DEU UMA SOVA DE VARA DE MARMELO."

IME 2005 – ORAÇÕES

Na prova de 2005, vemos estes conceitos aplicados na questão 10:

Observe a relação estabelecida pela conjunção entre as orações do seguinte período: "... são os que jamais usam luto e se enterram sem salvo-conduto." Assinale a opção em que as orações apresentam a mesma relação:

a) "Poti levantava a taba de seus guerreiros na margem do rio e esperava o irmão..."

b) "A jandaia não quis deixar a terra onde repousava sua amiga e a senhora".

c) "A jandaia cantava ainda no olho do coqueiro; mas não repetia já o mavioso nome de Iracema".

d) "Não podem continuar / pois têm pela frente o mar".

A **alternativa A** explicita uma sequência de ações também verificada no trecho em destaque no enunciado. Verifique se o mesmo confirma a ideia de adição quando se retoma a palavra *jamais*, implícita na segunda oração: "... jamais enterram sem salvo-conduto".

A PREPARAÇÃO PARA O VESTIBULAR

Para atingir a preparação adequada ao concorrido vestibular do IME, é necessário aprofundamento muito forte nas disciplinas de exatas, português e inglês. Para dar aos seus alunos, esse nível de aprofundamento, **os professores do Elite abordam os assuntos em um nível de profundidade sem precedentes na região de Campinas e um dos maiores do Brasil (senão o maior!).** Isto permite ao aluno atingir o elevado nível de domínio necessário para enfrentar com sucesso as provas do ITA, IME e AFA.

ESPECIALIZAÇÃO

A turma, especializada nos vestibulares do ITA, IME e AFA, agrupa numa só sala alunos com os mesmos propósitos, provocando **uma evolução mais rápida da turma como um todo.**

SIMULADOS

Os simulados são semanais, no formato dos vestibulares e com o nível de complexidade adequado ao treino para provas de elevada complexidade e requerem do aluno velocidade em sua resolução. Isto permite que o aluno do Elite aprenda a controlar seu tempo, a corrigir os erros por distração e a identificar seus pontos fortes e pontos a melhorar com rapidez.

CARGA HORÁRIA

Na TURMA ITA/IME/AFA do ELITE os alunos têm **47 AULAS SEMANAIS.** São 10 aulas de matemática, 10 de física e 8 de química por semana.

10 aulas de Matemática

10 aulas de Física

8 aulas de Química

POR SEMANA

Com isto, **nossos mestres aprofundam MUITO mais nas disciplinas, explicam melhor o conteúdo e resolvem maior quantidade de exercícios** em sala de aula. Além disso, o período de revisão começa mais cedo, permitindo retomar com maior atenção os tópicos que, de outro modo, cairiam no esquecimento.

MATERIAL DIDÁTICO INCLUSO

- ✓ **Apostilas de exercícios supercompletas**, cuja resolução é fundamental para enfrentar com destreza o desafio destes vestibulares. Nossas apostilas possuem diversas questões extraídas das fontes usualmente utilizadas pelos próprios autores do vestibular: vestibulares anteriores do ITA, do IME, de Olimpíadas de Exatas Nacionais e Internacionais, de livros como os de Saraeva, Lidsky, Irodov etc.
- ✓ **Os melhores livros didáticos do Brasil** (ex.: Nicolau, Toledo e Ronaldo na Física; Martha Reis na Química);
- ✓ Apostila de revisão com as **provas e gabaritos dos últimos 10 anos** dos vestibulares do ITA, do IME e da AFA (total = 30 anos);
- ✓ **Resumos teóricos** de todas as disciplinas (durante o período de revisão).

OS MELHORES PROFESSORES

Os professores do ELITE passam por rigoroso processo de seleção, com provas e aulas demonstrativas, e possuem excelente formação (Unicamp, ITA e USP). Assim nosso aluno é orientado por quem sabe como é a preparação para os vestibulares mais concorridos do país.

TURMAS REDUZIDAS

O número de alunos desta turma é **super-reduzido: cerca de 30**, assim nossos alunos podem participar das aulas, tirando grande parte das dúvidas na própria aula e aumentando o rendimento dos estudos em casa.

ORIENTAÇÃO DOS ESTUDOS

Após a correção dos simulados, os resultados são armazenados em nosso banco de dados, de modo a acompanhar a evolução de nossos alunos em cada matéria. Estes resultados são utilizados pelos orientadores pedagógicos, que acompanham os alunos de forma ajudá-los a melhorar o rendimento nos estudos.

PLANTÕES DE DÚVIDAS

Se surgem dúvidas durante os estudos, o aluno do ELITE recorre aos plantões, cuja disponibilidade para as disciplinas mais requisitadas (Matemática, Física, Química e Redação) é bastante elevada, havendo plantões de todas as disciplinas pelo menos uma vez por semana, o que evita a formação de filas extensas para esclarecer dúvidas.

ACOMPANHAMENTO DE REDAÇÃO

Os alunos do ELITE recebem acompanhamento individualizado da produção de textos, uma vez que esta disciplina requer um cuidado muito especial, seja porque somente a prática e a orientação direta e constante permitem verdadeira evolução, seja porque possui elevado peso na nota final dos vestibulares.

REVISÃO

Além da revisão dos principais assuntos, ocorre a **RESOLUÇÃO DE 30 VESTIBULARES** recentes, assim nosso aluno se familiariza com o que é esperado dele nas provas dos vestibulares:

- ✓ 10 anos de provas do ITA;
- ✓ 10 anos de provas do IME;
- ✓ 10 anos de provas da AFA.

APROVAÇÕES – 2011 ATÉ O MOMENTO:

6 Aprovados na AFA!

APROVADOS

TURMA ITA/IME/AFA 2010

- ✓ **12 aprovados na AFA, em 23 alunos**
- ✓ **2 aprovados no IME, em 7 alunos**
- ✓ **1 aprovado no ITA, em 7 alunos**

São porcentagens muito mais expressivas do que as das redes do estado de São Paulo: graças ao acompanhamento muito individualizado que nossos alunos recebem.

QUER SABER MAIS?

O ELITE Campinas está de portas abertas para você que busca algo mais. Estamos certos de que a qualidade de nosso ensino, somada à sua potencialidade são os ingredientes ideais para resultados como os acima. Afinal, a melhor forma de se iniciar uma trajetória de sucesso é fazer o melhor curso pré-vestibular!

www.elitecampinas.com.br

(19) 3251 1012