

Nível Embasamento

01. Calcular a distância entre os seguintes pontos:

- a) A(1,3) e B(-1,4)
b) P(-6,8) e a origem do sistema cartesiano
c) A(a-3, b+4) e B(a+2, b-8)

02. Calcular o perímetro do triângulo ABC, sendo dados A(2,1), B(-1,3) e C(4, -2).

03. Determinar x de modo que o triângulo ABC seja retângulo em B. São dados: A (4,5), B(1,1) e C (x, 4).

04. Se P(x,y) eqüidista de A(-3,7) e B(4,3), qual a relação existente entre x e y?

05. Dados A(x, 5), B (-2,3) e C (4,1), obter x de modo que A seja eqüidistante de B e C.

06. Determinar o ponto P, pertencente ao eixo das abscissas, sabendo que é eqüidistante dos pontos A(1,3) e B (-3,5).

07. Determinar o ponto P, da bissetriz dos quadrantes pares, que eqüidista de A (8, -8) e B(12, -2).

08. Dados os pontos A (8,11), B (-4,-5) e C (-6, 9), obter o circuncentro do triângulo ABC.

09. Dados os pontos B(2,3) e C(-4,1), determinar o vértice A do triângulo ABC, sabendo que é o ponto do eixo y do qual se vê BC sob um ângulo reto.

10. Dados A (-2,4) e B (3, -1) vértices consecutivos de um quadrado, determine os outros dois vértices.

11. Dados A (8,7) e C (-2, -3), extremidades da diagonal de um quadrado, calcular as coordenadas dos vértices B e D, sabendo que $x_B > x_D$.

12. Calcular a razão $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$ sendo dados os pontos A(2,3), B(1,-2) e $C\left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right)$.

13. Dados A(4,3) e B(2,1), seja C a intersecção da reta AB com o eixo das abscissas. Calcular a razão $\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}$.

14. Determinar as coordenadas dos pontos que dividem o segmento AB em três partes iguais, sabendo que A = (-1,7) e B = (11,-8).

15. Determinar os pontos que dividem AB em quatro partes iguais quando A (-1,-3) e B (23,33).

16. Até que ponto o segmento de extremos A (+1,-1) e B (4,5) deve ser prolongado no sentido AB, para que seu comprimento triplique?

17. Calcular o comprimento da mediana AM do triângulo ABC cujos vértices são os pontos A (0,0), B (3,7) e C (5, -1).

18. Dados os vértices consecutivos, A (-2,1) e B (4,4), de um paralelogramo, e o ponto E(3, -1), intersecção de suas diagonais, determinar os outros dois vértices.

19. Do triângulo ABC são dados: o vértice A(2,4), o ponto M(1,2) médio do lado AB e o ponto N(-1,1) médio do lado BC. Calcular o perímetro do triângulo ABC.

20. Se M (2,1), N (3,3) e P (6,2) são os pontos médios dos lados AB, BC, CA, respectivamente, de um triângulo ABC, determinar as coordenadas de A, B e C.

21. O baricentro de um triângulo é G(1,6) e dois de seus vértices são A(2,5) e B (4,7). Determinar o terceiro baricentro.

22. Num triângulo ABC são dados:

- I) A (2,0)
II) M (-1,4) ponto médio de AB
III) $d_{AC} = 10$
IV) $d_{BC} = 10\sqrt{2}$
Obter o vértice C do triângulo.

23. O quadrilátero de vértices $A\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, $C\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ e $D\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ é um paralelogramo? Justifique.

24. Determinar y para que os pontos A(3,5), B(-3,8) e C(4,y) sejam colineares.

25. Se A (0,a), B (a, -4) e C(1,2), para que valores de a existe o triângulo ABC?

26. Dados os pontos A e B, obtenha, em cada caso:

- a) o ponto de intersecção da reta AB com o eixo das abscissas. Dados: A(1,1) e B(10, -2).
b) o ponto de intersecção da reta AB com o eixo das ordenadas. Dados: A(3,1) e B(5,5).
c) o ponto de intersecção da reta AB com a bissetriz dos quadrantes ímpares. Dados A(2, -3) e B(8,1).
d) o ponto de intersecção da reta AB com a bissetriz dos quadrantes pares. Dados: A(7,4) e B(-4,2).

27. Dados A(-3,4), B(2,9), C(2,7) e D(4,5) obter o ponto de intersecção das retas AB e CD.

28. Determinar P(x₀,y₀) colinear simultaneamente com A(-1, -2) e B(2,1) e com C(-2,1) e D(1, -4).

29. Determinar o ponto da reta AB que está à distância 5 da origem. Dados A(0, -25) e B(-2, -11).

30. Determinar na reta AB os pontos eqüidistantes dos eixos cartesianos. Dados: A(-1,5) e B(4, -2).

31. A reta determinada por A(a,0) e B(0,b) passa por C(3,4). Qual é a relação entre a e b?

32. A reta determinada por A(p,q) e B(3, -2) passa pela origem. Qual a relação entre p e q?

33. Dados A(-5,-5), B(1,5), C(19,0) e (r) $5x - 3y = 0$, verificar se r passa pelo baricentro do triângulo ABC.

34. As retas $2x + 3y = 2$ e $x - 3y = 1$ passam pelo ponto (a,b). Calcular a + b.

35. Determinar m de modo que as retas de equações $3x + y - m = 0$, $3 - y + 1 = 0$ e $5x - y - 1 = 0$ definam um triângulo.

36. (EPUSP-63) Dado o ponto A(1,2), determine as coordenadas de dois pontos P e Q, situados respectivamente sobre as retas $y = x$ e $y = 4x$, de tal modo que o ponto A seja o ponto médio do segmento PQ.

37. Determinar o ponto B da bissetriz dos quadrantes pares de tal forma que o ponto médio do segmento AB pertença a reta r. Dados: A(3,1) e (r) $x - 2y + 1 = 0$.

38. Determinar o perímetro do triângulo ABC que verifica as seguintes condições:

- a) o vértice A pertence ao eixo das abscissas;
b) o vértice B pertence ao eixo das ordenadas;
c) a reta BC tem equação $x - y = 0$;
d) a reta AC tem equação $x + 2y - 3 = 0$;

39. Num triângulo ABC sabe-se que:

- I. A pertence ao eixo das abscissas
II. B pertence à bissetriz b_{13}
III. a equação da reta AC é $x + y + 5 = 0$
IV. a equação da reta BC é $2x - y - 2 = 0$
Calcular o perímetro do triângulo ABC.

40. Determinar y de modo que P (3, y) seja ponto interior do triângulo definido pelas retas $2x - y = 0$, $x + y = 0$ e $7x + y - 36 = 0$.

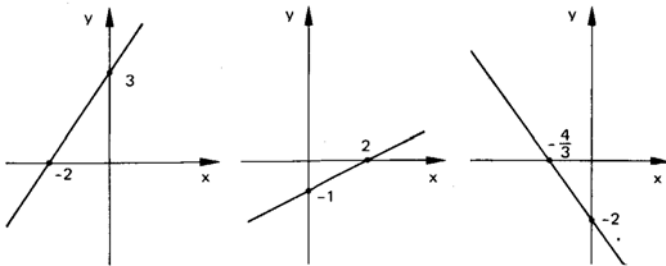
41. Determinar a posição relativa das seguintes retas tomadas duas a duas:

- (r) $2x - y + 3 = 0$
(s) $x - 2y + 3 = 0$
(t) $2x - y + 5 = 0$
(u) $2x + 4y + 3 = 0$
(v) $3x - 6y = -3$
(z) $4x - 2y = -6$

42. Discutir a posição relativa das retas:

- (r) $(m - 1)x + my - 1 = 0$ e (s) $(1 - m)x + (m + 1)y + 1 = 0$.

43. Para que valores de k as retas $(k - 1)x + 6y + 1 = 0$ e $4x + (k + 1)y - 1 = 0$ são paralelas?
44. Determinar o centro do feixe de retas concorrentes cuja equação é: $a(7x - 11y + 1) + b(3x + 11y + 9) = 0$.
45. Determinar a equação da reta que pertence ao feixe de retas definido pela equação $(7x + 3y - 15) + a(3x - 3y - 5) = 0$ e que passa pela origem do sistema cartesiano.
46. São dados os feixes de retas concorrentes:
 $(x + y + 1) + k(x - y + 1) = 0$ e $2x + 2y + 6 + p(2x - 2y + 1) = 0$. Obter a equação da reta comum aos dois feixes.
47. Dois lados de um paralelogramo encontram-se sobre as retas (r) $2x + 3y - 7 = 0$ e (s) $x - 3y + 4 = 0$. Obter as equações das retas suportes dos outros dois lados, sabendo que um dos vértices desse paralelogramo é o ponto $(3, 2)$.
48. Determinar a equação reduzida da reta AB quando $A(-1, 1)$ e $B(7, 25)$.
49. Dados $A(3, 10)$ e $B(-6, -5)$, determinar a equação segmentária da reta AB .
50. Determinar a equação das retas abaixo:



51. Dadas a equação paramétrica da reta (r) $\begin{cases} x = 5t - 3 \\ y = 2t + 4 \end{cases}$, obtenha sua equação segmentária.
52. Achar as coordenadas do ponto de intersecção das retas (r) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$ e (s) $\begin{cases} x = 3 - u \\ y = 2 + u \end{cases}$, com $t, u \in \mathbb{R}$.
53. Qual a posição relativa das retas (r) $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$ e (s) $\begin{cases} x = 8t \\ y = 1 - 16t \end{cases}$, com $t \in \mathbb{R}$?
54. Obter uma reta paralela à (r) $2x + y = 0$ e que define com os eixos coordenados um triângulo de área 16 unidades de área.
55. Determinar a equação da reta que passa por P e tem inclinação α em relação ao eixo dos x nos casos seguintes:
a) $P(-1, -3)$ e $\alpha = 45^\circ$ b) $P(+2, -4)$ e $\alpha = 60^\circ$
c) $P(-1, -4)$ e $\alpha = 90^\circ$ d) $P(-1, +3)$ e $\alpha = \arcsen \frac{3}{5}$
e) $P(7, 2)$ e $\alpha = 0^\circ$ f) $P(-1, +5)$ e $\alpha = \arctg 2$
56. Determinar a equação da reta (s) que contém $P(-5, 4)$ e é paralela à reta (r) $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2 - 5t \end{cases}$.
57. Determinar a equação da reta u que passa pelo ponto de intersecção das retas r e t e é paralela à reta s . Dados:
 (r) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$, (s) $x = 3t$ e $y = 2 + 3t$ e (t) $3x + 4y = 0$
58. Dois lados de um paralelogramo $ABCD$ estão contidos nas retas (r) $y = 2x$ e (s) $x = 2y$. Dado o vértice $A(5, 4)$, determinar B , C e D .
59. Determinar p de modo que as retas (r) $p^2x + py + 2 = 0$ e (s) $3x + (p + 1)y - 7 = 0$ sejam perpendiculares.
60. Se $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ e $Ax + By + C = 0$ são duas retas perpendiculares, calcule $bA + aB$.

61. Determinar a equação da reta (s) que contém $P(3, 4)$ e é perpendicular à reta (r) $2x + 3y = 0$.
62. Determinar a projeção ortogonal do ponto $P(-7, 15)$ sobre a reta $3x = 2y$.
63. (MAPOFEI - 75) São dados a reta $r: x - y + 1 = 0$ e o ponto $P = (3, 2)$. Determinar as coordenadas da projeção ortogonal de P sobre a reta r .
64. Determinar o ponto Q , simétrico de $P(-3, 2)$ em relação à reta (r) $x + y - 1 = 0$.
65. Em um sistema cartesiano ortogonal xOy são dados os pontos A , sobre o eixo x de abscissa 1 e B sobre o eixo y de ordenada 2. Calcular as coordenadas do ponto P simétrico à origem O e relação à reta AB .
66. Dados $P(-3, -3)$ e (r) $4x + 5y - 14 = 0$, pede-se:
a) equação de (s) perpendicular a (r) por P ;
b) o ponto M pé da perpendicular a (r) por P ;
c) o ponto Q simétrico de P em relação à (r) ;
d) a reta (t) simétrica de (r) em relação à P .
67. Determinar as equações das alturas do triângulo ABC de vértices $A(0, -3)$, $B(-4, 0)$ e $C(2, 1)$ e provar que concorrem para o mesmo ponto H .
68. Determinar o ortocentro H do triângulo ABC cujos vértices são $A(1, 3)$, $B(2, 1)$ e $C(4, 5)$.
69. Obter os vértices de um losango $ABCD$ tal que:
a) A está no eixo dos y .
b) B está no eixo dos x .
c) a diagonal AC está contida em (r) $2x + y - 3 = 0$.
d) as diagonais se interceptam em $E(x, 1)$.
70. Obter a equação da reta perpendicular a (r) $4x + 3y = 0$ e que define com os eixos coordenados um triângulo de área 6.
71. Encontrar a equação da reta que é perpendicular a $x + y - 3 = 0$ e forma com os eixos coordenados um triângulo de área 8 unidades de área, de modo que este triângulo tenha intersecção não vazia com a reta $x - 2y = 1$.
72. Dados $A(4, 2)$, $B(0, 4)$, $C(3, 0)$ e $P(3, 4)$, traçam-se por P as perpendiculares aos lados do triângulo ABC . Pede-se:
a) obter os pés das perpendiculares;
b) provar que são colineares.
73. Calcular o ângulo entre as retas:
a) $x + y + 1 = 0$ e $4x - 3y + 1 = 0$;
b) $2x + y = 4$ e $x = 9 - 2y$;
74. Dados os pontos $A(3, 0)$, $B(1, 0)$ e $C(4 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3})$, calcular os ângulos internos do triângulo ABC .
75. Calcular a distância da origem à reta (r) $ax + by + \sqrt{a^2 + b^2} = 0$.
76. Achar a distância da reta (r) $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -7 + 2t \end{cases}$ à origem.
77. Calcular a distância do ponto P à reta r nos seguintes casos:
1º) $P(-3, -1)$ e (r) $3x - 4y + 8 = 0$
2º) $P(+3, +2)$ e (r) $5x - 5y + 2 = 0$
3º) $P(+1, -2)$ e (r) $\frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 0$
4º) $P(-2, +3)$ e (r) $\begin{cases} x = 7t - 1 \\ y = 24t + 1 \end{cases}$
5º) $P(-1, -2)$ e (r) $x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + y \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 5$
78. Calcular o comprimento da altura AH , do triângulo de vértices $A(-3, 0)$, $B(0, 0)$ e $C(6, 8)$.
79. Calcular a altura do trapézio cujos vértices são $A(0, 0)$, $B(7, 1)$, $C(6, 5)$ e $D(-8, 3)$.

80. O ponto $P(2, -5)$ é um vértice de um quadrado que tem um dos seus lados não adjacentes a P sobre a reta $x - 2y - 7 = 0$. Qual a área do quadrado?

81. Calcular a distância entre as retas (r) $3x + 4y - 13 = 0$ e (s) $3x + 4y + 7 = 0$.

82. Determinar os pontos da reta (r) $y = 2x$ que estão à distância 2 da reta (s) $4x + 3y = 0$.

83. Determinar as equações das retas que formam 45° com o eixo dos x e estão a uma distância $\sqrt{2}$ do ponto $P(3,4)$.

84. Obter uma reta paralela a (r) $x + y + 6 = 0$ e distante $\sqrt{2}$ do ponto $C(1,1)$.

85. Determinar as equações das perpendiculares à reta (r) $7x - 24y + 1 = 0$, as quais estão à distância 3 unidades do ponto $P(1; 0)$.

86. Calcular a área do triângulo cujos vértices são $A(a, a+3)$, $B(a-1, a)$ e $C(a+1, a+1)$.

87. (FAUUSP – 68) Determine a área do triângulo ABC onde A , B e C são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos MN , NP e PM , sendo $M(-1,-5)$, $N(1,3)$ e $P(7, -5)$.

88. Calcular a área do quadrilátero $ABCD$ cujos vértices são: $A(0,0)$, $B(4, -2)$, $C(6,8)$ e $D(0,4)$.

89. Calcular a área do pentágono $ABCDE$, dados: $A(0,0)$, $B(0,-1)$, $C(-2,-5)$, $D(-4,0)$ e $E(-2, +3)$.

90. Determinar y de tal forma que o triângulo de vértices $A(1,4)$, $B(4,1)$ e $C(0,y)$ tenha área 6.

91. Dados os pontos $A(1,4)$, $B(3,-2)$ e $C(2,y)$, calcular y para que a área do triângulo seja 10.

92. Num triângulo ABC , temos:

- 1º) $AB \subset r$ tal que (r) $y = 3x$
 - 2º) $AC \subset s$ tal que (s) $x = 3y$
 - 3º) $BC \subset t$ tal que $t \parallel u$ e (u) $x + y = 0$
 - 4º) a área do triângulo ABC é 4.
- Obter a equação da reta t .

93. Calcular as coordenadas do vértice C do triângulo ABC de área 6, sabendo que $A(0,2)$, B é a intersecção da reta (r) $x - y - 4 = 0$ com o eixo dos x e que C está em (r).

94. Determinar a área do triângulo ABC sabendo que:

- i) $A(1,1)$ e $B(-3,2)$;
- ii) $x + y + 1 = 0$ é a equação da reta do lado BC ;
- iii) o coeficiente angular da reta AC é 1.

95. Determinar o vértice C de um triângulo ABC , de área 1,5 no qual $A(2, -3)$, $B(3, -2)$ e cujo baricentro está sobre a reta $3x - y - 8 = 0$.

96. Num triângulo ABC , onde $A(0,0)$, $B(5,1)$ e $C(1,5)$, toma-se M na reta BC , tal que as áreas dos triângulos AMC e AMB ficam na razão

$$\frac{1}{4}. \text{ Calcular as coordenadas de } M.$$

97. Os vértices de um triângulo são $A(0,0)$, $B(7,11)$ e $C(8,1)$. Pedem-se:

- a) Obter o baricentro do triângulo ABC ;
- b) mostrar que os triângulos ABG , ACG e BCG tem a mesma área.

98. Obter uma reta que passe por $P(-4,6)$ e defina com os eixos coordenados um triângulo de área 6, no primeiro quadrante.

99. Estudar a variação de sinais dos trinômios:

- a) $E = x + y - 2$
- b) $E = 2x - 3y + 6$
- c) $E = -x + 2y + 4$
- d) $E = 3x + 2y + 12$
- e) $E = 4x + 3y$

100. Resolver graficamente as inequações:

- a) $2x + 3y + 1 > 0$
- b) $3x - 4y - 6 < 0$
- c) $2x - y < 0$
- d) $2x - 4y + 4 \geq 0$
- e) $3x + 4y \geq 0$
- f) $5x + y - 5 \leq 0$

101. Determinar os pontos $P(x, y)$ do plano cartesiano cujas coordenadas satisfazem à condição:

- 1º caso: $x - y + 1 < 0$ e $x + y + 2 < 0$
- 2º caso: $x + 3y < 0$ e $x \geq 0$
- 3º caso: $y \geq 1$ e $x - 2 > 0$
- 4º caso: $6x + 3y - 6 \leq 0$ e $3x + 6y \geq -12$

5º caso: $2x - 5y < 10$ e $y \geq 2$

102. Assinalar no plano cartesiano o conjunto no qual estão contidas todas as retas de equação $x + y + c = 0$, com $c \leq -1$.

103. Obter as equações das bissetrizes dos ângulos formados por (r) $3x + 4y = 0$ e (s) $8x - 6y - 1 = 0$.

104. Obter as equações das bissetrizes dos ângulos formados por (r) $3x + 3y - 1 = 0$ e (s) $2x - 2y + 1 = 0$.

105. Qual a equação do lugar geométrico dos pontos equidistantes das retas (r) $4x - 3y - 10 = 0$ e (s) $12x + 5y - 13 = 0$.

106. Qual a equação da bissetriz interna, por A , no triângulo de vértices $A(0,0)$, $B(2,6)$ e $C(5,1)$?

Nível Aprofundamento

107. Dados os pontos $M(a, 0)$ e $N(0, a)$, determinar P de modo que o triângulo MNP seja equilátero.

108. O baricentro de um triângulo é $G\left(-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$, o ponto médio do lado

BC é $N\left(-\frac{5}{2}, -1\right)$ e o ponto médio do lado AB é $M\left(0, \frac{1}{2}\right)$. Determinar

os vértices A , B , C .

109. Determinar os vértices B e C de um triângulo equilátero ABC , sabendo que o ponto médio do lado AB é $M(\sqrt{3}, 1)$ e A é a origem do sistema.

110. Provar que os pontos $A(a; b+c)$, $B(b; a+c)$ e $C(c; a+b)$ são colineares e determinar a equação da reta que os contém.

111. Determinar a para que as retas de equações $x + 2y - 2a = 0$, $ax - y - 3 = 0$ e $2x - 2y - a = 0$ sejam concorrentes no mesmo ponto.

112. Qual é a equação da reta que passa por $P(3,1)$, intercepta (r) $3x - y = 0$ em A e (s) $x + 5y = 0$ em B tais que P é ponto médio de AB .

113. Determinar o ponto B da reta s de tal forma que o segmento AB intercepte a reta r no ponto C que o divide na razão $\frac{1}{2}$. São dados:

$$A(-3,1), (r) x + y = 0, \text{ e } (s) 2y - 3x + 1 = 0.$$

114. Entre os triângulos OAB com vértice O na origem e os outros dois vértices A e B , respectivamente, nas retas $y = 1$ e $y = 3$ e alinhados com o ponto $P(7,0)$, determinar aquele para o qual é mínima a soma dos quadrados dos lados.

115. Determinar a reta s , simétrica de (r) $x - y + 1 = 0$ em relação a (t) $2x + y + 4 = 0$.

116. Determinar a reta simétrica à (r) $x - 8y + 16 = 0$ em relação:

- a) ao eixo dos x ;
- b) ao eixo dos y ;
- c) à reta (s) $2x - 3y - 7 = 0$.

117. Dados os pontos $A(a,0)$ e $B(0, b)$, tomemos sobre a reta AB um ponto C tal que $BC = m \cdot AB$, com $m \neq 0$. Pedem-se a equação da reta perpendicular a AB , a qual passa pelo ponto médio de AC .

118. (MAPOFEI – 73) O ponto $P = (2,4)$ é o centro de um feixe de retas no plano cartesiano. Pedem-se determinar as equações das retas desse feixe, perpendiculares entre si, que interceptam o eixo O_x nos pontos A e B , e tais que a distância entre elas seja 10.

119. Em um plano munido de um sistema cartesiano ortogonal de referência, são dados os pontos $A(2,3)$, $B(9,4)$ e $M(5,k)$. Determinar o valor de k para o qual o ângulo $BAM = 45^\circ$.

120. (MACK – 70) Determine as equações das retas que contêm os lados de um triângulo, conhecendo-se:

- i) o seu vértice A de coordenadas $(0,1)$,
- ii) a reta $r: 3x - 4y + 41 = 0$, que contém uma altura,
- iii) a reta $s: x + 2y - 7 = 0$, que contém uma bissetriz, sendo a altura e a bissetriz relativas a dois vértices distintos.

121. Calcular a distância entre as retas cujas equações são $ax + by + c = 0$ e $ax + by - c = 0$.

122. (MAPOFEI – 69) São dados, num plano, as duas retas r_1 , de equação $y = 1$, e r_2 com equações paramétricas $x = -2 + \lambda$ e $y = 1 + 2\lambda$ e o ponto $A = (1, 2)$.

- a) Entre as retas que passam por A, determinar a reta r para a qual as distâncias de A às interseções com r_1 e r_2 são iguais.
b) Satisfeita a condição do item anterior, determinar a área do triângulo formado pelas retas r, r_1 e r_2 .

123. Resolver graficamente a inequação $\frac{x - y + 2}{x + y - 2} \geq 0$.

124. Determinar os pontos P do plano cartesiano cujas coordenadas satisfazem as desigualdades:

- a) $|x| > 1$
b) $|x + y| < 1$
c) $|x| + y > 1$
d) $|x| + |y| \leq 1$
e) $y - 2 > 0$ e $|x| \leq 1$
f) $1 < |y| < 2$ e $1 < |x| < 3$
g) $(3x - y + 6)(2x + 4y - 12) < 0$;
h) $(4x + 2y + 4)(x - y - 1) \geq 0$;
i) $\frac{x + y - 1}{2x - y + 2} \geq 0$
j) $\frac{x + y - 2}{x - y + 1} \leq 0$ e $y \geq 0$

125. Obter o centro da circunferência inscrita ao triângulo ABC de vértices $A(0,0)$, $B(3,0)$ e $C(0,4)$.

126. Dados $A(0,0)$, $B(3,4)$ e $C(12, -5)$, calcular o comprimento da bissetriz interna AP do triângulo ABC.

127. Calcular o comprimento da bissetriz interna AS do triângulo de vértices $A(0,0)$, $B(12,5)$ e $C(8,15)$.

128. (ITA-82) Considere o triângulo ABC do plano cartesiano, onde $A = (p, q)$, $B = (2p, 3q)$ e $C = (3p, 2q)$, sendo p e q reais. Se M é o ponto de interseção de suas medianas, então a reta que passa por M e é paralela à reta BC intercepta os eixos cartesianos nos pontos:

- a) $(0, p)$ e $(4p, 0)$. b) $(0, 4q)$ e $(4p, 0)$.
c) $(0, 4p)$ e $(4q, 0)$. d) $(0, q)$ e $(p, 0)$.
e) $(0, 3q)$ e $(3p, 0)$.

129. (ITA-86) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais sejam $A(0,a)$, $B(a/2,0)$ e $C(0,2a)$ pontos dados onde a é um número real, $a < 0$. Sejam as retas: (r) passando por os pontos a e b e (s) passando por C e paralela a (r).

A área do trapézio (T) delimitada pelos eixos cartesianos e pelas retas (r) e (s) vale:

- a) $3a^2$ b) $3a^2/4$ c) $3a^2/2$
d) $\sqrt{3} a^2$ e) $3a^2/4 + a^4$

130. (ITA-86) Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais considere o triângulo ABC, sobre o qual sabemos que:

- O lado AC está sobre a reta $y = x$.
- O vértice A tem coordenadas $(1, 1)$ e o ângulo A mede 60° .
- O vértice B está no eixo das ordenadas.
- O lado BC é paralelo ao eixo das abscissas.

A área desse triângulo vale:

- a) 9 b) $9/2 + 3\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}/2$
d) $9/2 + 5\sqrt{3}/2$ e) $1/2 + 5\sqrt{3}$

131. (ITA-88) Num triângulo ABC, retângulo em A, de vértices $B:(1,1)$ e $C:(3,-2)$, o cateto que contém o ponto B é paralelo a reta de equação $3x - 4y + 2 = 0$.

Então a reta que contém o cateto \overline{AC} é dada por:

- a) $4x + 3y - 6 = 0$ b) $4x + 3y - 3 = 0$
c) $3x + 4y + 1 = 0$ d) $2x + 5y = 0$ e) $4x - 3y + 6 = 0$

132. (ITA-88) Sejam a, b, c e d números reais positivos tais que A: $(9a, 3b)$, B: $(-c, d)$, C: $(c, -d)$ são vértices de um triângulo equilátero.

Então a equação da reta r que é paralela ao lado \overline{BC} e passa pelo incentro do triângulo ABC é dada por:

- a) $3ax + by = c - d$ b) $dx + cy = 3ad + bc$
c) $ax + by = 2c + 3d$ d) $2dx + 3ay = 4bc$
e) $dx - 2cy = 9a + 3b$

133. (ITA 89) Determine a equação da reta suporte de um segmento que tem seu centro no ponto $(5, 0)$ e extremidade em cada uma das retas $x - 2y - 3 = 0$ e $x + y + 1 = 0$. Dê a resposta na forma $Ax + By + C = 0$.

134. (ITA-90) Considere a reta (r) mediatriz do segmento cujos extremos são os pontos em que a reta $2x - 3y + 7 = 0$ intercepta os eixos coordenados. Então a distância do ponto $(\frac{1}{4}, \frac{1}{6})$ à reta (r) é:

- a) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{4}{\sqrt{13}}$ c) $3\sqrt{13}$
d) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ e) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

135. (ITA-92) Dados os pontos A: $(0, 8)$, B: $(-4, 0)$ e C: $(4, 0)$, sejam r e s as retas tais que $A, B \in r$, $B, C \in s$. Considere P_1 e P_2 os pés das retas perpendiculares traçadas de P: $(5, 3)$ às retas r e s, respectivamente. Então a equação da reta que passa por P_1 e P_2 é:

- a) $y + x = 5$ b) $y + 2x = 5$ c) $3y - x = 5$
d) $y + x = 2$ e) n.d.a.

136. (ITA-93) Dadas as retas $(r_1): x + 2y - 5 = 0$, $(r_2): x - y - 2 = 0$ e $(r_3): x - 2y - 1 = 0$, podemos afirmar que:

- a) São 2 a 2 paralelas.
b) (r_1) e (r_3) são paralelas.
c) (r_1) é perpendicular a (r_3) .
d) (r_2) é perpendicular a (r_3) .
e) As três são concorrentes num mesmo ponto.

137. (ITA-93) Sendo (r) uma reta dada pela equação $x - 2y + = 0$, então, a equação da reta (s) simétrica à reta (r) em relação ao eixo das abscissas é descrita por:

- a) $x + 2y = 0$ b) $3x - y + 3 = 0$
c) $2x + 3y + 1 = 0$ d) $x + 2y + 2 = 0$
e) $x - 2y - 2 = 0$

138. (ITA-94) Duas retas r e s são dadas, respectivamente, pelas equações $3x - 4y = 3$ e $2x + y = 2$. Um ponto P pertencente à reta s tem abscissa positiva e dista 22 unidades de medida da reta r. Se $ax + by + c = 0$ é a equação da reta que contém P, com $a, b, c \in \mathbb{Z}$ e é paralela a r, então $a + b + c$ é igual a:

- a) -132 b) -126 c) -118
d) -114 e) -112

139. (ITA-95) Três pontos de coordenadas, respectivamente, $(0, 0)$, $(b, 2b)$ e $(5b, 0)$, com $b > 0$, são vértices de um retângulo. As coordenadas do quarto vértice são dadas por:

- a) $(-b, -b)$ b) $(-2b, -b)$ c) $(4b, -2b)$
d) $(3b, -2b)$ e) $(-2b, -2b)$

140. (ITA-97) Seja A o ponto de interseção das retas r e s dadas, respectivamente pelas equações $x + y = 3$ e $x + y = -3$. Sejam B e C pontos situados no primeiro quadrante com $B \in r$ e $C \in s$. sabendo que $d(A,B) = d(A,C) = \sqrt{2}$, então a reta passando por B e C é dada pela equação:

- a) $2x + 3y = 1$ b) $y = 1$ c) $y =$ d) $x = 1$ e) $x = 2$

141. (ITA-97) Considere os pontos A: $(0, 0)$ e B: $(2, 0)$ e C: $(0, 3)$. Seja P: (x, y) o ponto da interseção das bissetrizes internas do triângulo ABC. Então $x + y$ é igual a:

- a) $12/(5 + \sqrt{13})$ b) $8/(2 + \sqrt{11})$ c) $10/(6 + \sqrt{13})$
d) 5 e) 2

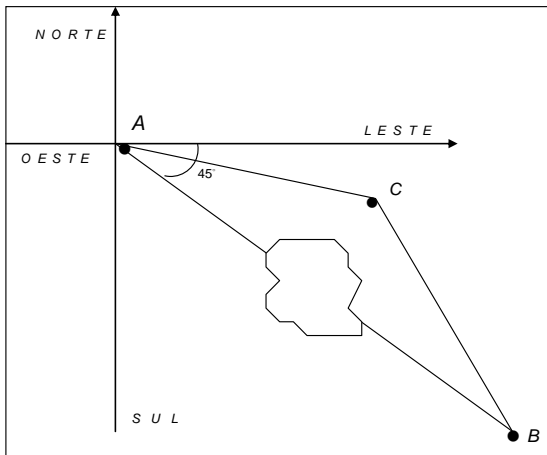
142. (ITA-98) As retas $y = 0$ e $4x + 3y + 7 = 0$ são retas suportes das diagonais de um paralelogramo. Sabendo que estas diagonais medem 4 cm e 6 cm, então, a área deste paralelogramo, em cm^2 , vale:

- a) $\frac{36}{5}$ b) $\frac{27}{4}$ c) $\frac{44}{3}$ d) $\frac{48}{3}$ e) $\frac{48}{5}$

143. (ITA-98) Considere o paralelogramo ABCD onde $A = (0, 0)$, $B = (-1, 2)$ e $C = (-3, -4)$. Os ângulos internos distintos e o vértice D deste paralelogramo são, respectivamente:

- a) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ e $D = (-2, -5)$ b) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e $D = (-1, -5)$
c) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e $D = (-2, -6)$ d) $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ e $D = (-2, -6)$
e) $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ e $D = (-2, -5)$

144. (ITA-74) Deseja-se construir uma rodovia ligando o ponto A ao ponto B que está $40\sqrt{2}\text{km}$ a sudeste de A. Um lago, na planície onde estão A e B impede a construção em linha reta. Para contornar o lago, a estrada será construída em 2 trechos retos com vértice no ponto C, que 36km a leste e 27km ao sul de A. O valor de CB^2 é:



- a) 182 b) 183 c) 184
d) 185 e) n.d.a.

145. (ITA-75) Seja S o conjunto das soluções do sistema de

desigualdades; $\begin{cases} 2x + y - 3 > 0 \\ x - 2y + 1 < 0 \\ y - 3 < 0 \\ x + my - 5 < 0 \end{cases}$ onde m é real.

A representação geométrica de S, em coordenadas cartesianas ortogonais (x,y), é:

- a) um quadrilátero para qualquer $m > 0$
b) um triângulo isósceles para qualquer $m < 0$
c) um triângulo retângulo para $m < 0$ ou $\frac{5}{3} < m < 4$
d) S é um conjunto vazio para $m > \frac{5}{3}$
e) n.d.a.

146. (ITA-00) A área de um triângulo é de 4 unidades de superfície, sendo dois de seus vértices os pontos A: (2, 1) e B: (3, -2). Sabendo que o terceiro vértice encontra-se sobre o eixo das abscissas, pode-se afirmar que suas coordenadas são:

- a) $(-1/2, 0)$ ou $(5, 0)$ b) $(-1/2, 0)$ ou $(4, 0)$ c) $(-1/3, 0)$ ou $(5, 0)$
d) $(-1/3, 0)$ ou $(4, 0)$ e) $(-1/5, 0)$ ou $(3, 0)$

147. (ITA-78) Seja o triângulo de vértices A: (1,2); B: (2,4) e C: (4,1), no sistema de coordenadas cartesianas ortogonais. A distância do ponto de encontro das alturas desse triângulo ao lado AC, é:

- a) $\frac{9\sqrt{10}}{70}$ b) $\frac{9}{70}$ c) $8\sqrt{10}$
d) $3\sqrt{3}$ e) n.d.a.

148. (JOHN CASEY) Encontre a distancia entre os pontos $(a \cdot \cos(\alpha + \beta), b \cdot \sin(\alpha + \beta))$ e $(a \cdot \cos(\alpha - \beta), b \cdot \sin(\alpha - \beta))$.

149. (JOHN CASEY) Prove que os 3 pontos (a, b) ,

$(a + 28\sqrt{2}, b + 28\sqrt{2})$ e $(a + \frac{33}{\sqrt{2}}, b - \frac{33}{\sqrt{2}})$ formam um triângulo retângulo.

150. (JOHN CASEY) Se os pontos (a, b) , (a', b') e $(a - a', b - b')$ são colineares, prove que $ab' = a'b$.

151. (JOHN CASEY) Encontre os ângulos entre as retas $\frac{x \cdot \cos \beta}{a} + \frac{y \cdot \sin \beta}{b} = 1$ e $\frac{x \cdot \cos \gamma}{a} + \frac{y \cdot \sin \gamma}{b} = 1$.

152. (JOHN CASEY) Encontre o angulo entre as retas $x - y = 0$ e $\frac{x}{\tan \phi' + \tan \phi''} + \frac{y}{\cot \phi' + \cot \phi''} = k$.

153. (JOHN CASEY) Encontre a equação da reta que passa pelos pontos $(a \cdot \cos(\alpha + \beta), b \cdot \sin(\alpha + \beta))$ e $(a \cdot \cos(\alpha - \beta), b \cdot \sin(\alpha - \beta))$.

Nos exercícios de 154 a 156 encontre o ponto de intersecção entre as retas dadas:

154. (JOHN CASEY) $x \cdot \cos \phi + y \cdot \sin \phi = r$ e $x \cdot \cos \phi' + y \cdot \sin \phi' = r$.

155. (JOHN CASEY) $\frac{x}{a} \cdot \cos \phi + \frac{y}{b} \cdot \sin \phi = 1$ e $\frac{x}{a} \cdot \cos \phi' + \frac{y}{b} \cdot \sin \phi' = 1$.

156. (JOHN CASEY) $x - ty + at^2 = 0$ e $x - t'y + at'^2 = 0$.

157. (JOHN CASEY) Encontre a reta que passa por $(0, 1)$, fazendo um ângulo de 30° com a reta $x + y = 2$.

158. (JOHN CASEY) Encontre a equação da perpendicular a reta $\frac{x \cdot \cos \alpha}{a} + \frac{y \cdot \sin \alpha}{b} = 1$ no ponto $(a \cdot \cos \alpha, b \cdot \sin \alpha)$.

159. (JOHN CASEY) Encontre a equação da perpendicular a reta $x - y \cdot \tan \phi + a \cdot \tan^2 \phi = 0$ no ponto $(a \cdot \tan^2 \phi, 2a \cdot \tan \phi)$.

160. (JOHN CASEY) Que retas são representadas pela equação $x^2 - y^2 = 0$?

161. (JOHN CASEY) Que retas são representadas pela equação $x^2 - 2xy \sec \theta + y^2 = 0$?

162. (JOHN CASEY) Encontre as bissetrizes dos ângulos formados pelas retas $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

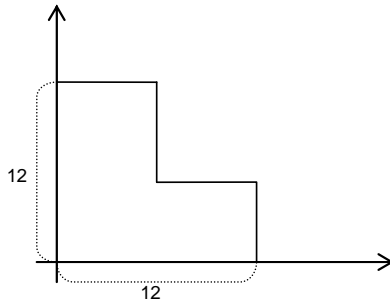
163. (JOHN CASEY) Prove que as retas $x^2 + 2xy \sec(2\alpha) + y^2 = 0$ são igualmente inclinadas da reta $x + y = 0$.

164. (KLETENIK) Dados dois pontos $P(-5; 2)$ e $Q(3; 1)$, falar a projeção do segmento \overline{PQ} sobre o eixo que forma com o eixo Ox o ângulo $\theta = \arctan \frac{4}{3}$.

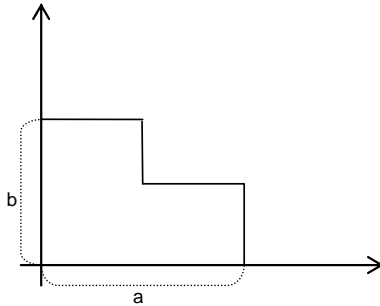
165. (KLETENIK) Os vértices de um triângulo são: $A(-1; -1)$, $B(3; 5)$ e $C(-4; 1)$. Falar o ponto de intersecção da bissetriz do ângulo externo do vértice A com o prolongamento do lado BC .

166. (KLETENIK) São dados os vértices de uma lamina homogênea triangular $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ e $C(x_3; y_3)$. Unindo-se os pontos médios dos lados dessa lamina, formamos outra lamina homogênea triangular. Demonstre que os centros de gravidade de ambas as laminas coincidem.

167. (KLETENIK) Em uma lamina homogênea que tem a forma de um quadrado de lado 12, foi feito um corte quadrangular; As retas do corte passam pelo centro do quadrado e os eixos coordenados contem 2 dois lados intactos do quadrado. Determine o centro de gravidade dessa figura.



168. (KLETENIK) Em uma lamina retangular homogênea, com lados a e b foi feito um corte retangular. As retas de corte passam pelo centro do retângulo e os eixos coordenados contem 2 lados intactos do retângulo. Determine o centro de gravidade dessa lamina.



169. (KLETENIK) Dados os vértices opostos de um quadrado $A(-1; 3)$ e $C(6; 2)$, fale as equações dos lados do quadrado.

170. (KLETENIK) Demonstrar que a equação da reta que passa pelo ponto $M_1(x_1; y_1)$ e é paralela a reta $Ax + By + C = 0$ pode ser escrita da forma: $A(x - x_1) + B(y - y_1) = 0$.

171. (KLETENIK) Demonstrar que a condição de perpendicularidade das retas $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ e $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ pode ser escrita da forma: $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$.

172. (KLETENIK) Demonstrar que a formula para determinar o angulo ϕ formado pelas retas $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ e $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ pode ser escrita da forma: $\tan \phi = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}$.

173. (KLETENIK) Dados os vértices de um triangulo $M_1(-10; 2)$ e $M_2(6; 4)$, cujas alturas se cortam no ponto $N(5; 2)$, determine as coordenadas do terceiro vértice M_3 .

174. (KLETENIK) Falar as equações dos lados do triangulo ABC , se são dados as coordenadas do vértice $A(1; 3)$ e as equações de duas medianas $x - 2y + 1 = 0$ e $y - 1 = 0$.

175. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $B(2; -1)$ e as equações da altura $3x - 4y + 27 = 0$ e da bissetriz $x + 2y - 5 = 0$ traçadas de vértices diferentes.

176. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $C(4; -1)$ e as equações da altura $2x - 3y + 12 = 0$ e da mediana $2x + 3y = 0$ traçadas de um mesmo vértice.

177. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $B(2; -7)$ e as equações da altura $3x + y + 11 = 0$ e da mediana $x + 2y + 7 = 0$ traçadas de vértices diferentes.

178. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $C(4; 3)$ e as equações da bissetriz $x + 2y - 5 = 0$ e da mediana $4x + 13y - 10 = 0$ traçadas de um mesmo vértice.

179. (KLETENIK) Falar as equações dos lados de um triangulo, conhecendo um de seus vértices $A(3; -1)$ e as equações da bissetriz $x - 4y + 10 = 0$ e da mediana $6x + 10y - 59 = 0$ traçadas de um mesmo vértice.

180. (KLETENIK) Falar a equação de reta que passa pela origem, sabendo que o comprimento de seu segmento compreendido entre as retas $2x - y + 5 = 0$ e $2x - y + 10 = 0$ é igual a $\sqrt{10}$.

181. (KLETENIK) Falar a equação de reta que passa pelo ponto $C(-5; 4)$, sabendo que o comprimento de seu segmento compreendido entre as retas $x + 2y + 1 = 0$ e $x + 2y - 1 = 0$ é igual a 5.

182. (KLETENIK) Determine para que valor de "a" a reta: $(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$

- 1) É paralela ao eixo das abscissas.
 - 2) É paralela ao eixo das Ordenadas.
 - 3) Passa pela origem do sistema de coordenadas.
- Em cada caso escreva a equação da reta.

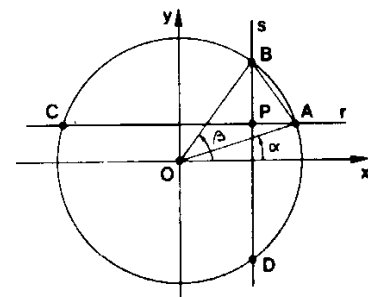
183. (KLETENIK) Determinar para que valor de "m" as duas retas: $mx + (2m + 3)y + m + 6 = 0$ e $(2m + 1)x + (m - 1)y + m - 2 = 0$ se cortam num ponto situado no eixo das ordenadas.

184. (KLETENIK) Pelo ponto $M_1(x_1; y_1)$, sendo $x_1 \cdot y_1 > 0$, foi traçada a reta $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, que intercepta os eixos coordenados formando um triangulo de área S . Determine a relação entre x_1 , y_1 e S para que a e b tenham o mesmo sinal.

185. (KLETENIK) A area de um paralelogramo é 12 unidades quadradas, dois de seus vértices são $A(-1; 3)$ e $B(-2; 4)$, fale os outros dois vértices do paralelogramo, sabendo que o ponto de intersecção de suas diagonais esta situado no eixo das abscissas.

Nível Transcendência

186. Pelo ponto P de coordenadas cartesianas ortogonais $\cos \beta$ e $\sin \alpha$, com $0 \leq \alpha < \beta \leq 90^\circ$, passam duas retas (r) e (s) paralelas aos eixos coordenados.



- a) Determinar as coordenadas das intersecções de (r) e (s) com a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 1$;
- b) Determinar a equação da reta PM, onde M é o ponto médio do segmento AB;
- c) Demonstrar analiticamente que as retas CD e PM são perpendiculares.

187. (IME-1980) Um velho manuscrito descrevia a localização de um tesouro enterrado: Há somente duas árvores, A e B, em um terreno plano, e um canteiro de tomates. A é uma mangueira, e B uma jabuticabeira. A partir do centro K do canteiro, meça a distância em linha reta até a mangueira. Vire 90° à esquerda e percorra a mesma distância até o ponto C. Volte ao canteiro. Meça a distância em linha reta até a jabuticabeira. Vire 90° direita e percorra a mesma distância até o ponto D. O tesouro está no ponto médio T do segmento CD. Um aventureiro achou o manuscrito, identificou as árvores, mas, como o canteiro desaparecera com o passar do tempo, não conseguiu localizá-lo, e desistiu da busca. O aluno Sá Bido, do IME, nas mesmas condições, diz que seria capaz de localizar o tesouro. Mostre como você resolveria o problema, isto é, dê as coordenadas de T em função das coordenadas de $A=(5,3)$ e $B=(8,2)$.

188. (IME-78) Sejam R e S duas retas quaisquer. Sejam $p_2=(x_2, y_2); p_4=(x_4, y_4); p_6=(x_6, y_6)$ três pontos distintos sobre R e $p_1=(x_1, y_1); p_3=(x_3, y_3); p_5=(x_5, y_5)$ três pontos distintos sobre S. O segmento p_2p_3 não é paralelo ao segmento p_1p_4 ; o segmento p_1p_6 não é paralelo ao segmento p_2p_5 e o segmento p_3p_6 não é paralelo ao segmento p_4p_5 . Sejam: A, a interseção dos segmentos p_2p_3 e p_1p_4 ; B, interseção de p_1p_6 com p_2p_5 e C, interseção de p_3p_6 com p_4p_5 . Prove que os pontos A, B e C estão em linha reta.

189. (JOHN CASEY) Sejam A, B, C e D quatro pontos colineares, prove que, sendo \overline{AB} um segmento orientado, vale a relação:
$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{BC} \cdot \overline{AD} + \overline{CA} \cdot \overline{BD} = 0$$

190. (JOHN CASEY) Se os lados AB, BC, CD, \dots de um polígono são cada um divididos na mesma razão, mostre que o centro de massa do polígono coincide com os do polígono formado pelos pontos de divisão.

191. (JOHN CASEY) Seja A_1, A_2, A_3 e A_4 quatro pontos coplanares, e denotemos $\overline{A_1A_2}$ por $\overline{12}$ e identicamente aos outros pares de pontos, mostre que:

$$\begin{vmatrix} 0 & \overline{12}^2 & \overline{13}^2 & \overline{14}^2 & 1 \\ \overline{21}^2 & 0 & \overline{23}^2 & \overline{24}^2 & 1 \\ \overline{31}^2 & \overline{32}^2 & 0 & \overline{34}^2 & 1 \\ \overline{41}^2 & \overline{42}^2 & \overline{43}^2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

192. (JOHN CASEY) Se $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ representa duas retas, prove que elas são paralelas as retas $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

193. (JOHN CASEY) Encontre as coordenadas de um ponto que é equidistante dos 3 pontos $(a \cdot \cos \phi; b \cdot \sin \phi)$, $(a \cdot \cos \phi'; b \cdot \sin \phi')$ e $(a \cdot \cos \phi''; b \cdot \sin \phi'')$.

194. (JOHN CASEY) Encontre as coordenadas de um ponto que é equidistante dos 3 pontos $(at^2; 2at)$, $(at'^2; 2at')$ e $(at''^2; 2at'')$

195. (JOHN CASEY) Encontre a reta que divide os ângulos entre as retas $3x + 4y + 12 = 0$ e $8x + 15y + 16 = 0$ em partes que os senos estão na razão 2:3.

196. (JOHN CASEY) Prove que as duas retas $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ são respectivamente perpendiculares as retas $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$.

Gabarito Embasamento

1. a) $\sqrt{5}$ b) 10 c) 13 2. $2\sqrt{13} + 5\sqrt{2}$ 3. $x = -\frac{3}{3}$
4. $14x - 8y + 33 = 0$ 5. $x = 2$ 6. $P(-3,0)$ 5,5) 7. $P(-)$ 8. $P(2,3)$
9. $A(0,-1)$ ou $A(0,5)$ 10. $C(8,4)$ e $D(3,9)$ ou $C(-2,-6)$ e $D(-7,-1)$
11. $B(8,-3)$ e $D(-2,7)$ 12. 2 13. -3 14. $C(3,2)$ e $D(7,-3)$ 18. $C(8,-3)$ e $D(2,)$
15. $(5,6)$, $(11,15)$ e $(17,24)$ 16. $P(10,17)$ 17. 56
19. $2(2\sqrt{5} + \sqrt{2})$ 20. $A(5,0)$, $B(-1,2)$ e $C(7,4)$ 21. $C(-3,6)$
22. $C(10,6)$ ou $C(-6,-6)$ 23. não 24. $y = 9/2$ 25. $a \in \square \mid a \neq -1; 4$
26. a) $(4,0)$ b) $(0,-5)$ c) $(-13,-13)$ d) $(-\frac{30}{13}, \frac{30}{13})$ 27. $(1,8)$ 28. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$
29. $P(-3,-4)$ ou $P(-4,3)$ 30. $(9,-9)$ ou $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 31. $3b + 4a = ab$
32. $2p + 3q = 0$ 33. não 34. 1 35. $m \neq 7$ e m real
36. $P(\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ ou $P(\frac{2}{3}, \frac{8}{3})$ 37. $(-1,1)$ 38. $3 + \sqrt{5} + \sqrt{2}$
39. $\sqrt{53} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ 40. $-3 < y < 6$
41. paralelas distintas: $r \text{ e } t, s \text{ e } v, t \text{ e } z$; coincidentes: $r \text{ e } z$; concorrentes: $r \text{ e } s, r \text{ e } u, r \text{ e } v, s \text{ e } t, s \text{ e } u, s \text{ e } z, t \text{ e } u, t \text{ e } v, u \text{ e } v, u \text{ e } z, v \text{ e } z$.
42. $m = 1$: $r \text{ e } s$ não têm intersecção; $m = -\frac{1}{2}$: $r = s$; $m \neq 1$ e $m \neq -1/2$: $r \text{ e } s$ concorrentes
43. $k = 5$ ou $k = -5$ 44. $P(-1, -6/11)$ 45. $x = 6y$
46. $5x - 3y + 5 = 0$ 47. $2x + 3y - 12 = 0$ e $x - 3y + 3 = 0$ 48. $y = 3x + 4$
49. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{5} = 1$ 50. $3x - 2y + 6 = 0, x - 2y - 2 = 0$ ou $3x + 2y + 4 = 0$
51. $\frac{x}{-13} + \frac{y}{26} = 1$ 52. $(3,2)$ 53. paralelas e distintas
54. $2x + y + 8 = 0$ ou $2x + y - 8 = 0$
55. a) $x - y - 2 = 0$ b) $\sqrt{3}x - y - (2\sqrt{3} + 4) = 0$ c) $x + 1 = 0$
d) $3x - 4y + 15 = 0$ e) $y = 2$ f) $2x - y + 7 = 0$
56. $5x + 3y + 13 = 0$ 57. $x - y - 14 = 0$ 58. $B(4,2)$, $C(0,0)$ e $D(1,2)$
59. $p = -1/4$ 60. 0 61. $3x - 2y - 1 = 0$ 62. $(\frac{62}{13}, \frac{93}{13})$
63. $(2,3)$ 64. $(-1,4)$ 65. $(\frac{8}{5}, \frac{4}{5})$
66. (s) $5x - 4y + 3 = 0$, $M(1,2)$, $Q(5,7)$ e (t) $4x + 5y + 68 = 0$
67. $6x + y + 3 = 0, x + 2y + 4 = 0$ e $4x - 3y - 5 = 0$ 68. $H(\frac{1}{2}, \frac{13}{4})$
69. $A(0,3)$, $B(-1,0)$, $C(2,-1)$ e $D(3,2)$ 70. $3x - 4y \pm 12 = 0$
71. $x - y - 4 = 0$
72. a) $(\frac{23}{5}, \frac{16}{5})$, $(\frac{27}{25}, \frac{64}{25})$, $(\frac{12}{5}, \frac{14}{5})$ b) demonstração
73. a) $\text{arctg}7$ b) $\text{arctg} \frac{3}{4}$ 74. $135^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ 75. 1 76. $\frac{17\sqrt{13}}{13}$
77. 1) $3/5$ 2) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ 3) $79/13$ 4) $38/25$ 5) $\frac{2\sqrt{3} + 11}{2}$
78. $12/5$ 79. $5/2$ 80. 4 81. $(1,2)$ e $(-1,-2)$
82. $x - y + 3 = 0$ ou $x - y - 1 = 0$ 83. $x + y = 0$ ou $x + y = 4 = 0$
84. $24x + 7y + 51 = 0$ ou $24x + 7y - 99 = 0$ 85. $5/2$ 86. 8 87. 4
88. 17 89. $y = 9$ ou $y = 1$ 90. $y = 11$ ou $y = -9$
91. $x + y + 4 = 0$ 92. $(6,2)$ ou $(2,-2)$ 93. $7/4$ 94. $(1,-1)$ ou $(-2,-10)$
95. $(\frac{9}{5}, \frac{21}{5})$ ou $(-\frac{1}{3}, \frac{19}{3})$ 96. $G(5,4)$ 97. $3x + 4y - 12 = 0$ 98. Gráficos
99. Gráficos 100. Gráficos 101. Gráficos 102. Gráficos
103. $14x + 2y - 1 = 0$ ou $2x - 14y - 1 = 0$
104. $12x + 1 = 0$ ou $12y - 5 = 0$
105. $112x - 14y - 195 = 0$ ou $8x + 64y + 65 = 0$
106. $(3\sqrt{13} + \sqrt{5})x - (\sqrt{13} + 5\sqrt{5})y = 0$

Gabarito Aprofundamento

107. $P\left(\frac{a \pm a\sqrt{3}}{2}, \frac{a \pm a\sqrt{3}}{2}\right)$ 108. A(1,6), B(-1,-5) e C(-4,3)
109. B(2√3,2) e C(0,4) ou C(2√3,-2) 110. $x + y - (a+b+c) = 0$
111. $a=2$ ou $a = -\frac{3}{2}$ 112. $x + y = 4$ 113. $P\left(\frac{9}{5}, \frac{11}{5}\right)$
114. A(5,1) e B(1,3) 115. $x - 7y - 3 = 0$
116. a) $x + 8y + 16 = 0$ b) $x + 8y - 16 = 0$ c) $7x - 4y - 44 = 0$
117. $2ax - 2by + [b^2(1+m) - a^2(1-m)] = 0$
118. (r) $2x - y = 0$ e (s) $x + 2y - 10 = 0$ ou (r) $x - 2y - 6 = 0$ e (s) $2x + y - 8 = 0$
119. $k = 7$ ou $k = \frac{3}{4}$ 120. $4x + 3y - 3 = 0, y - 5 = 0, 3x + 7y - 7 = 0$
121. $\left| \frac{2c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$ 122. a) $x + 2y - 5 = 0$ b) 5 123. Gráficos 124. Gráficos
125. (1,1) 126. $\frac{\sqrt{130}}{2}$ 127. $\frac{14\sqrt{221}}{15}$ 128. B 129. B 130. D 131. A
132. B 133. $4x - 5y - 20 = 0$ 134. B 135. A 136. E
137. D 138. D 139. C 140. D 141. A 142. E
143. D 144. D 145. C 146. C 147. A
148. $\delta = 2\text{sen}\beta\sqrt{a^2\text{sen}^2\alpha + b^2\text{cos}^2\alpha}$ 149. Demonstração.
150. Demonstração.
151. $\text{sen}\phi = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}(\beta - \gamma)}{\sqrt{a^2\text{sen}^2\beta + b^2\text{cos}^2\beta} \sqrt{a^2\text{sen}^2\gamma + b^2\text{cos}^2\gamma}}$
152. $\phi = \arctan\left(\frac{1 + \tan\phi' \cdot \tan\phi''}{1 - \tan\phi' \cdot \tan\phi''}\right)$ 153. $\frac{\text{cos}\alpha}{a} \cdot x + \frac{\text{sen}\alpha}{b} \cdot y = \text{cos}\beta$
154. $\left(\frac{r\text{cos}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right)}{\text{cos}\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}, \frac{r\text{sen}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right)}{\text{cos}\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}\right)$ 155. $\left(\frac{a\text{cos}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right)}{\text{cos}\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}, \frac{b\text{sen}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right)}{\text{cos}\left(\frac{\phi - \phi'}{2}\right)}\right)$
156. $(att'; a(t+t'))$ 157. $x + (2 \pm \sqrt{3}) \cdot y = (2 \pm \sqrt{3})$
158. $b\text{cos}\alpha \cdot y - a\text{sen}\alpha \cdot x = (b^2 - a^2) \cdot \text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha$
159. $y \cdot \cot\phi + x = 2a + a\tan^2\phi$ 160. $y = x$ e $y = -x$
161. $y = x \cdot (\sec\theta \pm |\tan\theta|)$
162. São as retas da equação $h(x^2 - y^2) - (a - b)xy = 0$
163. Demonstração 164. 4 165. (-11; -3) 166. Demonstração.
167. (5; 5) 168. $\left(\frac{5}{12}a, \frac{5}{12}b\right)$ 169. $3x - 4y + 15 = 0$ 170. Demonstração
171. Demonstração 172. Demonstração 173. $M_3 = (6; -6)$
174. $x + 2y - 7 = 0$; $x - 4y - 1 = 0$ e $x - y + 2 = 0$
175. $4x + 7y - 1 = 0$; $y - 3 = 0$; $4x + 3y - 5 = 0$
176. $3x + 7y - 5 = 0$; $3x + 2y - 10 = 0$; $9x + 11y + 5 = 0$
177. $x - 3y - 23 = 0$; $7x + 9y + 19 = 0$; $4x + 3y + 13 = 0$
178. $x + y - 7 = 0$; $x + 7y + 5 = 0$; $x - 8y + 20 = 0$
179. $2x + 9y - 65 = 0$; $6x - 7y - 25 = 0$; $18x + 13y - 41 = 0$
180. $3x + y = 0$; $x - 3y = 0$ 181. $3x + 4y - 1 = 0$; $7x + 24y - 61 = 0$
182. 1) $a = -2; 5y - 33 = 0$. 2) $a_1 = -3; x - 56 = 0$; $a_2 = 3; 5x + 8 = 0$.
- 3) $a_1 = 1; 3x - 8y = 0$; $a_2 = \frac{5}{8}; 33x - 56y = 0$. 183. $m_1 = 0$ e $m_2 = 6$.

185. $\begin{cases} C_1(-7; -3) \\ D_1(-6; -4) \end{cases}$ e $\begin{cases} C_2(17; -3) \\ D_2(18; -4) \end{cases}$

184. $S \geq 2 \cdot x_1 \cdot y_1$

Gabarito Transcendência

186. a) A(cos α, sen α), B(cos β, sen β), C(-cos α, sen α), D(cos β, -sen β) b) $\text{cos}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)x - \text{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)y - \text{cos}\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)\text{cos}(\alpha + \beta) = 0$
187. (6; 1) 188. Demonstração. 189. Demonstração
190. Demonstração 191. Demonstração 192. Demonstração
193. (c; d), onde $\begin{cases} c = \frac{a^2 - b^2}{a} \cdot \text{cos}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\phi' + \phi''}{2}\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{\phi + \phi''}{2}\right) \\ d = \frac{b^2 - a^2}{b} \cdot \text{sen}\left(\frac{\phi + \phi'}{2}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\phi' + \phi''}{2}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\phi + \phi''}{2}\right) \end{cases}$
194. $\left(\frac{a(t^2 + t'^2 + t''^2 + tt' + t't'' + t''t')}{2}, -\frac{a(t+t')(t'+t'')(t''+t)}{4}\right)$
195. $51(3x + 4y + 12) \pm 10(8x + 15y + 16) = 0$ 196. Demonstração